

INF303 - TD de révision

Exercice 1

Une bijoutière veut fabriquer un collier. Pour cela, elle dispose de perles de couleurs, qui peuvent être jaunes, vertes, bleues, roses, rouges, oranges, violettes ou noires. Elle dispose ses perles le long d'un fil, de gauche à droite. Elle décide tout d'abord de faire des colliers à 12 perles.

Question 1. Combien de colliers différents peut-elle faire ?

Elle décide à présent de faire des colliers dans lesquels toutes les perles ont des couleurs différentes.

Question 2. Montrer qu'elle ne peut plus faire des colliers à 12 perles.

Ces nouveaux colliers auront donc finalement 6 perles.

Question 3. Combien de combinaisons de 6 couleurs est-il possible d'utiliser dans ce collier ?

Question 4. Combien de colliers différents peut-elle faire ?

La bijoutière sélectionne à présent les 6 couleurs qu'elle souhaite utiliser: jaune, vert, noir, rouge, orange et bleu.

Question 5. Combien de colliers différents utilisent ces 6 couleurs ?

La bijoutière se rend compte en fermant le collier que le fermoir est invisible, et que, par conséquent elle a mal compté le nombre de colliers utilisant les 6 couleurs. En effet, le collier ayant, de gauche à droite, les perles de couleurs jaune, vert, noir, rouge, orange et bleu est par exemple identique au collier ayant de gauche à droite les perles vert, noir, rouge, orange, bleu et jaune.

Question 6. En prenant cette nouvelle information en compte, combien de colliers différents y-a-t-il ?

La bijoutière décide finalement d'utiliser un fermoir plus visible. De plus, elle opte finalement pour des colliers plus grands, bien qu'ils n'utilisent pas uniquement des perles de couleurs différentes. Elle choisit d'utiliser les perles suivantes: 4 perles jaunes, 3 perles vertes, 2 perles noires, 1 perle rouge, 1 perle bleue et 1 perle orange.

Question 7. Combien de colliers différents peut-elle faire ?

Exercice 2

Une bûcheronne dispose d'un tas de troncs d'arbres qu'elle souhaite livrer à un client. Malheureusement, elle ne peut livrer que 2, ou 3 troncs à la fois (livrer un seul tronc en un trajet est exclu).

Question 1. Montrer par récurrence quel que soit le nombre de troncs (strictement supérieur à 1), la bûcheronne réussira à tous les livrer.

Avant de décider de la manière dont elle va procéder, la bûcheronne aimerait connaître toutes les solutions dont elle dispose pour livrer ses troncs.

Question 2. Modéliser les choix qu'elle peut effectuer par un arbre de backtracking. Décrire cet arbre et les solutions qui s'offrent à la bûcheronne.

Question 3. Quel est le degré maximal de l'arbre ? Si cet arbre a n sommets, combien vaut la somme des degrés de ses sommets ?

Question 4. Représenter l'arbre de backtracking lorsque la bûcheronne doit livrer 7 troncs d'arbres.

Question 5. Pour connaître toutes les solutions, la bûcheronne effectue un parcours de l'arbre de backtracking. Donner le résultat des parcours de l'arbre de la question précédente avec:

- a) un parcours en profondeur infixe
- b) un parcours en profondeur postfixe
- c) un parcours en profondeur préfixe
- d) un parcours en largeur

La bûcheronne décide finalement de favoriser la solution qui lui permettra de faire le moins de trajet possible.

Question 6. Comment traduire cet objectif sur l'arbre de backtracking ?

Question 7. Sans utiliser l'arbre de backtracking, comment trouver la solution qui permet de faire le moins de trajet possible ?

Exercice 3

Suite au braquage d'une banque, la police interroge quatre suspects: Alice, Bob, Claire et Denis. Alice affirme avoir croisé uniquement Bob et Claire à la banque, Bob dit avoir croisé Alice et Denis, Claire dit avoir croisé Alice et Denis, et Denis dit avoir croisé Alice, Bob et Claire.

Question 1. Représenter la matrice dont les lignes et les colonnes représentent les suspects, et qui contient un 1 lorsque le suspect de la ligne a rencontré le suspect de la colonne, et un 0 sinon. Est-il possible que ces quatre suspects disent la vérité ? Qui suspectez-vous à présent ?

On interroge maintenant un autre groupe de 5 suspects: Denis, Gabrielle, Henry, Isabelle et Jean. Denis et Jean affirment n'avoir croisé qu'une personne de ce groupe, Gabrielle dit en avoir croisées 4, et Henry et Isabelle disent en avoir croisées 2.

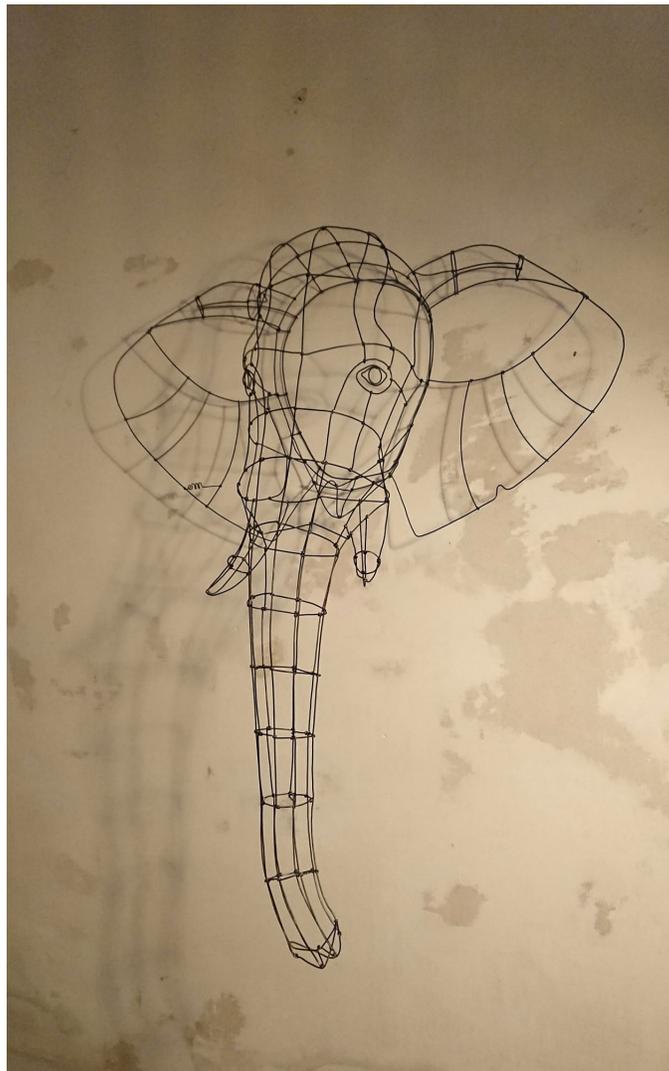
Question 2. Est-il possible que ces cinq suspects disent la vérité ? Justifier. Qui suspectez-vous à présent ?

On interroge maintenant Alice, Emilie, Florent et Gabrielle. Alice et Emilie affirment avoir croisé 3 personnes de ce groupe, Florent dit en avoir croisées 2 et Gabrielle dit en avoir croisée une seule.

Question 3. Est-il possible que ces quatre suspects disent la vérité ? Justifier de deux façons différentes. Vos soupçons sont-ils confirmés ?

Exercice 4

Ma cousine Elodie tient une boutique, Le Bestiaire, dans laquelle elle crée de très belles sculptures. Voici par exemple un éléphant qu'elle a réalisé :



Pour réaliser cette oeuvre, Elodie a coupé, tordu et assemblé du fil de fer recuit. Est ce qu'il serait possible pour Elodie de ne pas couper son fil de fer pour faire cette sculpture ?