

# TD BIA 2010

## TD4 Logique

Nadia Kabachi, Alain Mille, Amjad Rattrout

Lundi 10 octobre 2011

## 1 Validation de formules

### 1.1 Rappels

Pour montrer qu'une formule est valide, on procède par réfutation, en démontrant que la formule inverse n'est pas satisfiable.

Exemple : Pour montrer que  $F = \forall x \exists y \forall z (R(x, z) \rightarrow R(x, y))$  est valide universellement :

- on suppose qu'elle ne le soit pas :  $\neg F = \exists x \forall y \exists z (R(x, z) \wedge \neg R(x, y))$ ,
- puis la mise sous forme standard de Skolem de  $\neg F$  donne  $\neg F = \forall f \forall y (R(a, f(y)) \wedge \neg R(a, y))$ .
- La forme clausale (ensemble de clauses qui chacune correspond à un atome) de  $\neg F$  est  $C_{\neg F} = \{R(a, f(y_1)), \neg R(a, y_2)\}$
- l'ensemble de réalisations  $C' = \{R(a, f(a)), \neg R(a, f(a))\}$  est insatisfiable avec la substitution  $y_1/a, y_2/f(a)$
- La négation de F ne peut être vraie, la formule est donc universellement valide.

### 1.2 Application

#### 1.2.1 Démonstration de validité d'une formule

Montrer que  $\exists x \forall y ((U(x) \rightarrow U(y)) \rightarrow T(x)) \rightarrow T(y)$  est universellement valide.

#### 1.2.2 Démonstration de validité d'un raisonnement

Valider le raisonnement suivant : On est dans le monde des objets.

1. *Quelques chandelles éclairent très mal*
2. *Les chandelles sont faites pour éclairer*
3. *donc : quelques objets qui sont fait pour éclairer le font très mal*

## 2 Dédution

Soit l'ensemble des propositions suivantes : On est dans le monde des pigeons.

1. *Un pigeon est heureux si tous ses enfants peuvent voler*
2. *Les pigeons verts peuvent voler*
3. *Un pigeon est vert s'il a au moins un parent vert ou rose*

Montrez que

1. *Les pigeons sans enfants sont heureux*
2. *Les pigeons verts sont heureux*