

**TD4 - IA et Logique**

**Exercice 1. Un test d'embauche.** On dispose de 4 cartes :



On sait que :

- *chaque carte a d'un côté un nombre, de l'autre côté une lettre*

et qu'on doit respecter la consigne suivante :

- *si une carte a une voyelle d'un côté, elle a de l'autre côté un nombre pair*

**Question :** quelles cartes suffit-il de soulever pour savoir si la consigne est respectée par ces 4 cartes.

**a-** Introduire les prédicats et fonctions suivants :

- $x$  est une Voyelle
- $x$  est un nombre Pair
- "... " est le caractère au verso de la carte portant le signe  $x$

**b-** Représenter les informations comme des formules du calcul des prédicats. Parmi ces informations, on tiendra compte de la loi :

- *le verso du verso redonne le recto*

**c-** Ecrire les formules logiques du point **b-** sous forme de clauses.

**d-** Appliquer la méthode de résolution pour valider votre solution à la question. Si les prédictions ne se vérifient pas, trouver une explication à votre mauvais choix.

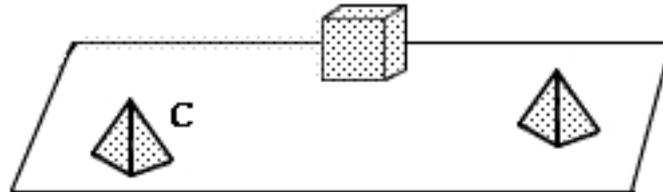
**e-** Dessiner les arbres de dérivation.

**f-** Revenir au point **c-** et appliquer le théorème de Herbrand.

**Exercice 2. La résolution en logique des prédicats**

Le "*monde de Tarski*" est un logiciel qui permet de tester la validité d'une information par rapport à une configuration choisie dans *l'univers des blocs*. Dans l'exemple ci-dessous,

- deux prédicats à un argument servent à identifier le type d'objet :  
 $Cube(x)$  si  $x$  est un cube,  $Pyramide(y)$  si  $y$  est une pyramide
- une relation binaire "Gauchede" permet de décrire la position relative d'un objet par rapport à un autre (on se limitera à une seule direction)



Des formules de la logique des prédicats permettent d'exprimer certaines propriétés de la configuration. Par exemple :

- $Pyramide(C)$
- $\forall t [Cube(t) \rightarrow Gauchede(C, t)]$
- $\exists y \exists z [Cube(y) \wedge Pyramide(z) \wedge Gauchede(y, z)]$
- $\forall u \forall v \forall w [(Gauchede(u, v) \wedge Gauchede(v, w)) \rightarrow Gauchede(u, w)]$

On se propose de déduire qu'il existe une pyramide à droite de  $C$ , c'est-à-dire l'énoncé :

$$E : \exists x [Pyramide(x) \wedge Gauchede(C, x)]$$

**a-** Préparer les formules (clauses) et mettre en place la méthode de réfutation (on notera  $A$  le cube et  $B$  la pyramide du modèle ci-dessus).

**b-** Appliquer la règle de résolution avec unification pour démontrer que l'énoncé  $E$  peut se déduire des informations données (on se limitera à utiliser les seules résolutions qui permettent d'aboutir le plus vite à la contradiction).