

TRAVAUX DIRIGES: CALCUL DES PROPOSITIONS

I- Validité de formules du calcul propositionnel.

Montrer que les formules bien formées suivantes sont valides, invalides, inconsistantes ou consistantes. Utiliser les tables de vérité et les lois d'équivalence vues en cours.

| | |
|--|-----------------------|
| a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$ | valide |
| b) $P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$ | valide |
| c) $((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$ | valide |
| d) $\neg P \wedge (\neg(P \rightarrow Q))$ | inconsistante |
| e) $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ | consistante, invalide |
| f) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ | valide |
| g) $P \wedge \neg(P \wedge \neg Q) \wedge (Q \vee R)$ | consistante, invalide |

II- Formes normales

1) Mettre sous forme normale disjonctive:

- a) $P \rightarrow ((Q \wedge R) \rightarrow S)$
- b) $(\neg P \wedge Q) \rightarrow S$

2) Mettre sous forme normale conjonctive:

- a) $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$
- b) $\neg(P \rightarrow Q) \vee (P \wedge Q)$

III- Représentation des connaissances.

Traduire les assertions suivantes par des formules bien formées et discuter la validité du raisonnement:

1 - S'il ne lui a pas dit, elle ne trouvera jamais.
 Si elle ne lui a pas posé la question, il ne le lui dira pas.
 Or elle a trouvé.
 Donc elle lui a posé la question.

2-

- 2.1 Réginald ne réussira pas le cours
- 2.2 Chantal n'échouera pas au cours
- 2.3 Chantal et Paul réussiront le cours
- 2.4 Paul réussira le cours seulement s'il n'est pas fatigué
- 2.5 Paul réussira le cours à moins qu'il ne soit fatigué
- 2.6 Paul ne réussira pas le cours ou bien Chantal le réussira
- 2.7 Paul ne réussira pas le cours mais Chantal le réussira
- 2.8 Ni Paul, ni Chantal ne réussiront le cours
- 2.9 Paul et Chantal ne réussiront pas tous les deux le cours
- 2.10 Ou Paul et Chantal réussiront tous les deux le cours ou c'est Réginald
- 2.11 Paul réussira le cours, ainsi que Chantal ou Réginald
- 2.12 Si Paul réussit le cours, alors Chantal aussi, et Paul le réussira
- 2.13 Si Paul réussit le cours, alors Chantal et Paul le réussiront tous les deux
- 2.14 Paul réussira le cours si Chantal le réussit; autrement ni l'un ni l'autre ne le réussiront
- 2.15 Ou Chantal réussira le cours si et seulement si Réginald l'échoue, ou Paul le réussira s'il étudie avec méthode et n'est pas fatigué

3 - Trois personnes A, B et C sont accusées d'un crime déclarent:

- A: B est coupable et C est innocent
- B: Si A est coupable alors C l'est aussi
- C: Je suis innocent mais au moins l'une des deux autres est coupable.

Utiliser le formalisme du calcul des propositions pour traduire les questions suivantes et donner la réponse:

- a) Les trois déclarations sont-elles compatibles?
- b) L'un des témoignages peut-il se déduire des autres? Lequel?
- c) Si tous sont innocents lequel a menti?
- d) Si tous disent la vérité qui est coupable?
- e) Si et seulement si seuls les innocents disent la vérité qui est coupable?

TRAVAUX DIRIGES: LOGIQUE DES PREDICATS

I- Variables libres et liées.

Donner les variables libres et liées des formules suivantes:

1°) $(P(f(X, Y)) \vee \forall Z R(a, Z))$

2°) $(\forall X P(X, Y, Z) \vee \forall Z (P(Z) \rightarrow R(Z)))$

3°) $(\forall X A(X) \vee \exists X (B(X) \rightarrow \neg \exists T C(X, T)))$

II- Représentation des connaissances.

Traduire les assertions suivantes dans le symbolisme de la logique des prédicats:

- 1- a) Quiconque sait lire est instruit
 b) Les dauphins ne sont pas instruits
 c) Certains dauphins sont intelligents
 d) Certains êtres intelligents ne savent pas lire
 e) Flipper est intelligent
 f) Le frère de Flipper est intelligent

- 2 - a) Pierre se prend pour Napoléon
 b) Seuls les fous se prennent pour Napoléon
 c) Pierre est fou
 d) Quelques fous sont courageux

- 3 - a) Tous les chiens à poils ras sont frileux
 b) Un chien est frileux seulement s'il est à poils ras
 c) Aucun chien à poils ras n'est frileux
 d) Certains chiens à poils ras sont frileux

- 4 - a) Seuls les oiseaux ont des plumes
 b) Aucun mammifère n'est un oiseau
 c) Donc tout mammifère est dépourvu de plumes

III- Interprétation

On considère un sous-ensemble du calcul des prédicats avec:

a et b comme symboles de constantes

f comme symbole de fonction unaire

P comme symbole de prédicat binaire

Soit I une interprétation de ce langage définie par son domaine $D = \{1, 2\}$ et par:

$I(a) = 1; I(b) = 2; I(f(1)) = 2; I(f(2)) = 1; I(P(U, V)) = V$ si et seulement si $U = 1$

Etablir la valeur de vérité des formules suivantes:

- a) $P(a, f(a))$
 b) $P(b, f(b))$
 c) $\forall X \forall Y P(X, Y)$
 d) $\forall X \forall Y (P(X, Y) \rightarrow P(f(X), f(Y)))$
 e) $\exists X \forall Y (P(X, Y) \rightarrow P(f(X), f(Y)))$

TRAVAUX DIRIGES: PREPARATION DES FORMULES**I- FORME NORMALE PRENEXE**

Mettre sous forme normale prénexe les fbf suivantes:

- a) $\forall X P(X) \rightarrow (\exists T Q(T) \vee \exists T C(T))$
- b) $\forall X (\forall Y P(X, Y) \rightarrow \exists Z R(X, Z))$
- c) $\forall X \forall Y \exists Z (P(X, Y, Z) \wedge (\exists U Q(X, U) \rightarrow \exists V Q(Y, V)))$
- d) $((\exists X P(X) \rightarrow \exists X R(X) \vee \forall Y P(Y)) \wedge \forall X \exists Y (R(Y) \rightarrow P(X)))$
- e) $\exists X \forall Y ((\neg P(X, X) \rightarrow \exists Z (P(Y, Z) \wedge P(Z, Y))) \wedge (P(X, Y) \rightarrow \neg P(Y, X)))$
- f) $(\exists X P(X) \rightarrow \forall X Q(X)) \wedge \neg(\forall X (P(X) \rightarrow Q(X)))$

II- FORME STANDARD SKOLEM

Mettre sous forme standard de Skolem les fbf du I)

III- ENSEMBLE DE CLAUSES

Donner l'ensemble des clauses des fbf du I)

TRAVAUX DIRIGES: PRINCIPE DE RESOLUTION

I- CLAUSE RESOLVANTE

Trouver la clause résolvente dans les cas suivants:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) $C1 = \neg Q \vee P$ | $C2 = R \vee \neg P \vee S$ |
| b) $C1 = \neg Q \vee P$ | $C2 = Q$ |
| c) $C1 = \neg P \vee \neg Q$ | $C2 = P \vee S \vee \neg R$ |
| d) $C1 = P \vee Q$ | $C2 = R \vee P$ |

II- PRINCIPE DE RESOLUTION - LOGIQUE DES PROPOSITIONS

Démontrer en utilisant le principe de résolution que les fbf suivantes sont valides:

- a) $((P \rightarrow Q) \wedge (P \vee R)) \rightarrow (Q \vee R)$
 b) $((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow (Q \wedge R))$
 c) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$ non valide

III - SUBSTITUTION

Calculer la substitution $S = Sa \circ Sb$ dans les trois cas suivants:

- | | | |
|--------------------------------|----|--------------------------------|
| a) $Sa = \{Y/X, f(Z)/W, b/V\}$ | et | $Sb = \{X/Y, g(W)/V, f(V)/U\}$ |
| b) $Sa = \{c/Z, f(W)/X, T/Y\}$ | et | $Sb = \{b/Z, g(a,X)/Y\}$ |
| c) $Sa = \{f(a)/Z, f(b)/Y\}$ | et | $Sb = \{a/X, b/Y, T/W\}$ |

IV- UNIFICATION

Donner les upgs s'ils existent des ensembles d'expressions suivants:

- a) $W = \{P(T, T), P(f(V), V)\}$
 b) $W = \{P(a, T), P(X, Y)\}$
 c) $W = \{P(f(X), Y, X), P(Z, X, g(T))\}$
 d) $W = \{P(f(X), X), P(Y, g(Y))\}$

V - RESOLVANTS

Donner tous les résolvents des paires de clauses suivantes:

- 1°) Rendre les clauses parentes
 2°) Trouver tous les résolvents
- a) $C1 = \neg P(a, X) \vee \neg P(X, Y) \vee Q(X, Z)$
 $C2 = P(U, f(U)) \vee R(U, V)$
 b) $C1 = \neg P(a, Y) \vee \neg P(X, b) \vee Q(X, Y)$
 $C2 = P(a, b)$
 c) $C1 = P(a, b) \vee P(X, f(X))$
 $C2 = \neg P(b, a) \vee R(X)$

V - PRINCIPE DE RESOLUTION - LOGIQUE DES PREDICATS

Démontrer en utilisant le principe de résolution que les fbf suivantes sont valides:

- a) $\exists X \forall Y P(X, Y) \rightarrow \forall Y \exists X P(X, Y)$
- b) $\forall X (P(X) \rightarrow Q(X)) \rightarrow (\exists X P(X) \rightarrow \exists X Q(X))$
- c) $\exists X (\exists Y \forall Z P(X, Y, Z) \rightarrow \forall Z \exists Y P(X, Y, Z))$
- d) $(\forall X \exists Y P(X, Y) \wedge \forall X \exists Y Q(X, Y)) \rightarrow \forall X \exists Y \exists Z (P(X, Y) \wedge Q(Y, Z))$
- e) $\forall X \{ \forall Y \exists Z [(P(Y, X) \rightarrow Q(Y, Z)) \wedge (Q(Y, Z) \rightarrow R(Y))] \rightarrow \exists Y (\neg P(Y, X) \vee R(Y)) \}$
- f) $\forall X \exists Y [(\neg P(X, X) \rightarrow \exists Z (P(Y, Z) \wedge P(Z, Y))) \rightarrow (P(X, Y) \wedge P(Y, X))]$

TRAVAUX DIRIGES: Systèmes à base de connaissances**Exercice 1**

A partir de la base de faits C, A et D et des règles :

| | | | | | |
|----|-------|------|----|------|------|
| R1 | D,C,B | -> E | R5 | F | -> G |
| R2 | B,H | -> C | R6 | X,D | -> K |
| R3 | A,B | -> X | R7 | K,E | -> G |
| R4 | D | -> B | R8 | X, A | -> H |

Etape de restriction : ôter toutes les règles ayant déjà servies

Etape de filtrage : ensemble des règles exécutables après étape de restriction

Résolution de conflit : déclencher toutes les règles

- a) Réaliser du chaînage avant jusqu'à ce que le but H soit réalisé.
- b) Réaliser du chaînage avant jusqu'à ce que la base de connaissances soit saturée
- c) Réaliser du chaînage arrière pour prouver le but K.

Exercice 2

A partir de la base de faits: A, K et des règles:

| | | |
|----|--------|------|
| R1 | A,B, C | -> D |
| R2 | I, H | -> B |
| R3 | H,F | -> B |
| R4 | A | -> I |
| R5 | E,F | -> D |
| R6 | A | -> F |
| R7 | K,L | -> E |
| R8 | A | -> L |

Etape de restriction : ôter toutes les règles ayant déjà servies

Etape de filtrage : ensemble des règles exécutables après étape de restriction

- a) Réaliser du chaînage avant jusqu'à ce qu'à saturation de la base de connaissances

Résolution de conflit : déclencher toutes les règles

- b) Réaliser du chaînage arrière pour prouver le but en profondeur d'abord: D

Résolution des conflits : lorsque plusieurs règles sont en compétition on les prendra par numéros croissants.

Exercice 3

Soit la base de connaissances suivante :

R1 $A \text{ et } B \rightarrow F$

R2 $B \text{ et } \neg C \rightarrow G$

R3 $D \rightarrow G$

R4 $E \rightarrow \neg H$

R5 $D \text{ ou } G \rightarrow J$

R6 $\neg H \rightarrow I$

R7 $F \text{ et } I \rightarrow K$

R8 $J \text{ et } F \rightarrow P$

R9 $M \text{ et } I \text{ et } J \rightarrow L$

R10 $M \rightarrow N$

R11 $L \rightarrow P$

R12 $P \text{ et } B \rightarrow \neg K$

Le système de production associé engendre l'ensemble des faits et des hypothèses ci-dessous regroupés par cycles.

| CYCLES | FAITS | HYPOTHESES |
|--------------|--|------------|
| Etat initial | E, B, $\neg C$, A | $\neg K$ |
| Cycle 1 | E, B, $\neg C$, A, F, G, $\neg H$ | P, B |
| Cycle 2 | E, B, $\neg C$, A, F, G, $\neg H$, J, I | (J, F), L |
| Cycle 3 | E, B, $\neg C$, A, F, G, $\neg H$, J, I, K, P | |
| Cycle 4 | E, B, $\neg C$, A, F, G, $\neg H$, J, I, P, $\neg K$ | |

a) Caractériser complètement le moteur d'inférences en justifiant vos réponses.

b) Réaliser du chaînage mixte

Base de faits : M E D

But P

Résolution des conflits : prendre la première règle

Exercice 4

Soit la base de règles suivante

R1 : si A et non B alors G

R2 : si C alors G

R3 : si E et I alors non J

R4 : si non J alors non K

R5 : si G alors H

R6 : si G alors E

R7 : si E alors non K

R8 : si non K alors D

| | | |
|--------|-----------|--------------|
| R9 : | si L et B | alors F |
| R 10 : | si H | alors L et J |
| R 11 : | si J | alors F |
| R 12: | si C et G | alors non J |
| R 13 : | si L | alors D |

Pour chacun des 4 cas ci-dessous, veuillez détailler les étapes du cycle de production et donner la base de faits finale.

Les hypothèses du fonctionnement du moteur d'inférences sont données de manière incomplète. Veuillez éventuellement, préciser celles qui manquent dans les 4 cas.

a) Le moteur travaille en mode non monotone, selon le modus ponens. La résolution des conflits consiste à prendre en compte toutes les règles sélectionnées.

Base de faits initiale : (C,E)

b) Le moteur travaille en mode non monotone, selon le modus ponens, en chaînage arrière, en profondeur et en régime par tentatives

Base de faits initiale : (A, non B)

But à prouver : (D)

c) Le moteur travaille en mode non monotone, selon le modus ponens, en chaînage arrière, en profondeur.

Base de faits initiale : (A, non B)

But à prouver : (D)

d) Le moteur travaille en chaînage mixte selon les spécifications du a) et du b) pour le chaînage avant et arrière.

But : (non K)

Faits : (I, A , non B)

TRAVAUX DIRIGES: SYNERGIC

Exercice 1

Ecrire une base de connaissances contenant 4 règles de production sur le thème que vous voulez.

Exercez-vous au chaînage avant et arrière

Exercice 2

Vous entrez dans le self-service de l'entreprise afin d'y déjeuner. Ses heures d'ouverture habituelles sont comprises entre 11.30 et 14.00 heures. Votre ticket repas vous donne droit à une entrée, un plat principal (composé d'une viande et d'un légume) et d'un dessert. L'eau minérale et le vin se règlent en supplément du ticket-repas en francs français. L'eau minérale coûte 5F, le vin 10F. Les plats sont pris dans une chaîne dans l'ordre du repas (entrée, viande, légume, dessert, eau-minérale, vin).

Ce jour le chef propose:

Entrée :

- salade
- avocat
- pizza

Plat-principal :

- viande: boeuf
- poulet

- légume : frites
- haricots-verts

Dessert :

- fromage
- glace
- fruit

Problème à résoudre : constitution du plateau-repas, payer le repas, afficher le menu et le prix du supplément en FF et enfin ... manger le repas.

Remarque : les choix du jour sont décrits dans la base de fait initiale.