

Itération fractale de graphes*

Sylvain Gravier, Matjaž Kovše, Aline Parreau†

Dans cet exposé, nous introduisons la notion d'itération fractale de graphes. Il s'agit d'itérer un graphe en suivant le modèle du graphe lui-même.

Soit $G = (V, E)$ un graphe connexe dont les sommets sont numérotés de 1 à n . Pour un entier d , le *graphe itéré fractal de G de dimension d* , noté $S(G, d)$ est le graphe dont l'ensemble des sommets est $\{1, \dots, n\}^d$, et dans lequel $\langle a_1 a_2 \dots a_d \rangle, \langle b_1 b_2 \dots b_d \rangle$ est une arête s'il existe $i \in \{1, \dots, d\}$ tel que :

- $a_j = b_j$ si $j < i$,
- $a_i \neq b_i$ et $(a_i, b_i) \in E$,
- $a_j = b_i$ et $b_j = a_i$ si $j > i$.

Le graphe itéré fractal de G de dimension d peut être obtenu à partir du graphe de dimension $d - 1$ de la manière suivante : on copie n fois le graphe $S(G, d - 1)$ et pour chaque arête (i, j) de G , on relie le sommet $\langle j \dots j \rangle$ de la copie i avec le sommet $\langle i \dots i \rangle$ de la copie j . La figure 1 montre les graphes itérés fractals de C_4 de dimension 1, 2 et 3.

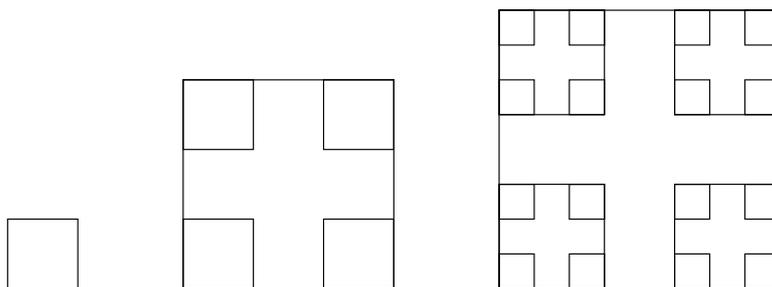


FIG. 1 – Graphes itérés fractals de C_4 de dimension 1, 2 et 3

Cette classe de graphes est déjà connue sous le nom de graphe de Sierpiński ou graphe de Hanoi dans le cas où G est le graphe complet [3]. Nous étudions les propriétés de symétrie de ces graphes et d'existence de codes parfaits en étendant au cas général des résultats obtenus pour les graphes de Sierpiński [1, 2, 4].

Références

- [1] P. Cull and I. Nelson, Error-correcting codes on the Towers of Hanoi graphs, *Discrete Math.* 208/209 (1999), 157–175.
- [2] S. Gravier, S. Klavžar and M. Mollard, Codes and $L(2, 1)$ -labelings in Sierpiński graphs, *Taiwanese J. Math.* 9 (2005), 671–681.
- [3] S. Klavžar and U. Milutinović, Graphs $S(n, k)$ and a variant of the Tower of Hanoi problem, *Czechoslovak Math. J.* 47(122) (1997) 95104.
- [4] B. Mohar, Crossing numbers of Sierpiński-like graphs, *J. Graph Theory*, 50 (2005), 186–198

*Projet soutenu par l'ANR IDEA, sous le contrat ANR-08-EMER-007, 2009-2011.

†Institut Fourier (Université Joseph Fourier, CNRS), St Martin d'Hères, France.