

# Master Informatique 1

## Module BIA : TD 1

### Représentation et résolution de problème (1)

Nadia Kabachi, Alain Mille, Marie Lefevre

Le TD est supposé avoir été préparé par les étudiants. Il ne donne pas lieu à un exposé initial.

## 1 Résolution de problème par exploration d'espace d'états

### 1.1 Représentation du problème du Taquin (30 min)

2	8	3
1	6	4
7		5



1	2	3
8		4
7	6	5

Etat Initial

Etat But

Proposer une représentation d'un état du taquin. Proposer des opérateurs pour passer d'un état à un autre. Voyez-vous une heuristique permettant de ne pas explorer l'ensemble des états ?

### 1.2 Recherche heuristique : mise en œuvre de l'algorithme A\* (30 min)

L'algorithme A\* qui correspond à ce qui a été décrit en cours est le suivant : (A\* est un algorithme de type A avec une heuristique  $h$  minorante, i.e. pour tout  $u$ ,  $h(u) \leq h^*(u)$ , où  $h^*(u)$  est le coût d'un chemin optimal - s'il existe, sinon  $h^*(u) = +\infty$  - joignant l'état  $u$  à un état but)

---

Algorithme A\*

1. Initialisation :  $OUVERTS \leftarrow u_0$  ;  $FERMES \leftarrow \emptyset$  ;  $g(u_0) \leftarrow 0$  ;  $u \leftarrow u_0$
2. Itérer tant que [ $OUVERTS \neq \emptyset$  et  $u$  non terminal]
- 2.1 Supprimer  $u$  de  $OUVERTS$  et le mettre dans  $FERMES$
- 2.2 Itérer sur les nœuds  $v$  successeurs de  $u$   
Si [ $v \notin (OUVERTS \cup FERMES)$  ou  $g(v) > g(u) + \text{coût}(u, v)$ ] Alors faire :  
 $g(v) \leftarrow g(u) + \text{coût}(u, v)$   
 $f(v) \leftarrow g(v) + h(v)$   
 $\text{père}(v) \leftarrow u$   
Ranger  $v$  dans  $OUVERTS$ , dans l'ordre  $f$  croissant, puis  $g$  décroissant  
Fin Itération 2.2
- 2.3 Si  $OUVERTS \neq \emptyset$  Alors  $u \leftarrow \text{tête}(OUVERTS)$   
Fin Itération 2
3. Si  $OUVERTS = \emptyset$  Alors le problème n'admet pas de solution  
Sinon fournir la solution  $\text{chemin}(u)$

---

Comprendre et appliquer cet algorithme au problème du taquin tel qu'il est posé dans ce document avec les différentes heuristiques. Il s'agit donc de faire « tourner à la main » l'algorithme en traçant les différentes structures et variables utilisées.

### 1.3 Résolution par décomposition de problèmes (30 min)

Rappel : la décomposition d'un problème en sous-problèmes plus simples est un principe applicable à des problèmes modélisables de manière récursive, mais pas seulement !

Un algorithme de recherche aveugle permettant de faire une recherche dans un graphe ET/OU (hypergraphe particulier) **sans circuit** issu de la décomposition d'un problème est le suivant : (en absence de coût et pour borner l'espace exploré, on utilise un majorant sur le rang des états, noté  $rg(u)$  ; BSH retourne « Echec » si le rang est supérieur à un Seuil)

---

BSH(u) *Backtrack Search dans un Hypergraphe*

1. Si u terminal Alors Retourner « Succès »
  2. Si aucune règle de décomposition n'est applicable en u ou si  $rg(u) > \text{Seuil}$   
Alors Retourner « Echec »
  3. Itérer sur les règles de décomposition i applicables en u
    - 3.1. Flag  $\leftarrow$  vrai
    - 3.2. Tant que Flag, itérer sur les nœuds v, successeurs de u en lesquels la règle i décompose u  
Si  $v \notin \text{RESOLUS}$  Alors faire :  
Si  $v \in \text{INSOLUBLES}$  Alors Flag  $\leftarrow$  faux  
Sinon faire :  
     $rg(v) \leftarrow rg(u) + 1$   
    Si BSH(v) = « Echec » Alors faire :  
        Mettre v dans INSOLUBLES  
        Flag  $\leftarrow$  faux  
    Sinon mettre v dans RESOLUS
  - 3.3. Si Flag Alors faire :  
    Mettre u dans RESOLUS  
    règle(u)  $\leftarrow$  i  
    Retourner « Succès »  
    Fin Itération 3
  4. Mettre u dans INSOLUBLES
  5. Retourner « Echec »
- 

Dans cet algorithme, RESOLUS est l'ensemble 1) des états terminaux, et 2) des états u tels qu'il existe un connecteur  $S_i(u)$  dont tous les successeurs v sont dans RESOLUS ; INSOLUBLES est l'ensemble 1) des états non terminaux sans successeur, et 2) des états u tels que pour tout connecteur  $S_i(u)$  il existe un successeur v qui est dans INSOLUBLE.

Comprendre et appliquer cet algorithme à un problème qui serait décomposé selon les règles de décomposition suivantes :

R1 : $d \rightarrow g, h$ R2 : $d \rightarrow a, e, f$ R3 : $d \rightarrow a, k$ R4 : $f \rightarrow i$ R5 : $f \rightarrow c, j$ R6 : $a \rightarrow b, c$ R7 : $k \rightarrow e, l$	Les problèmes terminaux sont : b,c,e,l  Le problème à résoudre est : d  Considérer les règles dans l'ordre croissant et les sous-problèmes de « gauche à droite ».  Dessiner le graphe/arbre de décomposition.
---	--

Faire « tourner à la main » l'algorithme en traçant les structures et variables importantes.