

Master Informatique 1

Module BIA

TD 1

Représentation et résolution de problème (1)

Nadia Kabachi, Alain Mille, Romuald Tion

1 Introduction

Le TD est prévu sur 3 tiers-temps avec des passages d'étudiants au tableau.
Ce document ne donne donc que le sujet.

2 Résolution de problème par exploration d'espace d'états

2.1 Représentation du problème du Taquin (30 min)

2	8	3
1	6	4
7		5



1	2	3
8		4
7	6	5

Etat Initial

Etat But

Proposer une représentation d'un état du taquin. Proposer des opérateurs pour passer d'un état à un autre. Voyez-vous une heuristique permettant de ne pas explorer l'ensemble des états ?

2.2 Recherche heuristique : mise en œuvre de l'algorithme A* (30 min)

L'algorithme A* qui correspond à ce qui a été décrit en cours est le suivant : (A* est un algorithme de type A avec une heuristique h minorante, i.e. pour tout u, $h(u) \leq h^*(u)$, où $h^*(u)$ est le coût d'un chemin optimal - s'il existe, sinon $h^*(u) = +\infty$ - joignant l'état u à un état but)

Algorithme A*

1. Initialisation : $OUVERTS \leftarrow u_0$; $FERMES \leftarrow \emptyset$; $g(u_0) \leftarrow 0$; $u \leftarrow u_0$
2. Itérer tant que [$OUVERTS \neq \emptyset$ et u non terminal]
 - 2.1 Supprimer u de $OUVERTS$ et le mettre dans $FERMES$
 - 2.2 Itérer sur les nœuds v successeurs de u
 - Si [$v \notin (OUVERTS \cup FERMES)$ ou $g(v) > g(u) + \text{coût}(u, v)$] Alors faire :

$g(v) \leftarrow g(u) + \text{coût}(u, v)$
 $f(v) \leftarrow g(v) + h(v)$
 $\text{père}(v) \leftarrow u$
Ranger v dans $OUVERTS$, dans l'ordre f croissant, puis g décroissant
- 2.3 Si $OUVERTS \neq \emptyset$ Alors $u \leftarrow \text{tête}(OUVERTS)$
Fin Itération 2
3. Si $OUVERTS = \emptyset$ Alors le problème n'admet pas de solution

Comprendre et appliquer cet algorithme au problème du taquin tel qu'il est posé dans ce document avec les différentes heuristiques. Il s'agit donc de faire « tourner à la main » l'algorithme en traçant les différentes structures et variables utilisées.

2.3 Résolution par décomposition de problèmes (30 min)

Rappel : la décomposition d'un problème en sous-problèmes plus simples est un principe applicable à des problèmes modélisables de manière récursive, mais pas seulement !

Un algorithme de recherche aveugle permettant de faire une recherche dans un graphe ET/OU (hypergraphe particulier) **sans circuit** issu de la décomposition d'un problème est le suivant : (en absence de coût et pour borner l'espace exploré, on utilise un majorant sur le rang des états, noté $rg(u)$; BSH retourne « Echec » si le rang est supérieur à un Seuil)

BSH(u) *Backtrack Search dans un Hypergraphe*

1. Si u terminal Alors Retourner « Succès »
 2. Si aucune règle de décomposition n'est applicable en u ou si $rg(u) > \text{Seuil}$
Alors Retourner « Echec »
 3. Itérer sur les règles de décomposition i applicables en u
 - 3.1. Flag $\leftarrow$ vrai
 - 3.2. Tant que Flag, itérer sur les nœuds v, successeurs de u en lesquels la règle i décompose u
 - Si $v \notin \text{RESOLUS}$ Alors faire :
 - Si $v \in \text{INSOLUBLES}$ Alors Flag $\leftarrow$ faux
 - Sinon faire :
 - $rg(v) \leftarrow rg(u) + 1$
 - Si BSH(v) = « Echec » Alors faire :
 - Mettre v dans INSOLUBLES
 - Flag $\leftarrow$ faux
 - Sinon mettre v dans RESOLUS
 - Fin Itération 3.2
 - 3.3 Si Flag Alors faire :
 - Mettre u dans RESOLUS
 - $rg(u) \leftarrow i$
 - Retourner « Succès »
 - Fin Itération 3
 4. Mettre u dans INSOLUBLES
 5. Retourner « Echec »
-

Dans cet algorithme, RESOLUS est l'ensemble 1) des états terminaux, et 2) des états u tels qu'il existe un connecteur $S_i(u)$ dont tous les successeurs v sont dans RESOLUS ; INSOLUBLES est l'ensemble 1) des états non terminaux sans successeur, et 2) des états u tels que pour tout connecteur $S_i(u)$ il existe un successeur v qui est dans INSOLUBLE.

Comprendre et appliquer cet algorithme à un problème qui serait décomposé selon les règles de décomposition suivantes :

R1 : $d \rightarrow g, h$ R2 : $d \rightarrow a, e, f$ R3 : $d \rightarrow a, k$ R4 : $f \rightarrow i$ R5 : $f \rightarrow c, j$ R6 : $a \rightarrow b, c$ R7 : $k \rightarrow e, l$	Les problèmes terminaux sont : b,c,e,l Le problème à résoudre est : d Considérer les règles dans l'ordre croissant et les sous-problèmes de « gauche à droite ». Dessiner le graphe/arbre de décomposition.
---	--

Faire « tourner à la main » l'algorithme en traçant les structures et variables importantes.