TD BIA 2007
TD4 Logique(2)

Nadia Kabachi, Marie Lefevre, Alain Mille

22 et 24 octobre 2007

1 Validation de formules

1.1 Rappels

Pour montrer qu'une formule est valide, on procède par réfutation, c'est-à-dire en tentant de satisfaire la formule inverse.

Exemple :

Pour montrer que $F = \forall x \exists y \forall z (R(x,z) \rightarrow R(x,y))$ est valide universellement, on suppose qu'elle ne le soit pas : $\neg F = \exists x \forall y \exists z (R(x,z) \bigwedge \neg R(x,y))$, puis la mise sous forme standard de Skolem de $\neg F$ donne $\neg F = \exists x \forall y (R(x, f(y)) \bigwedge \neg R(x,y))$. La forme clausale (ensemble de clauses qui chacune correspond à un atome) de $\neg F$ est $C_{\neg F} = \{R(a, f(y_1), \neg R(a, y_2)$ dont l'ensemble de réalisations $C' = \{R(a, f(a), \neg R(a, f(a))\}$ est insatisfiable. La négation de F ne peut être vraie, la formule est donc universellement valide.

1.2 Application

Montrer que $\exists x \forall y (((U(x) \rightarrow U(y)) \rightarrow T(x)) \rightarrow T(y))$ est universellement valide.

Valider le raisonnement suivant :

1. *Quelques chandelles éclairent très mal*
2. *Les chandelles sont faites pour éclairer*
3. *donc : quelques objets qui sont fait pour éclairer le font très mal*

2 Déduction

Soit l'ensemble des propositions suivantes :

1. *Un dragon est heureux si tous ses enfants peuvent voler*
2. *Les dragons verts peuvent voler*
3. *Un dragon est vert s'il a au moins un parent vert ou rose*

Montrez que

1. *Les dragons sans enfants sont heureux*
2. *Les dragons verts sont heureux*