

# TD BIA 2009

## TD4 Logique(2)

Nadia Kabachi, Damien Cram, Alain Mille

12 octobre 2009

## 1 Validation de formules

### 1.1 Rappels

Pour montrer qu'une formule est valide, on procède par réfutation, c'est-à-dire en tentant de satisfaire la formule inverse.

Exemple :

Pour montrer que  $F = \forall x \exists y \forall z (R(x, z) \rightarrow R(x, y))$  est valide universellement, on suppose qu'elle ne le soit pas :  $\neg F = \exists x \forall y \exists z (R(x, z) \wedge \neg R(x, y))$ , puis la mise sous forme standard de Skolem de  $\neg F$  donne  $\neg F = \exists x \forall y (R(x, f(y)) \wedge \neg R(x, y))$ . La forme clausale (ensemble de clauses qui chacune correspond à un atome) de  $\neg F$  est  $C_{\neg F} = \{R(a, f(y_1)), \neg R(a, y_2)\}$  dont l'ensemble de réalisations  $C' = \{R(a, f(a)), \neg R(a, f(a))\}$  est insatisfiable. La négation de  $F$  ne peut être vraie, la formule est donc universellement valide.

### 1.2 Application

Montrer que  $\exists x \forall y (((U(x) \rightarrow U(y)) \rightarrow T(x)) \rightarrow T(y))$  est universellement valide.

Valider le raisonnement suivant :

1. *Quelques chandelles éclairent très mal*
2. *Les chandelles sont faites pour éclairer*
3. *donc : quelques objets qui sont fait pour éclairer le font très mal*

## 2 Dédution

Soit l'ensemble des propositions suivantes :

1. *Un dragon est heureux si tous ses enfants peuvent voler*
2. *Les dragons verts peuvent voler*
3. *Un dragon est vert s'il a au moins un parent vert ou rose*

Montrez que

1. *Les dragons sans enfants sont heureux*
2. *Les dragons verts sont heureux*