

## Examen

*Aucun document autorisé*

Toutes les questions portent sur des objets implicites de surface  $S = \{\mathbf{p} \in \mathbf{R}^3, f(\mathbf{p}) = 0\}$  construits dans l'espace à partir de fonctions de distance signée  $f$  où  $f > 0$  à l'extérieur. Les réponses seront illustrées à l'aide de notations et de schémas dans le plan  $\mathbf{R}^2$ .

### Cours

1) Soit deux objets  $A$  et  $B$  définis par des fonctions de distance signée  $a$  et  $b$ , quelles sont les expressions mathématiques des opérateurs classiques union, intersection, et différence ?

### Opérateurs

2) Définir par une fonction  $c$  un opérateur transformant un objet  $A$  (de fonction  $a$ ) en une coque mince d'épaisseur  $t$ . Que peut-il se produire lorsque  $a$  n'est pas strictement une distance Euclidienne signée ? Soit  $\lambda_A$  la constante de Lipschitz de  $a$ , proposer une borne  $\lambda_C$  de  $c$ .

### Echantillonnage

3) On souhaite distribuer des points aléatoirement sur une surface implicite  $S$  de fonction  $f$ . Ecrire un algorithme permettant de générer un point aléatoirement sur la surface, en utilisant uniquement l'appel à la fonction  $f$ . On considèrera qu'il existe une fonction générant des points aléatoires dans une boîte.

### Volume

4) Rappeler le critère d'exclusion Lipschitz permettant de définir si un petit cube de centre  $\mathbf{c}$  et de côté  $l$  est totalement dedans, dehors ou possiblement à cheval sur la surface. Proposer un algorithme permettant d'approximer le volume d'un objet implicite contenu dans une grande boîte  $B$  sans en calculer le maillage. Donner une borne inférieure et supérieure de son volume.