

# LIF11 Logique - Calcul des prédicats

## Exercice 1:

On considère l'alphabet suivant :

- Symboles de fonction :  $f/2, g/1$
- Constantes :  $a, b$
- Symboles de prédicats :  $p/1, q/2$

On considère les suites des symboles suivantes :

- $g(f(x, y)) \vee p(a)$
- $\exists x q(a, y) \wedge p(f(a, b)) \Rightarrow p(x)$
- $\forall x \exists y p(x) \wedge q(f(y, b))$
- $p(g(z)) \vee \forall x \exists z q(a, y)$
- $\exists x q(f(x, y), g(z))$
- $\forall y \forall x q(x, y)$

1. Quelles sont les suites de symboles qui ne sont pas des formules ?
2. Donner l'ensembles des variables libres et l'ensemble des variables liées de chaque formule.

## Exercice 2:

On considère l'alphabet :

- Constantes : *titi, sylvestre, tom, jerry, spike*
- Symboles de prédicats : *souris/1, canari/1, chat/1, chien/1, chasse/2*.

Donner des formules exprimant chacune des propriétés ci-dessous (une proie est un individu qui est chassé par un autre, un prédateur est un individu qui en chasse un autre) :

- Titi a un prédateur.
- Les chats qui chassent les canaris ne chassent pas les souris.
- Spike est un prédateur d'un prédateur de Jerry.
- $x$  est une proie mais pas un prédateur.
- $x$  a un prédateur unique.
- $x$  n'est chassé par personne.
- Tous les chasseurs sont des proies.
- Tous les chats sont chasseurs et proies.
- Sylvestre et Tom ne chassent pas les mêmes proies.

## Exercice 3:

On considère l'alphabet :

- Constantes :  $r, b, j$
- Symboles de fonction : *souv/1, prec/1*
- Symboles de prédicat : *compose/3, opposes/2*

la structure d'interprétation  $\mathcal{SI}$  :

- Univers :  $E = \{Jaune, Rouge, Orange, Bleu, Vert, Violet, Noir, Blanc\}$
- Interprétation :
  - $I(r) = Rouge, I(b) = Bleu, I(j) = Jaune$
  - $I(souv) = Rouge \mapsto Orange, Orange \mapsto Jaune, Jaune \mapsto Vert, Vert \mapsto Bleu, Bleu \mapsto Violet, Violet \mapsto Rouge, Noir \mapsto Blanc, Blanc \mapsto Noir$
  - $I(prec) = Orange \mapsto Rouge, Jaune \mapsto Orange, Vert \mapsto Jaune, Bleu \mapsto Vert, Violet \mapsto Bleu, Rouge \mapsto Violet, Blanc \mapsto Noir, Noir \mapsto Blanc$

- $I(\text{compose}) : e_1, e_2, e_3 \mapsto V$  si le triplet  $(e_1, e_2, e_3)$  est dans l'ensemble suivant :  $\{(Bleu, Jaune, Vert), (Jaune, Bleu, Vert), (Rouge, Bleu, Violet), (Bleu, Rouge, Violet), (Jaune, Rouge, Orange), (Rouge, Jaune, Orange)\}$
- $I(\text{oppose}) : e_1, e_2 \mapsto V$  si la paire  $(e_1, e_2)$  est dans l'ensemble  $\{(Jaune, Violet), (Violet, Jaune), (Vert, Rouge), (Rouge, Vert), (Bleu, Orange), (Orange, Bleu), (Noir, Blanc), (Blanc, Noir)\}$

ainsi que l'affectation de valeurs aux variables  $\zeta$  suivante :  $\zeta(x) = Noir$ ,  $\zeta(y) = Bleu$ ,  $\zeta(z) = Rouge$ ,  $\zeta(u) = Violet$

Évaluer la valeur de vérité des formules suivantes par rapport à  $\mathcal{SI}$  et  $\zeta$  :

- $x \doteq y \vee \neg(x \doteq z)$
- $\text{suiv}(\text{suiv}(z)) \doteq j \wedge \text{suiv}(\text{suiv}(j)) \doteq y$

Pour chacune des formules suivantes, dire si  $\mathcal{SI}$  en est un modèle :

- $\forall x \forall y \text{ suiv}(x) \doteq y \Leftrightarrow \text{prec}(y) \doteq x$
- $\forall x \text{ opposes}(x, \text{suiv}(\text{suiv}(\text{suiv}(x))))$
- $\forall x \forall y \text{ suiv}(\text{suiv}(x)) \doteq y \Rightarrow x \doteq \text{suiv}(\text{suiv}(\text{suiv}(\text{suiv}(y))))$
- $\forall x \exists y ( \text{opposes}(x, y) \vee x \doteq y ) \wedge \text{compose}(\text{prec}(y), \text{suiv}(y), y)$