

Examen

Aucun document autorisé

Toutes les questions portent sur des objets implicites de surface $S = \{\mathbf{p} \in \mathbf{R}^3, f(\mathbf{p}) = 0\}$ construits dans l'espace à partir de fonctions de distance signée f où $f > 0$ à l'extérieur. Les réponses seront illustrées à l'aide de notations et de schémas dans le plan \mathbf{R}^2 .

Cours

1) Soit deux objets A et B définis par des fonctions de distance signée a et b , quelles sont les expressions mathématiques des opérateurs classiques union, intersection, et différence ?

Opérateurs

2) Définir par une fonction c un opérateur transformant un objet A (de fonction a) en une coque mince d'épaisseur t . Que peut-il se produire lorsque a n'est pas strictement une distance Euclidienne signée ? Soit λ_A la constante de Lipschitz de a , proposer une borne λ_C de c .

Echantillonnage

3) On souhaite distribuer des points aléatoirement sur une surface implicite S de fonction f . Ecrire un algorithme permettant de générer un point aléatoirement sur la surface, en utilisant uniquement l'appel à la fonction f . On considèrera qu'il existe une fonction générant des points aléatoires dans une boîte.

Volume

4) Rappeler le critère d'exclusion Lipschitz permettant de définir si un petit cube de centre \mathbf{c} et de côté l est totalement dedans, dehors ou possiblement à cheval sur la surface. Proposer un algorithme permettant d'approximer le volume d'un objet implicite contenu dans une grande boîte B sans en calculer le maillage. Donner une borne inférieure et supérieure de son volume.