

Examen

45 minutes, aucun document autorisé

Toutes les questions portent sur des surfaces implicites $S = \{\mathbf{p} \in \mathbf{R}^3, f(\mathbf{p}) = 0\}$ construites dans l'espace à partir de fonctions de distance signée avec $f > 0$ à l'extérieur. Les réponses seront illustrées à l'aide de notations et de schémas.

Courbes

On considère la fonction smoothstep $s(x) = 3x^2 - 2x^3$ sur $[0,1]$, $s(x) = 0$ sur $[-\infty, 0]$ et $s(x) = 1$ sur $[1, +\infty]$.

1. Rappeler ses propriétés.
2. Construire une fonction $u(x)$ qui permette un raccord de classe supérieure.

Déformation de surface par fonction de bruit

Soit $b: \mathbf{R}^2 \rightarrow [0,1]$ un bruit simplexe dans le plan de constante de Lipschitz λ . On définit la turbulence comme une somme de n bruits $t(\mathbf{p}) = a \sum_{i=0}^{i=n-1} \beta^{-i} b\left(\frac{\mathbf{p}}{\beta^{-i}}\right)$, avec $\beta > 1$, et $a > 0$.

On considère une sphère représentée par sa fonction de distance signée $f = |\mathbf{p} - \mathbf{c}|$. On veut déformer sa surface par la fonction de turbulence t .

1. Quelle est la constante de Lipschitz de f ?
2. Calculer une borne de Lipschitz de t .
3. Proposer une fonction \tilde{f} représentant la surface déformée.
4. Quelle condition sur l'amplitude de la déformation a permet de garantir qu'il n'existera aucun élément non connexe à la surface déformée ?

Modélisation implicite

On veut modéliser une balle de golf à l'aide de la sphère perturbée précédente.

1 Proposer une méthode de construction permettant d'optimiser au maximum le calcul de f (détailler chaque optimisation incrémentale avec ses conséquences).

Déformation

On veut implémenter dans le plan une déformation ω progressive de type torsion autour d'un centre \mathbf{c} , dans la limite d'un rayon r , et d'un angle de rotation maximal α au centre et nul sur le bord.

1. Proposer une fonction permettant de calculer la déformation $\tilde{\mathbf{p}} = \omega(\mathbf{p})$.