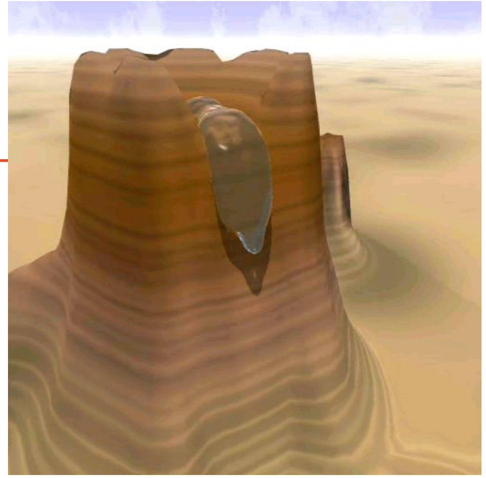


# Modélisation


Eric Galin (semestre printemps)

Florence Zara (semestre automne)

LIRIS-ORIGAMI, Université Lyon 1


# Plan du cours

- Surface implicite
- Quadrique
- Extrusion
- Révolution
- Terrain et carte de hauteur

# Surface implicite

- Représentation volumique

- Surface du volume caractérisée par l'ensemble des points

  $P = (x, y, z)$ tels que : $S(P) = S(x,y,z) = cst$

- Surface fermée délimitant deux régions de l'espace

  $S(x,y,z) < cst$ (région infinie)

  $S(x,y,z) > cst$ (intérieur de l'objet)

- Le gradient en un point de la surface donne la direction de la normale à la surface en ce point :

Vecteur normal à la surface $= \vec{n}$ = gradient de $S(x,y,z)$

$= \nabla S(x,y,z)$

$= (dS/dx, dS/dy, dS/dz)$

# Rappel - Gradient

- Gradient d'une fonction en un point = vecteur caractérisant la variabilité de la fonction au voisinage de ce point

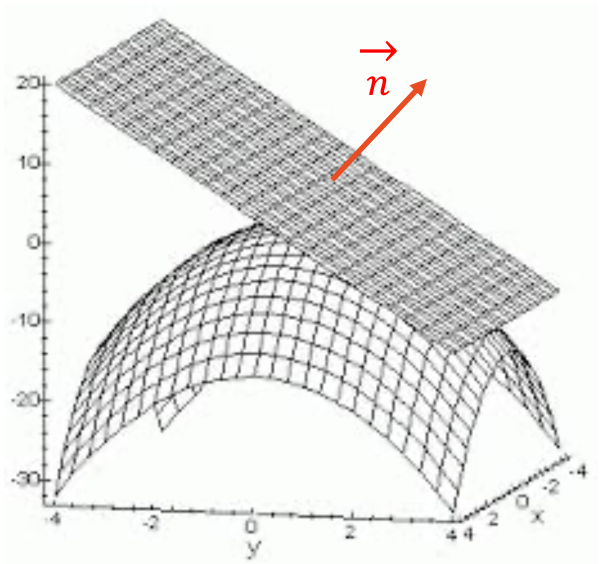
- Il est défini en tout point où la fonction est différentiable

- Le gradient est la généralisation à plusieurs variables de la dérivée d'une fonction d'une seule variable

- Le gradient d'une fonction f(x1, x2, .. xn) est le vecteur ayant comme composantes les dérivées partielles de f par rapport aux coordonnées :

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

# Rappel - Gradient d’une surface




Soit une fonction à 2 variables : f(x,y)

df/dx = tangente par rapport à x
df/dy = tangente par rapport à y

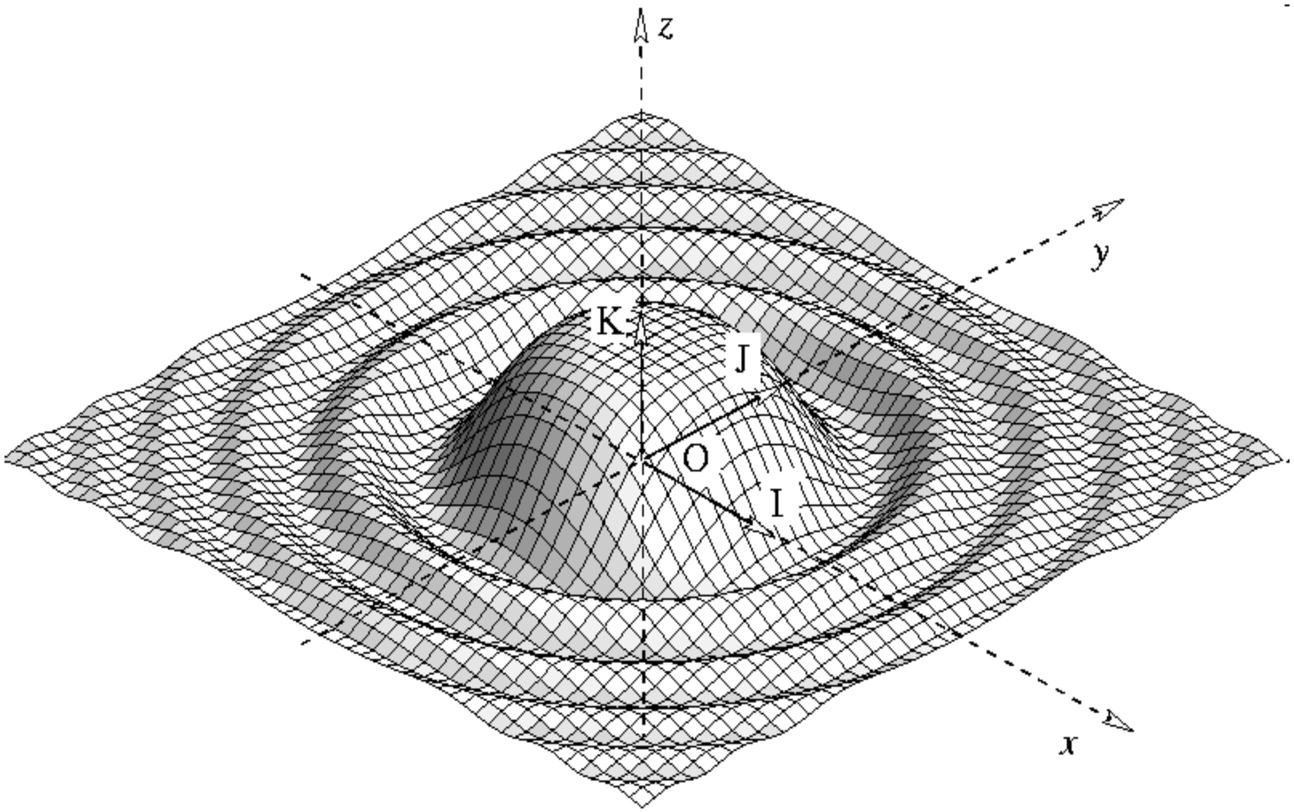
(df/dx, df/dy) = plan tangent

$\vec{n}$ = (df/dx ∧ df/dy) = vecteur normal à ces 2 tangentes

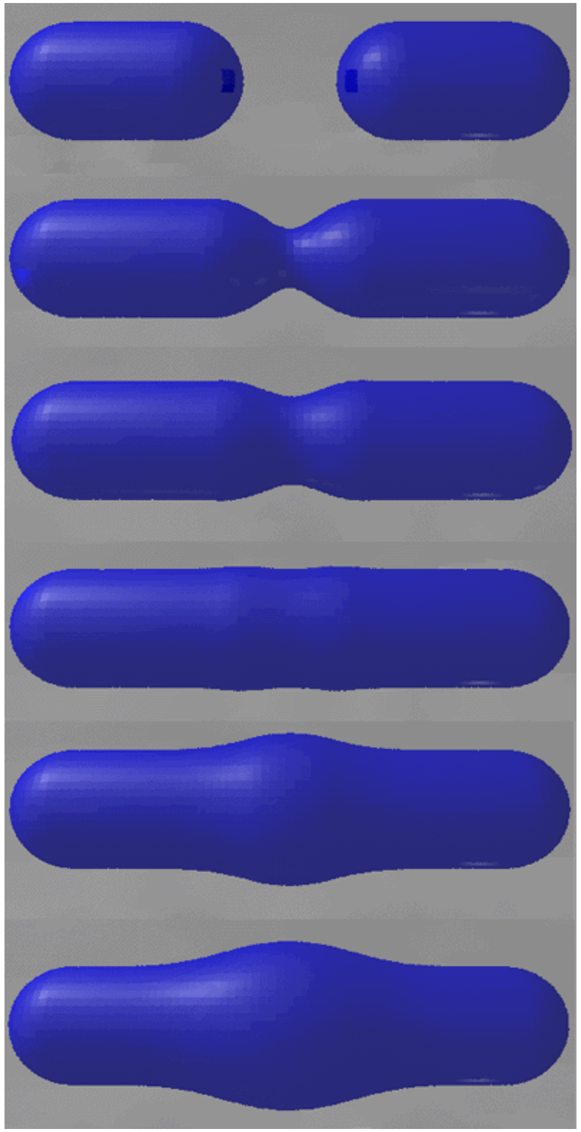
# Surface implicite - Exemple 2D

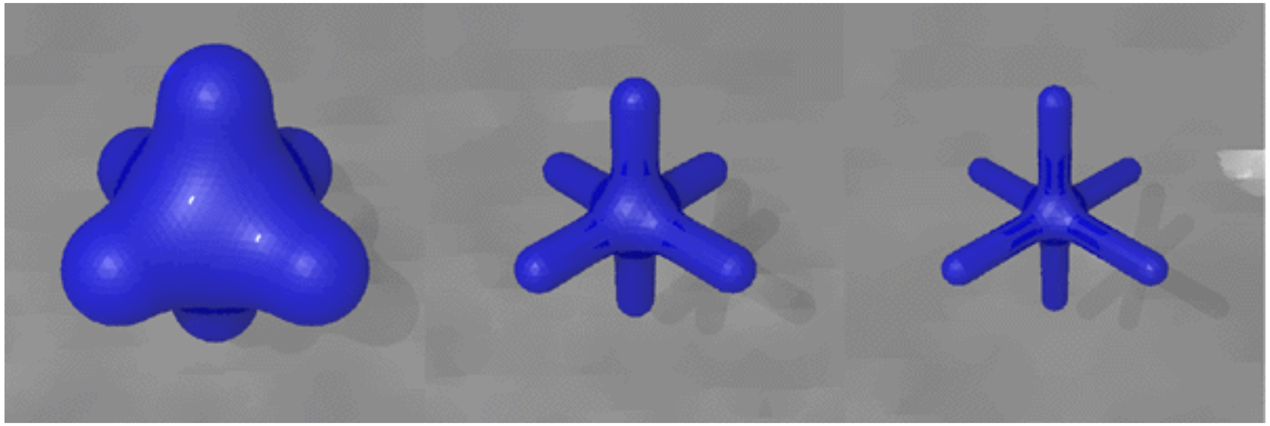
- f(x,y) = a.sin(b(x2+y2)) / (x2+y2) = z

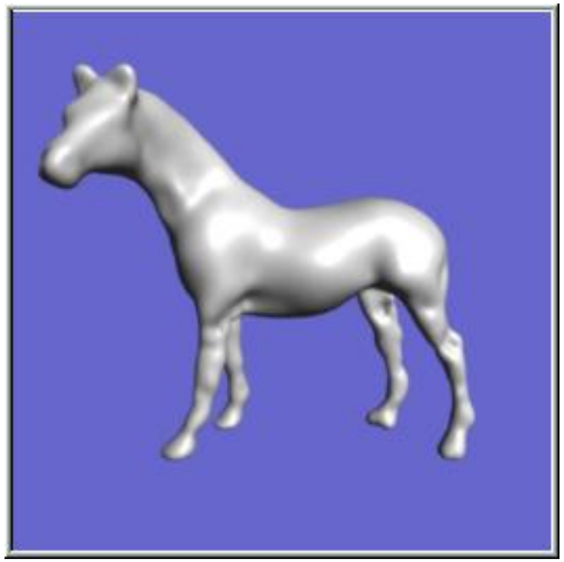
  Ce qui donne : z - a.sin(b(x2+y2)) / (x2+y2) = 0

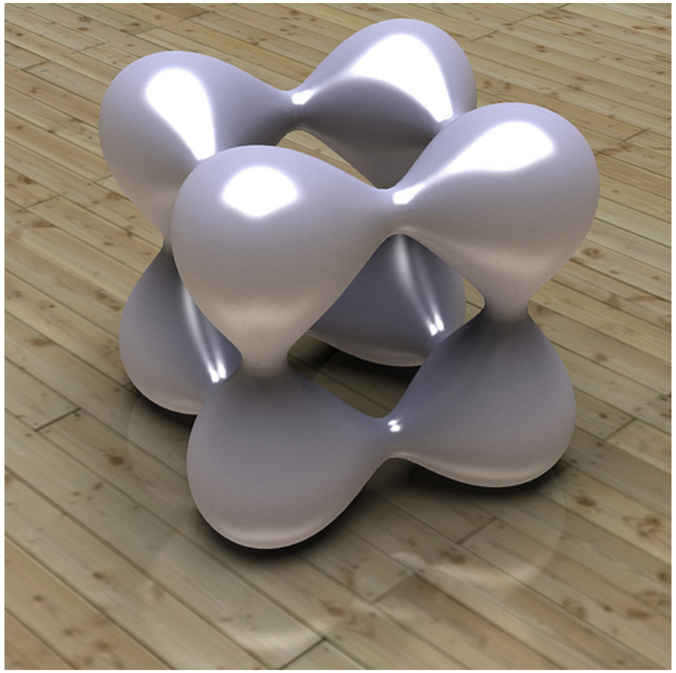


# Surface implicite - Exemples 3D









# Quadrique

- Surfaces du second degré (degré le plus élevé dans l'équation)

- Equation implicite de la forme :

$$s(x,y,z) = ax^2 + ey^2 + hz^2 + 2bxy + 2cxz + 2fyz + 2dx + 2gy + 2iz + j = 0$$

Exemples

- Plan : Ax+By+Cz-D=0 2d=A, 2g=B, 2i=C, j=-D, autres=0
- Sphère : $x^2+y^2+z^2=r^2$ a=e=h=1, b=c=f=d=g=I=0, $j=-r^2$
- Cylindre : $x^2+y^2-1=0$ a=e=1, h=b=c=f=d=g=I=0, j=-1
- Cône : $x^2+y^{2-}z^2=0$ a=e=1, h=-1, autres=0
- Paraboloïde, torus, …

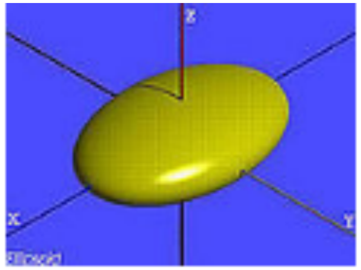
# Quadrique

- Représentation matricielle : S(x,y,z) = $P^T$ Q P = 0

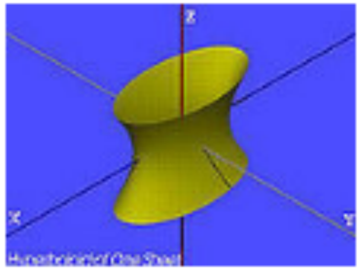
$$P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & e & f & g \\ c & f & h & i \\ d & g & i & j \end{pmatrix}$$

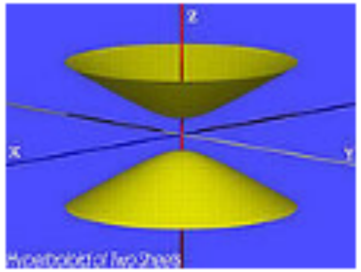
L'ellipsoïde $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$



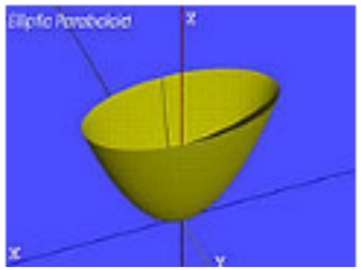
L'hyperboloïde à une nappe (H1) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0.$$



L'hyperboloïde à deux nappes (H2) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0.$$

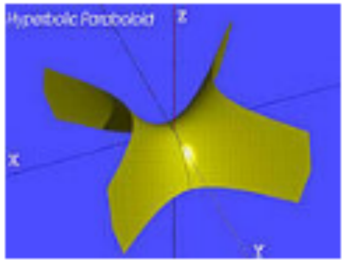


Le paraboloïde elliptique (PE) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z.$$

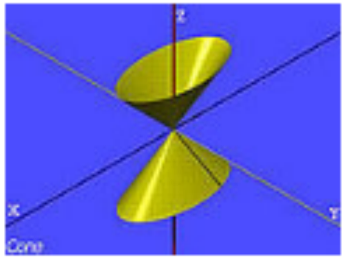


# Quadrique

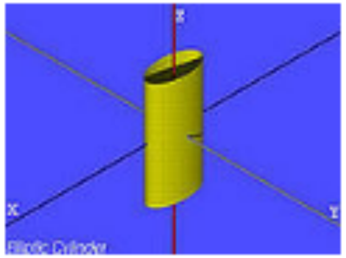
Le paraboloïde hyperbolique (PH) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z.$



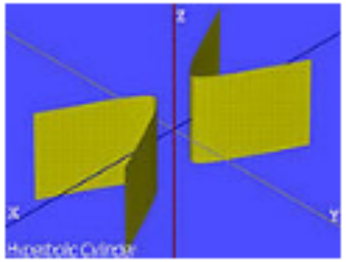
Le cône à base elliptique $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$



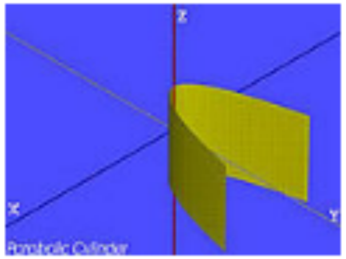
Le cylindre elliptique $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0.$



Le cylindre hyperbolique $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0.$



Le cylindre parabolique $x^2 = 2py.$

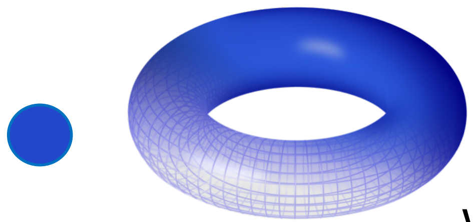


# Création d’un objet par extrusion

- Extrusion transforme
  - Un point en une courbe
  - Une courbe en une surface
  - Une surface en un volume

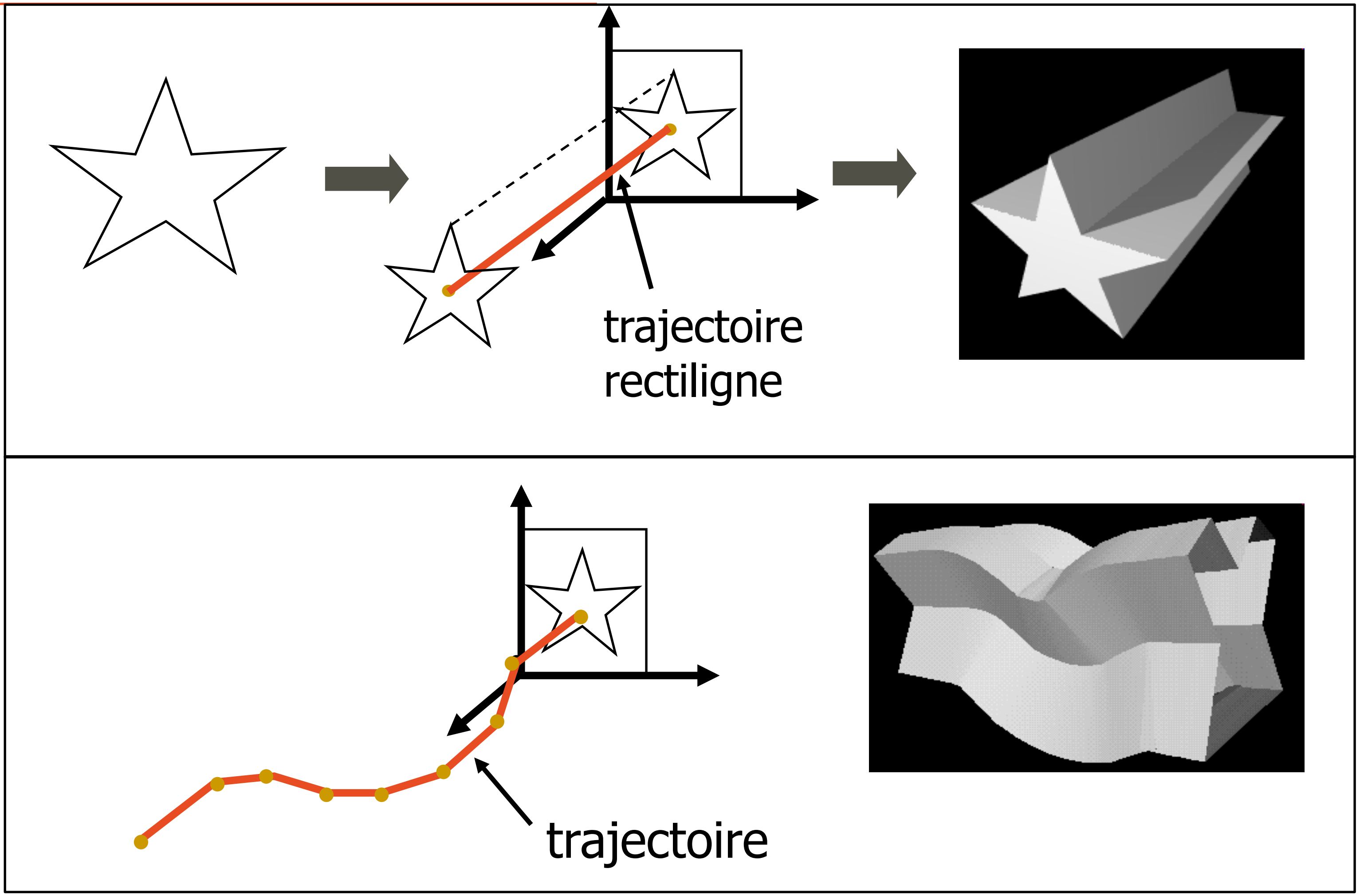
en suivant une trajectoire définie par une courbe

- Exemples
  - Cylindre = extrusion d’un cercle avec trajectoire rectiligne
  - Tore = extrusion d’un cercle avec trajectoire circulaire



wikipédia

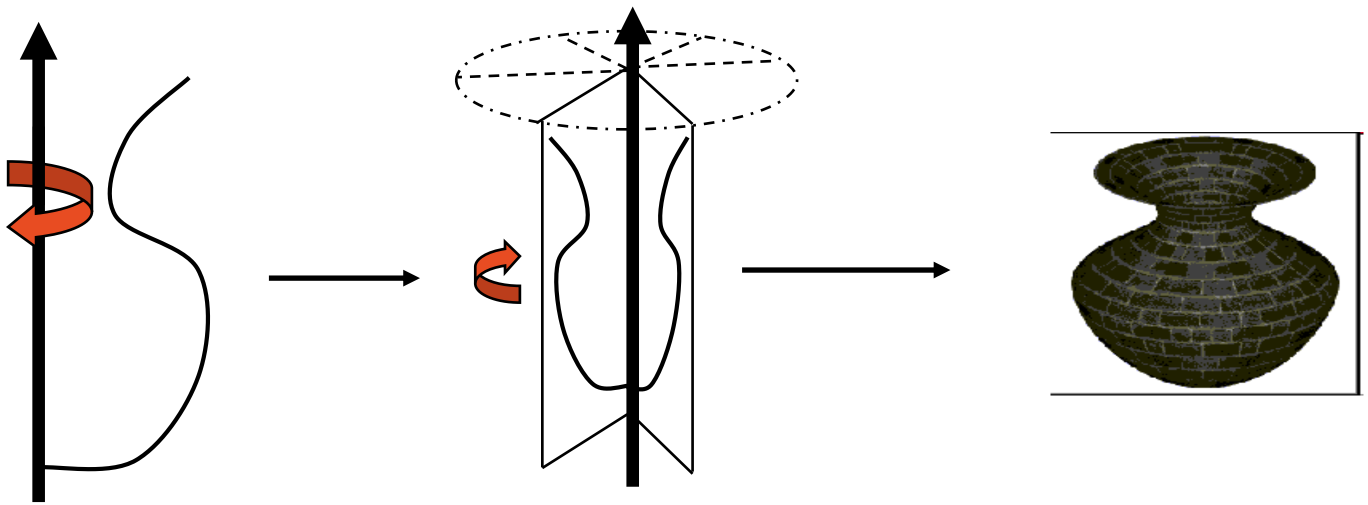
# Création par extrusion : exemples




A chaque sommet du chemin il est possible d'appliquer des changements d'échelles et des déformations

# Surface de révolution

- Surface de révolution
  Surface invariante par rotation autour d'un axe
- Création d'une surface de révolution
  Rotation autour d'un axe fixe d'une courbe plane



# Création d’un objet par extrusion ou révolution

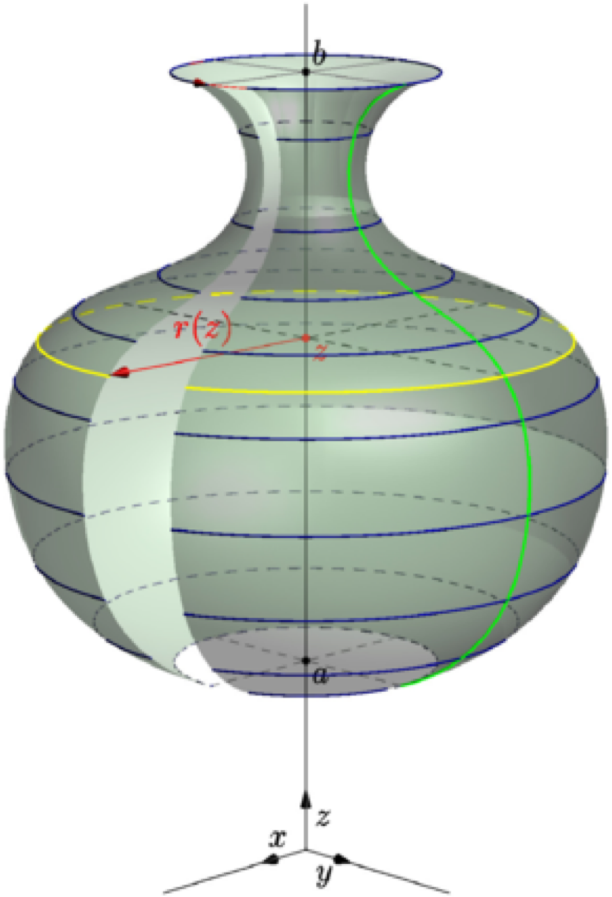
- Etape 1 :
  - Dessin de la silhouette en 2D

- Etape 2 :
  - Cas de l’extrusion
    Translation de la silhouette 2D en suivant la trajectoire
  - Cas de la révolution
    Rotation de la silhouette 2D autour d’un axe

- Etape 3 :
  - Jonction des sommets pour créer les polygones

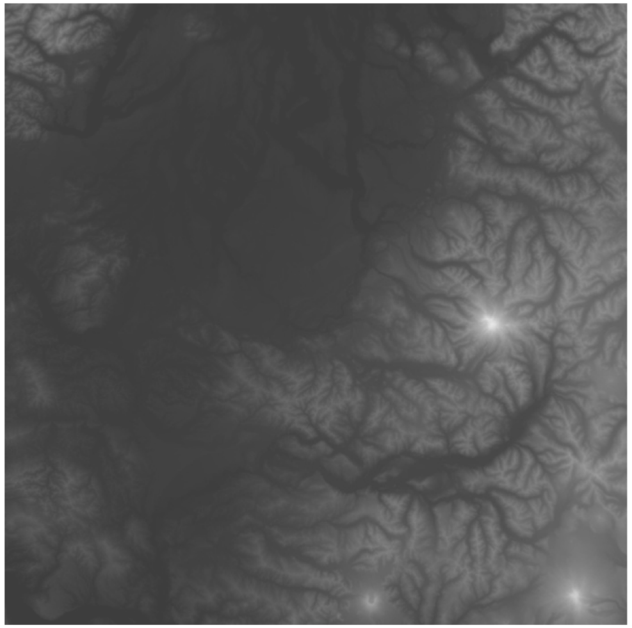
# Exercice - Création d’un vase (en TD)

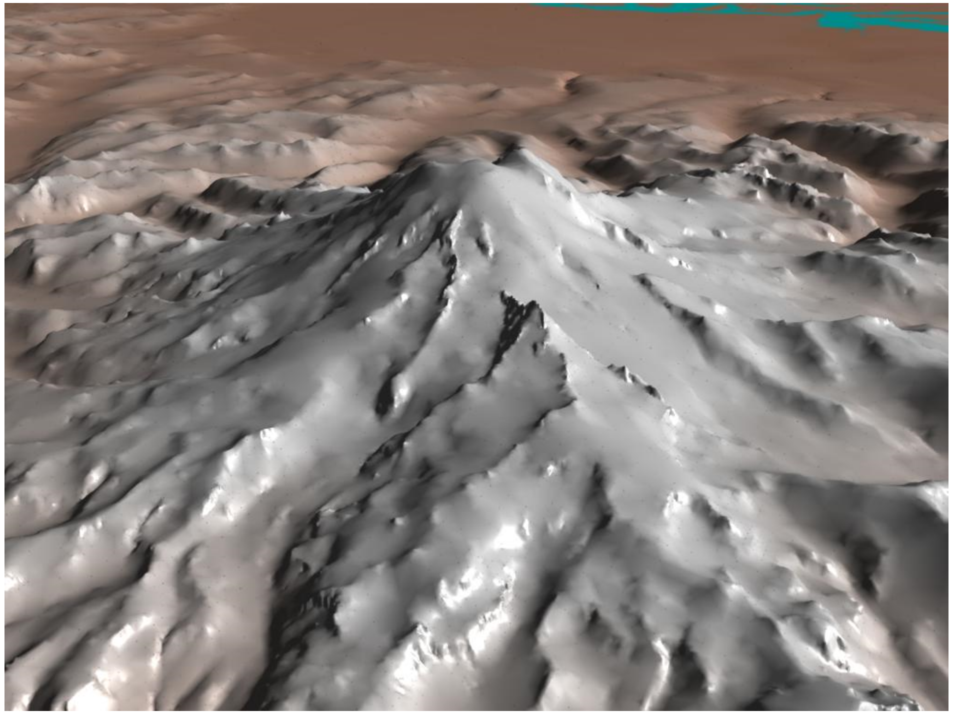
- Comment créer un vase par révolution ?




# Création d'un terrain

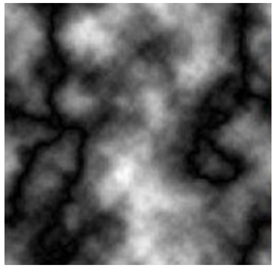
- Modèle numérique de terrains
  - Représente l'altitude sur une carte 2D



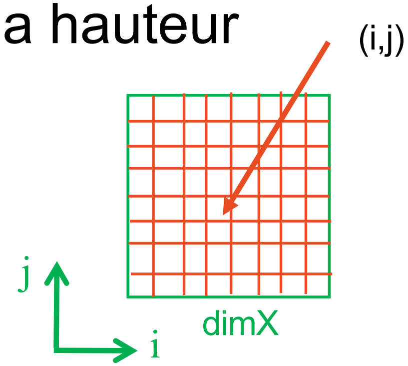


# Représentation d'un terrain

- Utilisation d'une carte de hauteur
  - Image en niveau de gris donne le relief
    - blanc = zones hautes ; noir = zones basses
    - Carte de hauteur = image = grille 2D avec valeur



- Création à partir de l'image d'un tableau contenant la hauteur (la couleur) de chaque point (i, j)
    - Si valeurs stockées linéairement,
      valeur de (i,j) se trouve en [(j * dimX) + i]

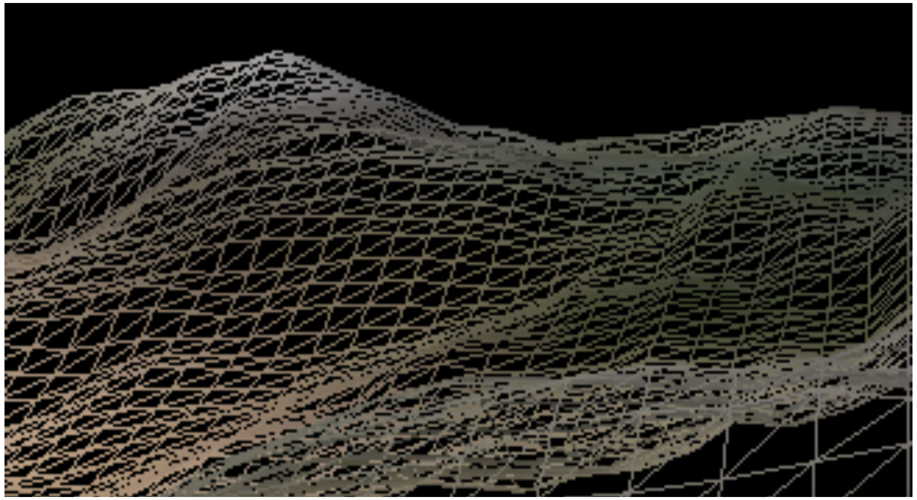



A noter : une seule hauteur par point de la carte
(impossible de modéliser une grotte)

# Représentation d'un terrain

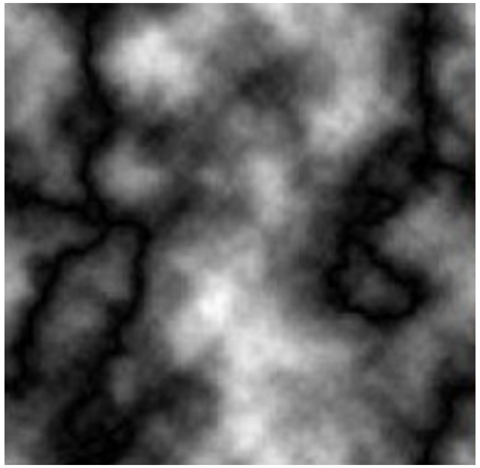
- La hauteur est ainsi définie en chacun des points (i, j) de la grille du terrain
  - hauteur (i, j) = y → cela définit une surface
  - Terrain = affichage du maillage
    créé à partir des points (i, valeur de la carte en (i,j), j)

- Ajout d'une texture pour la couleur (*après le cours sur les textures*)



# Exemple de création de terrain

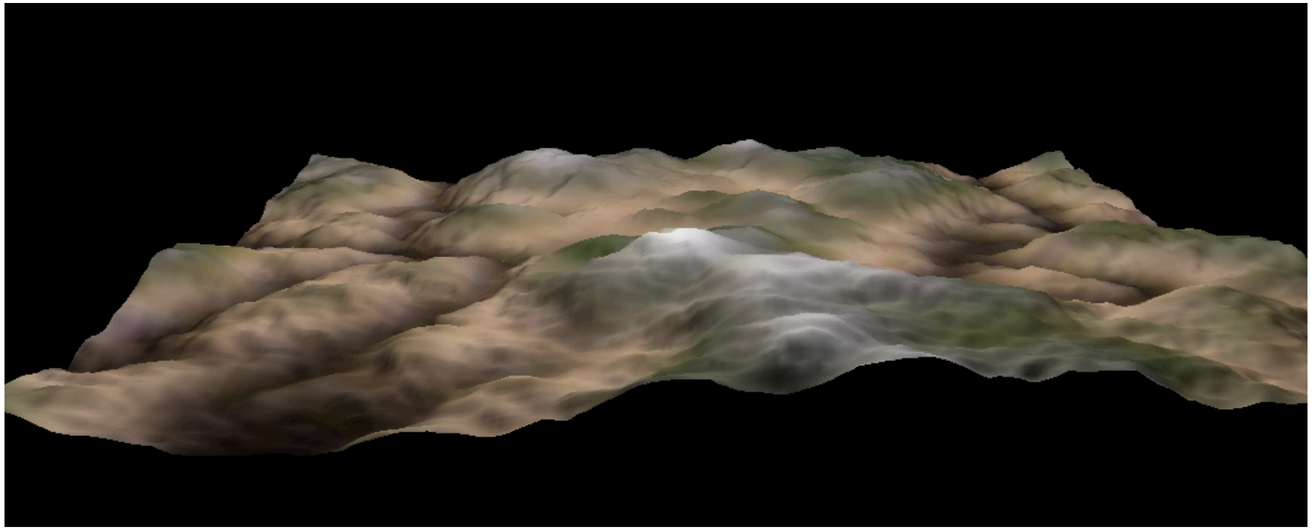
Carte d'élévation (niveau de gris)



+

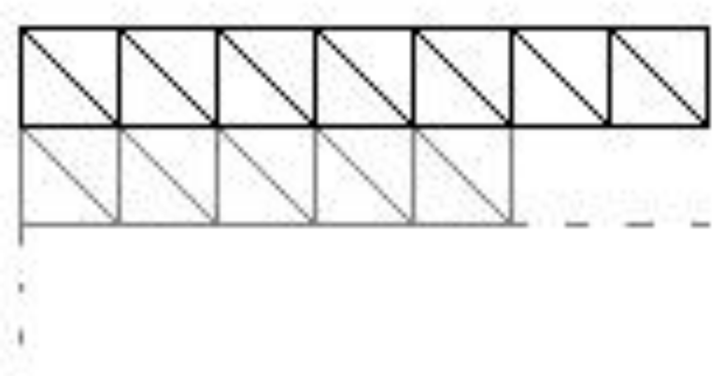
Texture

=



# Création du terrain - Approche

- Triangulation de la carte de hauteur pour afficher le terrain (création du Mesh avec GL_TRIANGLE_STRIP)

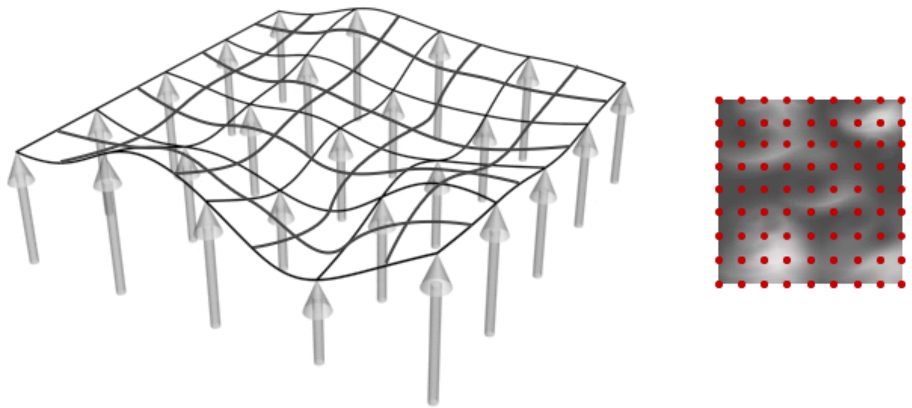


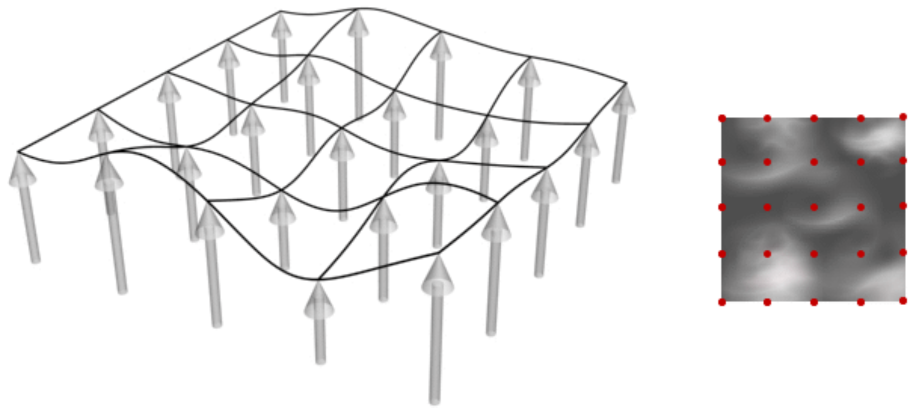
| Taille image | Nb triangles |
|---|---|
| 64x64 | 8,192 |
| 128x128 | 32,768 |
| 256x256 | 131,072 |
| 512x512 | 524,288 |
| 1024x1024 | 2,097,152 |

Attention : rapidement beaucoup de triangles

# Exploitation de la carte de hauteur

- On n'est pas obligé d'assigner à chacun des pixels de l'image une hauteur
  - Réduction de la précision en sautant plusieurs points

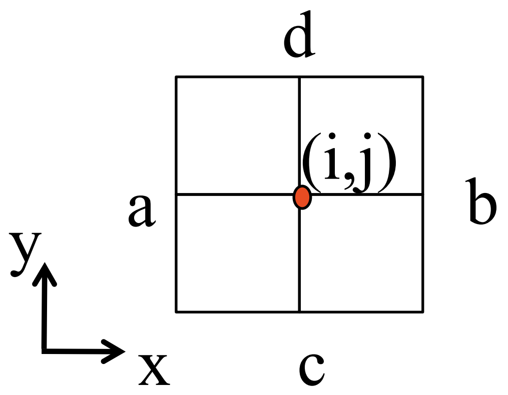




# Création du terrain - Calcul des normales

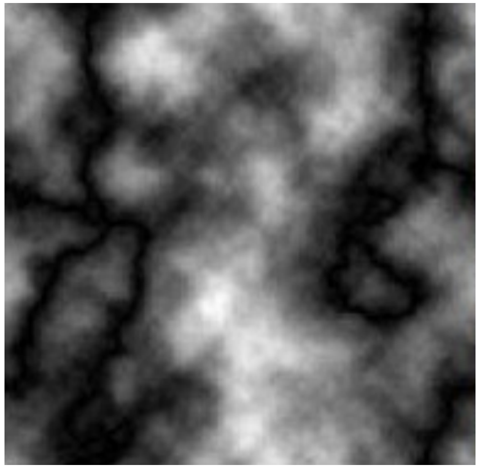
- Cherche la normale à la surface définissant le terrain
- Nécessaire pour le rendu/affichage du terrain

- Considère le point (i,j)
  - Calcul des dérivées partielles en x et y
    - df/dx = AB ; df/dy = CD
  - Normale = produit vectoriel de df/dx et df/dy = AB ∧ CD



# Exercice (en TD et TP) - Création du terrain

Carte d'élévation (niveau de gris)



+

Texture

=