

Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale "Informatique et Information pour la Société"

Laboratoire LIRIS – UMR 5205 CNRS

Habilitation à Diriger des Recherches

Discipline Informatique

N° d'ordre 44-2005

MODÉLISATION ET COMPRESSION GÉOMÉTRIQUE D'OBJETS 3D

Florent DUPONT

Soutenue le 25 novembre 2005 à Villeurbanne devant un jury composé de :

Mme Annick Montanvert	<i>Professeur, Université Pierre Mendès-France, Grenoble 2</i>	Présidente
M. Achille Braquelaire	<i>Professeur, Université Bordeaux 1</i>	Rapporteur
M. Touradj Ebrahimi	<i>Professeur, EPFL, Lausanne</i>	Rapporteur
M. Frédéric Truchetet	<i>Professeur, Université de Bourgogne</i>	Rapporteur
M. Atila Baskurt	<i>Professeur, INSA de Lyon</i>	Examineur
M. Jean-Marc Chassery	<i>Directeur de Recherche CNRS, LIS Grenoble</i>	Examineur
Mme Christine Guillemot	<i>Directeur de Recherche INRIA, IRISA Rennes</i>	Examineur
M. Bernard Péroche	<i>Professeur, Université Claude Bernard Lyon 1</i>	Examineur

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier les membres de mon jury. J'adresse mes plus vifs remerciements à Achille Braquelaire, Touradj Ebrahimi et Frédéric Truchetet pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire et pour leurs commentaires avisés et constructifs. Je remercie chaleureusement Annick Montanvert d'avoir accepté de présider mon jury ainsi que pour ses commentaires et les discussions que nous avons pu avoir. J'exprime également toute ma gratitude à Christine Guillemot pour avoir accepté de participer à mon jury.

Je tiens à exprimer tous mes remerciements à Jean-Marc Chassery pour son accueil au laboratoire LIS lors de ma nomination en tant que Maître de conférence à Grenoble, pour m'avoir initié à la géométrie discrète et permis de co-encadrer Isabelle Sivignon en thèse, pour ses conseils toujours précieux et son soutien permanent.

Avec beaucoup de sincérité, je remercie Atila Baskurt pour son accueil après ma mutation au laboratoire LIRIS et pour l'intégration au sein de l'équipe de recherche qu'il dirige et à la confiance qu'il m'a accordée. Mes remerciements s'adressent également à Bernard Péroche en tant que Directeur du Laboratoire LIRIS pour m'avoir accueilli et pour avoir accepté de participer à mon jury.

Que tous les autres membres de l'équipe, permanents et doctorants, ainsi que les autres membres du laboratoire que je côtoie quotidiennement trouvent ici le signe de ma reconnaissance et de mon amitié.

Bien évidemment, je n'oublierai pas de rappeler ici le très grand plaisir éprouvé à travailler aux côtés d'Isabelle Sivignon et de Guillaume Lavoué, doctorants hors normes à qui je souhaite beaucoup de réussite et de bonheur.

Enfin, une pensée particulière ira à Solène, Alban et Florence à qui je dédie ce mémoire, ainsi qu'à toute ma famille.

Table des matières

Introduction	9
Chapitre 1. Rapport d'activités	11
1.1. Curriculum Vitae.....	11
1.2. Parcours professionnel	12
1.2.1. Avant 1994.....	12
1.2.2. Activités post-doctorales.....	13
1.2.3. Maître de Conférences - de 1998 à 2001 au LIS UMR 5083 CNRS à Grenoble.....	14
1.2.4. Maître de Conférences - depuis 2001 au LIRIS UMR 5205 CNRS à Villeurbanne ...	14
1.3. Activités d'enseignement.....	14
1.4. Activités de recherche	16
1.4.1. Compression géométrique de surface.....	16
1.4.2. Compression basée sur l'axe médian.....	16
1.4.3. Géométrie discrète.....	17
1.4.4. Bilan par thématique	18
1.5. Activités contractuelles	18
1.6. Rayonnement scientifique	19
1.7. Activités administratives liées à la recherche	20
1.8. Encadrement.....	20
1.8.1. Encadrement d'étudiants en thèse.....	20
1.8.2. Encadrement d'étudiants en D.E.A. et Master Recherche.....	20
1.8.3. Encadrement de stagiaires.....	21
1.9. Publications et communications.....	21
1.9.1. Chapitre d'ouvrage	21
1.9.2. Revues internationales avec comité de lecture.....	22
1.9.3. Conférences internationales "invité"	22
1.9.4. Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes.....	23
1.9.5. Workshop	24
1.9.6. Conférences nationales avec comité de lecture et publication des actes.....	25
1.9.7. Journées nationales avec actes	25
1.9.8. Journées nationales sans actes.....	25
1.9.9. Rapports de projets.....	26
1.9.10. Rapports de recherche	26

1.9.11.	Rapports de contrats européens.....	27
Chapitre 2.	Introduction à la compression géométrique de surface.....	29
2.1.	Introduction.....	29
2.2.	Notions fondamentales.....	29
2.2.1.	Autour des maillages.....	29
2.2.2.	Autour de la théorie de l'information.....	31
2.2.3.	Méthodes de codage.....	32
2.3.	État de l'art.....	34
2.3.1.	Méthodes de compression monorésolution.....	35
2.3.2.	Méthodes de compression multirésolution.....	38
2.3.3.	Panorama des surfaces paramétriques.....	41
2.3.4.	Autres approches.....	46
2.4.	Bilan synthétique et positionnement de nos travaux.....	48
Chapitre 3.	Compression de maillages basée sur des surfaces de subdivision.....	51
3.1.	Introduction.....	51
3.2.	Présentation de l'approche choisie.....	52
3.3.	Segmentation en régions surfaciques.....	53
3.3.1.	Segmentation en régions basée sur l'analyse de la courbure.....	54
3.3.2.	Rectification d'arêtes.....	56
3.4.	Approximation des contours de régions.....	58
3.4.1.	Principe.....	58
3.4.2.	Courbes de subdivision.....	58
3.4.3.	Approximation des contours.....	59
3.5.	Approximation d'une région surfacique.....	61
3.5.1.	Principe.....	61
3.5.2.	Surfaces de subdivision.....	62
3.5.3.	Approximation des surfaces.....	63
3.6.	Construction de l'objet et codage.....	65
3.6.1.	Construction du polyèdre de contrôle.....	65
3.6.2.	Codage du polyèdre de contrôle.....	66
3.7.	Résultats.....	69
3.7.1.	Introduction.....	69
3.7.2.	Résultats de la méthode de compression de polyèdre.....	69

3.7.3.	Résultats de la méthode de compression par surfaces de subdivision.....	70
3.8.	Conclusions et perspectives	73
3.9.	Principales publications associées.....	74
3.9.1.	Revue internationale avec comité de lecture.....	74
3.9.2.	Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes.....	74
Chapitre 4.	Compression d'objets 3D basée sur l'axe médian	75
4.1.	Introduction	75
4.2.	Axe médian	76
4.2.1.	Définition de l'axe médian.....	76
4.2.2.	Calcul de distance.....	77
4.2.3.	Algorithmes de calcul de l'axe médian.....	77
4.3.	Transformée en distance.....	78
4.3.1.	Carte de distance discrète.....	78
4.3.2.	Transformation en distance euclidienne.....	79
4.4.	Réduction de l'axe médian et codage associé.....	79
4.4.1.	Principe d'optimisation de l'axe médian	79
4.4.2.	Algorithme de réduction de l'axe médian.....	80
4.5.	Utilisation de troncs de cônes.....	81
4.5.1.	Définition	81
4.5.2.	Algorithme	82
4.5.3.	Accélération de l'algorithme de recherche	82
4.6.	Codage et progressivité	84
4.7.	Résultats	85
4.7.1.	Base de données utilisée.....	85
4.7.2.	Résultats de la réduction de l'axe médian.....	85
4.7.3.	Résultats de compression et de progressivité.....	86
4.8.	Conclusions et perspectives	88
4.9.	Principales publications associées.....	89
4.9.1.	Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes.....	89
Chapitre 5.	Polyédrisation d'objets 3D par une approche discrète	91
5.1.	Introduction	91
5.2.	Objets discrets et notions de base.....	91
5.2.1.	Discrétisation.....	92

5.2.2.	Droites discrètes	92
5.2.3.	Plans discrets	94
5.2.4.	Dualité et préimages	95
5.3.	Reconnaissance de droites et de plans	97
5.3.1.	Reconnaissance de droites discrètes 2D	97
5.3.2.	Reconnaissance de droites discrètes 3D	97
5.3.3.	Reconnaissance de plans discrets 3D	99
5.4.	Segmentation d'une surface discrète	99
5.4.1.	Segmentation en plans naïfs	100
5.4.2.	Segmentation en plans standards	103
5.5.	Reconstruction polyédrique	105
5.5.1.	Contexte	105
5.5.2.	Méthode de reconstruction par intersection de demi-espaces	106
5.5.3.	Méthode de reconstruction par détermination de polygones discrets	107
5.6.	Conclusion et perspectives	109
5.7.	Principales publications associées	110
5.7.1.	Revue internationale avec comité de lecture	110
5.7.2.	Conférences internationales "invité"	111
5.7.3.	Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes	111
	Bilan et perspectives	113
	Géométrie discrète	113
	Compression de surfaces	114
	Compression de données 3D hétérogènes	115
	Bibliographie	117

Introduction

De plus en plus de données numériques (son, image, vidéo) sont stockées, manipulées, échangées à travers le monde grâce à la démocratisation des systèmes d'acquisition numérique (appareils photo, caméscopes), des ordinateurs aux cartes graphiques de plus en plus puissantes et au fort développement d'Internet. Ces effets sont conjugués à la volonté de numériser la planète entière pour des raisons très diverses. Le besoin de modélisation du monde qui nous entoure se fait sentir dans de très nombreux domaines et le domaine 3D n'échappe pas à ce phénomène, même si pour le moment, la fabrication des données 3D est encore réservée au monde de l'entreprise ou des collectivités. Nous pouvons citer quelques exemples :

- dans le domaine météorologique, observation de la planète par des satellites essentiellement, pour le suivi des modifications climatiques, l'observation des courants et reconstruction des surfaces en 3D de la terre, de la surface des océans ;
- en médecine, modélisation du corps humain pour améliorer le diagnostic et apporter des soins plus précis et adaptés ;
- dans le monde industriel : fabrication, design, prototypage de pièces ;
- dans le tourisme, patrimoine et culture : visite virtuelle de musées, de bâtiments anciens, numérisation de statues ;
- dans les activités commerciales, présentation de produits en 3D, visite virtuelle, configuration et personnalisation d'objets manufacturés (automobile par exemple) ;
- dans le domaine artistique et culturel, fabrication d'images de synthèse (pour le cinéma, les jeux vidéo, reconstruction de patrimoine).

Même si les capacités de stockage, de traitement et de transmission ont très fortement augmenté en quelques années ou décennies, parallèlement les besoins augmentent. Ainsi la compression trouve toujours sa place dans le domaine de la recherche. Pour preuve, l'émergence récente des normes de compression d'image JPEG puis JPEG2000, de compression vidéo MPEG et DivX ou de son MP3 qui accompagnent l'entrée des appareils photos et caméscopes dans le grand public. Le domaine 3D, qui motive mes recherches, s'il n'est pas encore complètement démocratisé, intéresse de plus en plus d'acteurs du monde de la recherche et du monde économique.

Les données tridimensionnelles sont de nature très diverses : nuages de points, données surfaciques, données volumiques et sont issues de systèmes de numérisation tout aussi variés (scanner 3D, IRM, laser, stéréoscopie, etc.) ou bien de logiciels de Conception Assistée par Ordinateur (CAO), de design, etc. Par conséquent, la représentation de ces données doit répondre à des exigences assez larges : d'une part, la variété des formes représentables par l'étape de modélisation devra être importante et adaptée à l'utilisation qui en sera faite (transmission, stockage, visualisation sur un support bidimensionnel, etc.), d'autre part, le modèle choisi sera suffisamment simple à manipuler pour l'utilisateur final et pour les algorithmes qui traiteront ces représentations.

Introduction

Les structures de données qui sont associées au mode de représentation choisi, déterminent en grande partie la nature des algorithmes qui seront utilisés par la suite sur le modèle réalisé. Deux grands types de représentation s'opposent :

- la représentation surfacique ne tenant compte que de la surface de l'objet et non pas de l'intérieur de celui-ci (exemple : la représentation polygonale) est très largement utilisée dès lors que ces données sont destinées à être affichées sur un écran d'ordinateur.
- la représentation volumique tenant également compte de l'intérieur de l'objet qui lui est généralement préférée pour un objectif d'analyse et lorsque les données issues des imageurs sont alignées sur une grille régulière 3D.

Mes thématiques de recherche concernent ces deux types de représentation et se situent à l'intersection entre l'analyse des objets et leur modélisation (que ce soit par surfaces de subdivision ou par des plans en géométrie discrète), ceci en vue d'une meilleure caractérisation et compression de ces objets. Elles s'intègrent pleinement dans l'axe 2 du laboratoire LIRIS (Images et vidéos : segmentation et extraction d'information) dont l'un des thèmes importants est l'analyse et la modélisation des données pour améliorer les performances des applications que sont la compression, l'indexation ou le tatouage.

Dans ce cadre, ma motivation est de construire des modèles de représentation d'objets 3D qui soient simples, efficaces et optimaux : simple pour fournir une abstraction de l'objet, efficace en permettant des traitements ciblés, adaptés et rapides, optimal pour donner une représentation minimale de l'objet. Nous nous proposons, à terme, de développer un modèle mixte décrivant simultanément l'enveloppe de l'objet (sa surface) et l'intérieur (son volume). Cette dualité surface / volume permettra d'augmenter les fonctionnalités du modèle en gardant les avantages de chacune des représentations.

Dans ces perspectives, à la fois théoriques et plus applicatives, le présent mémoire relate les contributions majeures apportées depuis ma nomination en tant que Maître de Conférences. Il est structuré ainsi :

- Le premier chapitre dresse un bilan de mes activités d'enseignant-chercheur.
- Le chapitre 2 est une introduction à la compression géométrique de surface : il rappelle un certain nombre de notions essentielles et présente un état de l'art en compression géométrique et modélisation de surface.
- Le chapitre 3 expose les travaux effectués dans le domaine de la compression de surface en utilisant une approximation par des surfaces de subdivision.
- Le chapitre 4 propose une autre approche de compression d'objets 3D basée sur le calcul d'axe médian.
- Le chapitre 5 présente les méthodes de reconstruction polyédrique d'une surface discrète développées.
- Enfin, un bilan de mes activités de recherche est présenté ainsi que mes perspectives à court et moyen terme.

Chapitre 1.

Rapport d'activités

Je suis actuellement Maître de Conférences au laboratoire LIRIS (UMR 5205 CNRS) à l'Université Claude Bernard Lyon 1. Dans ce chapitre, je retrace brièvement dans un ordre chronologique mon parcours professionnel au cours de la décennie qui me sépare de la soutenance de ma thèse de Doctorat, et résume l'ensemble de mes activités depuis ma nomination en tant que Maître de Conférences. Mes publications sont listées en fin de ce chapitre.

1.1. Curriculum Vitae

Nom : DUPONT
Prénom : Florent
Date et lieu de naissance : 12 novembre 1968 – Chagny (71)
Nationalité : Française

SITUATION PROFESSIONNELLE

Emploi : Maître de Conférences
Section : 27 (section 61 avant mutation au 1^{er} octobre 2001)
Date de nomination : 1^{er} septembre 1998
Laboratoire : LIRIS (UMR 5205 CNRS)
UFR Informatique, Université Claude Bernard Lyon 1
Bâtiment NAUTIBUS, 8 boulevard Niels Bohr
69622 Villeurbanne Cedex, France

FORMATION

- 1990 **Ingénieur** Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Spécialité Génie Électrique, Option Traitement, Transmission et Stockage de l'Information.
- 1990 **Diplôme d'Études Approfondies** d'Acoustique - Options Signaux et Images, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- 1994 **Thèse de Doctorat**, Spécialité Signal, Image, Parole : "Analyse d'images et reconnaissance des formes : application à l'identification automatique de défauts de surface sur tôles décapées", 25 mai 1994, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Directeur de thèse : C. ODET.

SITUATIONS ANTÉRIEURES

- 1990-1993 Thèse de Doctorat en Convention CIFRE - IRSID Saint Germain an Laye (78)
/ INSA de Lyon, CREATIS
- 1993-1994 Scientifique du Contingent à l'UCB Lyon 1, Laboratoire de Biomécanique du
Mouvement
- 1994-1996 ATER - Département Informatique de l'INSA de Lyon / CREATIS.
- 1996-1998 Chercheur contractuel à CREATIS.
- 1998-2001 Maître de Conférences au laboratoire LIS (UMR 5083 CNRS) à l'Université
Joseph Fourier - Grenoble 1

1.2. Parcours professionnel

Dans cette section, je présente mon parcours professionnel en précisant très succinctement les domaines de recherche correspondant à la période 1990-1998 (thèse et activités post-doctorales) sur lesquelles je ne reviendrai pas au cours de ce mémoire. En effet, malgré une continuité certaine dans le domaine de l'image, une conversion thématique s'est opérée en douceur et m'a conduit à mener des recherches dans des domaines différentes depuis la fin de mes années post-doctorales et ma nomination en tant que Maître de Conférences.

1.2.1. Avant 1994

En 1990, j'ai obtenu un diplôme d'Ingénieur à l'INSA (Institut National des Sciences Appliquées) de Lyon au département Génie Électrique, en choisissant l'option Traitement, Transmission et Stockage de l'Information en dernière année, ainsi qu'un diplôme d'Études Approfondies en Acoustique Options Signaux et Images au cours duquel nous avons développé un système de reconnaissance automatique de lésions intra-crâniennes qui a été inséré dans un système expert NEUREX traitant des pathologies du cerveau.

De 1990 à 1993 j'ai effectué ma thèse de Doctorat dans la spécialité Signal, Image, Parole sous la direction de Christophe Odet au laboratoire CREATIS (UMR 5515 CNRS) à l'INSA de Lyon, dans le cadre d'une convention CIFRE avec l'IRSID - Usinor (Institut de Recherche en Sidérurgie) à Saint-Germain en Laye (78). Mes activités ont porté sur le problème de contrôle de produits en défilement, appliqué dans le cadre de l'industrie sidérurgique et plus particulièrement pour l'identification de défauts de surface sur des tôles décapées. Notre système de reconnaissance reposait sur deux étapes: une pour déterminer l'aspect de l'image (pour satisfaire à des conditions variables de production) essentiellement basée sur l'analyse de texture, puis une seconde pour l'identification des défauts basée sur des méthodes neuronales incrémentales à apprentissage automatique. Nous avons proposé une méthode pour quantifier les performances d'une chaîne de reconnaissance en regard des objectifs à atteindre, basée sur l'écriture d'une matrice de coûts de confusion qui permet l'optimisation de plusieurs étapes intermédiaires de l'identification de défauts. La chaîne de traitement d'images qui constitue la phase de segmentation a été validée sur une base de plus de 400 images. Les résultats des méthodes de discrimination, mises en œuvre sur la base de données de descripteurs, mesurés sur plus de 1500 images de défauts sélectionnés par un expert, ont fourni des résultats très satisfaisants. Les travaux ont été valorisés par la société Matra Cap Systèmes dans un système de contrôle de produits en défilement appelé SAVE.

1.2.2. Activités post-doctorales

Après des activités de recherche menées en vision industrielle (imagerie 2D), je me suis intéressé au traitement d'image tridimensionnelle. Au cours du service national effectué en tant que Scientifique du Contingent dans un laboratoire de Biomécanique (Université Claude Bernard Lyon 1), j'ai étudié la segmentation d'images médicales multimodales tridimensionnelles (Images IRM, Scanner) pour représenter les mouvements avec des données anatomiques. J'ai ensuite été recruté en tant qu'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche (ATER) au Département d'Informatique de l'INSA de Lyon pour la partie enseignement et à CREATIS pour la partie recherche. J'ai poursuivi mes activités de recherche dans le domaine du contrôle industriel en associant l'aspect tridimensionnel pour faire du contrôle tridimensionnel sur des enrobés drainants. Le Morphomètre (Prototype de scanner 3D à rayons X développé par General Electric et implanté à l'hôpital Cardiologique de Lyon) était utilisé comme système d'acquisition avec des échantillons en forme de carotte cylindrique (Voir Figure 1.1). Cette recherche a été menée dans le cadre d'un projet dont j'étais responsable avec la société Gerland-Routes et a permis de relier les paramètres mesurés sur les images tridimensionnelles à d'autres paramètres tels que le spectre d'absorption acoustique et la drainabilité de l'échantillon. Ces travaux étaient basés sur le calcul de squelette 3D du vide dans l'échantillon puis sur une analyse locale de ses branches pour obtenir une caractérisation globale de l'échantillon.

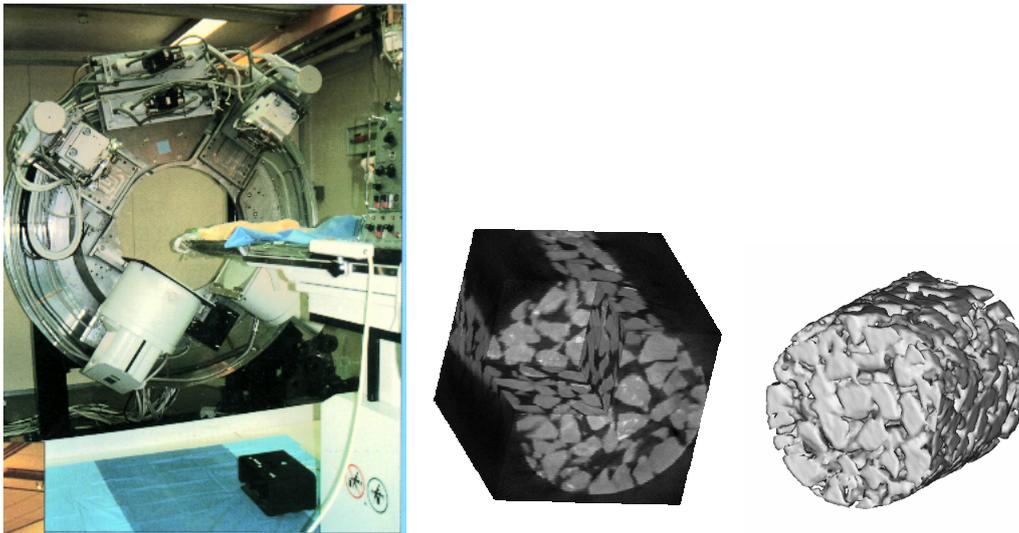


Figure 1.1 – Image du Morphomètre (à gauche) et d'échantillons d'enrobés drainants.

Entre septembre 1996 et août 1998, j'étais responsable avec Christophe Odet, du projet européen CECA "Improvement of automatic surface inspection in flat steel products" (Partenaires ICSC - Royaume-Uni, BFI - Allemagne, SOLLAC - France). Nous étions chargés de la coordination des travaux de différents partenaires européens pour la partie traitement d'image. L'analyse de texture a constitué la partie la plus importante de notre recherche. J'ai également travaillé sur un projet d'analyse de la dégradation de cylindres de laminage en sidérurgie avec l'IRSID, pour lequel j'ai principalement travaillé sur la méthode temps / fréquence Wigner-Ville. Cette analyse conjointe espace / fréquences spatiales est un outil puissant pour l'analyse des signaux non stationnaires et apporte des avantages indéniables par rapport à une simple transformation en fréquences. Nous avons développé un logiciel d'analyse de texture TEXAS qui permet de mesurer des paramètres puis de segmenter automatiquement des images à partir d'une dizaine de méthodes d'analyse de texture. Nous avons appliqué ces méthodes d'analyses à des images médicales de tomographie par émission de positrons (TEP).

1.2.3. Maître de Conférences - de 1998 à 2001 au LIS UMR 5083 CNRS à Grenoble

Nommé en qualité de Maître de Conférences le 1er septembre 1998 au laboratoire LIS à Grenoble pour la partie recherche, j'ai intégré le groupe de recherche GOTA (Groupe Objet, Traitement et Analyse). Avec Jean-Marc Chassery (Directeur du LIS), nous avons initié des travaux en géométrie discrète sur la reconstruction réversible d'objets discrets sur lesquels je reviendrai plus en détails dans la suite ce mémoire. Mes activités statutaires d'enseignement étaient affectées au département Génie Électrique et Informatique Industrielle (GEII3) de l'IUT de l'Isle d'Abeau. Cette délocalisation, très intéressante pour les responsabilités confiées et pour le dynamisme de la structure, était également très lourde. L'éloignement des deux sites d'enseignement et de recherche (80 kilomètres les séparent) et des raisons familiales m'ont finalement conduit à demander une mutation en 2001.

1.2.4. Maître de Conférences - depuis 2001 au LIRIS UMR 5205 CNRS à Villeurbanne

Le 1er octobre 2001, suite à l'obtention de ma mutation, j'ai intégré le laboratoire d'Informatique Graphique, Image et Modélisation de l'Université Claude Bernard Lyon 1 (LIGIM - EA 1899) dirigé par Bernard Péroche. Un regroupement entre ce laboratoire, le LISI (INSA de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1), une équipe de l'Université Louis Lumière de Lyon 2 et une équipe de l'École Centrale de Lyon a donné naissance au laboratoire LIRIS (Laboratoire d'InfoRmatique en Image et en Système d'information, FRE 2672 CNRS depuis le 1^{er} janvier 2003 puis UMR 5205 CNRS depuis le 1^{er} janvier 2005). Depuis cette date et dans le prolongement des travaux initiés au laboratoire LIS de Grenoble et de ceux correspondant à la fin de mes années post-doctorales, deux thématiques principales ont constitué l'essentiel de mes activités de recherche : la géométrie discrète et la compression, transmission progressive d'images 3D.

1.3. Activités d'enseignement

Dans cette section, les principaux enseignements dispensés, qui ont occupé une grande partie de mon temps suite aux nombreux changements (nomination, mutation, réforme LMD), sont détaillés. Ils concernent principalement l'informatique industrielle, les réseaux, le traitement du signal. J'ai également choisi des vacations me permettant de dispenser des cours proches de mes thématiques de recherche, notamment en traitement d'image et en compression 2D et 3D. J'ai fourni un support de cours pour tous les modules de cours dont j'ai pris la responsabilité.

Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche au Département Informatique de l'INSA de Lyon

- En tant qu'ATER, mes activités se sont portées essentiellement sur l'enseignement de l'informatique industrielle (travaux dirigés et travaux pratiques) en 3^{ème} année du département Informatique de l'INSA.

Maître de Conférences à l'IUT département GEII

- La responsabilité de l'informatique industrielle en 2^{ème} année m'a été confiée à mon arrivée : cours magistral, travaux dirigés, plate-forme de travaux pratiques, coordination des enseignements, recrutement des vacataires, organisation des examens. L'objectif du cours était

Chapitre 1. Rapport d'activités

l'étude des microprocesseurs (structure et fonctionnement, architecture, interruptions, périphériques, communications série/parallèle, bus, etc.). (Module de 60h équivalent-TD).

- J'ai également pris la responsabilité du cours de télécommunications en 2^{ème} année pour l'option "Automatismes et Systèmes" et de la plate-forme de travaux pratiques. J'ai mis en place un nouveau cours magistral, les travaux dirigés et les travaux pratiques et organisé les examens. Les thèmes abordés étaient la théorie de l'information, les supports physiques, les différents types de modulation et de codage, les couches réseau, les protocoles de communication, les topologies des réseaux. (Module de 60h équivalent-TD).
- Je suis intervenu dans les cours d'informatique industrielle en 1^{ère} année et en informatique. Je me suis également investi dans la formation continue mise en place dans le département. J'ai participé à la création d'un TP d'enseignement à distance par visioconférence avec le site de Grenoble grâce à une ligne Numéris.
- J'ai mis en place, en collaboration avec Dominique Attali (CR CNRS au laboratoire LIS), un cours d'image 3D pour une nouvelle option de dernière année de l'école d'ingénieur ENSIEG à Grenoble, option SIC (Signal, Image et Communication). J'ai également mis en place un Bureau d'Études sur le traitement d'images 3D avec OpenDX, un outil de visualisation et de traitement. (10h équivalent-TD).

Maître de Conférences à l'Université Claude Bernard Lyon 1

À l'Université Claude Bernard Lyon1, j'ai été recruté pour mes compétences en traitement du signal, électronique et technologie des ordinateurs, acquises pendant et après ma formation initiale et pour les exploiter dans les formations en réseau notamment.

- J'ai donc mis en place de nombreux modules de cours dont j'ai pris la responsabilité, autour de ces notions en IUP MIAG (Maîtrise d'Informatique Appliquée à la Gestion) ainsi qu'en IUP Réseau, en formation initiale et en formation continue :
 - Module "Réseaux couches basses" (60h équivalent-TD) ;
 - Module "Technologie des ordinateurs et traitement du signal" (60h équivalent-TD) ;
 - Module "Bases physiques pour l'informatique" en licence Mathématiques-Informatique 1^{ère} année.
- En Master Informatique 2^{ème} année option Réseaux, j'ai mis en place un module "Réseaux sans fil" (60h équivalent-TD), nouvel enseignement monté en 2004-2005 suite à la réforme LMD et dispensé également en apprentissage.
- Par ailleurs, j'interviens dans un cours de "Techniques avancées en imagerie" du Master Recherche Informatique de Lyon mis en place en 2004-2005.

Autres enseignements

- J'ai effectué des vacances à l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur de Lyon (ISTIL-UCB Lyon1) dans la filière "Systèmes Industriels" 3^{ème} année (Bac +5) pour des cours, travaux dirigés et travaux pratiques en traitement d'image et en vision industrielle.
- Je suis intervenu dans le DEA GBM (UCB Lyon1) pendant 8 années pour dispenser le cours de réseaux de neurones jusqu'en 1999 (4h de cours magistral).
- J'ai effectué des travaux dirigés en "électronique numérique" (12h de travaux dirigés) et un cours de "compression 3D" (4h de cours magistral) dans le département Télécommunications de l'INSA de Lyon.

- Depuis l'année 2004-2005, j'assure le cours de "compression d'image" en dernière année à l'école CPE Lyon pour les étudiants ayant choisi l'option Image et l'option Télécommunication (8h de cours magistral).

1.4. Activités de recherche

Lors de ma thèse de doctorat en traitement d'image appliqué à la vision industrielle et des quelques années de recherche passées à améliorer des systèmes de contrôle qualité, mes thématiques de recherche se sont concentrées autour de l'analyse d'image, l'analyse de texture, la segmentation d'image et les systèmes de reconnaissance et de classification.

La rencontre avec le monde 3D a ensuite motivé toutes mes recherches. Ainsi, la compression géométrique de surface 3D, la compression d'objets 3D basée sur l'axe médian et la géométrie discrète sont pour moi des approches permettant de progresser vers la construction d'un modèle de représentation d'objets 3D qui soit simple, efficace et optimal, couplant les modes de représentation surfacique et volumique. Ces trois approches sont rapidement précisées dans les sections suivantes et constituent le cœur des chapitres 3, 4 et 5 ; elles sont toutes les trois basées sur une analyse des objets 3D traités, préalable à l'amélioration de leur modélisation ou de la compression associée.

1.4.1. Compression géométrique de surface

La compression de surfaces concerne essentiellement des maillages et une réduction des données associées. Nous avons cherché à développer une méthode originale de compression d'objets 3D maillés en nous intéressant à la forme des objets plutôt qu'à la réduction des données du maillage. Nous considérons en effet un maillage comme la représentation d'une forme que nous tentons de représenter par un autre maillage moins volumineux en passant par une représentation intermédiaire. Ainsi, la méthode proposée est basée sur une segmentation en patchs surfaciques de courbure quasi-constante suivie d'une approximation par des surfaces de subdivision (définies comme limites de subdivisions d'un maillage grossier). Le modèle obtenu possède les propriétés voulues en termes d'adaptativité et de multi-résolution, du fait de la découpe en patchs et de la nature intrinsèque des surfaces de subdivision. Les résultats obtenus en termes de taux de compression sont très prometteurs.

Ces travaux sont détaillés dans le chapitre 3 de ce mémoire et ont été réalisés dans le cadre d'un projet de recherche exploratoire SEMANTIC-3D que nous avons déposé dans le cadre du RNRT (Réseau National de Recherche en Télécommunications) avec Atilla Baskurt (Professeur à l'INSA de Lyon, LIRIS) et qui a été labellisé en 2002. Les objectifs sont le développement de nouvelles approches de compression, d'indexation et de tatouage d'objets 3D. Dans le sous-projet "compression" dont j'ai la responsabilité, j'ai co-encadré avec Atilla Baskurt la thèse de Guillaume Lavoué depuis novembre 2002 (soutenance le 1^{er} décembre 2005).

Actuellement, nous portons un intérêt grandissant à la transmission de données 3D et aux propriétés de progressivité des méthodes, en terme de transfert ou de reconstruction sur les terminaux. Le recrutement récent de Pierre-Marie Gandoïn impliqué dans la compression de maillages complètera nos compétences sur des aspects complémentaires tels que la compression basée sur la géométrie.

1.4.2. Compression basée sur l'axe médian

Je me suis également intéressé à l'analyse d'image 3D avec des applications industrielles ou médicales pour lesquelles j'ai développé des méthodes d'analyse d'objets poreux basées sur le calcul de squelette

associé à une analyse locale. Après mon recrutement au laboratoire LIS, j'ai poursuivi ce travail en collaboration avec Dominique Attali (CR-CNRS). Deux grandes classes de méthodes de squelettisation d'images 3D existent pour le calcul du squelette :

- les méthodes dites continues, du type diagramme de Voronoï, développées par exemple au sein du laboratoire LIS par D. Attali;
- les méthodes discrètes du type amincissement homotopique : il s'agit d'amincissements successifs de l'objet pour obtenir des squelettes filaires ou surfaciques. Ce sont ces dernières qui ont fait l'objet de mes travaux.

La technique de squelettisation que j'ai développée a servi de base pour calculer l'épaisseur locale en 3D (DEA de A. Iraqi 1998-1999). Ces travaux ont été appliqués sur des données réelles d'échantillons d'os en provenance de l'ESRF de Grenoble (collaboration avec F. Peyrin, CREATIS). Deux types de tissus osseux coexistent : l'os cortical et l'os trabéculaire composé de travées et de pores. L'architecture de l'os trabéculaire joue un rôle primordial dans la solidité de l'os et les médecins cherchent le lien avec le risque de fracture. Ils visent de plus à établir une caractérisation de l'architecture osseuse des patients atteints d'ostéoporose, qui se fait habituellement par le calcul de paramètres histomorphométriques sur des coupes 2D. Notre méthode a permis de calculer des paramètres directement à partir des images 3D et les résultats obtenus sont bien plus proches de la réalité physique que les résultats obtenus sur des coupes 2D.

De nombreux travaux sont menés pour coder les surfaces des objets en utilisant un maillage de la surface. Nous avons envisagé une autre voie, fondée sur la représentation par squelette ou axe médian, fonction réversible qui peut être utilisée pour transmettre un objet au travers d'un canal de communication et le reconstruire ensuite. Nous avons étudié la possibilité de transmettre progressivement l'axe médian pour affiner au fur et à mesure l'objet transmis. Sébastien Loulergue, étudiant en DEA "Image, Vision, Robotique", puis Benjamin Gilles ont travaillé sur ces aspects de codage. Ces travaux sont détaillés dans le chapitre 4 dans la suite de ce mémoire.

1.4.3. Géométrie discrète

Par ailleurs, Jean-Marc Chassery, lors de mon recrutement au laboratoire LIS à Grenoble m'a initié à la géométrie discrète en suivant les travaux de Joëlle Vittone effectués au cours de sa thèse intitulée "Caractérisation et reconnaissance de droites et de plans en géométrie discrète". La reconnaissance de droites et de plans discrets, à partir des différentes configurations de pixels ou voxels qui composent un objet, a ouvert la voie à une "facettisation" de la surface. Dans le prolongement de ce sujet, j'ai co-encadré le travail d'Isabelle Sivignon durant son DEA puis sa thèse intitulée : "De la caractérisation des primitives à la reconstruction polyédrique de surfaces en géométrie discrète" et soutenue le 4 novembre 2004.

L'objectif majeur de ces travaux est la reconstruction polyédrique d'une surface discrète qui soit réversible. Cette modélisation est réalisée par un passage à un modèle analytique qui nécessite une reconnaissance des objets de base. Nous avons développé des algorithmes de segmentation de surfaces en plans discrets et les avons utilisés pour mettre au point deux méthodes de polyédrisation réversibles. Le chapitre 5 expose l'essentiel des méthodes développées. D'autres avancées sur les intersections de surface notamment ont été produites.

1.4.4. Bilan par thématique

Le tableau suivant récapitule quantitativement les publications et encadrements principaux pour chacune des trois thématiques présentées.

	Publications internationales	Encadrement
Compression géométrique de surface	<ul style="list-style-type: none">• 3 revues internationales• 5 conférences internationales	<ul style="list-style-type: none">• 1 thèse
Compression basée sur l'axe médian	<ul style="list-style-type: none">• 2 conférences internationales	<ul style="list-style-type: none">• 2 D.E.A.
Géométrie discrète	<ul style="list-style-type: none">• 4 revues internationales• 6 conférences internationales	<ul style="list-style-type: none">• 1 thèse• 1 D.E.A.

Tableau 1.1 – Bilan synthétique des publications et encadrement par thématique.

1.5. Activités contractuelles

Dans cette section, les activités liées à la valorisation de mes travaux de recherche, qui me semblent importantes, sont présentées.

- Participation à des projets européens CECA (Communauté Européenne du Charbon et de l'Acier)

Budget du projet : 300k€ (hors salaires personnel statutaire).

Durant ma thèse puis de 1996 à 1998, j'ai participé à plusieurs projets européens CECA pour le contrôle qualité en sidérurgie. J'ai par exemple participé au projet intitulé "Improvement of automatic surface inspection in flat steel products" avec les partenaires ICSC (Royaume-Uni), BFI (Allemagne), SOLLAC (France). Nous étions responsables des aspects "traitement d'image" dans ce projet.

- Projet RNRT SEMANTIC-3D

Budget du projet > 2M€ (hors salaires personnel statutaire), subvention > 1,2M€ pour l'ensemble des partenaires, 400k€ pour le LIRIS.

En 2002, nous avons proposé un projet exploratoire SEMANTIC-3D - Service d'Échange et de MANipulation (Tatouage, Indexation et Compression) des objets 3D – dans le cadre du RNRT (Réseau National de Recherche en Télécommunications) avec Atilla Baskurt. Ce projet a été labellisé et le laboratoire LIRIS est leader de ce projet d'une durée de 3 ans de novembre 2002 à novembre 2005. Nos partenaires académiques sont l'INT à Évry, ENIC TELECOM à Lille, l'Institut EURECOM à Sophia-Antipolis, nos partenaires industriels étant Renault (constructeur automobile) et TGS, racheté par Mercury Computer Systems Inc, fournisseur de logiciels de visualisation et de traitement d'image. J'assure le suivi et le bon déroulement du projet et je suis responsable du sous-projet "compression".

- Montage du projet COSURF avec France Télécom R&D

Budget du projet : 150k€ (hors salaires personnel statutaire).

En 2004, j'ai mis en place un projet avec Atilla Baskurt pour mener une collaboration avec France Télécom R&D de Rennes. La thématique est la compression de surfaces par ondelettes de subdivision ainsi que le tatouage conjoint. Ce projet d'une durée de 3 ans me permettra d'encadrer une nouvelle thèse en septembre 2005 pour poursuivre les travaux très prometteurs menés dans le cadre de la thèse de Guillaume Lavoué en compression adaptative de surfaces et de proposer de nouvelles fonctionnalités associées au modèle proposé.

1.6. Rayonnement scientifique

Congrès et revues

- Relecteur pour les revues internationales "Pattern Recognition Letters", "Optical Engineering", "Journal of Zhejiang University Science" et "J3eA" (Journal sur l'enseignement des sciences et technologies de l'information et des systèmes).
- Membre des comités de programme pour les conférences internationales ICME'2002 et ICME 2003 "IEEE International Conference on Multimedia and Expo", ICIP "IEEE International Conference on Image Processing" depuis 2004 et EUSIPCO 2005 "European Signal and Image Processing Conference".

Organisation de congrès

- Membre du comité d'organisation du congrès CORESA'2003 "COmpression et REprésentation des Signaux Audiovisuels" à Lyon 16-17 janvier 2003 (appel à participation, gestion des relectures, publication des actes).
- Organisateur d'une journée JGAD "Géométries Algorithmique et Discrète" 2004 à Lyon (organisation complète de la journée, réalisation du site web, appel à participation, publication des actes).

Collaborations et actions diverses

- Participation à une ACI Jeunes chercheuses et jeunes chercheurs

En 2004, j'ai participé au montage d'une action concertée incitative du Ministère de la Recherche. Le chef de file est David Coeurjolly (CR CNRS au LIRIS). Ce projet d'une durée de trois ans concerne la géométrie discrète et plus précisément la "généralisation de la géométrie discrète aux grilles isothétiques irrégulières". Il regroupe les chercheurs du LIRIS en géométrie discrète ainsi qu'un enseignant chercheur du laboratoire TSI de Saint-Etienne. Budget du projet : 40k€ (hors salaires personnel statutaire).

- Membre de l'Action Spécifique CNRS "Géométries algorithmique et discrète" (Responsable Rémy Malgouyres, LLAIC Clermont-Ferrand).
- Participation à l'Action Spécifique CNRS "Géométrie discrète pour l'analyse spatio-temporelle d'image" (Responsable Achille Braquelaire, LABRI Bordeaux).
- Membre du GdR ISIS dans le thème D (Télécommunications : compression, transmission, protection).
- Membre de l'IAPR (The International Association for Pattern Recognition) Technical Committee on DISCRETE GEOMETRY (TC18)
- Membre de l'AFRIF (Association Française pour la Reconnaissance et l'Interprétation des Formes).

1.7. Activités administratives liées à la recherche

Conseils et comités

Responsabilités pendant la période au laboratoire LIS

- Membre du comité des usagers en informatique (1999-2001).
- Membre nommé du conseil de laboratoire (2000-2001).

Responsabilités pendant la période au laboratoire LIRIS

- Membre élu du conseil de l'UFR Informatique – Université Lyon1 (2002-2004).
- Membre élu du conseil de laboratoire LIRIS (2002-2005).
- Membre de la commission "vie du laboratoire" et "communication" du laboratoire LIRIS (2002-2005).

Jurys de thèse

- Rodolphe Breton, décembre 2003, IRCOM-SIC à Poitiers suite à une collaboration avec le Professeur Éric Andrès.
- Isabelle Sivignon, novembre 2004, LIS à Grenoble suite à une co-direction avec Jean-Marc Chassery (directeur de recherches et directeur du LIS).

1.8. Encadrement

1.8.1. Encadrement d'étudiants en thèse

- Du 1er septembre 2001 au 4 novembre 2004, co-encadrement avec Jean-Marc Chassery d'Isabelle Sivignon : "De la caractérisation des primitives à la reconstruction polyédrique de surfaces en géométrie discrète" - Lieu: LIS, soutenue le 4 novembre 2004, École Doctorale "Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique", spécialité "Imagerie, Vision, Robotique" (Poursuite en tant que Chargée de Recherche CNRS au LIRIS) ;
- Depuis novembre 2002, co-encadrement avec Atilla Baskurt de Guillaume Lavoué: "Compression géométrique d'objets 3D basée sur les surfaces de subdivision " - Lieu: LIRIS. Soutenance le 1^{er} décembre 2005, École Doctorale "Informatique et Information pour la Société", spécialité "Informatique" (Poursuite en tant qu'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche au LIRIS).

1.8.2. Encadrement d'étudiants en D.E.A. et Master Recherche

D.E.A. Signal, Image, Parole (Grenoble)

- 1998-1999: Iraqi Ahmed: "Squelettisation d'images 3D : Application à l'analyse de l'architecture osseuse ", Co-encadrement (30%) avec Dominique Attali et Françoise Peyrin, Lieu: LIS (Poursuite en tant qu'Ingénieur chez France Télécom).

Chapitre 1. Rapport d'activités

D.E.A. Image, Vision et Robotique (Grenoble)

- 2000-2001 : Loulergue Sylvain : "Transmission progressive d'images 3D à partir du calcul de l'axe médian" - Lieu: LIS (Poursuite en thèse au laboratoire MSI à Clermont Ferrand).

D.E.A. Informatique Fondamentale (ENS Lyon)

- 2000-2001 : Sivignon Isabelle : "Polyédrisation et caractérisation d'objets 3D" - Co-encadrement avec Jean-Marc Chassery, Lieu: LIS.

D.E.A. Image & Systèmes (Lyon)

- 2001-2002 : Gilles Benjamin : "Transmission progressive d'images 3D à partir du calcul de l'axe médian" - Lieu: LIGIM (Poursuite en thèse au laboratoire MIRALAB à Genève).

D.E.A. Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants (Lyon)

- 2003-2004 : Chevarier Cédric : "Géométrie discrète, axe médian et transmission progressive" - Co-encadrement (50%) avec David Coeurjolly, Lieu: LIRIS.

Master Recherche Informatique (Lyon)

- 2004-2005 : Adlaoui Othmane: "Tatouage de maillages 3D" - Co-encadrement (50%) avec Florence Denis, Lieu: LIRIS.

1.8.3. Encadrement de stagiaires

Outre les encadrements d'étudiants en DEA, Master ou thèse, j'ai régulièrement proposé des sujets de recherche aux étudiants en formation à l'UFR d'informatique. J'ai ainsi encadré quatre étudiants en stage de Maîtrise Informatique, quatre étudiants en projet de fin d'études – INSA Département Télécommunications, une douzaine de projets de TER en Licence et Maîtrise Informatique et un projet en Magistère 1^{ère} année à l'École Normale Supérieure de Lyon.

J'ai par ailleurs assuré le suivi en entreprise de cinq étudiants en apprentissage IUP Réseau sur toute une année, ainsi qu'une trentaine de stagiaires en entreprise (IUT, IUP Réseau, Licence informatique, Maîtrise Informatique).

1.9. Publications et communications

1.9.1. Chapitre d'ouvrage

- [DUP05] F. Dupont : "Modélisation des objets 3D, représentation et codage", chapitre dans "Encyclopédie sur les systèmes d'information", Section "Codage, transmission, représentation des données multimédia", Éditeur : Vuibert, Septembre 2005.

1.9.2. Revues internationales avec comité de lecture

- [LAV05a] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "High rate compression of CAD meshes based on subdivision inversion", *Annals of Telecommunications*, Déc. 2005, Vol. 60, No.11-12, pp. 1284-1308.
- [COE05] D. Coeurjolly, I. Sivignon, F. Dupont, F. Feschet, J.-M. Chassery, "On digital plane preimage structure", *Discrete Applied Mathematics*, 2005, Vol. 151(1-3), pp. 78-92.
- [LAV05b] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "A new subdivision based approach for piecewise smooth approximation of 3D polygonal curves", *Pattern Recognition*, 2005, Vol. 8, pp. 1139-1151.
- [LAV05c] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "A new CAD mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis", *Computer Aided Design*, Vol. 37, No. 10, 2005, pp. 975-987.
- [SIV05a] I. Sivignon, R. Breton, F. Dupont, E. Andrès : "Discrete Analytical Object Reconstruction without patches", *Image and Vision Computing Journal*, Volume 23, Issue 2, February 2005, Pages 191-202.
- [SIV04a] Sivignon I., Dupont F., Chassery J.M.: "Digital intersections: minimal carrier, connectivity and periodicity properties", *Graphical Models*, Vol. 66 Issue 4, 2004, pp 226-244.
- [SIV04b] Sivignon I., Dupont F., Chassery J.M.: "Decomposition of a 3D discrete object surface into discrete plane pieces", *Algorithmica*, Special Issue on Shape Algorithmics, Vol. 38 No 1, January 2004, pp 25-43.
- [BAS99] Basset O., Dupont F., Hernandez A., Abouelkaram S. Odet C., Gimenez G., Culioli J.: "Texture image analysis: application to the classification of bovine muscles from meat slice images", *Optical Engineering*, Vol. 38, N°11, Nov. 1999, pp. 1950-1959.
- [DUP98a] Dupont F., Zhu Y.M., Grimaud J., Odet C., Confavreux CH.: "Use of 2-D Wigner-Ville distribution for segmentation of multiple sclerosis lesions in MRI", *ITBM (Innovation and Technology in Biology and Medicine)*, Vol. 19, N°3, Juin 1998, pp. 229-236.
- [BAS97] Baskurt A., Khamadja M., Baudin O., Dupont F., Prost R., Revel D., Goutte R.: "Adaptive image compression scheme. Application to medical images and diagnostic quality assessment", *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, Vol. 31, No 7, Nov. 1997, pp. 1155-1171.
- [DUP97a] Dupont F., Odet C., Carton M.: "Optimization of the recognition of defects on flat steel products with the costs matrices theory", *Non Destructive Testing and Evaluation International*, Vol. 30, No 1, Feb 1997, pp 3-10.

1.9.3. Conférences internationales "invité"

- [CHA01] Chassery J.M., Dupont F.: "Digital geometry fundamentals", 11th International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP 2001), Palermo, Italy, 26-28 Sept. 2001.
- [ODE98] Odet C., Blanchard D., Dupont F.: "Main components of on-line inspection systems", On-line optical surface inspection of steel strips - Achievements and outlooks, ECSC Workshop, Bruxelles, 5-6 Feb. 1998.

1.9.4. Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

- [DEN05] Denis F., Lavoué G., Dupont F., Baskurt A., "Digital Watermarking of Compressed 3D Meshes", ICMI 2005, Tozeur, Tunisie, November 2005.
- [LAV05d] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A., "High rate compression of 3d meshes using a subdivision scheme", EUSIPCO 2005, Ankara, Turkey, September 2005.
- [LAV05e] Lavoué, G., Dupont, F., Baskurt, A., Subdivision surface fitting for efficient compression and coding of 3D models, SPIE Visual Communications and Image Processing (VCIP'2005), Beijing, China, July 2005.
- [LAV05f] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Toward a near optimal quad/triangle subdivision surface fitting", Int. Conf. on 3-D Digital Imaging and Modeling, 3DIM'2005, IEEE Computer Society Press , Ottawa, Canada, June 2005.
- [SIV05b] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "Reversible Polygonalization of a 3D Planar Discrete Curve: Application on Discrete Surfaces", E. Andres et al. (Eds.): DGCI 2005 (12th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery), LNCS 3429, 2005, pp. 347–358.
- [SIV04c] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "Discrete surfaces segmentation into discrete planes", IWCIA 2004, 10th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, 1 - 3 December 2004, Auckland, New Zealand, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3322, pp 458-473.
- [LAV04a] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Curvature tensor Based Triangle Mesh Segmentation with Boundary Rectification", CGI'2004, Computer Graphics International 2004, Hersonissos, Crete, Greece, June 16 -19, 2004, pp. 10-17.
- [LAV04b] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Constant Curvature Region Decomposition of 3D-Meshes by a Mixed Approach Vertex-Triangle", Journal of WSCG, Vol. 12, No.2, ISSN 1213-6972, 2004, pp. 245-252.
- [COE03] D. Coeurjolly, I. Sivignon, F. Dupont, F. Feschet, J.-M. Chassery, Digital plane preimage structure, in: A. Del Lungo, V. Di Ges u, A. Kuba (Eds.), Electronic Notes in Discrete Mathematics, IWCIA'03, Vol. 12, Elsevier Science Publishers, 2003.
- [DUP03a] F. Dupont, B. Gilles and A. Baskurt : "Lossless and scalable 3d object coding method based on medial axis transformation", PCS'03 (Picture Coding Symposium) Saint-Malo, 23-25 april 2003, France, pp. 381-386.
- [DUP03b] F. Dupont, B. Gilles and A. Baskurt : "Progressive transmission of 3d object based on balls and cones union from medial axis transformation", ICIP'03 IEEE Int. Conference on Image Processing, Barcelona 14-17 sept. 2003, Spain.
- [BRE03] R. Breton, I. Sivignon, F. Dupont, E. Andrès : "Towards an invertible Euclidean reconstruction of a discrete object", DGCI'03 11th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery, 19-21 November 2003, Naples, Italy, pp. 246-256, LNCS 2886, Eds. Ingela Nyström, Gabriella Sanniti di Baja, Stina Svensson.
- [SIV03a] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "New results about digital intersections", DGCI'03 11th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery, 19-21 November 2003, Naples, Italy, pp.102-113, LNCS 2886, Eds Ingela Nyström, Gabriella Sanniti di Baja, Stina Svensson.

- [PEY98] Peyrin F., Salomé M., Dupont F., Laval-Jeantet A.-M., Cloetens P., Baruchel J.: "3D Synchrotron Radiation microtomography imaging: characterisation of bone architecture", Image and Multidimensional Digital Signal Processing (IMDSP'98), July 1998, pp. 55-58.
- [BAS98] Baskurt A., Last A., Canet E., Dupont F., Roux J.-P., Revel D., Janier M.: "Myocardial perfusion mapping by supervised classification from first-pass MR studies", ISMRM (International Society for Magnetic Resonance in Medicine), Apr. 1998, Sydney (Australia).
- [DUP97b] Dupont F., Odet C., Zhu Y.M. : " Control of flat steel products by texture segmentation in the Wigner-Ville domain", Quality Control by Artificial Vision (QCAV'97), Mai 1997, Le Creusot, pp. 225-230.
- [DUP96] Dupont F., Zhu Y.M., Odet C., Goutte R. : "Texture classification in the Wigner-Ville domain", ICSP'96 (Int. Conf. On Signal Processing), October 14-18 1996, Beijing, pp. 327-330.
- [BAS95] Basset O., Trachterna M., Dupont F., Abou El Karam S., Gimenez G., Culioli J.: "Classification of bovine muscles by texture analysis of images realized on meat slices", 2èmes Rencontres Recherches Ruminants, 13-14 Déc. 1995, Paris, pp. 235-238.
- [HAD94] Haddad A., Odet C., Dupont F., Falessi R., Jones G.H., Bohlander P.: "Automatic recognition and analysis of surface defects in flat steel products", ECNDT, 6ème Conférence Européenne sur les Contrôles Non Destructifs, Octobre 1994, Nice.
- [DUP93a] Dupont F., Odet C., Carton M., Alexandre P.: "Reconnaissance automatique de défauts sur tôles décapées", Colloque Contrôle Qualité par Vision Artificielle, 27-28 Mai 1993, Le Creusot, pp. 84-93.
- [DUP93b] Dupont F., Odet C., Carton M., Alexandre P.: "Automatic recognition and analysis of surface defects on pickled steel sheet", SPIE: Applications of Artificial Intelligence 1993: Machine Vision and Robotics, Ed. Boyer K.L., Stark L., 14-16 Apr. 1993, Orlando, Vol. 1964, pp. 78-89.
- [BAU93] Baudin O., Baskurt A., Dupont F., Prost R., Goutte R., Khamadja M.: "Structural analysis and coding of multimodal medical images", SPIE: Medical Imaging VII: Image Capture, Formatting and Display, Ed. Kim Y., 14-18 Feb. 1993, Newport Beach, pp. 298-306.
- [PEY92] Peyrin F., Karoubi B., Morlet D., Dupont F., Rubel P., Desseigne P., Touboul P.: "Application of the Wigner distribution to the detection of late potentials in E.C.G.", SPIE, Advanced Signal Processing Algorithms Architectures and Implementations III, San Diego, 19-21 July 1992, Vol. 1770, pp. 418-428.

1.9.5. Workshop

- [SIV02] Sivignon I., Dupont F., Chassery J.M. : "Digital Planes Identification and Recognition", 11th Workshop "Theoretical Foundations of Computer Vision", Geometry, Morphology, and Computational Imaging Schloß Dagstuhl. Wadern, Germany, April 07 – April 12, 2002, Chairmen Tetsuo Asano (Japan), Reinhard Klette (New Zealand), Christian Ronse (France)
- [LAV03a] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Curvature Based Triangle Mesh Segmentation with Boundary Rectification", Workshop on Geometry compression, Sophia-Antipolis, 6-7 nov. 2003.

1.9.6. Conférences nationales avec comité de lecture et publication des actes

- [BAS04] A. Baskurt, F. Dupont, G. Lavoue, J. Ricard, M. Daoudi, J.P. Vandeborre, T. Filali, J.L. Dugelay, E. Garcia, F. Preteux, T. Zaharia, F. Blum, B. Savage, D. Lichau, F. Fratani, A. Dutartre: "SEMANTIC-3D : compression, indexation et tataouge de données 3D", CORESA'04, Lille, 25-26 mai 2004.
- [LAV04c] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "Segmentation de maillages triangulaires basée sur les tenseurs de courbure et rectification directionnelle de frontières", CORESA'04, Lille, 25-26 mai 2004.
- [DUP03c] F. Dupont, B. Gilles, A. Baskurt : "Transmission progressive d'objets 3D basée sur le calcul d'axe médian", CORESA'03, Lyon, 16-17 Janvier 2003, pp.231-234.
- [SIV03b] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "Représentation polygonale de surfaces d'objets discrets 3D", CORESA'03, Lyon, 16-17 Janvier 2003, pp.147-150.
- [DUP01] F. Dupont, I. Sivignon, J.M. Chassery : "Reconnaissance de plans naïfs : vers une polyédrisation d'objets 3D", Journée Coopération Analyse d'Image et Modélisation, 14 Juin 2001, Lyon, pp. 41-44.
- [DUP97c] Dupont F., Odet C. : "Optimisation de la reconnaissance de défauts en CND par la méthode des matrices de coûts", Congrès COFREND, Nantes, Sept. 1997, pp. 757-761.
- [LEN96] Lennon M., Dupont F., Odet C., Gimenez G., Pasquier M.: "Caractérisation des enrobés drainants à l'aide du scanner X 3D Morphomètre", AGI'96 (Automatique, Génie Informatique, Image), 6-7 Juin 1996, Tours, pp. 341-344.

1.9.7. Journées nationales avec actes

- [LAV04d] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Segmentation de maillages triangulaires et rectification directionnelle de frontières basées sur les tenseurs de courbure", Journées GTMG, Lyon, 10-11 mars 2004, pp. 103-112.

1.9.8. Journées nationales sans actes

- [LAV04e] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "Compression d'objets 3D basée sur les surfaces de subdivision", Journée GdR ISIS "Compression 3D", Thème D - Télécommunications : compression, transmission, protection, 21 octobre 2004, Paris.
- [DUP02] F. Dupont, B. Gilles, A. Baskurt : "Transmission progressive d'objets 3D basée sur le calcul d'axe médian", Journée GdR ISIS "Compression géométrique", Thème D - Télécommunications : compression, transmission, protection, 13 juin 2002, Paris.
- [DUP03d] F. Dupont : "Transmission progressive d'objets 3D basée sur l'union de boules et de troncs de cônes calculés à partir de l'axe médian", Groupe de travail « Géométrie discrète », 12 juin 2003, Lyon.
- [DUP03e] F. Dupont : "Codages et transmissions d'objets par axes médians ", Action Spécifique CNRS « Géométrie discrète pour l'analyse spatio-temporelle d'image », 16 octobre 2003, Grenoble.

- [DEN94] Denis F., Dupont F.: "Obtention de données anatomiques par segmentation d'images tridimensionnelles", TEC, 4ème Carrefour Européen des Technologies et de la Compétitivité, 11-14 Oct. 1994, Grenoble.
- [DUP92a] Dupont F.: "Contrôle de produits en défilement", Nouvelles Applications en Vision Assistée par Ordinateur, 6 Nov. 1992, Institut de l'Image en Rhône-Alpes, Saint-Étienne.
- [DEV91] Devevey C., Dupont F., Unterreiner R., Froment J.C.: "Automatic cranio-cerebral lesions recognition", XIIIème Congrès de la Société Française de Neuro-radiologie, 25-27 Mar. 1991, Lyon.

1.9.9. Rapports de projets

- [LAV04f] G. Lavoué, F. Dupont, E. Garcia, J.L. Dugelay: "Imbrication tatouage/compression", Octobre 2004, projet RNRT SEMANTIC-3D, Supplément au livrable 3.4.
- [LAV03b] G. Lavoué, T. Zaharia, F. Dupont, F. Prêteux : "État de l'art de la compression 3D", Mai 2003, projet RNRT SEMANTIC-3D, livrable 1.1, 48 p.
- [LAV04g] G. Lavoué, F. Dupont, A. Baskurt, K. Mamou, T. Zaharia, F. Prêteux : "Spécification pour la comparaison des méthodes de compression ", Novembre 2004, projet RNRT SEMANTIC-3D, livrable 1.5 - préliminaire, 6 p.
- [LAV05g] G. Lavoué, F. Dupont, A. Baskurt, K. Mamou, T. Zaharia, F. Prêteux : "Comparaison des méthodes de compression", Mai 2005, projet RNRT SEMANTIC-3D, livrable 1.5, 47 p.

1.9.10. Rapports de recherche

- [LAV05h] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "A near optimal quad/triangle subdivision surface fitting", Rapport de recherche LIRIS : RR2005-005, 2005.
- [LAV04h] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Constant Curvature Region Decomposition of 3D-Meshes by a Mixed Approach Vertex-Triangle", Rapport de recherche LIRIS : RR2004-019, 2004.
- [LAV04i] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "A new curvature tensor based segmentation method for optimized triangulated CAD meshes", Rapport de recherche LIRIS : RR2004-018, 2004.
- [LAV03c] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "Curvature tensor Based Triangle Mesh Segmentation with Boundary Rectification", Rapport de recherche LIRIS : RR2003-003, 2003.
- [LAV03d] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "Constant Curvature Region Decomposition of 3D-Meshes by a Mixed Approach Vertex-Triangle", Rapport de recherche LIRIS : RR2003-001, 2003.
- [PHI98] Philippe J.M., Dupont F., Odet C.: "Inspection des cylindres train à bandes : détermination de la dégradation de surface des cylindres par analyse de texture", Rapport Irsid RC 98.52, Octobre 1998.
- [DUP98b] Dupont F., Odet C.: "Détermination de l'usure de surface des cylindres de laminage par analyse de texture", Rapport Irsid, Février 1998, 16 p.
- [DUP97d] Dupont F., Odet C.: "Détermination de l'usure de surface des cylindres de laminage par analyse de texture", Rapport Irsid, Mai 1997, 25 p.

- [DUP93c] Dupont F., Odet C., Carton M., Alexandre P.: "Automatic recognition and analysis of surface defects on pickled steel sheet", IRSID Rapport Interne MCA 93/141MC/NT, Fiche de recherche PPM-86, 1993, 16p.
- [DUP93d] Dupont F.: "Compte rendu de congrès: SPIE OE/Aerospace Science & Sensing Intelligent Information System - Orlando 12-16 Avr. 1993", IRSID Rapport Interne MCA 93 / 139 FD / NT, Fiche de recherche PPM-86, 1993, 7p.
- [DUP92b] Dupont F.: "Reconnaissance des formes: bibliographie, IRSID Rapport Interne, Fiche de recherche PPM-86, Juin 1992.

1.9.11. Rapports de contrats européens

- [DUP98c] Dupont F., Odet C.: "Improvement of Automatic Surface Inspection in flat steel products", Coordinator G. Tourscher IRSID, Rapport Annuel CECA, Convention N° 7210 GB / 314, Mar. 1998.
- [ODE97] Odet C., Dupont F., Goutte R.: "Détection et analyse automatique des défauts de surface des produits plats en acier", Commission Européenne, Recherche technique acier, Mesures et analyses, Convention N° 7210 GB / 310, Rapport final, ISBN 92-827-9300-1, 1997, 145 p.
- [DUP97e] Dupont F., Odet C.: "Improvement of Automatic Surface Inspection in flat steel products", Coordinator G. Tourscher IRSID, Rapport Annuel CECA, Convention N° 7210 GB / 314, Sept. 1997.
- [DUP94a] Dupont F., Odet C.: "Détection et analyse automatique des défauts de surface des produits plats en acier", Commission des Communautés Européennes, Comité Exécutif E1: Technologie N.D.T. et Mesures, Convention N° 7210 GB / 310, Rapport Final CECA, Déc. 1994.
- [DUP94b] Dupont F., Odet C.: "Détection et analyse automatique des défauts de surface des produits plats en acier", Commission des Communautés Européennes, Comité Exécutif E1: Technologie N.D.T. et Mesures, Convention N° 7210 GB / 310, Rapport Annuel CECA, Mar. 1994.
- [DUP93e] Dupont F., Odet C.: "Détection et analyse automatique des défauts de surface des produits plats en acier", Commission des Communautés Européennes, Comité Exécutif E1: Technologie N.D.T. et Mesures, Convention N° 7210 GB / 310, Rapport Annuel CECA, Mar. 1993.
- [DUP91] Goutte R., Dupont F., Odet C.: "Conception, réalisation et essais en conditions réelles d'un système de traitement d'image industriel", Valorisation des Résultats de la Recherche Communautaire, Convention CTT 238, Rapport d'activité, Juil. 1991.

Chapitre 2.

Introduction à la compression géométrique de surface

2.1. Introduction

Comme nous l'avons rappelé en introduction de ce mémoire, l'augmentation de la capacité des réseaux, des ordinateurs et des capacités de stockage entraîne une forte croissance des échanges et des besoins et la compression de données est de plus en plus sollicitée. Pour les données 3D, la compression a débuté au début des années 1990 et s'est intensifiée depuis quelques années. Nous nous intéressons à la compression avec un objectif de visualisation, autorisant généralement une distorsion qu'il est nécessaire de limiter et de quantifier, mais qui ne conserve que l'aspect extérieur d'un objet, sa surface. La modélisation de surfaces joue alors un grand rôle dans cet objectif et nous en présentons les différentes approches.

Dans ce chapitre, nous rappellerons tout d'abord quelques notions essentielles sur les maillages, d'autres sur la théorie de l'information et le codage puis nous présenterons un état de l'art des méthodes de compression et ferons un panorama des surfaces paramétriques.

2.2. Notions fondamentales

2.2.1. Autour des maillages

Le maillage surfacique est le mode de représentation des objets 3D le plus largement utilisé. Il est constitué d'un ensemble de sommets, dont les coordonnées sont exprimées dans \mathcal{R}^3 , et qui constitue la *géométrie* et d'un ensemble de faces et d'arêtes, appelé la *connectivité* du maillage qui représente la topologie de la surface. Des attributs (couleur, texture, vecteur normal, réflexion, matériau, etc.) peuvent être associés aux faces ou aux sommets, mais ils ne font pas encore l'objet de travaux de recherche très spécifiques en compression 3D. Une face est une suite ordonnée d'au moins trois sommets coplanaires ou d'arêtes et les arêtes relient deux sommets et peuvent être déduites des faces. La *valence* d'un sommet correspond au nombre d'arêtes incidentes et le *degré* d'une face représente le nombre d'arêtes ; ces deux notions sont duales et peuvent guider les processus de codage de la connectivité. Un maillage est dit *polygonaux* s'il n'est pas composé uniquement de triangles, auquel cas le maillage sera dit *triangulaire* (voir Figure 2.1). Les maillages triangulaires sont les plus répandus car les cartes graphiques utilisent la primitive qu'est le triangle. Au-delà de trois sommets, la coplanarité d'une face n'est pas garantie lors de calculs par exemple, en utilisant des types de données à virgule flottante.

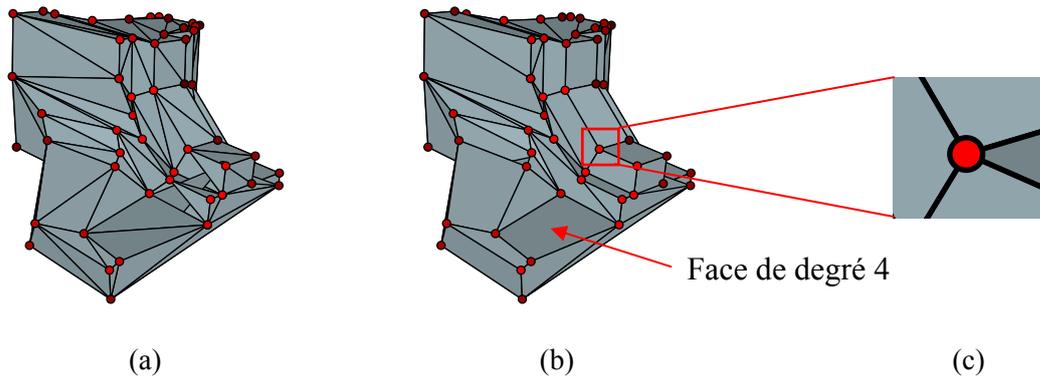


Figure 2.1 – Objet *fandisk* représenté par un maillage triangulaire (a) et un maillage polygonal composé de triangles et de quadrangles (b) où les sommets sont en rouge, les arêtes en noir, un attribut de couleur est associé aux faces ; un détail autour d'un sommet de valence 4 est représenté en (c).

Plusieurs concepts sont nécessaires à la bonne compréhension de certaines méthodes de compression exposées dans la suite de cette section. Ainsi, certaines méthodes de compression ne fonctionnent qu'avec un maillage *manifold*.

Définition 2.1. Un maillage est dit *manifold* si chacun de ses sommets est homéomorphe à un disque ou un demi-disque pour les sommets du bord.

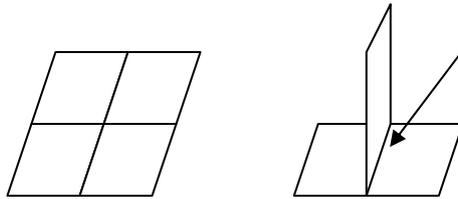


Figure 2.2 – Exemple de maillage non *manifold* (à gauche) et *manifold* (à droite), la flèche indique une arête commune à trois faces.

Le genre d'une surface *manifold* sans bord est défini par le nombre d'anses. Par exemple, une sphère n'a pas d'anse, un tore a une anse et la surface de la Figure 2.3 en comporte cinq.

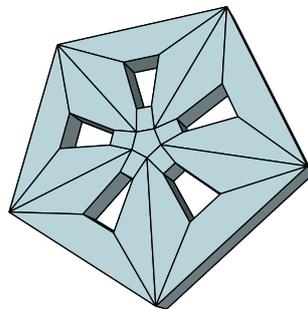


Figure 2.3 – Exemple d'une surface de genre 5.

De même, pour une surface *manifold* sans bord, la caractéristique d'Euler s'exprime par :

$$s - a + f = 2 - 2g \quad (2-1)$$

où s , a et f sont respectivement le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces et g le genre de la surface.

2.2.2. Autour de la théorie de l'information

Pour évaluer les capacités des méthodes de compression qui visent à réduire la taille de la géométrie et de la connectivité, il est intéressant de préciser certaines propriétés qui découlent de cette caractéristique d'Euler mais aussi de préciser des notions fondamentales en théorie de l'information qui permettent d'appréhender les limites des méthodes de compression.

Pour un maillage triangulaire de grande taille, avec un nombre de bords limité, chaque arête appartient à deux triangles ; le nombre d'arêtes est donc estimé par :

$$a \approx 3f/2 \quad (2-2)$$

Soit $s \approx 2 - 2g + f/2$. Pour des surfaces pour lesquelles le genre reste petit devant le nombre de faces,

$$f \approx 2s \quad (2-3)$$

$$a \approx 3s \quad (2-4)$$

Ainsi pour un maillage de grande dimension, pour un sommet à coder, il y aura deux faces et trois arêtes en moyenne. La connectivité d'un maillage est décrite par une liste de faces composées d'indices des sommets et éventuellement par une liste d'indices d'arêtes qui sont transformés en une séquence de codes.

Si un maillage contient s sommets, $\lceil \log_2 s \rceil$ bits suffisent alors pour coder sans perte chaque index (codage binaire naïf). Pour aller plus loin et bien comprendre les enjeux du codage en compression, quelques rappels s'imposent. La théorie de l'information (Shannon 1948) définit plusieurs notions fondamentales comme la quantité d'information et l'entropie.

Soit S un maillage (la *source*) constitué d'une séquence de n indices (les *symboles* en théorie d'information) : $S=(s_1, \dots, s_n)$. Le codage entropique d'une suite de symboles sera lié à la distribution de probabilité $P=(p_1, \dots, p_n)$ associée à ces symboles.

Définition 2.2. La **quantité d'information** liée à l'apparition d'un symbole $s \in S$ de probabilité $p \in]0,1]$ est définie par :

$$I(p) = \log_2(1/p) \quad (2-5)$$

L'entropie d'une source est la quantité moyenne d'information contenue dans cette source et correspond à une mesure de l'incertitude.

Définition 2.3. L'entropie d'une source S est donnée par :

$$H(S) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \log_2(1/p_i) \quad (2-6)$$

Plus la distribution est uniforme et plus l'incertitude liée à l'apparition d'un symbole est grande. Ainsi l'entropie vérifie la propriété suivante :

$$0 \leq H(S) \leq \log_2 n \quad (2-7)$$

Théorème 2.1 (Théorème de Shannon). Pour une source S sans mémoire (dont l'apparition d'un symbole ne dépend pas des symboles précédents) d'entropie H , tout code uniquement déchiffrable de S sur un alphabet de taille T et de longueur moyenne l vérifie :

$$l \leq \frac{H}{\log_2 T} \quad (2-8)$$

En outre, il existe un code qui vérifie

$$l < \frac{H}{\log_2 T} + 1 \quad (2-9)$$

Théorème 2.2 (2^{ème} théorème de Shannon). Pour toute source stationnaire (dont les probabilités restent stables au cours du temps) d'entropie H , il existe un code uniquement déchiffrable sur un alphabet de taille Q et de longueur moyenne l aussi proche que souhaité de la borne inférieure $H / \log_2 Q$.

2.2.3. Méthodes de codage

L'algorithme d'**Huffman** (Huffman 1952) est un codage entropique qui permet d'encoder de manière optimale une source sans mémoire et stationnaire. À partir de la distribution des probabilités, il crée un arbre binaire dont les feuilles correspondent aux symboles et les codes associés sont donnés par le chemin qui mène de la racine aux feuilles. L'optimalité se vérifie par la longueur moyenne du code : la longueur de chaque symbole est pondérée par la probabilité associée et mesure donc la longueur moyenne de chaque symbole.

Le **codage arithmétique** (Witten 1987) est une méthode statistique qui s'avère meilleure que le codage de Huffman dans la majorité des cas. Ceci s'explique par l'incapacité pratique de coder un symbole sur moins de 1 bit avec le codage d'Huffman. Prenons l'exemple simple d'un symbole qui apparaît avec une probabilité de 0,8. L'entropie associée vaut donc $0,8 \log_2 1/0,8 = 0,26$ bit par symbole. Le code associé à ce symbole aura une longueur de 1 bit avec le codage d'Huffman. Le principe du codage arithmétique est de coder un symbole ou une séquence de symboles par un intervalle. Un premier symbole est codé par un intervalle dont la longueur dépend de la probabilité d'apparition du symbole ; ensuite à chaque ajout de nouveau symbole, l'intervalle s'affine en fonction des probabilités des autres symboles grâce à un algorithme simple. Tout réel contenu dans l'intervalle obtenu code la séquence. Une difficulté liée à cette méthode porte sur l'utilisation d'une arithmétique flottante avec une taille de mantisse limitée et non portable. Une arithmétique entière paraîtra plus naturelle. Elle sera associée à des techniques d'augmentation de la précision avec des codes supplémentaires pour ne pas se limiter à la précision des nombres manipulés par les ordinateurs.

Ces méthodes, statiques, tiennent compte des probabilités des symboles dans la séquence à coder. Ceci suppose de connaître à l'avance l'ensemble de la séquence. En conséquence, tout décodage anticipé ou progressif à la réception est impossible. Des variantes dynamiques existent et sont des adaptations des méthodes présentées qui lisent en entrée des blocs de k symboles. On parle alors de **codage adaptatif**, qui pour le calcul des probabilités, ne tient compte que des symboles déjà lus, tout comme le décodeur qui met à jour les probabilités des symboles reçus. Toute transmission de table de codage devient inutile (arbre d'Huffman par exemple), puisqu'elle est recalculée au décodage.

Ces codages sont très utilisés en compression, mais s'ils donnent des résultats proches de l'optimalité théorique, ils font des hypothèses de stationnarité de la source supposée sans mémoire. Pour prendre en compte les symboles voisins de celui en cours de codage, ces méthodes utilisent une "fenêtre glissante" de symboles : on parle alors de méthodes de **codage avec contexte**.

D'autres méthodes transforment les séquences de symboles et modifient la distribution des probabilités des symboles originaux. Ils visent à établir d'autres modèles de source. Par exemple, les algorithmes de compression de la connectivité d'un maillage visent à transformer les symboles d'origine en d'autres symboles créés par un parcours du maillage. Le codage prédictif ou différentiel vise à modifier la distribution des probabilités des coordonnées en la rendant moins uniforme, et à diminuer l'entropie (donc la limite théorique de compression !).

Le principe de base consiste à diminuer la part de hasard dans l'apparition d'un symbole. En effet, si le hasard ou le chaos est incompressible, l'ordre, quant à lui, favorise la compression. Ainsi, ces autres méthodes sont parfois utilisées en amont d'une méthode de codage entropique. Nous ne citerons que quelques exemples de ces transformations.

- Transformation **Move-to-Front** : cette technique très simple modifie le codage des symboles à la volée. Le codage d'un symbole est effectué en notant sa position dans la liste puis en le plaçant ensuite au début de liste. Ainsi lorsque des occurrences d'un même caractère sont proches, les codes de début de liste seront plus souvent présents. Par exemple, la séquence *aaabbb* d'entropie 1, sera codée *000100* abaissant ainsi l'entropie à 0,65.
- Transformation de **Burrows-Wheeler** (Burrows and Wheeler 1994) : cette méthode s'apparente à un tri réversible. Supposons qu'une séquence à coder corresponde à une ligne. En premier lieu, toutes les rotations de cette ligne sont réalisées, mises sous la forme d'un tableau puis triées pour former un nouveau tableau. Ensuite, la dernière colonne devient la nouvelle séquence qui est beaucoup plus à même d'être compressée compte tenu de l'ordre des symboles dans la séquence "triée". La prouesse de cet algorithme réside dans la réversibilité de ce "tri" rendu possible par la seule connaissance d'un indice. Ce dernier correspond à la position de la deuxième séquence dans le premier tableau (voir Figure 2.4).

Les méthodes de codage entropique tiennent compte des probabilités d'apparition des symboles, mais pas de leur ordre d'apparition. Pour tirer parti du tri réalisé par une transformation du type de celles présentées précédemment, une méthode est très souvent employée : le codage par longueur de plages (Run Length Encoding). Le principe de ce codage est très simple, il associe à une séquence de symboles identiques, un symbole et le nombre de fois que ce symbole est répété. Le gain sera donc important si de longues séquences se produisent. Par exemple, la séquence *abcccc* sera codée *0ab4c*, le zéro signifiant que les caractères suivants ne sont pas codés). On retrouve cette enchaînement dans de nombreuses techniques récentes de compression de fichiers (*gzip* voir Figure 2.5) ou d'images (*jpeg*). Les méthodes de compression bénéficient ainsi de l'ensemble des propriétés des transformations et méthodes de codage.

L I R I S - I M A G E - S I (a)													SEMGALR-SIII-, 5 (d)																
S ₀	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	0	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S
S ₁	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	1	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E
S ₂	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	2	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M
S ₃	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	3	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G
S ₄	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	4	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A
S ₅	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	5	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L
S ₆	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	6	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R
S ₇	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	7	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-
S ₈	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	8	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S
S ₉	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	9	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I
S ₁₀	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	10	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I
S ₁₁	-	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	11	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I
S ₁₂	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	12	S	-	I	M	A	G	E	-	S	I	L	I	R	I
S ₁₃	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-	S	13	S	I	L	I	R	I	S	-	I	M	A	G	E	-
(b)													(c)																

Figure 2.4 – Exemple de codage BWT d'une séquence de codes : (a) séquence de symboles à coder, (b) tableau des séquences avec une rotation entre chaque ligne, (c) séquences triées, (d) séquence codée correspondant à la dernière colonne et indice correspondant à la chaîne S₁.

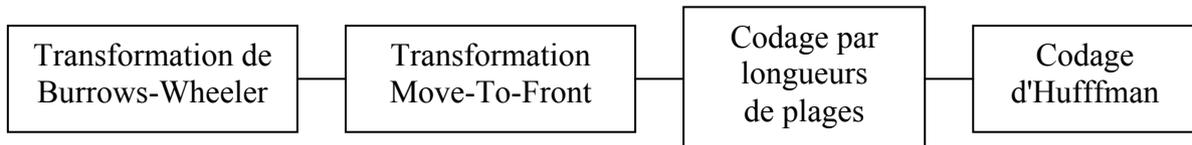


Figure 2.5 – Exemple du codage *bzip*.

2.3. État de l'art

Dans cette section, nous proposons un état de l'art des méthodes de compression géométrique en abordant les différentes approches existantes sans nous limiter à la compression de maillages.

Les travaux en compression de maillage ont d'abord été monorésolution, c'est-à-dire que la décompression ne peut se faire qu'après une réception de l'ensemble du flux binaire compressé, par rapport à la compression multirésolution apparue ensuite qui permet une décompression continue au fur et à mesure de la réception des données et permet une interactivité avec l'utilisateur qui peut arrêter à tout moment la transmission en fonction de son observation. Nous présenterons donc ces deux approches séparément dans notre étude.

2.3.1. Méthodes de compression monorésolution

Les méthodes mono-résolution visent surtout à réduire la quantité de données en supprimant la redondance. Comme nous l'avons vu, un maillage est constitué de deux parties : la géométrie et la connectivité. La majeure partie des travaux traite séparément ces deux composantes qui toutefois ne sont pas indépendantes. La connectivité, bien que représentant la plus faible quantité de données, a focalisé beaucoup d'attention car elle permet un gain important par rapport à une méthode naïve et demande un codage sans perte des symboles. La contrepartie est qu'elle fixe l'ordre des sommets et limite les possibilités de compression de la géométrie. Celle-ci représente la position des sommets dans l'espace et permet donc une quantification avant codage qui induit une perte qui doit être contrôlée.

2.3.1.1. Codage de la connectivité

La connectivité est une liste de facettes et est codée par une liste d'indices de sommets dans les fichiers VRML par exemple. Si un maillage contient s sommets, chaque index peut être codé sans perte *par* $\log_2 s$ bits. Un maillage triangulaire requiert $3 \log_2 s$ bits par face pour la connectivité. Comme nous avons vu que le nombre de triangles est environ égal deux fois le nombre de sommets, $6 \log_2 s$ bits sont alors nécessaires par sommet (l'unité classiquement utilisée est notée *bps* pour bit par sommet, ou *bpv* en anglais). Aucune compression n'est présente dans cette description, mais il s'agit simplement d'un codage qui sert de référence aux méthodes de compression.

Bandes de triangles

Les méthodes dites par "bandes de triangles" visent à diviser un maillage 3D en longues bandes de triangles (voir Figure 2.6). L'idée de base est d'obtenir la description d'un triangle grâce à l'introduction d'un seul nouveau sommet au lieu de trois dans une méthode naïve. Deering (Deering 1995), puis Chow (Chow 1997) ont introduit la notion de maillage triangulaire généralisé en utilisant des bandes de triangles généralisées avec une mémoire FIFO (First In – First Out) dans laquelle sont stockés les indices de sommets les plus récemment utilisés (les 16 derniers étant codés sur 4 bits par exemple). Des taux de 11 *bpv* sont obtenus pour des maillages de grande taille. Cependant, la difficulté réside dans le découpage initial en bandes de triangles.

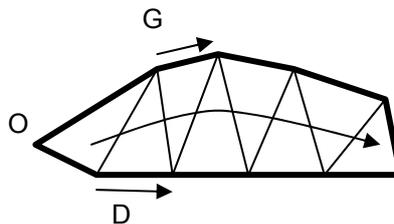


Figure 2.6 – Création d'une bande de triangles.

Arbres couvrants

En 1984, Turan (Turan 1984) a montré que la connectivité d'un graphe planaire pouvait être codée avec deux arbres couvrants : un pour les sommets et un pour les faces, et obtenir ainsi un nombre constant de bits par sommets. Sur cette idée, Taubin et Rossignac (Huffman 1952) ont proposé une méthode "*topological surgery*" pour découper un maillage à l'aide d'un certain nombre d'arêtes et

rendre le graphe planaire. Cet algorithme de référence, de complexité linéaire en fonction du nombre de sommets, permet d'atteindre des taux entre 2,5 et 7 bps, mais requiert une mémoire importante.

Approches guidées par la valence

Les approches guidées par la valence initialisent généralement un contour actif à partir d'un triangle germe dont les arêtes sont placées dans une liste. Celle dernière croît au fur et à mesure que de nouveaux triangles du maillage sont traités. Ces algorithmes produisent une liste de symboles qui permet la reconstruction de la connectivité au décodage. Cette liste peut ensuite être codée par un codeur entropique. Touma et Gostman ont proposé un algorithme servant encore aujourd'hui de référence (Touma and Gostman 1998) qui traite des maillages *manifold* et dans lequel les symboles correspondent à l'ajout d'un sommet de valence X. La valence ayant une distribution de probabilité très concentrée autour de la valeur 6, les codeurs entropiques sont rendus très efficaces. D'autres symboles sont nécessaires pour coder des cas particuliers : partage de liste, fusion de listes... Les taux de compression obtenus sont de l'ordre de 1,5 bps pour la connectivité. Alliez et Desbrun ont proposé une amélioration de ce taux dans (Alliez and Desbrun 2001a) en réduisant le nombre de codes particuliers, surtout pour des maillages irréguliers et ont prouvé que la borne supérieure du taux était de 3,24 bps.

Approches par conquête de triangles

Parallèlement aux approches guidées par la valence, d'autres méthodes ont proposé de fournir des symboles nécessaires à la reconstruction en adoptant le même principe de contour actif intégrant des triangles. Nous pouvons citer l'algorithme *cut-border machine* (Gumhold and Strasser 1998) qui utilise cinq symboles (*new vertex*, *forward*, *backward*, *split* et *close*) dont la liste est ensuite codée par un codage arithmétique. La méthode permet d'atteindre des taux de 4 bps en moyenne et 1,9 bps plus récemment grâce à l'utilisation du codage arithmétique notamment. Avec la même approche, Rossignac a proposé l'algorithme *Edgebreaker* (Rossignac 1999) qui utilise lui aussi cinq symboles pour coder le nouveau sommet par rapport à l'arête courante (C Create, L Left, R Right, E End, S Split).

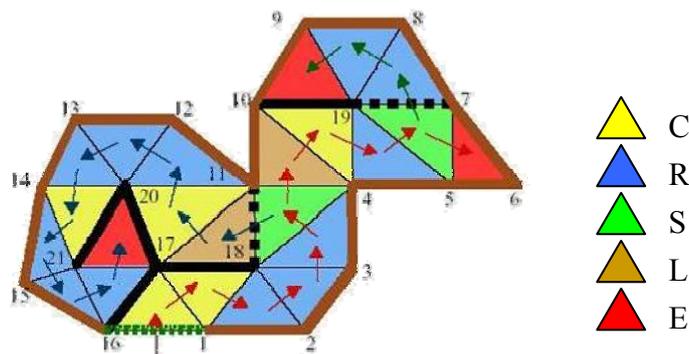


Figure 2.7 – Chaîne de symboles créée par l'algorithme *Edgebreaker* (Rossignac 1999):
CCRRRSLCRSERREL CRRRCRRRE.

La borne de 4 bps est garantie pour les maillages *manifold* de genre quelconque. De nombreuses améliorations ont été apportées (King and Rossignac 1999) et on abaissé cette borne à 3,67 bps puis 3,50 bps (Gumhold 1999). Isenburg (Isenburg 2000b) encode l'information des bandes de triangles simultanément à la connectivité et permet ainsi une reconstruction plus rapide. Les taux de compression obtenus se situent au niveau de 3 ou 4 bps. Dans une autre publication, il a également

proposé un algorithme très intéressant basé sur les arêtes qui encode le voisinage de l'arête courante : *Face Fixer* (Isenburg 2000a).

En résumé les approches basées sur la connectivité ont atteint des performances très importantes. L'algorithme de Touma et Gostman amélioré par Alliez et Desbrun est actuellement la meilleure réponse avec des approches comme celle de Isenburg. Les résultats dépendent bien évidemment des maillages : de leur taille, leur régularité, leur genre, etc. Comme nous l'avons déjà mentionné, la connectivité n'est pas la partie la plus importante (d'un point de vue quantité de données) et ces approches fixent l'ordre des sommets à coder. Il est donc naturel de s'intéresser au codage de la géométrie.

2.3.1.2. Codage de la géométrie

L'ordre des sommets étant fixé par le parcours établi par les méthodes de codage de la connectivité, le codage de la géométrie se résume généralement en une étape de quantification et une de prédiction avant codage que nous présentons dans les sections suivantes.

Quantification

Dans un codage naïf, la géométrie est une liste de sommets codés généralement sur 32 bits pour chacune des coordonnées. La précision associée aux nombres flottants utilisés est très largement supérieure aux besoins des applications. Dans une optique de compression, une quantification permet de limiter à 10, 12 voire 16 bits la taille de chaque coordonnée, et ce, en fonction de l'application visée (un objectif de visualisation ne nécessite généralement pas de précision supérieure). Une perte ou erreur de quantification est bien évidemment engendrée par cette réduction de données : elle doit bien évidemment être mesurée et contrôlée. Cette quantification peut être scalaire ou vectorielle et uniforme (Touma and Gostman 1998) ou non uniforme. Une quantification uniforme engendre une erreur régulière elle aussi, avec la définition d'intervalles de longueur constante. Une quantification non uniforme définit des intervalles en fonction de la distribution des valeurs et permet une optimalité taux de compression / distorsion au détriment de la complexité algorithmique.

D'autres schémas de quantification peuvent s'appliquer ; Chow a par exemple appliqué une segmentation du maillage pour définir une quantification adaptée à chaque région en fonction de la courbure et de la taille des triangles (Chow 1997).

Prédiction

Étant donné une liste de coordonnées dont l'ordre est fixé, l'étape de prédiction se limite à exploiter la proximité des coordonnées. Ainsi, par exemple un codage différentiel tel que celui utilisé dans (Deering 1995) ou bien un schéma de prédiction du parallélogramme (Touma and Gostman 1998) qui est une prédiction linéaire (voir illustration dans la Figure 2.8), permettent de réduire l'amplitude de variation et de concentrer la dynamique des valeurs et donc la quantité de données après un codage entropique. Une prédiction d'ordre 2 a montré de meilleurs résultats en calculant la position prédite de S_n à partir de $2 \times S_{n-1} - S_{n-2}$ (Bajaj, Pascucci et al. 1999a). Taubin et Rossignac utilisent leur arbre couvrant de sommets pour établir une prédiction linéaire d'un sommet à partir de K sommets précédents (Taubin and Rossignac 1998).

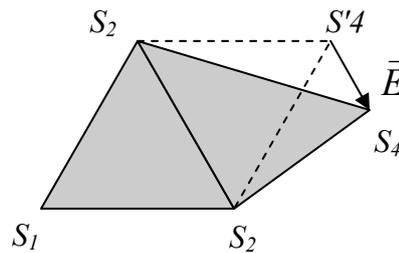


Figure 2.8 – Schéma de prédiction du parallélogramme : codage de l'erreur E entre le sommet prédit S'_4 et le sommet réel S_4 .

2.3.2. Méthodes de compression multirésolution

La transmission progressive de maillages tridimensionnels répond au besoin de transmission de ce type de données parfois très volumineuses sur des réseaux ayant une bande passante limitée. Un maillage grossier est alors transmis pour affichage et des raffinements successifs sont envoyés jusqu'à l'obtention d'un rendu satisfaisant de l'objet, l'utilisateur pouvant alors interrompre à tout moment la transmission. On parle alors de niveaux de détails (LOD pour Level of Detail en anglais) ou de maillage multirésolution.

Pour obtenir un maillage grossier à partir d'un maillage initial, les techniques de base sont voisines de celles utilisées en simplification de maillage telles que la contraction d'arêtes (edge collapse) ou la division de sommet (vertex split). Ces notions sont illustrées dans la Figure 2.9. Au cours de la simplification du maillage initial, les opérations sont mémorisées de manière à pouvoir reconstruire le maillage. La compression se charge alors de coder efficacement ces données. L'introduction de ces maillages progressifs est due à Hoppe (Hoppe 1996).

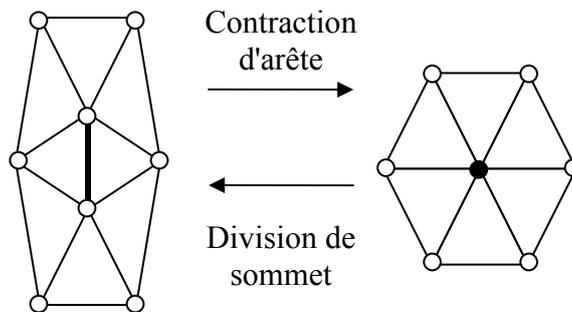


Figure 2.9 – Opérations de base de simplification de maillage : contraction d'arête (celle en gras à gauche) et division de sommet (celui en gras à droite).

En compression multirésolution, les méthodes de simplification peuvent être beaucoup plus évoluées et regroupent des méthodes guidées par la connectivité et d'autres guidées par la géométrie que nous allons détailler dans les sections suivantes.

2.3.2.1. Codage de la connectivité

Les premiers maillages progressifs introduits par Hoppe ne sont pas très performants en termes de compression à cause du codage nécessaire de deux indices pour chaque opération, mais ont largement

inspiré d'autres travaux. Nous pouvons citer la méthode *Progressive Simplicial Complex* (Popovic and Hoppe 1997) qui a permis de lever la contrainte de maillage *manifold* et d'autoriser le changement de topologie du maillage lors de la simplification et du remaillage pour atteindre des taux de compression supérieurs. Une autre méthode "*Progressive Forest Split*", proposée par Taubin et Gueziec (Taubin and Gueziec 1998), utilise également un maillage de base et une séquence de raffinements (voir Figure 2.10).

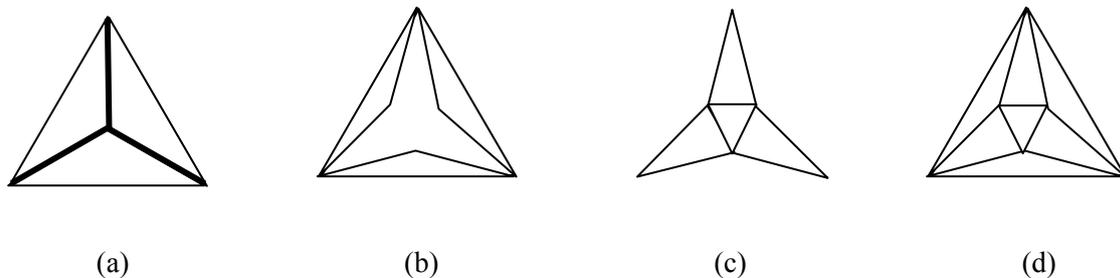


Figure 2.10 – Opérations de l'algorithme Forest Split : (a) maillage original avec une "forêt" marquée en gras, (b) découpe du maillage, (c) triangulation de la découpe, (d) maillage raffiné.

Pour chaque opération de découpage, la structure de la "forêt", la triangulation de la découpe et le déplacement des sommets doivent être enregistrés. Avec des techniques de codage adaptées, les taux de compression sont supérieurs à ceux obtenus avec les maillages progressifs de Hoppe.

Cohen-Or et al. ont proposé un algorithme de compression de maillages progressifs basé sur la décimation itérative de sommets générant des trous re-triangulés ensuite (Cohen-Or, Levin et al. 1999). Les triangles créés forment un patch coloré selon deux techniques : la 4-coloration pour laquelle les patches adjacents ont des couleurs différentes et la 2-coloration qui nécessite en plus un parcours de type zig-zag.

Alliez et Desbrun ont proposé une méthode de compression progressive dans (Alliez and Desbrun 2001b) en appliquant à chaque décimation un codage de la connectivité basé sur la distribution de la valence des sommets. Ces décimations sont effectuées sur les sommets de valeur inférieure à six pour concentrer les valeurs autour de six. Les taux de compression obtenus sont quasiment équivalents à ceux de Touma et Gostman, méthode de référence en compression mono-résolution.

Bajaj et al., ont quand à eux, étendu leur codeur mono-résolution présenté dans (Bajaj, Pascucci et al. 1999b) en décomposant le maillage initial en couches.

2.3.2.2. Approches guidées par la géométrie

Nous avons rappelé que dans un maillage, la géométrie constitue la partie la plus importante. Gandoin et Devillers ont développé une méthode de compression de cette géométrie, indépendamment de toute connectivité (Gandoin and Devillers 2002). L'algorithme est basé sur une décomposition des sommets en kd-arbre (arbre binaire multidimensionnel). À chaque découpage de s sommets, le nombre de sommets dans une branche sera codé sur $\log_2(s+1)$ bits (voir Figure 2.11). Les auteurs ont associé une méthode de prédiction des effectifs des cellules voisines. Les performances obtenues sont remarquables et autorisent une progressivité parfaite. La connectivité peut être reconstruite à partir de l'ordre de la subdivision et de codes indiquant quelle opération a été appliquée (*vertex split* ou *generalized vertex split*), mais cette méthode permet un codage efficace de maillages *manifold* ou non *manifold* aussi bien que de nuages de points.

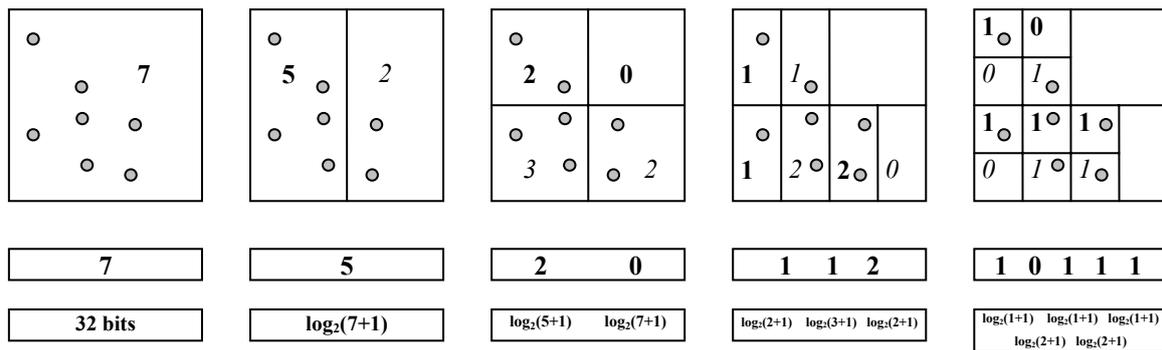


Figure 2.11 – Exemple bidimensionnel de codage avec l'algorithme de Gandoin et Devillers : en haut, une image de points divisés récursivement avec les effectifs (en gras, la valeur codée) ; au milieu le nombre de sommets à coder ; en bas, la taille des codes associés aux effectifs codés.

Peng et al. ont proposé une variante (Peng and Kuo 2004) et (Peng and Kuo 2005) basée sur une décomposition en *octree* qui permet de coder la présence ou non de sommets dans les cellules subdivisées. Puis, pour chaque cellule, l'effectif est codé ainsi que la configuration des cellules filles non vides. Un codeur arithmétique améliore encore ce codage initial. Pour la connectivité, chaque cellule de l'*octree* est représentée par un kd-arbre avec une technique spécifique permettant la reconstruction de la connectivité au décodage. Les résultats présentés montrent une supériorité de l'ordre de 10% pour la géométrie et pour la connectivité par rapport à la méthode de Gandoin et Devillers.

D'autres approches, dites approches spectrales, visent à reproduire une décomposition telle que la DCT (Transformée en Cosinus Discrète) qui a fait le succès des méthodes de compression d'images et de vidéos. En 2000, Karni et Gostman ont proposé une méthode de décomposition spectrale pour la compression de maillages (Karni and Gotsman 2000). Une matrice Laplacienne L est calculée à partir de la connectivité du maillage. Les vecteurs propres de L forment alors une base orthogonale de R^n (pour un maillage à n sommets). La projection des vecteurs de coordonnées spatiales des sommets $S_i=(x_i,y_i,z_i)$ sur cette base donne les vecteurs de coordonnées spectrales. Un codeur tronque et quantifie ensuite le spectre, tout comme une matrice de quantification est appliquée sur la DCT dans JPEG par exemple. Les taux de compression obtenus sont supérieurs à ceux de Touma et Gostman pour des maillages suffisamment lisses. Cette méthode est prometteuse, même si la complexité du calcul des vecteurs propres est très grande. Les solutions apportées par les auteurs sont, soit une partition du maillage, soit une décomposition non optimale sur un maillage régulier en 6-connectivité qui n'est alors plus spécifique au maillage à compresser. La transmission progressive est effectuée dans l'ordre des coefficients spectraux. Pour les objets comportant des hautes fréquences, des améliorations sont encore à produire.

La décomposition en ondelettes s'est imposée en imagerie pour la compression en particulier avec la norme JPEG2000. Khodakovsky et al. (Khodakovsky, Schroder et al. 2000) ont défini une décomposition multirésolution basée sur une transformation en ondelettes (Mallat 1989) et un schéma de subdivision de Loop (Loop 1987). Une étape de remaillage est nécessaire pour obtenir une connectivité adéquate à partir d'un maillage semi-régulier. Les résultats en terme de compression sont très impressionnants et atteignent 8 bits par sommet, en perdant toutefois la connectivité du maillage original. Valette et Prost ont étendu ce principe et ont défini une base d'ondelettes sur des maillages irréguliers (Valette and Prost 2004b) et proposé une méthode de compression (Valette and Prost 2004a) approchant celle de Khodakovsky. Guskov et al., quant à eux se sont concentrés sur la perception des objets 3D qui est liée à la direction des normales et ont défini une représentation de *maillage normal*. Ainsi, des gains significatifs sont obtenus en "qualité" de rendu des objets pour des taux de compression similaires à ceux de Khodakovsky.

Un nouveau mode de représentation proposé par Gu et al. (Gu, Gortler et al. 2002) est basé sur un remaillage régulier bidimensionnel d'une surface manifold et constitue ainsi une *image géométrique* sur laquelle une compression ou un rendu peuvent être appliqués. Une difficulté réside dans le découpage du maillage initial avant de paramétrer le maillage ouvert sur un carré. La compression est réalisée par une méthode basée sur les ondelettes. Pour des maillages de genre 0, Praun et Hoppe (Praun and Hoppe 2003) ont développé une méthode de paramétrisation sur une sphère pour laquelle le découpage est plus aisé et les résultats de compression sont meilleurs et dépassent ceux de Khodakovsky. Peyré et Mallat ont tout récemment proposé une seconde génération de *bandelets* (Peyré and Mallat 2005) et les ont appliquées à ce mode de représentation d'*image géométrique*. Des taux de compression remarquables sont présentés.

Nous avons présenté une grande diversité dans les méthodes de compression multirésolution. Néanmoins, il se dégage une tendance importante. En ce qui concerne la compression sans perte de la connectivité, une limite des taux de compression rend toute recherche moins motivante sur le plan des résultats quantitatifs. Pour les techniques récentes qui autorisent une perte de la connectivité, les limites semblent beaucoup plus éloignées, les approches envisagées sont très novatrices et la recherche est encore très active et peut rejoindre des méthodes monorésolution visant simplement à coder une géométrie (la forme d'un objet) très efficacement. Ce sera un des challenges de nos recherches présentes ou à venir.

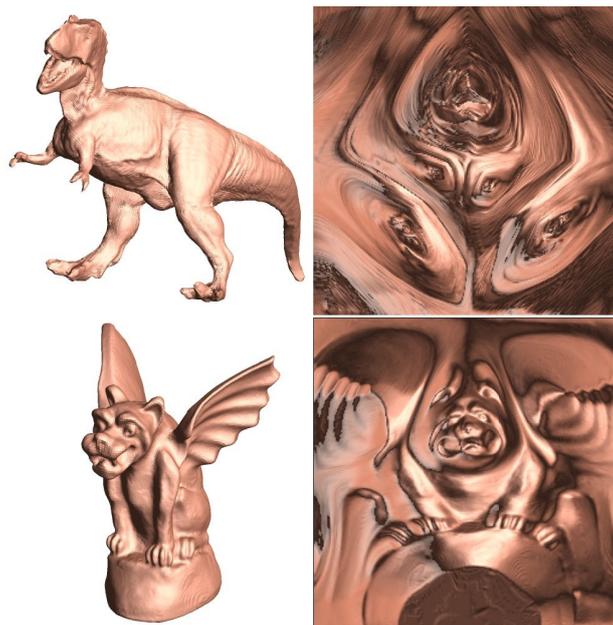


Figure 2.12 – Compression par *images géométriques*.

2.3.3. Panorama des surfaces paramétriques

Nous proposons dans cette section un rapide tour d'horizon des surfaces paramétriques qui peuvent être vues comme des méthodes de compression, dans le sens où elles représentent un modèle 3D dans un format très compact.

L'idée principale des modèles paramétriques est de définir des courbes et surfaces en utilisant une formule paramétrique, qui permet aux concepteurs, architectes, graphistes de manipuler des primitives

graphiques avec un outil de modélisation. La position et le nombre de points de contrôle détermineront la forme voulue. Une surface S est définie à partir de deux variables paramétriques u et v , arguments des fonctions f , g et h .

$$S(u, v) = \begin{bmatrix} x = f(u, v) \\ y = g(u, v) \\ z = h(u, v) \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

2.3.3.1. Surfaces de Bézier

Les surfaces de Bézier ont été définies à partir des courbes du même nom par Pierre Bézier, ingénieur chez Renault, dans les années 1950. Une courbe de Bézier de degré n est définie par :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u) \quad (2-11)$$

avec $u \in [0, 1]$ et avec $n+1$ points de contrôle. Les courbes de Bézier sont dites d'approximation en opposition aux courbes dites d'interpolation qui passent par les points de contrôle (voir Figure 2.13). Tous les points de contrôle ont une influence sur la courbe. Cet inconvénient est contourné en définissant des courbes par morceau afin d'obtenir un contrôle local. La difficulté réside alors dans la conservation de la continuité C1.

Les surfaces de Bézier sont définies par :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) \quad (2-12)$$

et utilisent les polynômes de Bernstein $B_{i,n}$:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i! \times (n-i)!} \times u^i \times (1-u)^{n-i} \quad (2-13)$$

Le nombre de points de contrôle P_{ij} utilisés est donc égal à $(n+1).(m+1)$, et les paramètres u et $v \in [0, 1]^2$.

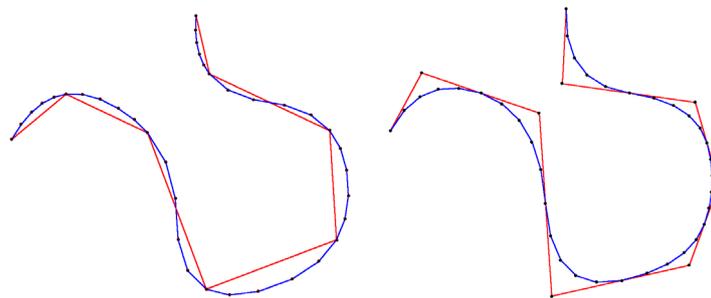


Figure 2.13 – Exemple d'une courbe bleue interpolée à gauche (qui passe par les points de contrôle qui sont les sommets des segments rouges) et approximée à droite.

2.3.3.2. Surfaces B-Spline

Les surfaces B-Spline sont des surfaces d'approximation définies à partir des courbes B-Spline. Une courbe B-Spline de degré m ayant n points de contrôle correspond à $n - m$ segments de courbe de Bézier. Les B-Spline cubiques (d'ordre 3) sont les plus utilisées en informatique graphique. La continuité est alors C^2 sur les points de raccordement appelés nœuds qui sont au nombre de $n+4$ pour des B-Spline cubiques et de $n+m+1$ dans le cas général. Ces points définissent des intervalles, qui, s'ils sont réguliers, engendrent une B-Spline uniforme (non-uniforme dans le cas contraire).

Les $B_{i,n}$ sont les fonctions B-Spline de base d'ordre n , définies récursivement :

$$B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad (2-14)$$

$$B_{i,n}(t) = \frac{(t-t_i)}{t_{i+n-1}-t_i} B_{i,n-1}(t) + \frac{(t_{i+n}-t)}{t_{i+n}-t_{i+1}} B_{i+1,n-1}(t) \quad \text{pour } n > 1. \quad (2-15)$$

Les courbes B-Spline sont définies par :

$$C_k(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,k}(u) \quad (2-16)$$

Les surfaces B-Spline sont une extension directe en ajoutant une dimension :

$$S_{k,l}(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} B_{i,k}(u) B_{j,l}(v) \quad (2-17)$$

Elles présentent l'avantage de fournir un contrôle local et d'avoir un degré indépendant du nombre de points de contrôle.

D'autres familles de courbes et surfaces Spline existent, par exemple les courbes Catmull-Rom qui sont des courbes d'interpolations entre les différents points de contrôle.

2.3.3.3. Surfaces NURBS

Les surfaces NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) sont très utilisées dans les modeleurs et par conséquent en informatique graphique de manière plus générale. Une surface NURBS est une surface B-Spline pour laquelle un facteur de poids est associé à chaque point de contrôle (voir Figure 2.14). Ce coefficient traduit le pouvoir d'attraction du point de contrôle. Pour un coefficient élevé, la surface peut devenir interpolante pour les points de contrôle en question. Cette surface est alors définie par :

$$S_{k,l}(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{ij} P_{ij} B_{i,k}(u) B_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{ij} B_{i,k}(u) B_{j,l}(v)} \quad (2-18)$$

Les surfaces NURBS ont une très grande capacité de description, permettent de modéliser des objets complexes et possèdent de très bonnes propriétés de continuité.

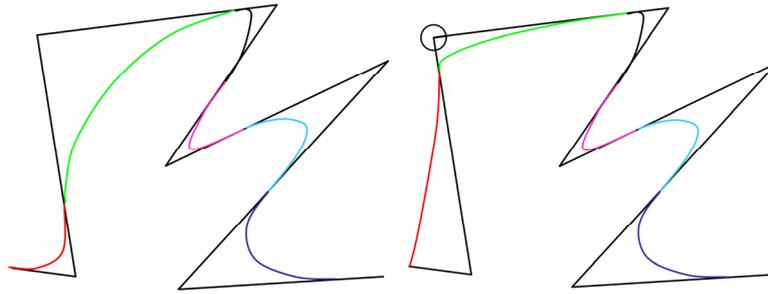


Figure 2.14 – Courbes NURBS avec le même polygone de contrôle : à gauche, tous les coefficients sont identiques, à droite le coefficient du point de contrôle entouré a été augmenté.

2.3.3.4. Surfaces implicites

Les surfaces implicites sont obtenues par une fonction mathématique $F(x,y,z)$ définie dans l'espace 3D, et dont on extrait une iso-surface (en général, la surface recherchée est le lieu de $F(x,y,z)=0$). L'espace est découpé par une grille régulière 3D, dont le pas détermine la finesse du maillage obtenu en sortie (voir Figure 2.15). Le modèle de surfaces implicites est très compact et les opérations d'intersection, de mélange sont très simples. En revanche, la polygonalisation est relativement complexe.

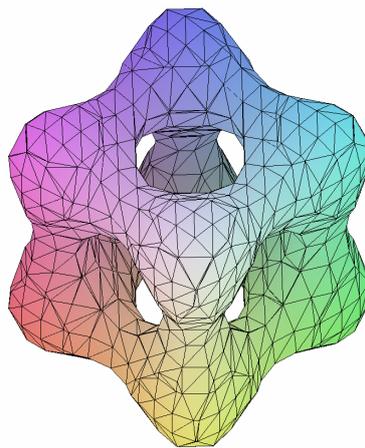


Figure 2.15 – Cube troué défini par $x^4 - 5x^2 + y^4 - 5y^2 + z^4 - 5z^2 + 10 = 0$ pour $-3 < x, y, z < 3$ sur une grille de 15^3 voxels.

2.3.3.5. Surfaces de subdivision

Grâce à leurs propriétés de lissage, les surfaces de subdivision rencontrent un succès grandissant. Elles associent des règles de subdivision à un maillage de contrôle. La surface lisse finale correspond à la limite du processus de raffinement du maillage initial. Un schéma de subdivision comporte :

- une composante topologique : l'insertion de nouveaux sommets résulte de la subdivision de chaque face du maillage initial ;
- une composante géométrique : la modification de la position des sommets initiaux correspond à un lissage et est défini en fonction de règles prédéfinies.

Pour les courbes de subdivision, les positions des nouveaux sommets S'_i sont obtenus à partir de celles des sommets S_i voisins :

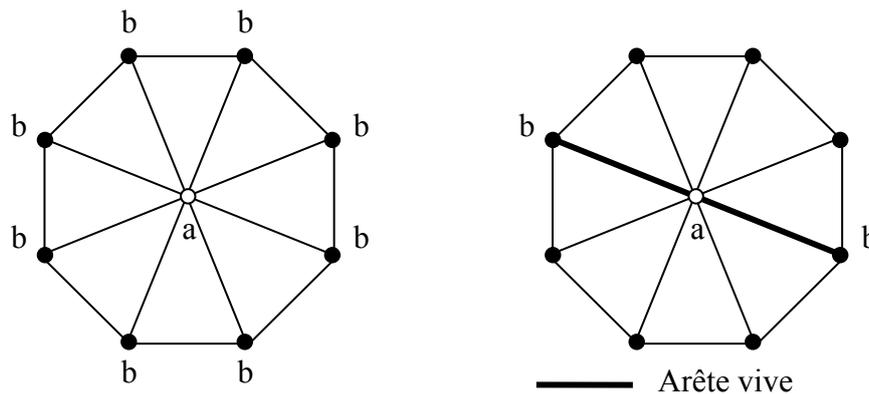
$$S'_i = \frac{1}{8}(S_{i-1} + 6S_i + S_{i+1}) \quad (2-19)$$

La formulation est également possible à partir des nouvelles positions des voisins :

$$S'_i = \frac{1}{4}(S'_{i-1} + 2S_i + S'_{i+1}) \quad (2-20)$$

Un tel schéma correspond à un filtrage passe-bas et produit donc un lissage.

Le passage aux surfaces a été proposé en 1978 par Doo et Sabin (Doo and Sabin 1978) et Catmull et Clark (Catmull and Clark 1978) sur des maillages composés de quadrangles. Plus tard, des schémas de subdivision sur des maillages triangulaires ont été développés (Kobbelt 1996, Loop 1987, Zorin, Schroder et al. 1996). La Figure 2.16 montre le schéma utilisé par Loop et la Figure 2.17 présente un exemple de l'application d'un schéma de subdivision de trois itérations sur un maillage de contrôle.



$$a = 2\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{2\pi}{n_s}\right)\right)^2 - \frac{1}{4} \quad a = \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{1-a}{n_s} \quad b = \frac{1}{4}$$

Figure 2.16 – Surfaces de subdivision : masques de lissage pour le schéma de Loop pour les sommets normaux à gauche (où n_s est le nombre de sommets), pour les sommets sur une arête vive à droite.

Outre le lissage, les surfaces de subdivision présentent de nombreux avantages en termes de simplicité de programmation, de topologie arbitraire sous-jacente pour le maillage de contrôle, de compacité, mais aussi de contrôle local. Les travaux récents en subdivision sont présentés dans l'ouvrage de Warren (Warren and Weimer 2002).

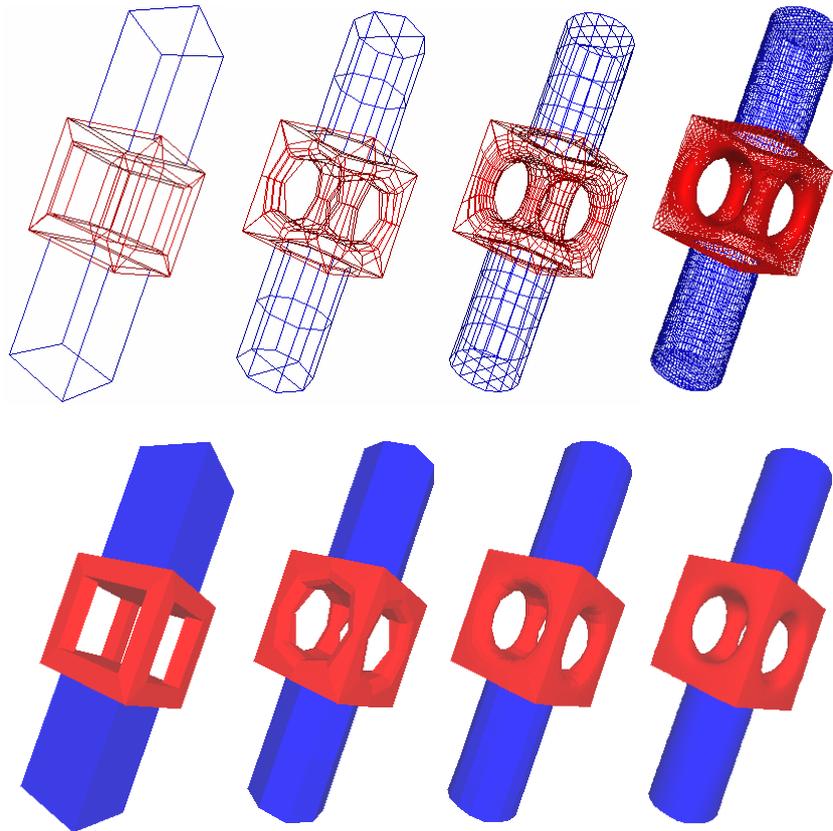


Figure 2.17 – Surfaces de subdivision : en haut, maillage de contrôle et trois itérations du processus de subdivision (de gauche à droite), en bas rendu des différents maillages.

2.3.3.6. Compression de surfaces paramétriques

Comme nous l'avons vu, les surfaces paramétriques présentent de nombreux avantages en termes de modélisation. Leur formulation très compacte présente un avantage indéniable pour la compression. Peu de travaux existent en compression sur ces modèles (Santa-Cruz and Ebrahimi 2002) ; pour compresser une surface définie par un maillage, il est alors nécessaire de l'approximer. La distorsion du modèle produit devra être contrôlée tout en sachant que ce type de méthodes induira nécessairement la perte de la connectivité du maillage d'origine.

Compte tenu des propriétés intéressantes des surfaces de subdivision, elles font l'objet actuellement d'une attention toute particulière. Nous soulignerons la propriété de raffinement successif simplement par application du schéma de subdivision qui permet une reconstruction progressive ou adaptée aux besoins des terminaux sans nouvelle transmission de données. Dans une optique de compression, nous noterons également les travaux de Hoppe concernant la conservation d'arêtes vives au sein des schémas de subdivision (Hoppe, DeRose et al. 1994), une propriété importante comme nous le verrons dans les sections suivantes.

2.3.4. Autres approches

Nous abordons succinctement dans cette section d'autres modèles de représentation d'objets 3D qui peuvent mener à d'autres approches de compression. Nous présenterons successivement une

description discrète pour laquelle la classe de représentation prend en compte l'intérieur des objets 3D ainsi qu'une technique de modélisation par arbre de construction.

2.3.4.1. Modèle discret

Les systèmes d'acquisition actuels qu'ils soient bidimensionnels ou tridimensionnels produisent des images discrètes, dont le support est une grille le plus souvent régulière. Chaque élément de cette grille est appelé un pixel en 2D ou un voxel en 3D. De l'autre côté de la chaîne, un écran de visualisation utilise également un réseau régulier 2D (hexagonal ou carré). Il est donc naturel de s'intéresser à des traitements purement discrets d'images discrètes.

La représentation et la manipulation d'objets continus est plus aisée et a donc conduit à la discipline "traitement d'image" issue de la théorie du signal et qui s'appuie sur les travaux de Shannon, dont notamment ceux sur l'échantillonnage. En effet, les données acquises par un système sont considérées comme des échantillons d'un signal continu. Cette théorie permet, sous réserve d'un échantillonnage effectué avec les bonnes hypothèses, la reconstruction du signal continu et des traitements ultérieurs.

Le passage du monde discret au monde continu est appelé reconstruction et le passage inverse est la discrétisation. Les modèles discrets, ou "voxel" en 3D, s'attachent à redéfinir des objets de base du monde continu (droite, cercle, plan, etc.) et des transformations (rotation, filtrage, etc.). Il existe plusieurs modèles discrets différents qui possèdent certaines propriétés du monde continu, mais en général de nombreux problèmes topologiques, liés au choix de la connexité par exemple, se posent. Ces problèmes qui peuvent parfois se résoudre facilement en 2D, sont très difficiles à résoudre en 3D. La modélisation d'une surface ne peut donc s'effectuer que par un passage à un modèle analytique qui nécessite une reconnaissance des objets de base. Nous verrons plus en détail dans le chapitre 5 les travaux que nous avons mené dans ce cadre, avec une polyédrisation d'objets 3D basée sur la reconnaissance de plans discrets.

2.3.4.2. Arbre CSG

L'arbre CSG (*Constructive Solid Geometry*) décrit un objet 3D comme une combinaison de primitives volumiques assemblées à l'aide d'opérateurs ensemblistes, objet pour lequel la topologie est définie par un arbre appelé "arbre CSG" dont les feuilles correspondent aux formes élémentaires (cube, cylindre, etc.) et les nœuds correspondent aux opérations ensemblistes (translation, rotation, union, intersection, différence, déformation, etc.). Un exemple d'un objet simple et de l'arbre CSG associé est donné dans la Figure 2.18.

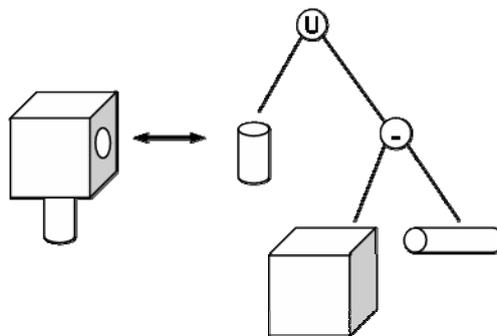


Figure 2.18 – Exemple d'assemblage de formes et arbre CSG associé

La modélisation par des arbres CSG est liée à des formats propriétaires en règle générale car les objets sont construits avec des logiciels de CAO spécifiques, mais cette description est intéressante d'un point de vue compression dans le sens où si les opérations de construction sont mémorisées, il est alors possible de reconstruire l'objet avec une très faible quantité d'information.

2.4. Bilan synthétique et positionnement de nos travaux

Pour faire un rapide bilan des approches en compression de maillage, nous proposons une vue synoptique des différentes classes de méthodes étudiées dans l'état de l'art. Les approches guidées par la connectivité visent à établir un ordre de parcours optimal pour réduire la quantité de symboles (voir Figure 2.19). Même si l'objectif visé est l'optimisation en sortie du multiplexage, cet ordre de parcours contraint le codage de la géométrie et en limite forcément les performances.

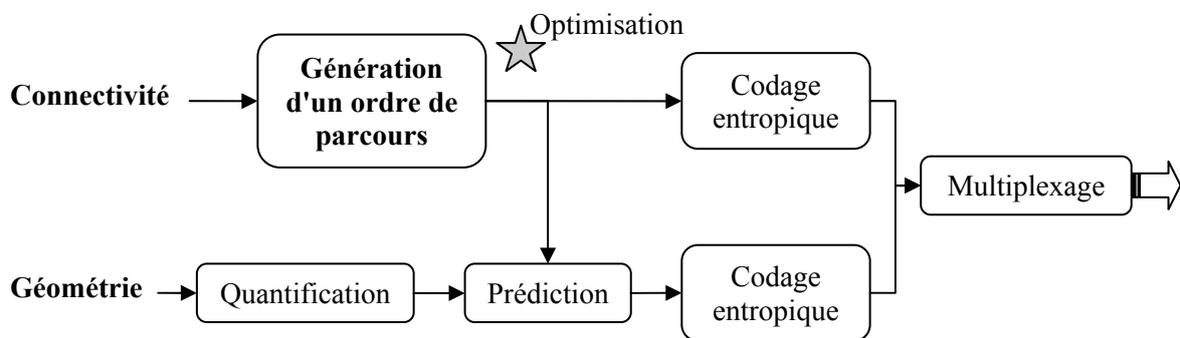


Figure 2.19 – Synoptique des approches guidées par la connectivité.

Les approches guidées par la géométrie visent à ordonner les coordonnées pour établir un codage optimal de la géométrie (voir Figure 2.20). Les codes générés pour transmettre la connectivité ne sont alors plus autant optimisés que par le premier type d'approches. Dans une optique de transmission pour visualisation sans conservation de la connectivité originale, diverses variantes peuvent être envisagées : une transformation des coordonnées par remaillage, une transformation en images géométriques. Un codage réduit de la connectivité est possible en simulant la reconstruction partielle de cette connectivité au décodage.

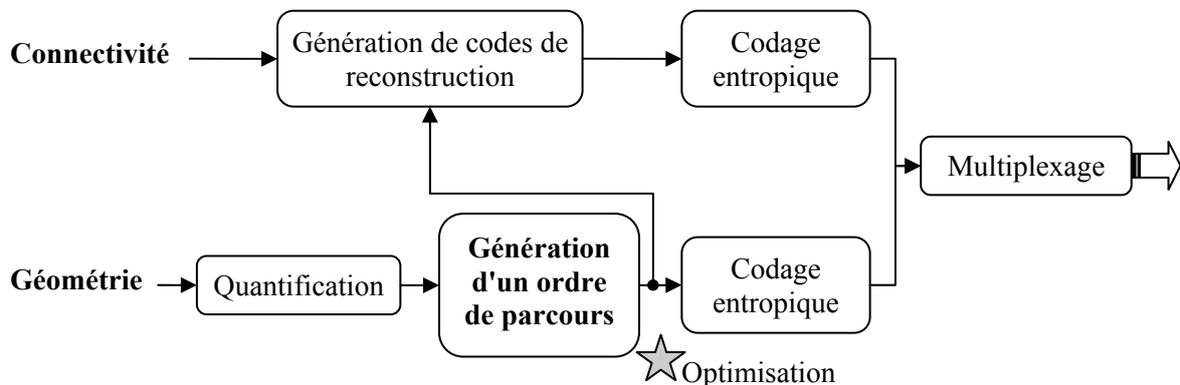


Figure 2.20 – Synoptique des approches guidées par la géométrie.

Les approches de compression de maillages utilisant les surfaces paramétriques ne conservent pas la connectivité et sont donc adaptées à des objectifs de visualisation ou compression avec pertes de la connectivité originale. Elles nécessitent une phase d'approximation de la surface avant une phase de compression qui peut être classique ou bien plus spécifique en fonction du type de surface paramétrique utilisée (voir Figure 2.21).

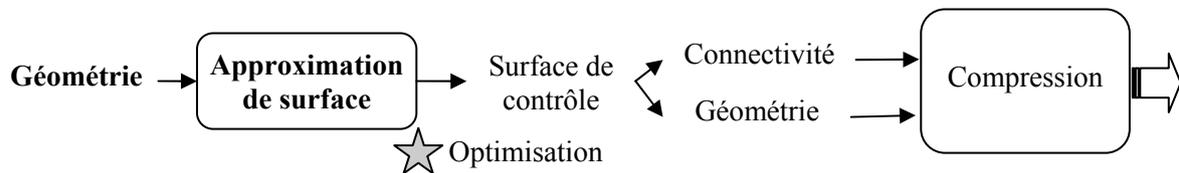


Figure 2.21 – Compression par des méthodes paramétriques : une étape d'approximation supplémentaire est nécessaire.

C'est dans ce cadre, qui laisse entrevoir d'importants progrès en compression, qu'ont porté nos efforts pour la compression de surface par approximation par des surfaces de subdivision. Ceux-ci sont présentés dans le chapitre 3. Nous avons également cité d'autres modèles dont le modèle discret qui est un autre volet de nos travaux. Ainsi, sur ce dernier modèle, le chapitre 4 propose une autre approche de compression d'objets 3D basée sur le calcul d'axe médian et le chapitre 5 présente une méthode de reconstruction polyédrique d'une surface discrète.

Chapitre 3.

Compression de maillages basée sur des surfaces de subdivision

3.1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre le résultat des recherches que nous avons menées en compression géométrique au laboratoire LIRIS avec l'encadrement de la thèse de Guillaume Lavoué. Nous avons essentiellement travaillé dans le cadre d'un projet exploratoire RNRT (Réseau National de la Recherche en Télécommunications) SEMANTIC-3D qui vise à compresser, indexer et tatouer des pièces 3D et plus particulièrement au sein du sous projet 1 dont nous avons la responsabilité scientifique qui concerne la compression, transmission et visualisation. L'application industrielle visée est un prototype d'un système d'information et de communication (télé-consultation, télé-assistance) entre les auteurs (concepteurs de pièces mécaniques), les utilisateurs nomades (techniciens automobile) et un serveur central de données 3D. Les échanges de données 3D comprimées devront s'adapter au débit de transmission et à la capacité des terminaux utilisés et se feront sur des réseaux existants (réseau interne pour les auteurs, réseau sans fil pour les techniciens).

Les points critiques apparaissent aussi bien dans la transmission des données qui doit s'adapter aux ressources disponibles (type de réseau, nature des terminaux pour la décompression et la visualisation) que dans la consultation efficace, flexible et sécurisée (intégrité et confidentialité) de ces informations. Des gains d'efficacité à ces différents stades - éventuellement combinés - sont indispensables pour le développement effectif des applications. L'activité actuelle sur ces sujets souligne bien l'intérêt majeur de nombreux acteurs du domaine des télécommunications et des industriels concernés. La transmission des données est au cœur des problèmes à résoudre pour obtenir une qualité de service satisfaisante, et ce, même sur les réseaux à haut débit. Le besoin de transmission rapide est inhérent aux applications basées sur un environnement 3D où l'utilisateur interagit avec les données 3D ou demande plus de détails sur les objets environnants.

Dans le paysage de la recherche française, l'équipe Géométrica à l'INRIA s'intéresse aux courbes et surfaces et notamment à la paramétrisation de maillages, aux techniques de remaillage, d'approximation et de compression de maillages avec Pierre Alliez ; l'équipe de Bruno Lévy du LORIA à Nancy travaille également sur la paramétrisation de maillages. Parmi les équipes renommées internationales, on peut citer, sans être exhaustif, les équipes allemandes de Gumhold au Computer Graphics Group au Max-Planck-Institut für Informatik à Saarbrücken et de Kobbelt au Computer Graphics Group à Aachen qui travaillent sur la compression de maillages ; aux États-Unis, les équipes de Caltech Computational Vision Group de Taubin et Multi-Résolution Modeling Group de Schröder qui traitent de compression et de multi-résolution ou l'équipe de Hoppe à Microsoft Research qui a initié les recherches en transmission progressive et a développé les "images géométriques" ; en Israël, les équipes de Gostman (Technion) et de Cohen-Or (Tel-Aviv) qui développent de nouvelles méthodes de paramétrisation, d'approximation et de compression.

Dans nos travaux effectués au laboratoire LIRIS, nous avons cherché à développer une méthode originale de compression d'objet 3D maillé en nous intéressant à la forme de l'objet plutôt qu'à la réduction des données du maillage. Nous considérons en effet un maillage comme la représentation d'une forme que nous tentons de représenter par un autre maillage moins volumineux en passant par une représentation intermédiaire. Nous nous sommes concentrés dans un premier temps sur des modèles 3D issus de la CAO (en provenance d'un constructeur automobile dans le cadre du projet SEMANTIC-3D) sous la forme de maillages, qui est la représentation la plus utilisée actuellement (par exemple dans les échanges entre le constructeur et les sous-traitants qui ne fournissent pas les modèles originaux). Cette représentation est en général consommatrice en mémoire et encombrante pour les réseaux. Ces données 3D doivent en effet être transmises sur des canaux à débit variable, stockés et accédés pour une restitution rapide et une visualisation partielle ou complète sur des terminaux ayant des puissances de calcul, des capacités de stockage et de visualisation très diverses (station graphique, ordinateur portable, tablette PC, PDA).

Nous présenterons tout d'abord le schéma global retenu pour compresser les modèles 3D avant de détailler les différentes étapes du processus. Les résultats montreront ensuite la validité de la démarche au regard de l'objectif visé qui est la visualisation des objets comprimés avec une prise en compte de la variété des terminaux et des réseaux utilisés.

3.2. Présentation de l'approche choisie

Nous nous sommes placés dans un objectif de compression de maillages pour une visualisation d'objets 3D. La conservation de la connectivité n'étant pas nécessaire, nous nous sommes intéressés aux méthodes paramétriques et aux surfaces de subdivision en particulier compte tenu des avantages présentés dans l'état de l'art et du gros potentiel de ce type d'approches en termes de compression. Le schéma global de compression retenu présenté dans la Figure 3.1 nécessite une première phase de segmentation de qualité (avec des frontières lisses) qui permettra ensuite une approximation par région (ou patch). Le polyèdre de contrôle construit à partir des polygones de contrôle de chaque région sera ensuite compressé à son tour puis codé pour donner un flux binaire. Pour respecter la contrainte de non création de trous (cracks) entre les régions, la frontière entre 2 régions voisines sera commune aux deux régions. Une étanchéité parfaite sera ainsi assurée pour le rendu.

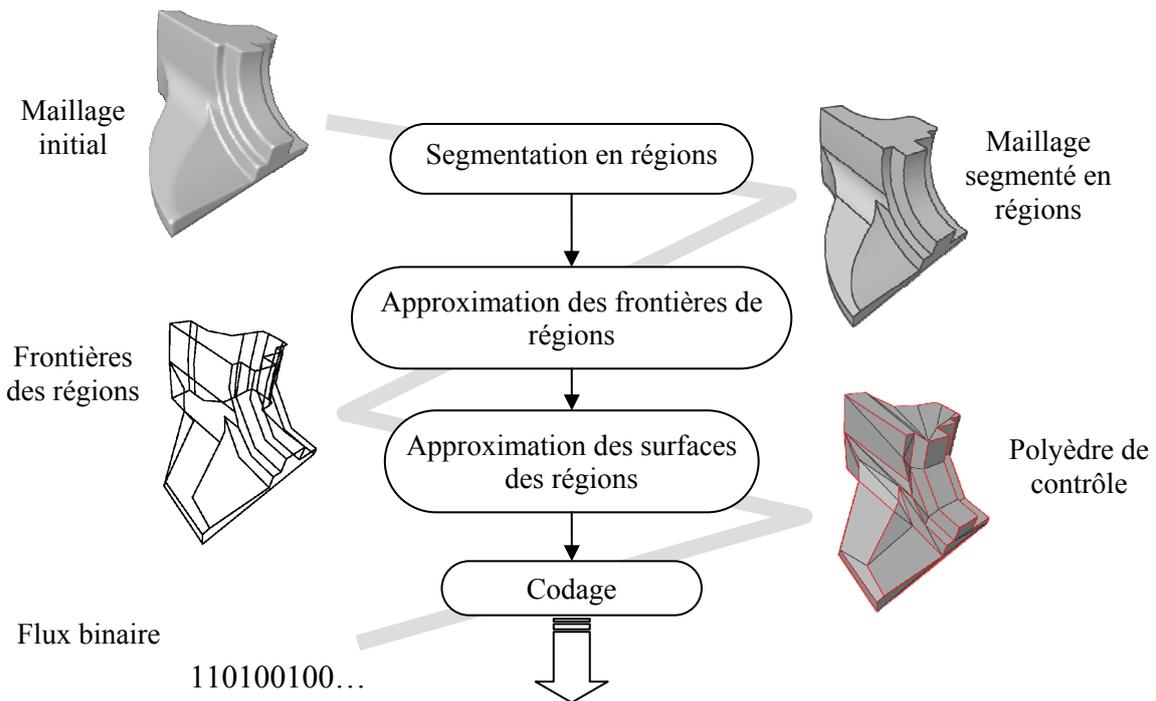


Figure 3.1 – Schéma global de compression retenu, illustré avec l'objet *fandisk*.

3.3. Segmentation en régions surfaciques

Dans le processus d'approximation de surfaces, une segmentation en régions est une étape nécessaire permettant à la fois de réduire la complexité de l'approximation, mais également d'avoir une information locale qui pourra être utilisée pour reconstruire la topologie de chaque région, et par exemple, pour rendre la visualisation adaptative. Notre schéma de compression pourra de plus être indépendant du maillage d'origine.

La segmentation en régions d'un maillage polygonal est un sujet de recherche peu abordé, même si récemment, quelques travaux importants nous ont servis de support. Garland et al. (Garland, Willmott et al. 2001) ont proposé une méthode de fusion de facettes avec un objectif d'approximation de surfaces par des morceaux de plans. Benko et Varady ont plus récemment proposé un algorithme de décomposition d'objets CAO en surfaces élémentaires (Benko and Varady 2004). Razdan et Bae tiennent compte des arêtes vives, tout en réalisant une segmentation basée sur les angles dièdres entre les faces voisines (Razdan and Bae 2003). L'inconvénient majeur de ces méthodes reste l'aspect non régulier des frontières des régions détectées, ce qui pose un problème pour une méthode d'approximation.

Nous avons basé notre méthode de segmentation sur l'analyse de la courbure et sur la conservation des arêtes vives qui sont un aspect essentiel pour les objets CAO tout en cherchant à obtenir des contours réguliers. La méthode est décrite dans les deux sous-sections suivantes et est détaillée dans (Lavoué, Dupont et al. 2005d).

3.3.1. Segmentation en régions basée sur l'analyse de la courbure

La méthode de segmentation développée est illustrée sur la Figure 3.2. En premier lieu, une analyse du maillage détecte les arêtes vives et sommets vifs. Une arête vive est définie par un angle dièdre supérieur à un certain seuil, angle mesuré entre les deux facettes adjacentes. Un sommet est dit vif, s'il appartient à une arête vive. Les triangles comportant trois sommets vifs sont alors enrichis pour avoir une mesure de courbure significative, en insérant un nouveau sommet au centre du triangle considéré.

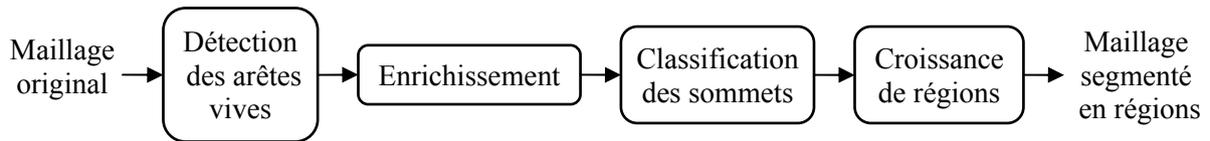


Figure 3.2 – Synoptique de la méthode de segmentation de maillages.

La courbure locale d'un maillage peut se mesurer à l'aide de différents estimateurs des tenseurs de courbure : celui de Meyer et al. (Meyer, Desbrun et al. 2002) ou bien celui de Cohen-Steiner et al. (Cohen-Steiner and Morvan 2003). Ce dernier est basé sur le *cycle normal*, qui correspond géométriquement à l'ensemble des vecteurs normaux et a donné les meilleurs résultats sur des maillages issus de la CAO, éventuellement mal tesselés. Le tenseur de courbure est calculé en chaque sommet ; les valeurs de courbures principales k_{min} et k_{max} ainsi que les directions principales d_{min} et d_{max} en sont déduites (voir l'illustration de ces mesures dans la Figure 3.3 sur l'objet *Avion*). Les directions de courbure n'ont de sens que sur des régions anisotropes (une direction de courbure sur une surface plane par exemple est sans fondement).

Les sommets, ainsi caractérisés par leurs courbures principales, sont ensuite classifiés avec un algorithme classique K-Means dont une version très connue est l'algorithme de Lloyd (Lloyd 1982) généralisé à des données vectorielles et en utilisant une distance euclidienne. Un algorithme de croissance de régions basé sur les triangles est ensuite mis en place. Un triangle devient un *germe* d'une nouvelle région L si et seulement si ses sommets non vifs appartiennent à un unique groupe issu de la classification des sommets (certains sommets peuvent être vifs et donc non classés). La valeur de courbure C_L du groupe issu de la classification lui est attribuée. Le déroulement de l'Algorithme 3.1 permet alors d'effectuer cette croissance de régions (voir Figure 3.4). Le résultat sur l'objet *Fandisk* est illustré dans la Figure 3.5 (a,b) et fait apparaître un nombre très important de régions ; c'est pourquoi nous avons mis en place une étape de fusion de régions.

Algorithme 3.1 – Croissance de régions.

Pour chaque triangle t_L de courbure C_L **Faire**

Pour chaque arête a_i non vive, adjacente à un triangle t_i germe **Faire**

Si le sommet opposé s_i est un sommet vif ou si il a la même valeur de courbure C_L
Le triangle est intégré à la région L .

Fin_Si

Fin_Pour

Fin_Pour

Pour chaque triangle non encore associé à une région (comportant 3 sommets vifs par exemple) **Faire**
Intégrer le triangle à la région la plus représentée parmi les voisins

Fin_Pour

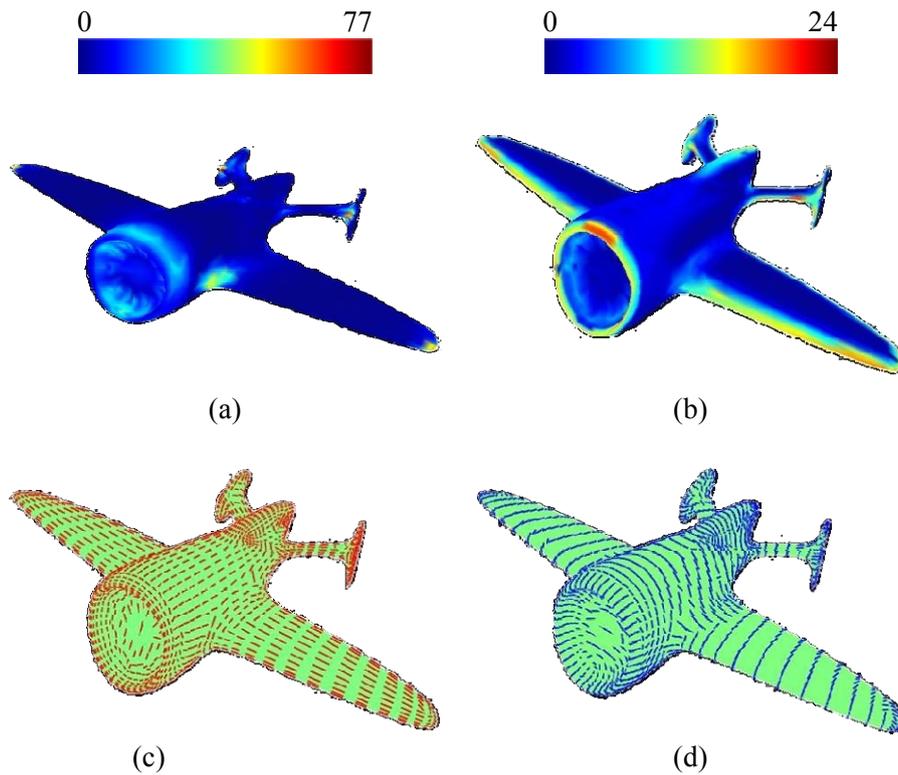


Figure 3.3 – Courbures principales k_{min} (a), k_{max} (b) et directions de courbure minimale (c) et maximale (d) mesurées sur l'objet *Avion*.

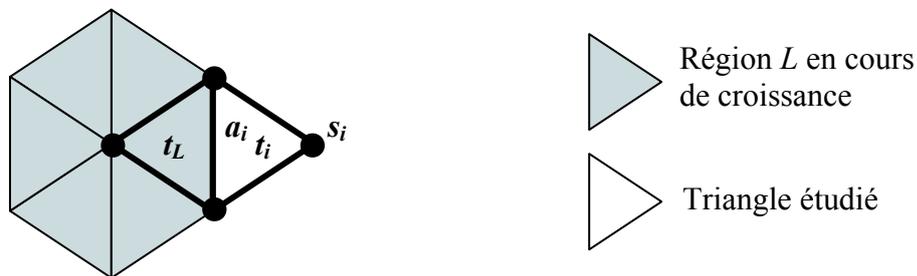


Figure 3.4 – Mécanisme de croissance de régions.

Tout d'abord, un graphe d'adjacence de régions est calculé, dans lequel chaque nœud représente une région et chaque arête est pondérée par une distance de similarité entre les régions. Cette distance est basée sur la courbure, la taille des régions et la longueur du périmètre commun entre les régions voisines, comme il est décrit dans (Lavoué, Dupont et al. 2005d). Une procédure de réduction du graphe avec mise à jour des arêtes permet d'obtenir une fusion de régions conduisant à une segmentation de qualité (voir Figure 3.5c).

Le paramètre K définissant le nombre de groupes initiaux est fixé par l'utilisateur, mais nous avons montré que l'étape de croissance et fusions de régions régularise les résultats et permet d'obtenir un nombre stable de régions. Cette propriété est importante dans le processus d'approximation de surfaces qui sera mis en œuvre par la suite. Nous observons cependant sur l'objet *Fandisk* segmenté, des frontières non régulières qui pourront poser problème lors de l'approximation de ces mêmes frontières par des courbes de subdivision.

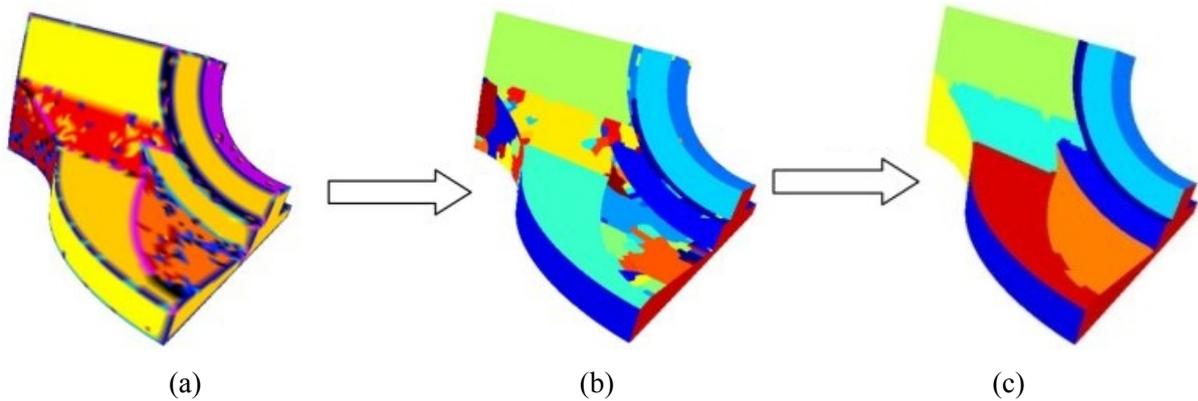


Figure 3.5 – Résultat de la croissance de régions sur l'objet *Fandisk* avec $K=18$ groupes (a) générant 128 régions (b) (les couleurs attribuées sont sans signification) et résultat de la fusion de régions regroupées en 25 régions (c).

3.3.2. Rectification d'arêtes

Les contours des régions obtenues présentent parfois un aspect non régulier (voir Figure 3.7a) qui est corrigé par une procédure de rectification de contours décrite dans la Figure 3.6. Les arêtes frontières sont détectées sur le maillage segmenté sur lesquelles un score de pertinence est calculé sur chacune des arêtes. Ce score est défini à partir des directions de courbure d_{min} et d_{max} qui caractérisent la géométrie de l'objet. Les frontières naturelles ont tendance à être parallèles aux lignes de courbure minimale (voir Figure 3.7b).

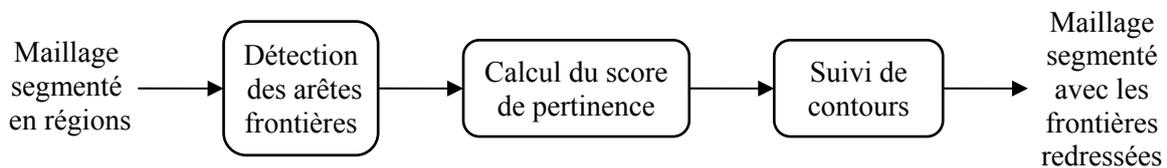


Figure 3.6 – Synoptique de la méthode de rectification de frontières.

Le *Score Frontière* (SF) est donc défini à partir, d'une part, de l'angle mesuré entre la ligne de courbure minimale et la frontière (S_a) et, d'autre part, de la variation de courbure entre l'arête et les sommets opposés (S_c) (voir (Lavoué, Dupont et al. 2005d) pour plus de détails). Les arêtes correctes sont ensuite marquées (voir Figure 3.7c) en fonction du *Score Frontière*. Des contours éventuellement non fermés sont créés à partir des arêtes marquées : à leur extrémité, des arêtes candidates sont évaluées à partir du score précédent et de l'angle formé avec la dernière arête du contour et la "meilleure" arête est alors intégrée au contour. Le processus se poursuit jusqu'à la fermeture de tous les contours. Le résultat obtenu sur l'objet *Fandisk* est présenté dans la Figure 3.7d et montre la disparition des artefacts notés dans la phase de segmentation en régions.

L'algorithme de segmentation présenté, composé d'une phase de segmentation basée sur la courbure et d'une phase de rectification de contours, est bien adapté aux objets CAO présentant des frontières lisses et de courbure régulière. Les résultats obtenus sont satisfaisants (voir Figure 3.8) et permettent ainsi d'envisager une approximation des contours et des régions surfaciques.

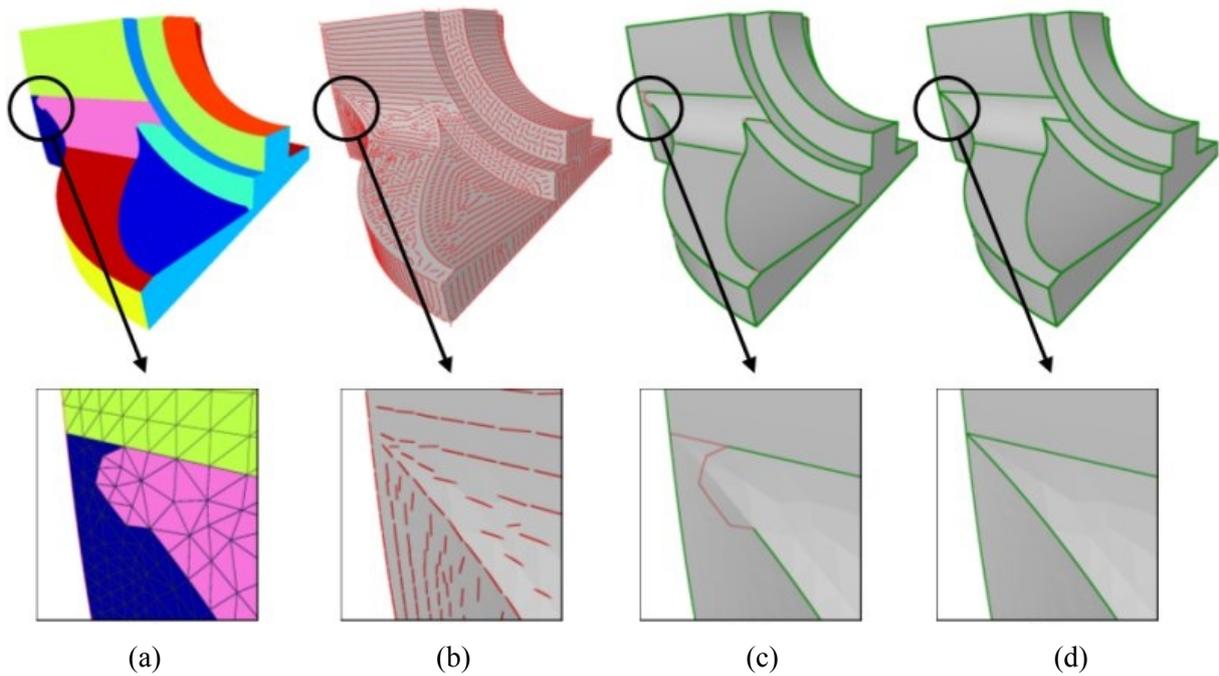


Figure 3.7 – Les différentes étapes de la rectification de frontières appliquée à l'objet *Fandisk* avec un zoom sur un artefact corrigé ; (a) objet segmenté, (b) directions de courbure minimale, (c) marquage des arêtes correctes en vert, (d) arêtes redressées après le suivi de contour.

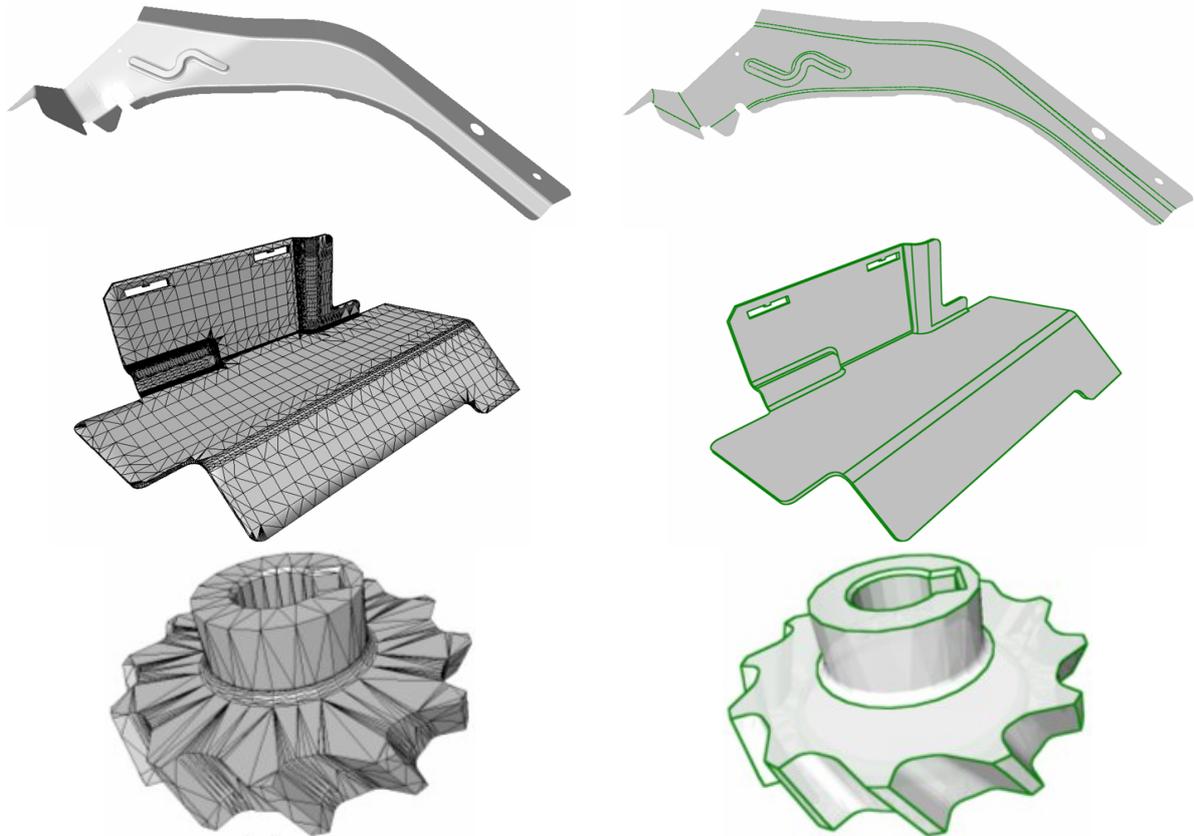


Figure 3.8 – Résultats (à droite) de la procédure complète de segmentation appliquée à trois objets CAO (à gauche) ; les contours verts délimitent les régions obtenues.

3.4. Approximation des contours de régions

Après la phase de segmentation, une phase d'approximation des surfaces des régions obtenues produira un polyèdre de contrôle qui sera codé ; ceci constitue le cœur de notre méthode de compression de maillages d'objets 3D. Mais avant cela, pour garantir l'étanchéité de la surface qui sera reconstruite, nous avons introduit une étape d'approximation des contours séparant chacune des régions segmentées prises deux à deux comme présenté dans la Figure 3.1.

3.4.1. Principe

Chaque frontière de région est découpée en autant de portions de frontière que de régions voisines existent (voir Figure 3.9). Ainsi, chaque frontière entre deux régions sera représentée par une courbe d'approximation qui leur sera commune. Outre l'étanchéité qui est ainsi assurée aux frontières, un autre avantage de cette technique réside dans la simplification du contour à approximer. Une des précautions à prendre sera de marquer comme vifs, les sommets correspondant aux extrémités des morceaux de frontière, afin qu'ils ne soient pas modifiés lors du processus de reconstruction. En conséquence, l'étanchéité sera également préservée près des sommets.

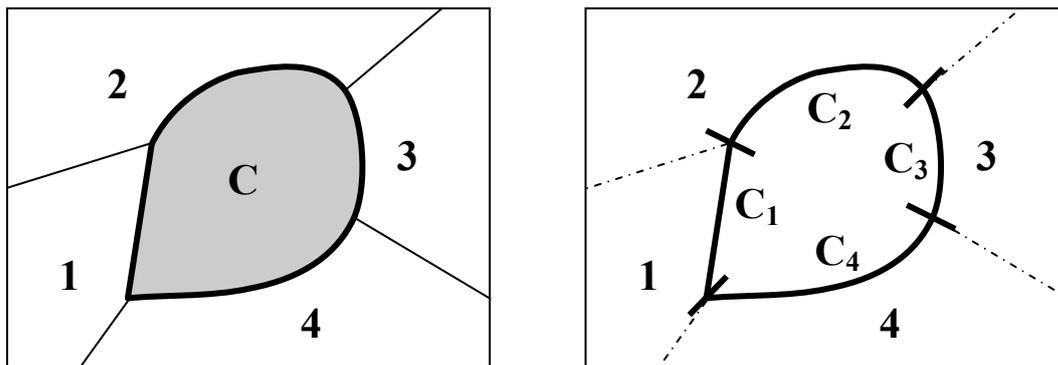


Figure 3.9 – Division d'un contour C d'une région grisée en fonction des quatre régions voisines : quatre courbes ouvertes sont créées (C_1, C_2, C_3, C_4).

3.4.2. Courbes de subdivision

Comme nous l'avons vu dans la section 2.3.3.5 traitant des surfaces de subdivision, une courbe de subdivision est définie par un ensemble de points de contrôle pour lesquels un raffinement successif mène à une courbe limite lisse qui est une B-Spline cubique uniforme, mis à part à ses extrémités. À chaque itération, les positions des nouveaux sommets S'_i sont obtenus à partir de celles des sommets S_i voisins : $S'_i = 1/8(S_{i-1} + 6S_i + S_{i+1})$. Le cas particulier des sommets vifs qui ne doivent pas être déplacés est alors résolu par $S'_i = S_i$. Un exemple est donné dans la Figure 3.10. Ce schéma de subdivision est alors compatible avec les schémas existants pour les surfaces de subdivision (Catmull and Clark 1978), (Loop 1987), (Stam and Loop 2003).

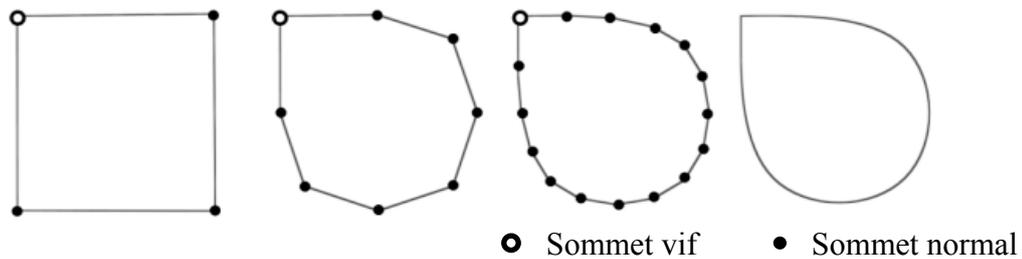


Figure 3.10 – Subdivision d'une courbe avec quatre points de contrôle dont un vif (de gauche à droite, le polyèdre de contrôle, après une puis deux étapes de subdivision et la courbe limite).

3.4.3. Approximation des contours

L'objectif est ici d'approximer un contour ouvert ou plus rarement fermé, par une courbe de subdivision. Le processus utilisé est en deux étapes : tout d'abord, une initialisation est effectuée à partir d'une analyse de la courbure, puis une optimisation déplace les points de contrôle et en ajoute si nécessaire.

3.4.3.1. Initialisation

Une courbe de subdivision, telle que définie ci-dessus, étant une courbe B-Spline cubique uniforme mis à part à ses extrémités, est composée de segments polynomiaux. Nous avons déterminé le nombre optimal de points de contrôle en fonction de la courbure de la courbe cible.

Théorème 3.1 (Nombre de maxima locaux de courbure). Étant donné un segment de courbe B-Spline cubique uniforme, les maxima locaux de courbure se situent aux extrémités du segment.

Preuve : Pour un segment B-Spline cubique S_i , la courbure à chaque paramètre est définie par $C(u) = \|\ddot{S}_i(u)\|$. Or la dérivée seconde d'une B-Spline cubique est une B-Spline linéaire. Ainsi, la plus grande valeur de la norme de la dérivée seconde et par conséquent la courbure maximale est nécessairement localisée aux extrémités.

En conséquence, ce théorème nous conduit à imposer un point de contrôle à chaque maximum local de courbure. Pour n maxima détectés, l'algorithme placera n points de contrôle (voir Figure 3.11) plus 2 supplémentaires aux extrémités si la courbe est ouverte. La position limite des points de contrôle est calculée à partir de la position des voisins selon le schéma de subdivision déjà exprimé. Ainsi pour les faire coïncider avec les maxima de courbure, il suffit de résoudre un système linéaire $n \times n$.

3.4.3.2. Optimisation

L'initialisation étant effectuée, une phase d'optimisation est nécessaire pour déplacer les points de contrôle et éventuellement en ajouter si nécessaire. Plusieurs algorithmes existent dans la littérature pour les courbes, comme par exemple la méthode de Hoschek (Hoschek 1988) améliorée récemment (Saux and Daniel 2003) et pour les surfaces (Ma and Kruth 1995). Ces méthodes sont basées sur une paramétrisation qui est complexe à optimiser. D'autres méthodes proposées (Krishnamurthy and Levoy 1996) ou (Forsey and Bartels 1995) ne sont pas adaptées à des schémas de subdivision et leur formulation paramétrique. C'est pourquoi nous avons choisi d'étendre la méthode de Pottmann et al. (Pottmann and Leopoldseder 2003), basée sur la minimisation d'approximants quadratiques locaux,

aux règles de subdivision. Cette méthode a en effet démontré ses capacités et sa rapidité de convergence (Yang, Wang et al. 2004). Le principal intérêt de cette méthode réside dans la définition d'approximants quadratiques locaux de la distance quadratique d'un point à une courbe (ou une surface).

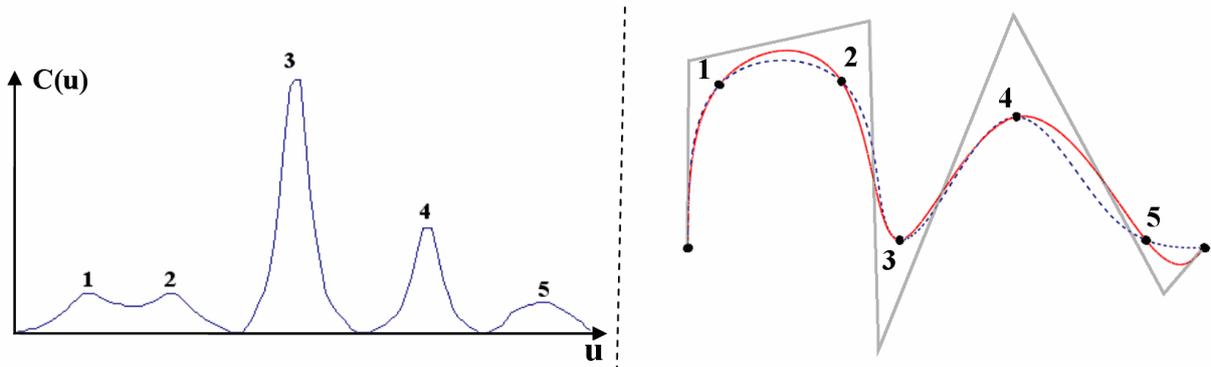


Figure 3.11 – Exemple d'initialisation de la courbe de subdivision à partir des maxima locaux de courbure (numérotés de 1 à 5) : à gauche, mesure de la courbure le long de la courbe, à droite, polygone de contrôle (en gris), courbe initiale (en rouge) et courbe cible en pointillés bleus.

Considérons une courbe lisse Ψ bidimensionnelle, en chaque point t on peut définir le repère de Frenet (e_1, e_2) où e_1 est le vecteur tangent normalisé et e_2 est le vecteur normal. Pour un point P et le point de la courbe le plus proche $\Psi(t_0)$ appelé *Footpoint*, les coordonnées de P dans le repère de Frenet sont $(0, d)$ où d est la distance entre P et $\Psi(t_0)$. L'approximant quadratique local $F_d(P)$ est défini par :

$$F_d(x_1, x_2) = \frac{d}{d + \rho} x_1^2 + x_2^2 \quad (3-1)$$

où x_1 et x_2 sont les coordonnées de P dans le repère de Frenet et ρ le rayon de courbure de la courbe cible. L'extension pour une courbe tridimensionnelle conduit à la formulation suivante :

$$F_d(x_1, x_2, x_3) = \frac{d}{d + \rho} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (3-2)$$

où x_1, x_2 et x_3 sont les coordonnées de P dans le repère de Frenet, e_2 est dans la direction de $P - \Psi(t_0)$ et $e_3 = e_1 \wedge e_2$.

À chaque itération, des points S_k sont choisis sur la courbe de subdivision et les points associés sur la courbe cible sont calculés. Les points choisis correspondent aux sommets de la courbe de subdivision à un niveau inférieur. Les points S_k s'expriment à partir des points de contrôle initiaux à l'aide de fonctions C_k déterminées en multipliant successivement les matrices de subdivision associées aux règles de subdivision choisies. Ainsi, pour chaque S_k , l'approximant quadratique local F_d^k est calculé. Finalement, avec un algorithme des moindres carrés, la minimisation de la fonction F suivante :

$$F = \sum_k F_k^d(S_k) \quad (3-3)$$

permet d'obtenir les nouvelles positions des points de contrôle. Ce processus est itéré jusqu'à ce que l'erreur diminue en deçà d'un certain seuil. La convergence est très rapide (cela tient à la définition de la distance point à courbe et la qualité de la phase d'initialisation) comme le montre l'exemple dans la Figure 3.12 où la courbe de subdivision se superpose avec la courbe cible après seulement deux

itérations. La détection de sommets vifs permet de conserver les angles saillants comme le montre l'exemple de la Figure 3.13.

Un problème de mauvaise mise en correspondance entre les points et la courbe peut se produire lorsqu'une courbe présente des auto-intersections ou des voisinages proches (cas improbable dans le cadre de nos travaux après une segmentation de maillages basée sur la courbure). Le point de la courbe le plus proche n'est pas forcément celui qui correspond au point échantillonné. Une solution a été mise en place avec l'introduction de *footpoints généralisés*, et une paramétrisation active de ces *footpoints* qui permet de retrouver le point de la courbe correct qui respecte l'ordre selon une abscisse curviligne. Pour plus de détails sur cette méthode, ainsi que l'initialisation et l'optimisation de l'approximation de courbes, le lecteur pourra se reporter aux travaux dans (Lavoué, Dupont et al. 2005b).

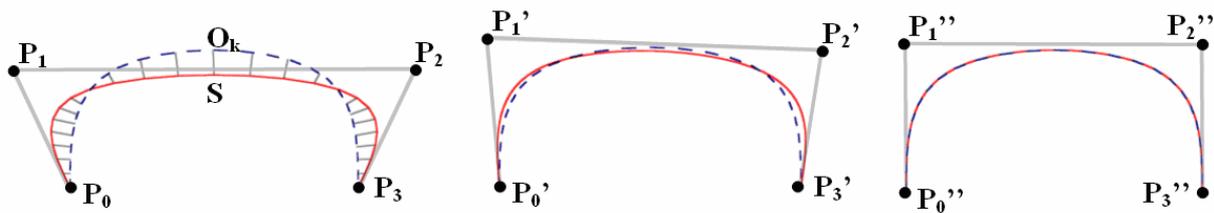


Figure 3.12 – Exemple d'optimisation de la courbe de subdivision : de gauche à droite, courbe de subdivision initiale, puis après une et deux itérations ; polygone de contrôle (en gris), courbe initiale (en rouge) et courbe cible en pointillés bleus.

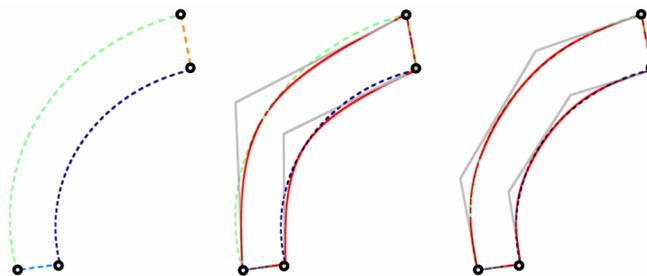


Figure 3.13 – Exemple d'optimisation de la courbe de subdivision avec des sommets vifs, de gauche à droite, courbe cible, détection des sommets vifs et résultat de l'approximation.

3.5. Approximation d'une région surfacique

Après avoir approximé les contours des régions segmentées par des courbes de subdivision, la surface de chaque patch doit à son tour être approximée par une surface de subdivision définie par son polyèdre de contrôle. Dans la littérature, l'approximation de surfaces est très souvent abordée comme un problème de simplification en partant d'un maillage initial. Dans le cadre de l'approximation de surfaces par des surfaces de subdivision, les points de contrôle sont ensuite déplacés pour minimiser la distorsion. On peut citer les travaux de (Lee, Moreton et al. 2000), (Kanai 2001), (Razdan and Bae 2003), (Ma, Ma et al. 2004). L'inconvénient de ces méthodes pour notre approche est la dépendance à la connectivité du maillage initial.

3.5.1. Principe

Après une segmentation en régions puis une approximation des contours de chaque région, chacun des polygones de contrôle est extrait, puis maillé à partir des points de contrôle en suivant les lignes de courbure. Cela permet de créer une surface de subdivision initiale qui est ensuite optimisée en

déplaçant les points de contrôle et en ajoutant de nouveaux points si nécessaire, de la même manière que pour approximer les courbes dans la section précédente. Ce processus est présenté ci-dessous et détaillé dans (Lavoué, Dupont et al. 2005a).

3.5.2. Surfaces de subdivision

Nous avons déjà présenté les différents schémas de subdivision triangulaires ou quadrangulaires. Dans le cadre d'une approximation de surface, le choix du schéma ne sera pas anodin en regard du résultat obtenu. Ainsi pour s'affranchir de ce problème, nous avons retenu le schéma quadrangle/triangle développé par Stam et Loop (Stam and Loop 2003) qui utilise les règles de Catmull-Clark sur les régions quadrangulaires et les règles de Loop sur les régions triangulaires. Chaque arête est divisée en deux, chaque triangle divisé en quatre et chaque quadrangle en quatre. Chaque sommet est déplacé avec un masque de lissage. Ces schémas sont présentés dans la Figure 3.14 avec les masques associés : (a) pour un sommet entouré de triangles, (b) pour un sommet entouré de quadrangles et (c) pour un voisinage mixte dans lequel n_a est le nombre d'arêtes et n_q le nombre de quadrangles. Un exemple de polyèdre de contrôle subdivisé avec le schéma hybride est présenté dans la Figure 3.15.

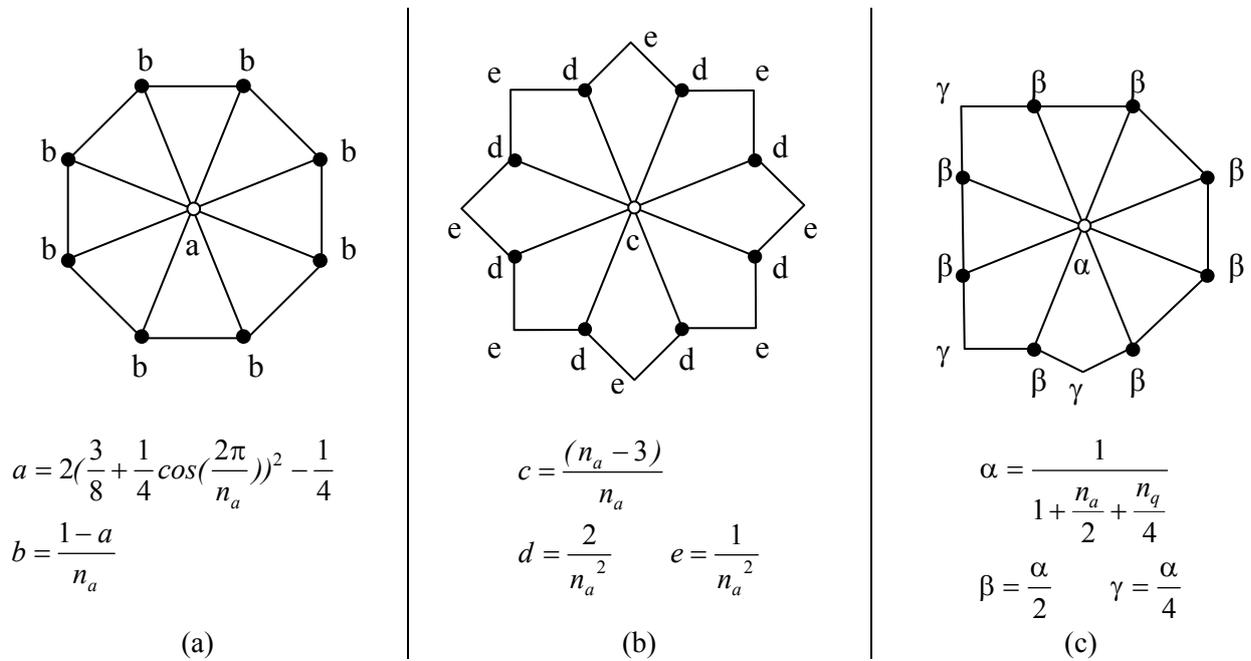


Figure 3.14 – Masque de lissage de Loop (a), Catmull-Clark (b) et le schéma quad/triangle (c).

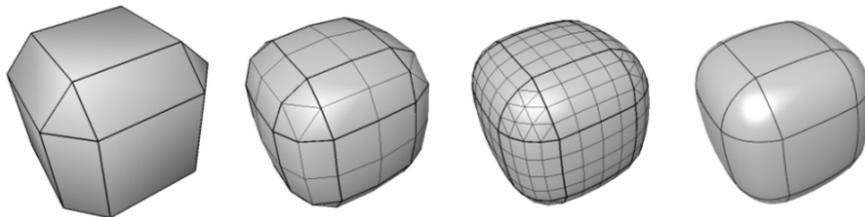


Figure 3.15 – Exemple de subdivision utilisant le schéma quadrangle/triangle ; de gauche à droite, polyèdre de contrôle, après une et deux itérations et surface limite (avec les lignes de contrôle).

3.5.3. Approximation des surfaces

3.5.3.1. Initialisation

À partir des polygones de contrôle des régions segmentées, il est nécessaire de reconstruire la topologie de chaque région. Pour cela, une analyse des directions de courbure optimise le choix des liens à établir entre les points de contrôle. Ainsi, pour chaque couple de points de contrôle (définissant une arête potentielle) d'une région, un *Score de Cohérence (SC)* est mesuré. Il tient compte de l'orientation respective des lignes de courbure (minimale et maximale) et de celle de l'arête "projetée" sur le maillage cible qui est en fait le plus court chemin géodésique entre les deux sommets. Un contour orienté unique est créé autour de tous les polygones frontières : il est appelé le *Contour Topologique* et permet de s'affranchir du problème causé par une surface à trous par exemple. Pour plus de détails, voir (Lavoué, Dupont et al. 2005c). Ensuite, nous déterminons l'arête potentielle qui a le plus faible score de cohérence *SC*, puis nous découpons le contour topologique en deux sous contours. Nous répétons itérativement ce processus jusqu'à l'obtention de sous contours plans (voir la Figure 3.16). Finalement, les contours plans non convexes sont découpés en contours convexes avec l'algorithme de Hertel et Mehlhorn (Hertel and Mehlhorn 1983).

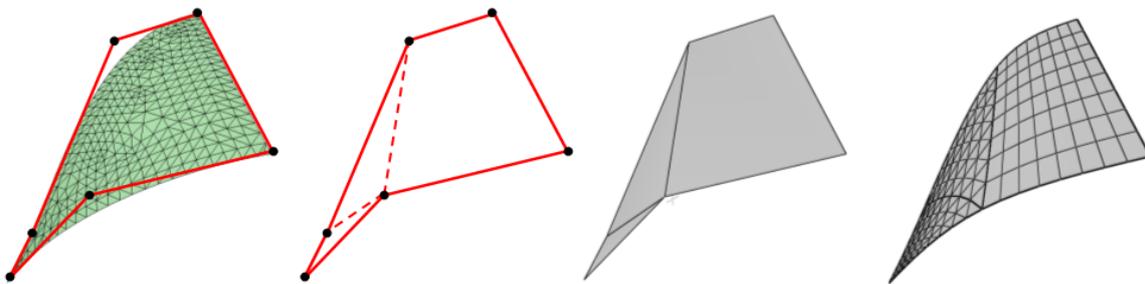


Figure 3.16 – Exemple de découpage du contour topologique en sous contours plans, à gauche maillage original superposé au contour topologique, à droite surface de subdivision associée.

En procédant à l'assemblage des facettes ainsi créées, nous obtenons un polyèdre de contrôle initial (Figure 3.16c) qui donnera une surface limite après subdivision (Figure 3.16d) approximant la surface originale (Figure 3.16a).

3.5.3.2. Optimisation

Dans le cas où la segmentation du maillage d'origine fournit des frontières approximantes de qualité, la surface limite est proche de la surface originale. En se plaçant dans un cadre plus général d'approximation de surfaces, il est nécessaire de s'intéresser à l'optimisation de la géométrie et à l'enrichissement éventuel de la topologie. Avec la même inspiration que pour l'optimisation de l'approximation des courbes, nous avons étendu l'approche développée par Pottman et Leopoldseder (Pottmann and Leopoldseder 2003) pour l'appliquer aux surfaces.

Considérons une surface lisse Φ , en chaque point t on peut définir le repère de Frenet (e_1, e_2, e_3) où e_1 et e_2 sont les directions principales de courbure et e_3 est le vecteur normal. Pour un sommet P et le point de la surface le plus proche $\Phi(t_0)$ appelé *Footpoint*, les coordonnées de P dans le repère de Frenet sont $(0, 0, d)$ où d est la distance entre P et $\Phi(t_0)$. L'approximant quadratique local $F_d(P)$ est défini par :

$$F_d(x_1, x_2, x_3) = \frac{d}{d + \rho_1} x_1^2 + \frac{d}{d + \rho_2} x_2^2 + x_3^2 \quad (3-4)$$

où x_1 , x_2 et x_3 sont les coordonnées de P dans le repère de Frenet, et ρ_1 , ρ_2 sont les rayons de courbure de la surface cible dans les directions e_1 et e_2 .

En chaque sommet, la courbure est calculée avec l'estimateur de Cohen-Steiner et Morvan (Cohen-Steiner and Morvan 2003). Ensuite des points S_k sont échantillonnés sur la surface de subdivision. Les points correspondants sur la surface cible, appelés *footpoints*, sont déterminés. Les points S_k s'expriment à partir des points de contrôle initiaux à l'aide de fonctions C_k déterminées en multipliant successivement les matrices de subdivision associées aux règles de subdivision choisies.

Ainsi, pour chaque S_k , l'approximant quadratique local F_d^k est calculé, puis un algorithme des moindres carrés minimise la fonction F suivante :

$$F = \sum_k F_k^d(S_k) \quad (3-5)$$

Ce procédé, qui permet d'obtenir les nouvelles positions des points de contrôle, est itéré jusqu'à l'obtention d'une erreur minimale. La convergence est assurée après quelques itérations, comme le montre l'exemple dans la Figure 3.17 où la surface de subdivision se superpose avec la surface cible après cinq itérations.

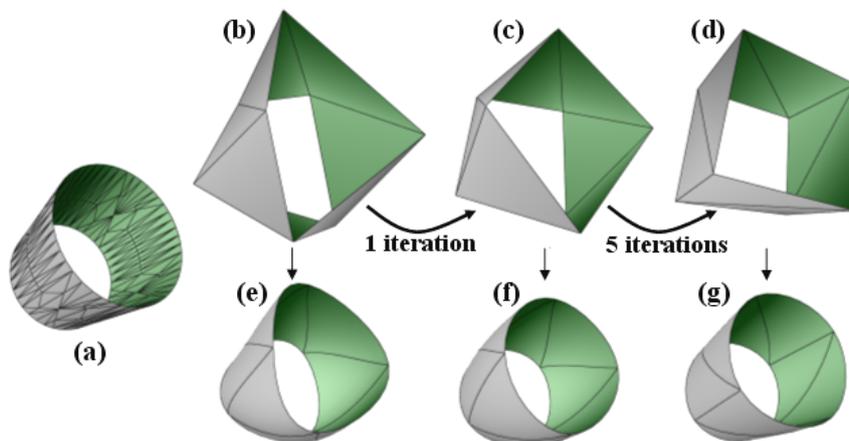


Figure 3.17 – Exemple d'optimisation géométrique (a) maillage d'origine, (b) polyèdre de contrôle initial puis après 1 (c) et 5 itérations (d), (e,f,g) surfaces limites.

Dans le cadre de l'approximation de surface, la phase d'initialisation est très importante. Si la qualité est insuffisante, une phase d'enrichissement des points de contrôle est nécessaire. Nous avons donc mesuré l'erreur locale et déterminé les zones principales d'erreur :

- Si l'erreur est plutôt locale, les facettes concernées sont ensuite fusionnées, un point de contrôle est alors ajouté au centre et connecté au voisinage (voir exemple dans la Figure 3.18) ;
- Si l'erreur est diffuse, chaque face sera enrichie par l'ajout d'un nouveau point de contrôle.

La méthode a été testée sur de nombreux objets et les erreurs d'approximation restent très faibles, comme le montre le Tableau 3.1 (les objets ont été normalisés dans une boîte englobante de taille 1). L'algorithme d'enrichissement est détaillé dans (Lavoué, Dupont et al. 2005c).

	Nombre de sommets / faces de la surface initiale	Nombre de sommets et faces du polyèdre de contrôle	Erreur L1 ($\times 10^{-3}$)
Exemple de la Figure 3.17	168 / 248	10 / 5	1,72
Exemple de la Figure 3.18	324 / 491	16 / 17	2,06

Tableau 3.1 – Exemple d'optimisation géométrique (a) maillage d'origine, (b) polyèdre de contrôle initial puis après 1 (c) et 5 itérations (d), (e,f,g) surfaces limites.

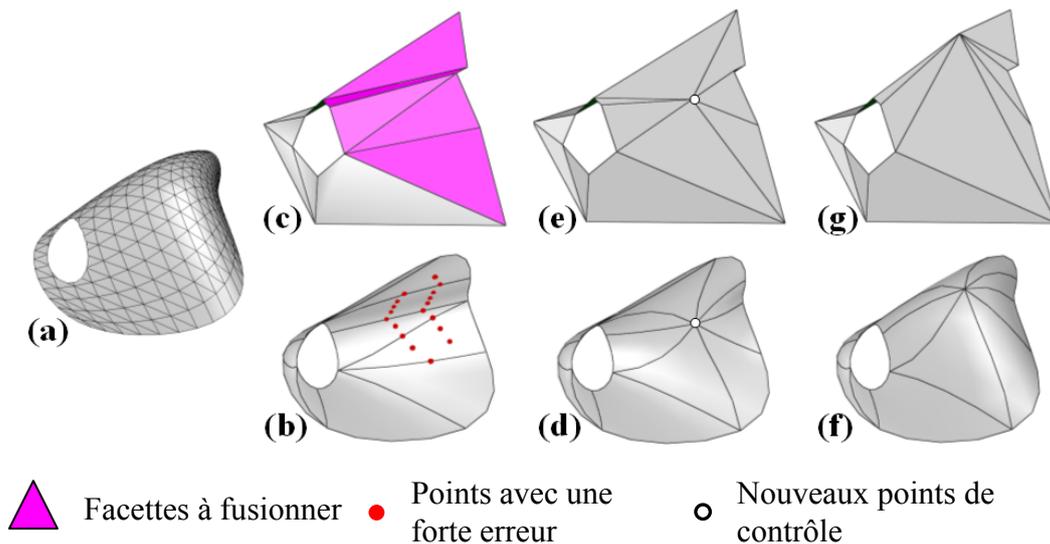


Figure 3.18 – Exemple d'enrichissement : (a) surface d'origine, (b) détection des fortes erreurs, (c) fusion des facettes concernées, (d,e) ajout d'un point de contrôle, (f,g) optimisation.

3.6. Construction de l'objet et codage

Comme nous l'avons décrit à l'aide de la Figure 3.1, après la phase de segmentation, celle d'approximation de frontières et d'approximation de surface des régions, la reconstruction du polyèdre de contrôle complet est nécessaire avant le codage de cette nouvelle structure.

3.6.1. Construction du polyèdre de contrôle

Chaque région étant approximée au mieux par une surface de subdivision, les polyèdres de contrôle locaux sont simplement assemblés les uns aux autres en marquant comme *vives* toutes les arêtes de contrôle à la frontière des patches. Ainsi, outre la préservation de l'étanchéité de la surface, l'approximation correcte des frontières est également assurée pendant le processus de subdivision. Notons que cette information de marquage des arêtes est nécessaire en plus du polyèdre de contrôle pour reconstruire la surface originale.

La qualité de l'approximation est délicate à évaluer. En effet, elle dépend des étapes de segmentation, approximation de frontières et de surfaces. Nous avons cependant reporté dans le Tableau 3.2 les résultats (nombre de sommets et nombre de faces du polyèdre de contrôle) en fonction de l'erreur engendrée par l'approximation (résultats donnés par les auteurs sur le même objet *Fandisk*). La comparaison fait apparaître une supériorité de notre méthode d'un point de vue taille du polyèdre par rapport aux deux autres méthodes, mais une erreur plus grande pour notre méthode comparativement à celle de Hoppe et al. Cependant cette dernière approche est menée par une minimisation globale nettement plus complexe. Un autre avantage de notre méthode réside dans le fait que l'objet subdivisé est lisse et respecte les arêtes vives grâce à la détection mise en place. Ainsi, l'erreur est largement inférieure à ce que peut percevoir un être humain devant son écran. L'erreur liée à la reconstruction lors des subdivisions successives s'avère diminuer très rapidement. En effet, comme le montre la Figure 3.19 sur l'objet *Fandisk*, après une seule itération, l'objet est proche de l'erreur limite et après 2 itérations, l'erreur limite est atteinte. Ceci valide notre choix pour toute l'étape de compression pour un objectif de compression bas débit pour une visualisation sur des terminaux ayant des puissances de calcul et de visualisation très diverses. Pour l'objet *Fandisk*, par exemple, le modèle original contient près de 13000 facettes, le polyèdre de contrôle transmis n'en contient que 89 ! Lors de la reconstruction sur le terminal, après une itération, 367 facettes sont créées et 1468 à la deuxième itération. Ainsi, les capacités du terminal étant moins sollicitées, il est possible d'envisager une reconstruction et visualisation sur des PDA par exemple. Un projet de fin d'études a validé cette démarche et a permis de réaliser une démonstration sur PDA.

	Nombre de sommets / faces du polyèdre de contrôle	Erreur L1 ($\times 10^{-3}$)	Erreur L2 ($\times 10^{-3}$)	Erreur Max ($\times 10^{-3}$)
Notre algorithme	75 / 89	0,78	1,632	10,46
Méthode de Ma et al.	173 / 342	5,06	-	27,09
Méthode de Hoppe et al.	87 / 170	-	0,32	-

Tableau 3.2 – Résultats comparatifs de plusieurs méthodes d'approximation de surface obtenus pour l'objet *Fandisk*.

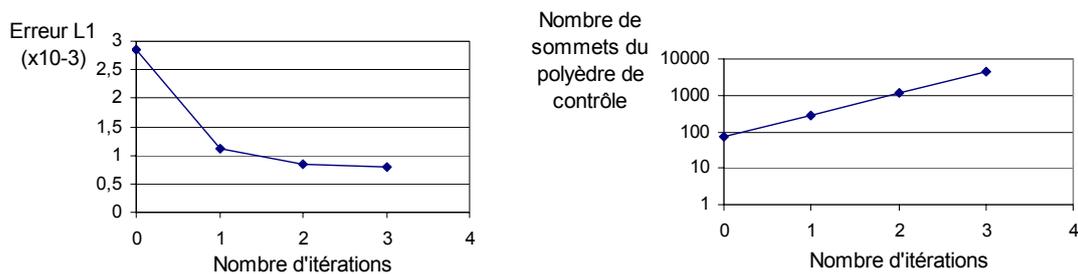


Figure 3.19 – Évolution de l'erreur (à gauche) et du nombre de sommets du polyèdre de contrôle (à droite) pour l'objet *Fandisk* en fonction du nombre d'itérations.

3.6.2. Codage du polyèdre de contrôle

Nous avons constaté la réduction importante de la quantité de données à transmettre après la phase d'approximation de surface. Toutefois, pour réduire au maximum la taille associée au polyèdre de

contrôle, nous avons développé une méthode de compression de maillages monorésolution capable de traiter des maillages contenant des polygones de degré quelconque. Le polyèdre de contrôle comporte peu de sommets, les approches basées sur la géométrie ne sont pas adaptées et nous avons donc choisi une approche basée sur la connectivité.

3.6.2.1. Connectivité

La méthode récente développée par Isenburg et Snoeyink (Isenburg and Snoeyink 2001) est capable de coder des polygones de degré quelconque et est adaptable à des groupements de face, tels des patchs constituant un objet. Nous avons donc appliqué cette méthode qui consiste à coder la connectivité en une liste de symboles (parmi une dizaine en fonction des degrés des facettes contenues dans le polyèdre). Une *région* contenant un ensemble de facettes déjà traitées est étendue en intégrant de nouvelles facettes. La *frontière* de cette région contient une liste d'arêtes orientées et est mise à jour en intégrant de nouvelles arêtes à partir de l'arête en cours appelée la *porte*. Les régions pouvant se scinder, ce sont en fait des piles de chacun de ces éléments qui seront mémorisés et les éléments en cours de traitement seront appelés *région active*, *frontière active* et *porte active*. Les symboles utilisés pour coder les arêtes sont F_n pour une nouvelle face de degré n , R et L suivant si la porte est adjacente à l'arête suivante ou précédente sur la frontière, S pour un partage en deux régions, E pour la fin d'un région, H_n si la porte est adjacente à un trou de taille n , M_{ijk} pour une fusion de région en mémorisant la position. L'algorithme détermine ainsi un code pour chaque arête du maillage. La liste de symboles suivante est le codage complet de la connectivité du polyèdre de contrôle de l'objet *Fandisk* qui contient 170 arêtes :

F₄F₄F₄RF₄RF₄RF₄RF₄RF₄RF₃F₃F₄RF₃F₄RF₄RF₄RF₄RF₄RF₃F₄F₆RRF₃F₃F₄RF₄F₃RF₃F₄RF₃RF₃RF₃RF₃RF₃RRF₄F₃RF₃F₄RRF₄RF₄RRF₅F₄RF₃F₄RF₃RF₃F₄F₃RF₃RF₅F₄RF₄RF₃F₃RF₄RF₃RF₅SF₃F₃RF₃RF₃RF₄F₄RRF₄RF₅RF₃RRF₄F₃F₈F₃RF₅RRF₃RF₃F₄RRSLEELLRRF₃RRRF₃RF₃F₄RRRRF₃RF₃RF₃F₄RRRF₃F₃RRE

Cet exemple illustre la forte irrégularité dans la distribution des probabilités d'apparition des symboles et justifie l'utilisation d'un codage entropique. Nous avons choisi un codage arithmétique avec contexte pour tenir compte du voisinage, et obtenu, à titre d'exemple, 2,52 bits par symbole sur cette séquence qui comporte 9 symboles différents.

3.6.2.2. Géométrie

Le codage des coordonnées des sommets du polyèdre de contrôle ne doit pas trop altérer ce dernier sous peine d'avoir une surface limite largement modifiée. Ainsi la Figure 3.20 présente l'effet de la quantification du maillage original qui est très dégradé dès une quantification avec 8 bits alors qu'une quantification avec 6 bits du polyèdre de contrôle engendre une surface limite acceptable après subdivision. Outre la quantification, nous avons également appliqué un codage différentiel pour exploiter la proximité des sommets dans l'ordre de parcours. Le codage différentiel fait apparaître une distribution centrée autour de zéro avec un fort pic lié à l'existence de facettes planes pour lesquelles une ou deux coordonnées sont identiques, mais ce codage s'avère pénalisant pour les polyèdres de contrôle pour lesquels le nombre de sommets est très réduit. Les autres modèles de prédiction tels que la règle du parallélogramme ne sont pas non plus adaptés au codage d'un polyèdre de contrôle compte tenu de ses propriétés déjà énoncées. Un codage arithmétique adaptatif est ensuite appliqué sur les données quantifiées.

Des résultats plus détaillés seront discutés dans la section résultats. Pour le codage d'un polyèdre de contrôle, le marquage des arêtes vives est à transmettre et sera codé sous la forme d'un vecteur binaire pour toutes les arêtes.

La Figure 3.21 présente un exemple de notre algorithme avec l'objet *Fandisk*. L'objet 3D initial comporte 6495 sommets et 12986 faces, tandis que la surface de subdivision approximante que nous avons déterminée est définie par un polyèdre de contrôle possédant 75 sommets et 89 faces. Une fois subdivisée, la surface limite est très proche de la surface cible : l'erreur moyenne $L1 = 0.887 \times 10^{-3}$ et l'erreur maximale $E_{max} = 10.18 \times 10^{-3}$ (l'objet a été mis à l'échelle dans un cube unitaire). En appliquant successivement une quantification avec 10 bits, un codage différentiel des coordonnées puis un codage arithmétique adaptatif, et le codage sous la forme d'un vecteur binaire pour toutes les arêtes pour transmettre le marquage des arêtes vives, le flux comprimé a une taille de 432 octets contre 233 772 octets pour le fichier binaire original.

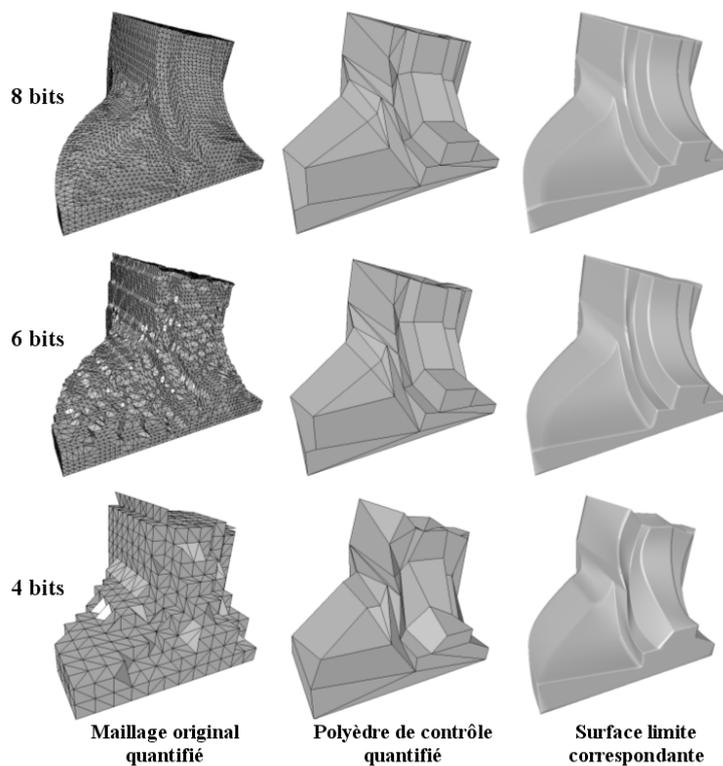


Figure 3.20 – Effet de la quantification du maillage original et du polyèdre de contrôle sur la surface limite après subdivision.

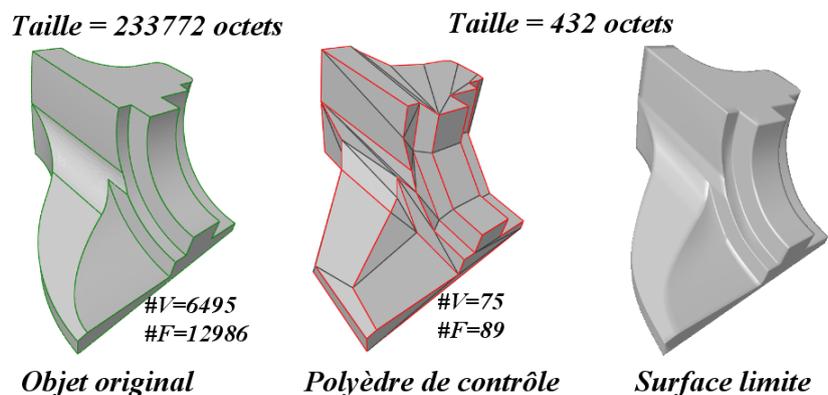


Figure 3.21 – Objet original (frontières des patches en vert), polyèdre de contrôle de la surface de subdivision approximante (arêtes vives en rouge) et surface limite après subdivision.

3.7. Résultats

3.7.1. Introduction

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus avec l'approche de compression que nous avons développée sur une base de données d'objets 3D fournie par un constructeur automobile dans le cadre du projet RNRT SEMANTIC-3D. Cette méthode d'approximation par des surfaces de subdivision (SS) n'est pas applicable à toute la base d'objets puisqu'elle nécessite des données extrêmement « propres », sans crack. Nous avons également testé la méthode développée pour la compression des polyèdres de contrôle (appelée **FF** comme *FaceFixer*) à l'ensemble de la base disponible (plus de 4000 objets maillés comportant de nombreuses composantes connexes) et comparé les résultats à ceux obtenus avec des méthodes de référence dans l'état de l'art. Pour cela, nous nous sommes fixés trois valeurs de quantification pour les coordonnées des sommets : 8, 10 et 12 bits pour toutes les méthodes.

Pour évaluer les résultats, nous avons défini deux taux de compression :

- $T_1 = \frac{\text{Taille du fichier compressé [Octets]}}{(\text{Nombre de sommets} \times 3 \times 4 + \text{Nombre de triangles} \times 3 \times 4)}$;
- $T_2 = \frac{\text{Taille du fichier compressé [Octets]}}{\text{Taille du fichier original [Octets]}}$.

Le taux utilisé habituellement en nombre de bits par sommet (*bps* ou *bpv* en anglais) n'a en effet pas beaucoup de sens puisque le nombre de sommets dans le maillage original est complètement différent du nombre de sommets dans le polyèdre de contrôle. Nous avons donc préféré nous rapporter à la taille originale du fichier ou bien à un codage naïf binaire des sommets (3 coordonnées sur 32 bits) et des indices de sommets (3 indices par triangle sur 32 bits).

3.7.2. Résultats de la méthode de compression de polyèdre

Nous présentons les résultats obtenus avec la méthode développée pour la compression des polyèdres de contrôle (**FF**) et avec la méthode de référence qu'est celle de Touma et Gostman (**TG**) (Touma and Gostman 1998). Nous donnons ici les valeurs moyennes, écart-types et erreurs moyennes sur la base complète de près de 4000 objets et rappelons que plus le taux de compression T_1 ou T_2 est faible, meilleure est la compression.

Quantification (en bits)	TG			FF		
	8	10	12	8	10	12
T₁ moyen	7	10	13	8,8	12,3	16,3
T₁ écart-type	2	3	3	2,7	3,1	3,7
T₂ moyen	3	4	5	3,4	4,8	6,5
T₂ écart-type	1	1	1	1	1,16	1,37

Tableau 3.3 – Résultats des différentes méthodes de compression

La Figure 3.22 présente pour chaque méthode les taux de compression pour chaque objet (représenté par un point) en fonction du nombre de composantes connexes. Nous constatons que la méthode développée est proche de l'état de l'art et que les résultats sont très corrélés, mais rappelons qu'elle a

pour objectif d'être associée à la méthode d'approximation par des surfaces de subdivision pour compresser le polyèdre de contrôle.

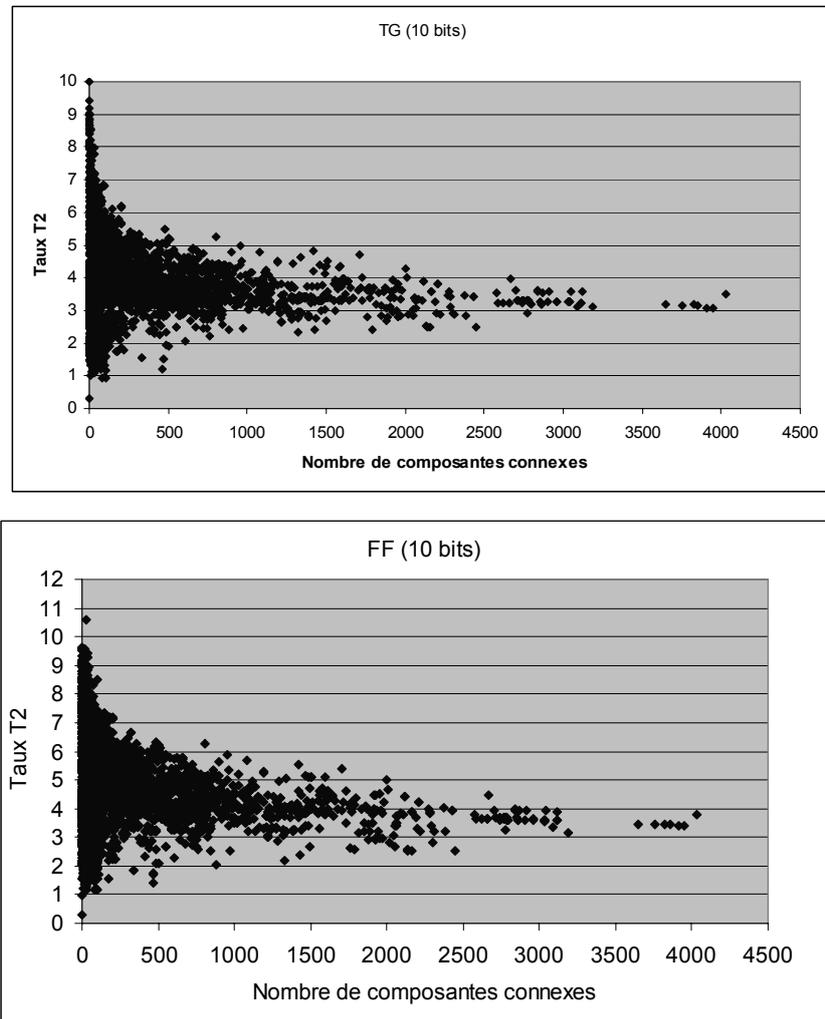


Figure 3.22 – Taux de compression T2 pour les méthodes TG et FF avec un taux de quantification de 10 bits en fonction du nombre de composantes connexes

3.7.3. Résultats de la méthode de compression par surfaces de subdivision

L'essentiel de notre travail est évalué quantitativement dans cette section où toute la chaîne de compression est testée. Après segmentation, approximation de courbes et de surfaces, le polyèdre obtenu est lui-même compressé. Nous avons ainsi appliqué cette approche complète de compression à une base d'objets sans crack illustrée sur la Figure 3.23, elle aussi fournie par un constructeur automobile. Le Tableau 3.4 présente l'erreur moyenne et l'erreur de Hausdorff mesurées entre les objets initiaux (mis à l'échelle dans un cube de taille unité) et les objets approximés. Nous relevons une erreur toujours relativement faible. Le rendu des objets est présenté dans la Figure 3.24 avec les objets originaux et les polyèdres de contrôle ; les nombres de sommets, de faces et tailles des fichiers avant et après compression sont précisés. La quantification utilisée est de 10 bits par coordonnée. Nous constatons un rendu identique à l'objet initial, donc une erreur visuelle nulle à l'échelle de l'objet.

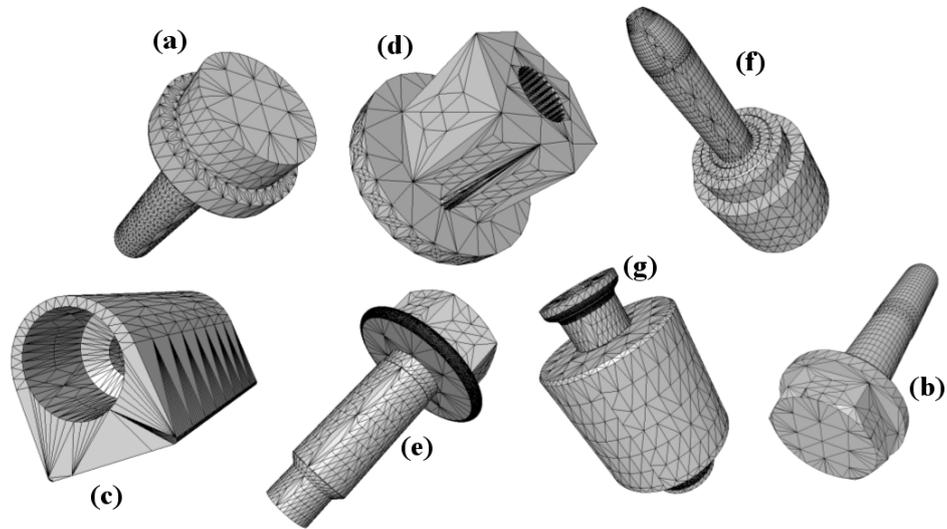


Figure 3.23 – Base d’objets utilisée pour tester la méthode d’approximation par des surfaces de subdivision.

	Erreur Moyenne (10⁻³)	Erreur Hausdorff (10⁻³)
(a)	0.985	5.17
(b)	0.664	7.17
(c)	0.985	5.94
(d)	0.765	7.31
(e)	2.588	21.66
(f)	0.953	33.09

Tableau 3.4 – Erreurs associées à la méthode d’approximation par des surfaces de subdivision avec une quantification de 10 bits.

Dans le Tableau 3.5 et la Figure 3.25, nous montrons une comparaison des taux de compression entre la méthode traitant les maillages sans crack avec une méthode classique (FF). Rappelons que plus le taux de compression T1 ou T2 est faible, meilleure est la compression. Nous observons un taux de compression de l’ordre de 20 fois meilleur pour la méthode utilisant une approximation par des surfaces de subdivision avec une erreur visuelle qui reste faible. Ceci confirme la validité de toute notre approche avec les objectifs que nous nous sommes fixés.

Par exemple, l’objet (g) est codé avec 294 octets (connectivité + géométrie du polyèdre de contrôle) alors que la taille initiale du maillage est de 297144 octets soit un rapport de 1010:1 ou bien encore un taux de 0,19 bit par sommet (12184 sommets). Le nombre de facettes a été réduit de 16508 à 74 pour le polyèdre de contrôle. Avec deux itérations de subdivision, le nombre de facettes sera de l’ordre de 1200 pour un rendu quasiment identique à la surface limite. Ainsi, l’affichage sur le terminal sera donc nettement moins coûteux.

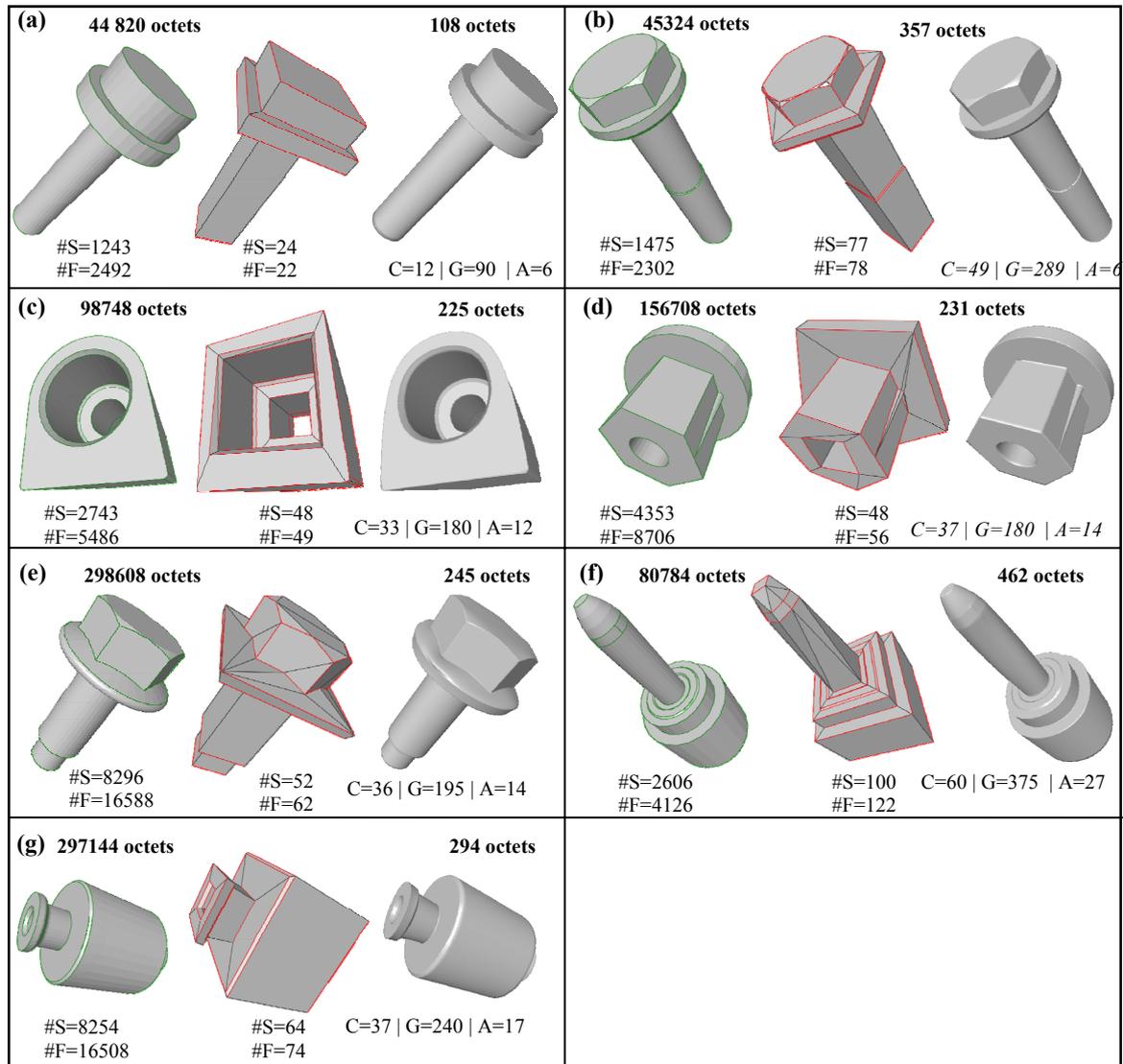


Figure 3.24 – Résultats de la méthode de compression par approximation par des surfaces de subdivision avec une quantification sur 10 bits ; de gauche à droite, objets initiaux (les frontières des patches sont marquées), polyèdres de contrôle et surfaces limites ; les nombres de sommets (#S), de faces (#F) et tailles des fichiers avant et après compression sont précisés ainsi que le détail (C : connectivité, G : géométrie, A : arêtes marquées).

Quantification (en bits)	Surf. Subdiv. (SS)			Face Fixer (FF)		
	8	10	12	8	10	12
T₁ moyen	0,26	0,31	0,36	4,12	5,84	7,52
T₁ écart-type	0,18	0,21	0,25	0,88	1,29	1,59
T₂ moyen	0,10	0,12	0,14	1,62	2,30	2,96
T₁ écart-type	0,07	0,08	0,09	0,35	0,50	0,58

Tableau 3.5 – Comparaison des méthodes de compression (taux exprimé en pourcentage de données restantes).

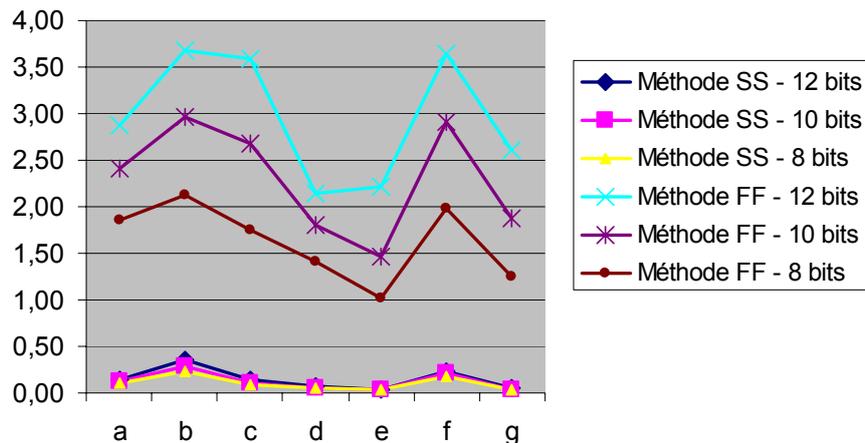


Figure 3.25 – Comparaison du taux de compression pour les objets a à g entre les méthodes SS et FF avec une quantification de 8, 10 et 12 bits (la représentation sous forme de courbe n'est présente que pour une meilleure visibilité des résultats).

3.8. Conclusions et perspectives

Nous avons présenté dans ce chapitre les travaux menés en compression d'objets 3D dans le cadre du projet SEMANTIC-3D avec l'encadrement de la thèse de Guillaume Lavoué. L'objectif était de proposer une méthode pouvant s'adapter à des débits de transmission variés et à la capacité des terminaux utilisés pour la visualisation. Nous avons proposé une démarche complète, depuis l'analyse du modèle et sa segmentation en patches basée sur la courbure, apporté une réponse au problème important du *cracking* par une approximation des frontières de régions et une approximation des surfaces. Un codage spécifique du polyèdre de contrôle obtenu finalise cette chaîne de compression qui a permis de montrer de très grandes perspectives en termes de compression très bas débit, de capacité de remaillage des objets et de capacité d'adaptation des surfaces de subdivision.

Les taux de compression mesurés très supérieurs à ceux des méthodes classiques nous encouragent à poursuivre dans cette voie. Des améliorations de la qualité des maillages à l'entrée de l'étape de segmentation sont nécessaires pour être en mesure de traiter des maillages quelconques. L'utilisation de techniques récentes de remaillage et de partitionnement de maillages est une perspective importante à ce travail. Nous souhaitons donc étendre à court terme notre démarche en dehors des objets issus de la CAO qui ont la propriété d'être lisses en adjoignant par exemple, des méthodes de raffinement local supplémentaire pour mieux représenter ces surfaces quelconques.

La compression de maillages 3D et notamment de grands maillages ou de scènes complexes n'est encore qu'à un stade très peu avancé. En effet, la "3D" ne se limite pas à des objets isolés, et des applications réelles nécessitent la prise en compte d'ensembles de pièces 3D, d'animations, de textures, de propriétés associées en chaque point d'un maillage par exemple. Les masses de données sont alors gigantesques et la compression aura un grand rôle à jouer. Nous souhaitons participer à ces défis et avons engagé une collaboration dans le cadre d'un montage de projet RNTL sur le travail collaboratif 3D nécessitant une compression de grands maillages, et de très grands volumes de données associés.

3.9. Principales publications associées

3.9.1. Revues internationales avec comité de lecture

- [LAV05a] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "High rate compression of CAD meshes based on subdivision inversion", *Annals of Telecommunications*, Déc. 2005, Vol. 60, No.11-12, pp. 1284-1308.
- [LAV05b] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "A new subdivision based approach for piecewise smooth approximation of 3D polygonal curves", *Pattern Recognition*, 2005, Vol. 8, pp. 1139-1151.
- [LAV05c] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A.: "A new CAD mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis", *Computer Aided Design*, Vol. 37, No. 10, 2005, pp. 975-987.

3.9.2. Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

- [LAV05d] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A., "High rate compression of 3d meshes using a subdivision scheme", *EUSIPCO 2005*, Ankara, Turkey, September 2005.
- [LAV05e] Lavoué, G., Dupont, F., Baskurt, A., Subdivision surface fitting for efficient compression and coding of 3D models, *SPIE Visual Communications and Image Processing (VCIP'2005)*, Beijing, China, July 2005.
- [LAV05f] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Toward a near optimal quad/triangle subdivision surface fitting", *Int. Conf. on 3-D Digital Imaging and Modeling, 3DIM'2005*, IEEE Computer Society Press , Ottawa, Canada, June 2005.
- [LAV04a] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Curvature tensor Based Triangle Mesh Segmentation with Boundary Rectification", *CGI'2004*, Computer Graphics International 2004, Hersonissos, Crete, Greece, June 16 -19, 2004, pp. 10-17.
- [LAV04b] Lavoué G., Dupont F., Baskurt A. : "Constant Curvature Region Decomposition of 3D-Meshes by a Mixed Approach Vertex-Triangle", *Journal of WSCG*, Vol. 12, No.2, ISSN 1213-6972, 2004, pp. 245-252.

Chapitre 4.

Compression d'objets 3D basée sur l'axe médian

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons un autre volet des recherches que nous menons en compression géométrique d'objets tridimensionnels avec une approche volumique discrète. Le modèle discret aussi appelé modèle voxel en 3D, présenté dans le chapitre 2 parmi les modèles tridimensionnels, est principalement issu de l'utilisation des techniques d'imagerie récentes (IRM, Scanner X, TEP, etc.). Les domaines d'application concernés sont essentiellement le milieu médical, mais les images volumiques représentent également des volumes souterrains (gisements, contamination des sols, ...), des volumes atmosphériques (nuages, ozone, pollution, ...), ou bien des volumes sous-marins. La taille des volumes manipulés est très importante (par exemple, une acquisition sur 16 bits avec une résolution de 1000 dans chaque direction consommera 2 Go.) et rend difficile l'accès aléatoire aux données et constitue le handicap majeur de cette modélisation. La compression est ainsi au tout premier plan et particulièrement la compression sans perte. Les approches classiques dans ce domaine autorisent des taux de compression limités, c'est pourquoi l'apport de la géométrie dans ce domaine apporte là encore de nouvelles perspectives. Les aspects de progressivité dans la transmission ou la consultation de données volumiques sont aussi importants.

Suite à nos travaux antérieurs menés en analyse d'images tridimensionnelles à partir de squelettes de forme (voir Figure 4.1), nous avons initié des travaux en compression et transmission progressive. Si nous n'avons pas encore pu débiter une thèse sur ses aspects, nous avons néanmoins encadré deux étudiants en DEA à Grenoble et Lyon, des stagiaires de l'UFR Informatique de l'Université Lyon 1 et de l'École Normale Supérieure de Lyon. Nous avons utilisé des objets 3D discrets issus de scanner X 3D ou de données du synchrotron de Grenoble, à partir desquels nous avons cherché une représentation compacte minimale basée sur l'axe médian avant codage. Nous envisageons donc une nouvelle voie fondée sur la représentation par squelettes du volume des objets (Dupont, Gilles et al. 2003). Si nous conservons comme information, en plus de la localisation du squelette, la distance de chaque point de ce squelette à la surface de l'objet, nous obtenons l'axe médian. Cette transformée est réversible et donc particulièrement adaptée à notre objectif puisqu'elle peut être utilisée pour transmettre un objet au travers d'un canal de communication pour le reconstruire ensuite.

En France, l'équipe d'Édouard Thiel au laboratoire LIF à Luminy s'intéresse à la définition, le calcul et les propriétés des axes médians. Au niveau international, Gunilla Borgefors à l'Université d'Uppsala en Suède a proposé des méthodes d'optimisation de l'axe médian. De notre côté, nous nous sommes intéressés à l'optimisation de l'axe médian, puis au codage et à la transmission progressive d'objets 3D.

Dans ce chapitre, nous définirons l'axe médian, base de nos travaux, puis les algorithmes permettant son calcul et notamment les transformées en distance. Nous présenterons ensuite des algorithmes pour son optimisation dans un objectif de compression et son codage, puis nous exposerons l'extension apportée par la représentation en enveloppe convexe de boules (appelés troncs de cônes). Une dernière

section montrera les résultats obtenus qui valident les algorithmes mis en place pour un objectif de compression. Les perspectives encore nombreuses de ces travaux seront ensuite discutées.

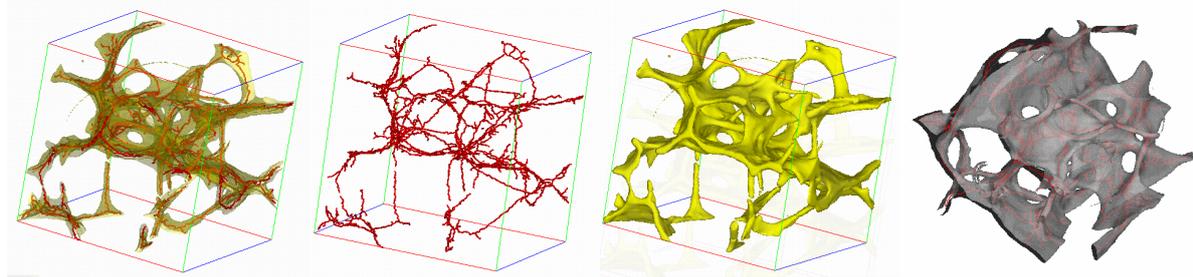


Figure 4.1 – Exemples de représentation de squelettes calculés sur des images de vertèbre (données acquises à l'ESRF, synchrotron de Grenoble).

4.2. Axe médian

4.2.1. Définition de l'axe médian

Dans le domaine discret, l'axe médian ou squelette défini par Blum (Blum 1964) est souvent utilisé comme descripteur de forme et des travaux ont été menés pour générer des graphes pour la description de formes (Kresch and Malah 1998) (Reinders, Jacobson et al. 2000) et faciliter ainsi leur comparaison. Giblin et Kimia ont proposé une classification des points de l'axe médian à partir de leurs caractéristiques locales pour le traduire en un hypergraphe (Giblin and Kimia 2000). Dans le domaine continu, Amenta a récemment proposé le calcul d'axe médian sur un modèle appelé une Union de Boules (UoB) pour modéliser une forme 3D (Amenta and Kolluri 2001).

Nous considérons dans ce chapitre un espace E de dimension 3 muni d'une distance.

Définition 4.1. Une boule ouverte $B(C,r)$ de centre C et de rayon r est l'ensemble des points M tels que $d(C,M) < r$ avec d une distance discrète définie dans l'espace considéré.

Définition 4.2. Soit X un objet défini dans Z^3 . L'axe médian $AM(X)$ est le lieu des centres des boules ouvertes maximales incluses dans X . Une boule est maximale si et seulement si $\forall B' \in AM(X), \exists B' \text{ telle que } B' \subset B$.

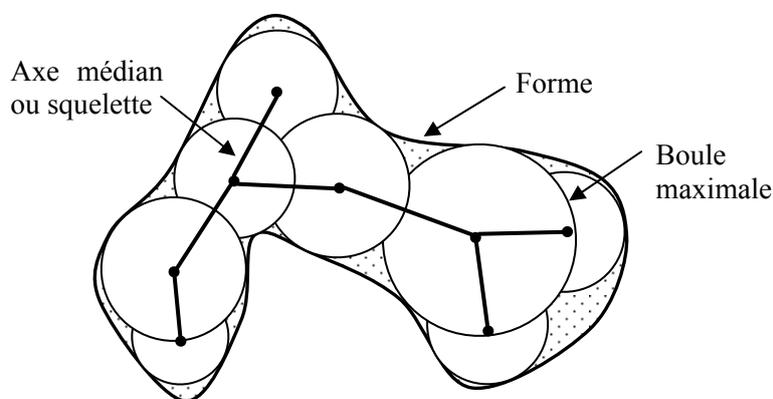


Figure 4.2 – Exemple d'objet et son squelette ou axe médian associé.

La squelettisation d'un objet ou le calcul de son axe médian est une transformation morphologique qui présente des propriétés importantes :

- La réversibilité : l'objet peut être reconstruit parfaitement à partir de l'axe médian et des rayons associés aux boules maximales, $X = \bigcup_{B_i \in AM(X)} (B_i)$;
- L'homotopie : l'objet X et son axe médian $AM(X)$ ont le même genre topologique.

L'axe médian ainsi défini n'est pas unique. Une propriété supplémentaire est parfois recherchée (Borgefors and Nyström 1997), la minimalité, qui consiste à rechercher l'ensemble minimum qui satisfait les propriétés énoncées et ainsi déterminer le minimum de $Card(AM(X))$. Cette propriété est bien sûr importante pour un objectif de compression mais difficile à obtenir. En revanche, la propriété de conservation de l'homotopie n'est pas nécessaire, celle de réversibilité étant suffisante.

4.2.2. Calcul de distance

Pour la définition d'une boule, nous avons vu la nécessité de munir l'espace d'une distance. Pour trois points A , B et C , une distance discrète est définie positive $d(A,B) \geq 0$, vérifie les axiomes de séparation $d(A,B)=0 \Leftrightarrow A=B$, de symétrie $d(A,B)=d(B,A)$ et l'inégalité triangulaire $d(A,B) \leq d(A,C) + d(C,B)$. De nombreuses distances existent et peuvent être définies sur un vecteur \overrightarrow{AB} de coordonnées (x,y,z) dans Z^3 :

- Distance euclidienne : $d_E(A,B) = (x^2 + y^2 + z^2)$.
- Distance de Manhattan ou City Block : $d_6(A,B) = |x| + |y| + |z|$. Cette distance est liée au 6-voisinage, une adjacence par face des voxels.
- Distance de l'échiquier : $d_{26}(A,B) = \text{Max} (|x|, |y|, |z|)$. Cette distance est liée au 26-voisinage, une adjacence par face, arête et sommet des voxels.
- Distance de Chanfrein : d'autres distances approximant mieux la distance euclidienne (Borgefors 1984), (Remy and E. 2002) sont souvent utilisées. Elles reviennent à pondérer les déplacements dans les voisinages comme par exemple $d_{3,4,5}$ qui approxime une longueur de $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$ par respectivement $4/3$ et $5/3$ qui sont les rapports des pondérations (voir Figure 4.3).

4.2.3. Algorithmes de calcul de l'axe médian

Le calcul de l'axe médian n'est pas trivial au-delà de la dimension 2. Ainsi, de nombreuses approches coexistent :

- Méthodes de propagation d'ondes ou de feu de prairie : les fronts partant du bord de l'objet et se propageant à la même vitesse se rejoignent sur le squelette de la forme ;
- Méthodes dérivées de la morphologie mathématique : elles érodent itérativement l'objet jusqu'à idempotence ;
- Méthodes continues ou par tétraédrisation de Delaunay : le diagramme de Voronoï permet de construire l'axe médian à partir du contour échantillonné ;
- Méthodes par transformation en distance et détection des maxima locaux qui sont voisines des méthodes précédentes, mais dans le domaine discret.

Les deux premières catégories souffrent de la difficulté d'extension lors du passage à la troisième dimension. Nous avons donc retenu le dernier type d'approche adapté au calcul discret. Ainsi le calcul d'axe médian passe par une étape de transformée en distance qui est explicitée dans la section suivante.

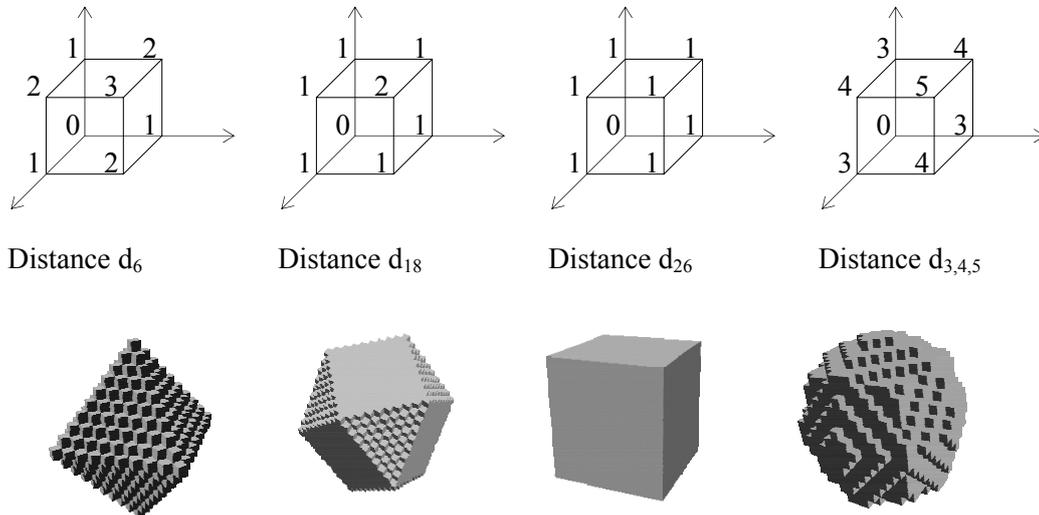


Figure 4.3 – Distances d_6 , d_{18} , d_{26} et $d_{3,4,5}$ et boules de rayon 10 générées avec les mêmes distances.

4.3. Transformée en distance

Dans cette section, nous présentons rapidement les différentes méthodes de transformation en distance que nous avons utilisées pour calculer l'axe médian.

4.3.1. Carte de distance discrète

En fonction de la métrique discrète choisie, la distance au bord de chaque voxel de l'objet est mesurée. Nous obtenons ainsi une carte tridimensionnelle dans laquelle les maxima locaux sont recherchés avec la même approche que celle utilisée par Danielsson (Danielsson 1980).

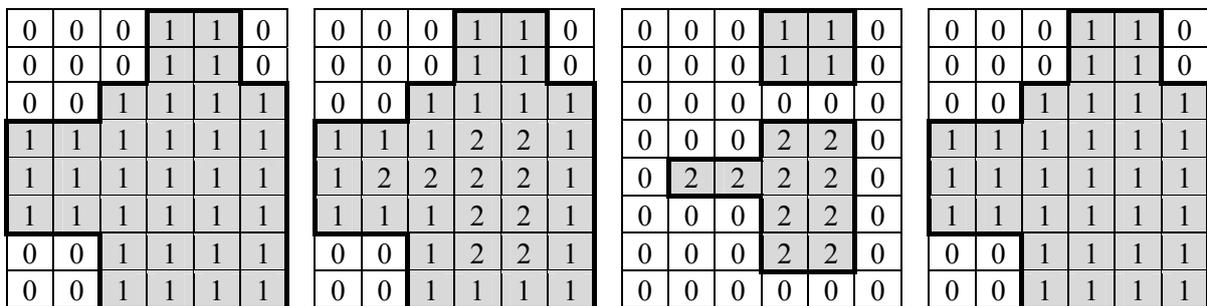


Figure 4.4 – Illustration du processus en 2D avec une distance d_8 (équivalente à d_{26} en 3D) : de gauche à droite, objet binaire, carte de distance, axe médian et objet reconstruit.

4.3.2. Transformation en distance euclidienne

La méthode de transformation en distance euclidienne (EDT pour Euclidean Distance Transform) développée par Saito et Toriwaki (Saito and Toriwaki 1994) présente l'avantage d'être exacte et non approximante comme celles de la section précédente. Le principe est fondé sur le théorème de Pythagore qui établit que le carré de la distance entre deux points est égal à la somme des carrés selon les axes et se calcule par simple balayage. L'EDT, dont un algorithme simplifié est détaillé plus loin (voir Algorithme 4.1), revient à déterminer l'enveloppe inférieure d'un ensemble de paraboles successivement dans chaque direction. À la fin de l'algorithme, en chaque point, le carré de la distance au bord est contenu dans la carte de distances et correspond au carré du rayon de boules incluses dans l'objet. De par sa définition, le calcul de l'EDT permet d'accéder facilement au diagramme de Voronoï généralisé. Le calcul de l'axe médian est effectué lors de la transformation inverse REDT (pour Reverse Euclidean Distance Transform) qui filtre les boules potentielles en éliminant celles recouvertes par des sous-ensembles de boules. Le principe est similaire à celui du calcul de l'EDT et revient à chercher l'enveloppe supérieure d'un ensemble de paraboles inversées (voir Algorithme 4.2). La mémorisation des positions des sommets conservés conduit alors à l'obtention de l'axe médian.

Algorithme 4.1 – Calcul de la Transformée en Distance Euclidienne (EDT).

Soit $O = \{o_{ijk}\}$ un objet de taille T_x, T_y, T_z
Calcul de $EDT_x(i,j,k) = \min_x \{(x-i)^2 ; o_{xjk}=0, 0 \leq x < T_x\}$
Calcul de $EDT_y(i,j,k) = \min_y \{EDT_x(i,y,k) + (y-j)^2 ; 0 \leq y < T_y\}$
Calcul de $EDT_z(i,j,k) = \min_z \{EDT_y(i,j,z) + (z-k)^2 ; 0 \leq z < T_z\}$

Algorithme 4.2 – Calcul de la Transformée en Distance Euclidienne Inverse (REDT).

Soit $O = \{o_{ijk}\}$ un objet de taille T_x, T_y, T_z et $EDT(i,j,k)$ son EDT
Calcul de $REDT_x(i,j,k) = \max_x \{EDT(i,j,k) - (x-i)^2 ; 0 \leq x < T_x\}$
Calcul de $REDT_y(i,j,k) = \max_y \{EDT_x(i,y,k) + (y-j)^2 ; 0 \leq y < T_y\}$
Calcul de $REDT_z(i,j,k) = \max_z \{EDT_y(i,j,z) + (z-k)^2 ; 0 \leq z < T_z\}$

4.4. Réduction de l'axe médian et codage associé

4.4.1. Principe d'optimisation de l'axe médian

L'axe médian obtenu après le calcul de la carte de distance n'est pas minimal. Dans un objectif de compression, il est intéressant de réduire la redondance contenue dans la multiplicité des boules incluses dans d'autres ensembles de boules tout en conservant la propriété de réversibilité. Peu de travaux ont été menés pour optimiser l'axe médian de ce point de vue. Il n'existe pas de méthode optimale de réduction de l'axe car l'ordre dans lequel on supprime les boules n'est pas neutre puisqu'une suppression affecte les volumes intrinsèques des boules voisines. On peut citer les travaux de Nilsson et Danielsson (Nilsson and Danielsson 1997) ou ceux de Borgfors et Nyström (Borgfors and Nyström 1997) voisins de l'approche mise en œuvre ou ceux de Reinders et al. qui construisent, à partir de l'axe médian, un graphe géométrique composé des points de l'axe médian connectés entre eux et un graphe topologique (le graphe minimal topologiquement équivalent au squelette). Ces

derniers extraient de ces graphes les points de l'axe médian (end nodes, regular nodes, junction nodes et profile nodes) qui permettent, après reconstruction et construction d'une enveloppe convexe, de bien approximer la forme initiale. La reconstruction n'est pas exacte mais la réduction de l'axe médian est très importante.

4.4.2. Algorithme de réduction de l'axe médian

Nous avons introduit le concept de volume intrinsèque qui correspond au nombre de voxels supplémentaires qu'apporte une boule par rapport à l'union de toutes les autres boules de l'axe médian. Ainsi, les boules de volume intrinsèque nul pourront être supprimées sans affecter l'objet reconstruit (voir Figure 4.5).

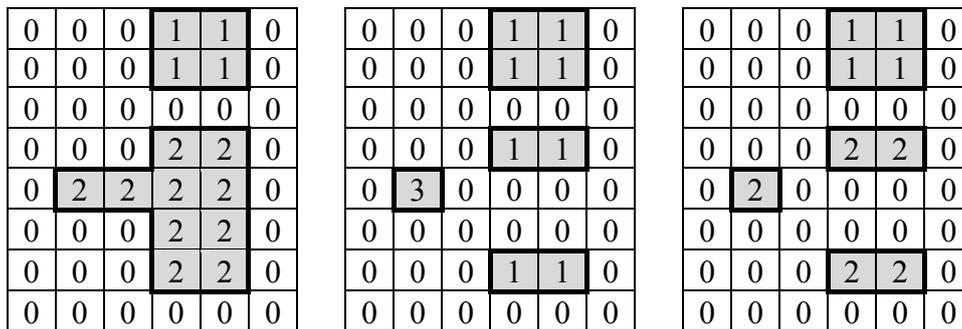


Figure 4.5 – De gauche à droite, axe médian initial, carte de volume intrinsèque, axe médian réduit sur l'exemple 2D de la figure précédente.

Dans la méthode mise en œuvre (voir Figure 4.6), nous avons trié les boules par rayon croissant de manière à supprimer en premier les boules affectant peu les autres. Cette phase est itérée jusqu'à ce que toutes les boules aient un volume intrinsèque non nul. L'efficacité de la réduction de la taille de l'axe médian est montrée dans la Figure 4.7 puisque le nombre de points conservés est divisé par trois. Les points dont le rayon est faible sont représentés en rouge et ceux de gros rayon en bleu.

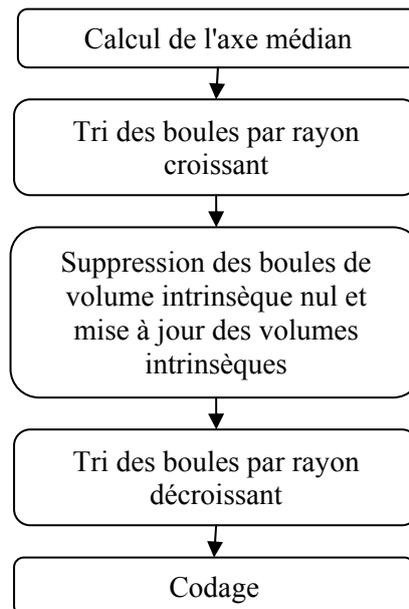


Figure 4.6 – Principe de réduction de l'axe médian.

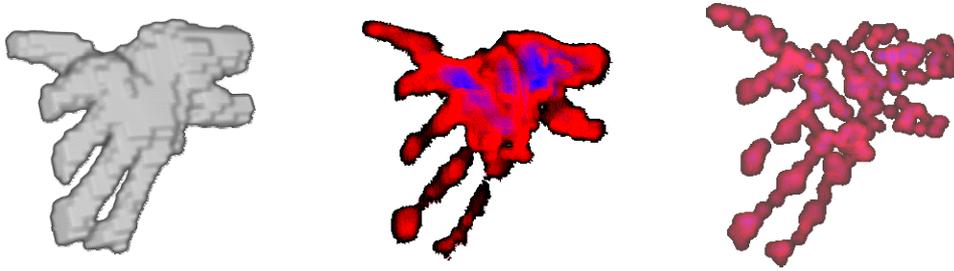


Figure 4.7 – De gauche à droite, objet *main* (20672 voxels), son axe médian calculé avec une carte de distance discrète (919 points), son axe médian réduit (363 points).

4.5. Utilisation de troncs de cônes

Malgré la compacité du descripteur de forme qu'est l'axe médian et malgré la forte réduction qui peut être apportée en post-traitement, pour un objectif de compression il est intéressant d'envisager une représentation utilisant d'autres primitives en partant de l'axe médian. Ainsi, nous avons voulu explorer les possibilités offertes par une représentation d'un objet avec des enveloppes convexes de boules déterminées par l'axe médian pour réduire le nombre de couples centre/rayon à conserver. Dans le but d'améliorer la méthode présentée dans la section précédente, c'est à dire d'éliminer d'autres points de l'axe médian et de transmettre plus rapidement le volume, l'idée a été de lier les boules entre elles par des troncs de cône. En effet, pour les objets filaires, le nombre de points de l'axe médian peut être très important alors qu'il suffirait de lier un certain nombre de boules entre elles pour reconstruire parfaitement le volume. La structure des squelettes, au centre des objets, se prête bien à ce genre de liaison comme l'ont montré Reinders et al. (Reinders, Jacobson et al. 2000). Grâce à ces liaisons, il est possible de supprimer un certain nombre d'autres boules, celles totalement incluses dans les troncs de cône. Ainsi dans les paragraphes suivants, nous définirons ce que nous appelons un tronc de cône, puis exposerons l'algorithme mis en place pour leur recherche.

4.5.1. Définition

Définition 4.3. Soient $B_1(C_1, r_1)$ une boule de centre C_1 et de rayon r_1 et $B_2(C_2, r_2)$ une boule de centre C_2 de rayon r_2 , un tronc de cône TC généré par B_1 et B_2 est l'ensemble des points tels que $\exists \lambda \in [0, 1]$ et $d(M, \lambda C_1 + (1-\lambda) C_2) < \lambda r_1 + (1-\lambda) r_2$. Nous associerons les points M appartenant à B_1 ou à B_2 et ainsi le tronc de cône correspondra à l'enveloppe convexe de deux boules.

Un point M appartient donc au tronc de cône si $M \in B_1$ ou si $M \in B_2$ ou si $d(M, H) < r_M$ si H est le projeté orthogonal de M sur le segment C_1C_2 .

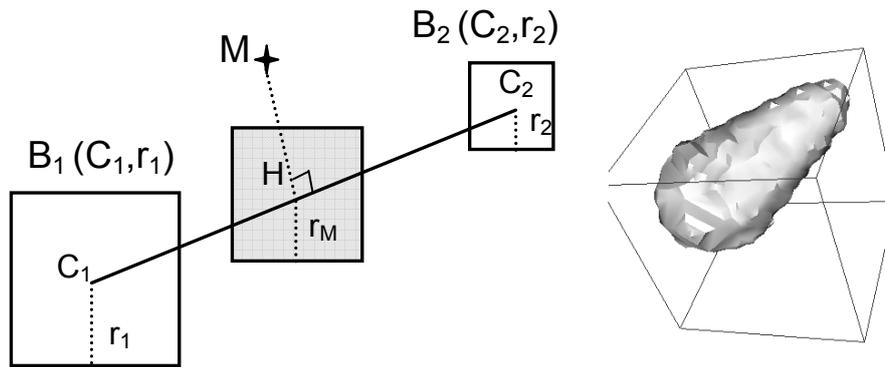


Figure 4.8 – Illustration d'un tronc de cône avec, à droite, une représentation avec une distance de Chanfrein 3,4,5.

4.5.2. Algorithme

La première phase de l'algorithme consiste en la recherche des troncs de cône totalement inclus dans l'objet. Leur recherche systématique nécessite $n*(n-1)/2$ tests de liaisons entre les boules si n est le nombre de boules de l'axe médian. La complexité s'établit donc en $O(n^2m^3)$ si m est la taille du cube englobant. Ceci nous a conduits à rechercher des méthodes accélératrices exposées dans la section suivante.

Après la phase de recherche des troncs de cône, nous obtenons, en plus de la liste des boules de l'axe médian, une liste de troncs de cône inclus dans l'objet. Il s'agit alors de sélectionner le minimum de troncs de cônes et de boules à transmettre pour reconstruire l'objet exactement. La méthode retenue est itérative : elle a pour but de sélectionner, à chaque itération, la boule ou le tronc de cône qui apporte le plus de voxels par rapport aux boules et aux troncs de cônes déjà sélectionnés jusqu'à l'obtention d'une reconstruction parfaite. Le principe de l'algorithme est illustré dans la Figure 4.9.

4.5.3. Accélération de l'algorithme de recherche

Plusieurs idées d'accélération de recherche des troncs de cônes inclus ont été développées.

D'une part, la limitation de l'espace de recherche des troncs de cônes peut simplement s'effectuer par la mise en place d'un seuillage sur les rayons des boules de l'axe médian étudiées. En effet, les boules de très faible rayon représentent un effectif très important. La recherche s'en trouvera très rapidement accélérée, mais au détriment de la compression finale car le nombre de boules nécessaires au remplacement de troncs de cônes est grand. La complexité en $O(n^2m^3)$ si n est le nombre de boules de l'axe médian et m la taille du cube englobant diminuera en baissant considérablement le nombre n de boules de l'espace de recherche.

D'autre part, la recherche d'un tronc de cône peut être accélérée individuellement. En effet, l'utilisation de la carte de distance (déjà calculée) peut servir à vérifier si la distance au bord de l'objet en tout point du segment C_1C_2 pour un tronc de cône $B_1(C_1, r_1) - B_2(C_2, r_2)$ est supérieure au rayon interpolé (distance MH sur la Figure 4.8). Ainsi la complexité diminuera en $O(n^2t)$ si n est le nombre de boules de l'axe médian et t la longueur du segment C_1C_2 . De plus si la valeur du rayon interpolé est supérieure à la valeur de la distance au bord de l'objet en un point de ce segment, le tronc de cône n'est pas totalement inclus dans l'objet et il sera rejeté. Il est donc possible de tester un point au milieu de ce segment C_1C_2 en premier et diminuer la complexité en $O(n^2)$ pour de nombreux troncs de cônes. De plus la

connaissance d'un point de la carte de distance permet un encadrement des valeurs voisines. Ainsi, si l'EDT vaut e^2 en un point, à une distance $r \leq e$, une boule de rayon $r-e$ est certaine d'appartenir à l'objet et la plus grande boule possible aura un rayon $r+e$. Le principe est illustré dans la Figure 4.10 avec les valeurs possibles de l'EDT en une dimension.

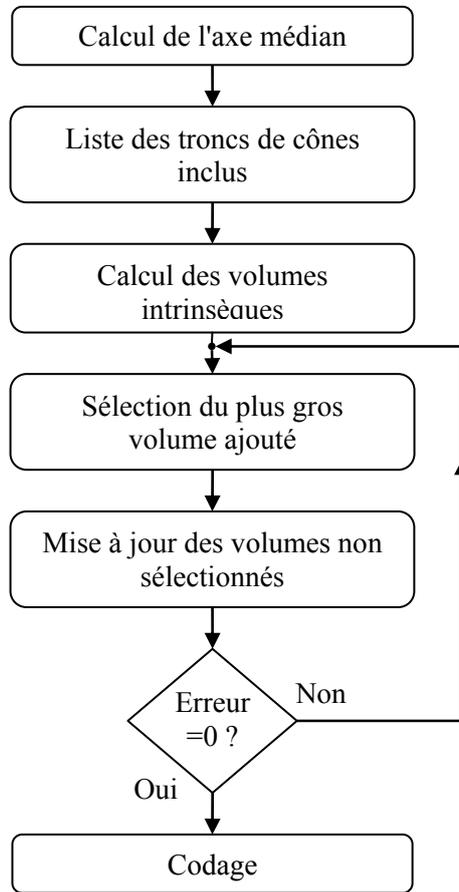


Figure 4.9 – Principe de recherche des troncs de cônes et de la sélection des primitives.

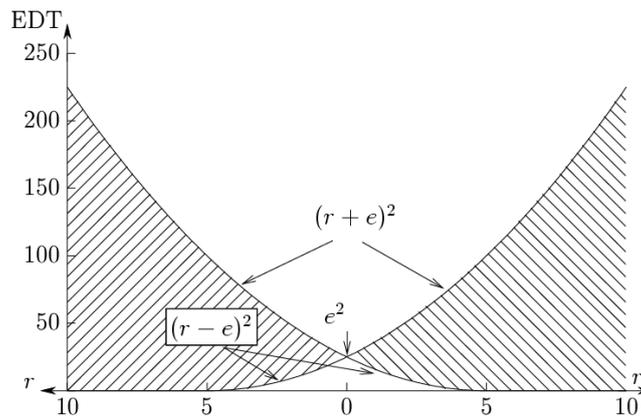


Figure 4.10 – Valeurs de l'EDT autour d'un point : la zone hachurée correspond aux valeurs possibles. Ainsi la connaissance de 2 points (deux centres de boules de l'axe médian par exemple) permet de définir un *point mixte* qui a la plus forte valeur possible de l'EDT (voir Figure 4.11 de gauche). Si en

ce point, le test d'appartenance n'est pas valide, le tronc de cône entier est invalidé ; dans le cas contraire, on considère deux nouvelles zones (voir Figure 4.11 de droite) et le processus est ainsi itéré jusqu'à ce que les zones deviennent petites et que le calcul systématique devienne plus avantageux.

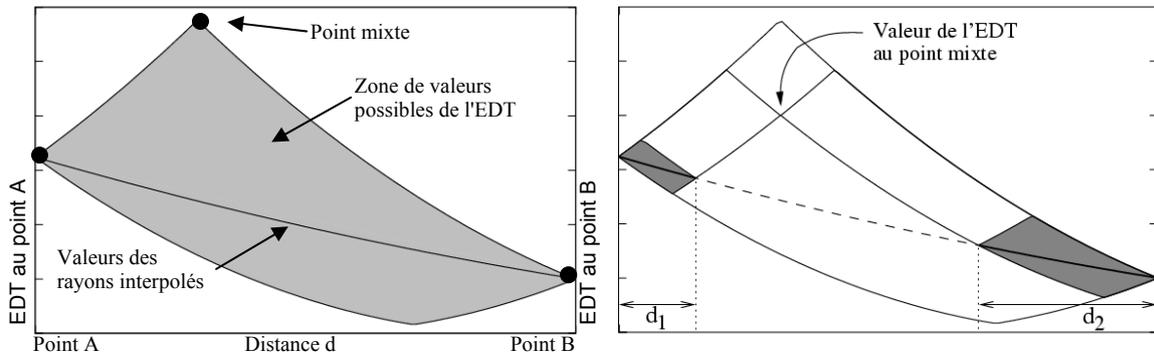


Figure 4.11 – Illustration du point mixte (à gauche) et du découpage en deux zones (à droite).

4.6. Codage et progressivité

L'axe médian réduit comporte alors une liste réduite de centres (coordonnées x,y,z) et de rayons à transmettre. Pour minimiser le plus rapidement possible l'erreur lors de la reconstruction de l'objet, et améliorer ainsi la progressivité de la transmission, deux procédés peuvent être utilisés avant codage :

- Un tri par rayon décroissant des boules permet de reconstruire en priorité les plus grosses boules ;
- Un tri selon le volume intrinsèque qui correspond au volume reconstruit lors de l'ajout d'une boule favorisant ainsi la diminution de l'erreur. La suppression des boules de volume intrinsèque nul de la phase précédente nécessite une mise à jour des boules affectées par cette suppression. Ensuite une nouvelle mise à jour est effectuée à chaque opération de tri.

Pour un objet O de taille T_x, T_y, T_z , un codage binaire permet de compresser les données et chaque boule $B_i (C_i, r_i)$ sera codée de la manière suivante :

Boule B_i	C_{ix}	C_{iy}	C_{iz}	r_i
Nombre de bits	n_x bits	n_y bits	n_z bits	n_r bits

$$\text{Avec } n_x = \left\lceil \frac{\ln(T_x)}{\ln(2)} \right\rceil, n_y = \left\lceil \frac{\ln(T_y)}{\ln(2)} \right\rceil, n_z = \left\lceil \frac{\ln(T_z)}{\ln(2)} \right\rceil.$$

Pour les troncs de cônes, il faut ajouter un code pour les liens entre les boules, qui serviront à réaliser les troncs de cône. Pour une boule B_i , une liste de liens sera codée ; ainsi le lien avec une boule B_j peut être codé par la différence entre les index $(j-i)$; un code spécifique indiquera la fin de la liste de liens. Cet index différentiel sera codé sur un nombre de bits qui dépend de la valeur maximale. Nous avons donc ajouté un entête au fichier contenant les informations spécifiques à l'objet : le nombre de boules, la distance utilisée, les dimensions de l'objet ainsi que les nombres de bits utilisés pour coder les rayons et les index différentiels.

4.7. Résultats

Nous présentons dans cette section les résultats obtenus pour chaque phase de la compression d'objets par les méthodes proposées basées sur l'axe médian (avec boules et avec troncs de cônes).

4.7.1. Base de données utilisée

Le tableau suivant présente les objets utilisés pour les tests et précise leur nom, utilisé dans le reste de la section ainsi que leurs dimensions.

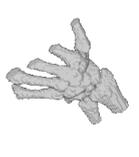
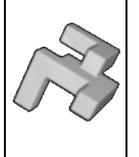
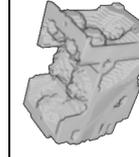
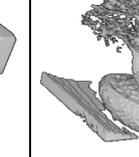
Quarter_bone	L42.66.66.66	Main_37_63_66	Main_19_32_34	Volume géométrique	Lobster_77_83_16	Engine_66_66_34	Bonsai_66_66_66
66 x 66 x 95	66 x 66 x 66	37 x 63 x 66	19 x 32 x 34	30 x 30 x 30	77 x 83 x 16	66 x 66 x 34	66 x 66 x 66
							

Tableau 4.1 – Objets utilisés pour les tests.

4.7.2. Résultats de la réduction de l'axe médian

L'axe médian n'étant pas optimal, nous avons quantifié l'apport de la phase de réduction de l'axe médian. Pour cela, la Figure 4.12 présente le pourcentage de boules supprimées lors cette phase, et ce, en fonction de la distance utilisée dans le calcul de l'axe médian. Nous observons une réduction importante pour tous les objets (entre 40 et 80%). De plus la distance de Chanfrein (3,4,5) fait apparaître une réduction nettement supérieure aux autres distances, mis à part sur l'objet géométrique sur lequel la distance D26 s'avère plus efficace. La Figure 4.13 présente les résultats obtenus pour les deux méthodes proposées avec boules et avec troncs de cônes et montre la plus grande efficacité de cette dernière méthode avec un écart non négligeable.

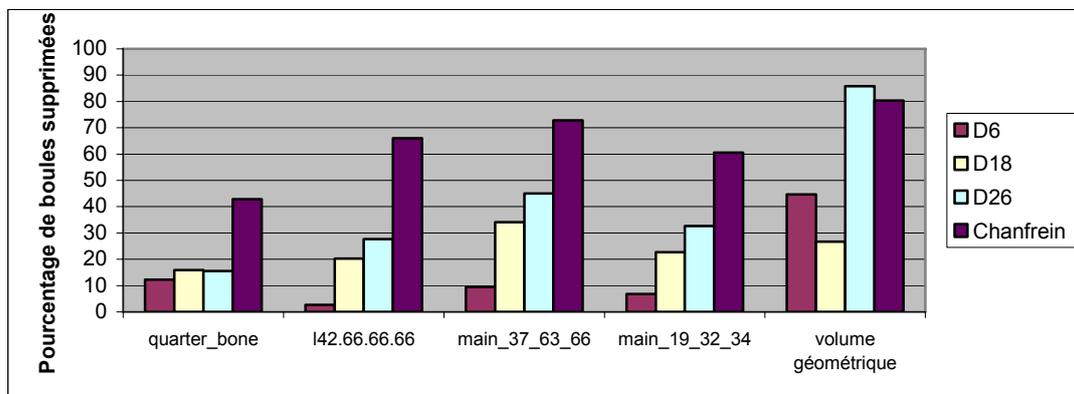


Figure 4.12 – Pourcentage de boules supprimées lors de la phase de réduction en fonction de la distance utilisée.

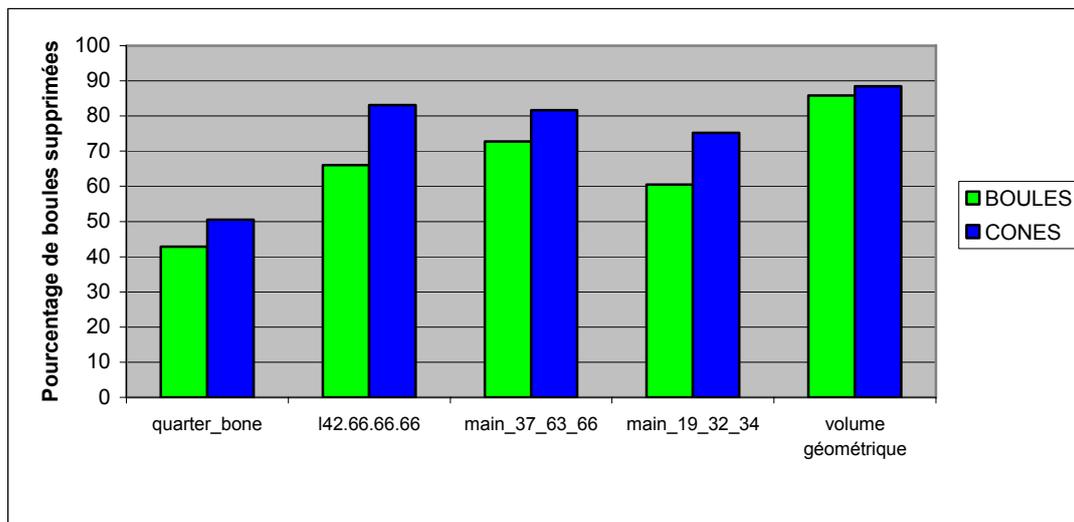


Figure 4.13 – Pourcentage de boules supprimées lors de la phase de réduction de l'axe médian calculé avec la meilleure distance pour la méthode avec boules et avec cônes pour cinq objets différents.

4.7.3. Résultats de compression et de progressivité

Peu de méthodes de compression progressive d'objets tridimensionnels discrets sans perte existent pour effectuer une comparaison avec les méthodes proposées. Ainsi, nous avons étendu une méthode multirésolution dédiée aux images binaires JBIG en 3 dimensions, appliqué un codage GZIP sur les données binaires (méthode non progressive) après un codage en octree. Pour évaluer une méthode de compression progressive, nous avons besoin d'un indicateur du taux de compression et d'une mesure de progressivité.

Évaluation de la compression

Le taux de compression utilisé est le rapport entre la taille originale sur la taille finale (plus le taux est élevé, meilleure est la méthode de compression). La Figure 4.14 présente les taux de compression obtenus sur les objets tests avec les deux méthodes proposées (avec boules et avec cônes) et la méthode JBIG étendue au 3D et le codage GZIP du fichier binaire. Le résultat fait apparaître une supériorité de la méthode "JBIG adapté" sur les autres en termes de compression. La méthode "Cônes" devance les méthodes GZIP et la méthode "Boules" qui sont à peu près équivalentes.

Évaluation de la progressivité

Pour évaluer la progressivité, nous avons choisi de mesurer la distorsion selon une méthode classique utilisée dans MPEG-4 :

$$\text{Distorsion} = \text{Nombre de pixels erreur} / \text{Nombre de pixels de l'objet}$$

En représentant la distorsion en fonction du pourcentage de données transmises (ou en fonction du temps pour un réseau à débit constant), on obtient une courbe caractéristique d'une méthode de transmission progressive : elle passe d'une distorsion égale à 100 % au début de la transmission, à une distorsion nulle pour une méthode sans perte lorsque toutes les données ont été transmises. La Figure 4.15 représente de telles courbes pour les trois méthodes progressives sur l'objet *Vertèbre-142*. Une normalisation à 100% pour la méthode "Cônes" a été effectuée pour permettre une comparaison. Les résultats montrent une baisse très rapide de la distorsion pour la méthode "Cônes" dès le début de la

transmission pour arriver à une erreur de 20 % avec une transmission de 12% des données et une erreur de 6% avec 40% des données. La méthode "Cônes" s'avère toujours nettement plus efficace en progressivité que la méthode "Boules" qui devance elle aussi la méthode JBIG qui est multirésolution et fait apparaître des paliers dans l'augmentation de la qualité visuelle de l'objet. Sur le haut de la Figure 4.15, les images reconstruites sont présentées pour la méthode "Cônes" tous les 20% de la transmission. La Figure 4.16 représente pour les trois méthodes progressives l'aire S sous la courbe de la Figure 4.15 qui doit être minimale pour une bonne méthode de compression progressive et montre la nette supériorité de la méthode "Cônes" sur tous les objets. Une comparaison de la visualisation de la reconstruction progressive de l'objet est présentée dans la Figure 4.17 pour l'objet "Main" avec les trois méthodes progressives pour les premiers instants de la transmission. Cela permet d'illustrer les gros effets de bloc de la méthode JBIG et l'inconvénient de la multiplicité des boules de la méthode du même nom. Avec 40% des données, la distorsion pour la méthode "Cônes" n'est plus visible alors qu'elle est encore très gênante pour les autres méthodes.

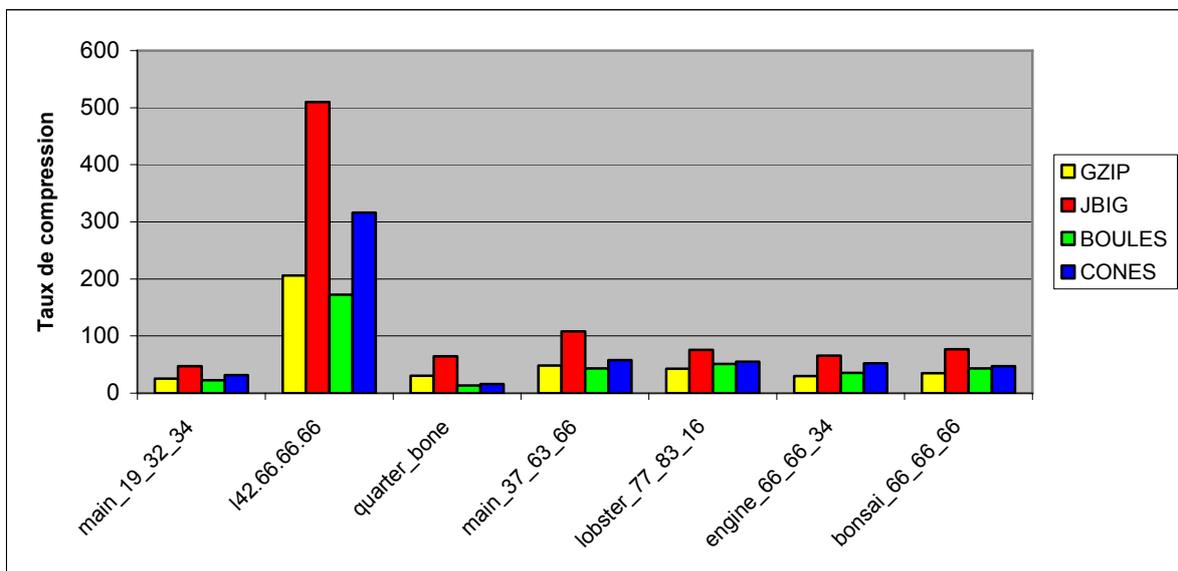


Figure 4.14 – Taux de compression (taille originale / taille finale) pour les méthodes Gzip, JBIG adapté et les méthodes proposées avec boules et avec cônes calculés sur différents objets.

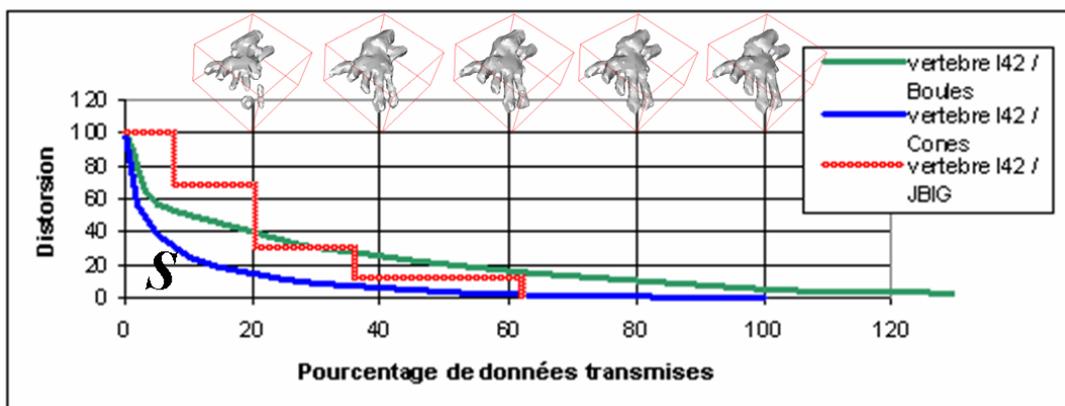


Figure 4.15 – Distorsion mesurée en fonction du pourcentage de données transmises (normalisé à 100% pour la méthode avec les troncs de cône) pour l'objet *Vertèbre-142*.

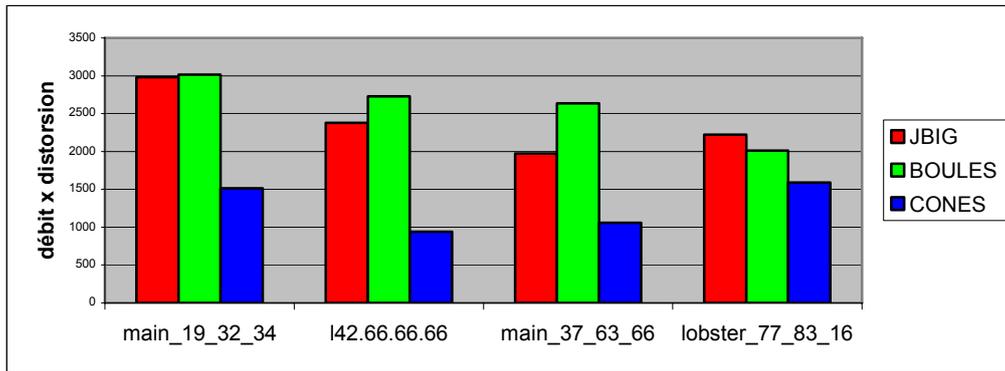


Figure 4.16 – Mesure de la surface sous la courbe mesurant la qualité de la progressivité des méthodes JBIG, avec boules et avec cônes pour différents objets tests.

	10%	20%	30%	40%	Objet original
Troncs de cônes					
Boules					
JBIG					

Figure 4.17 – Exemple de transmission progressive pour JBIG et les deux méthodes proposées avec 10, 20, 30 et 40 % des données transmises.

4.8. Conclusions et perspectives

Nous avons, dans ce chapitre, abordé la compression d'objets tridimensionnels discrets. Nous nous sommes intéressés à une transmission progressive en utilisant la transformation de l'axe médian comme base. Après avoir rappelé quelques notions essentielles, nous avons exposé l'idée principale et présenté l'algorithme proposé pour coder un axe médian dans le but d'une transmission progressive. Nous avons exploré différentes techniques d'obtention de cette transformée avec notamment différentes cartes de distance que sont la distance de chanfrein et la transformée en distance euclidienne. Nous avons ensuite cherché à améliorer la qualité de la compression en introduisant une nouvelle primitive toujours issue du calcul de l'axe médian, l'enveloppe convexe de deux boules appelée tronc de cône. La reconstruction de l'objet étant alors réalisée par une composition mixte de boules et de troncs de cônes. Les résultats présentés ont révélé un grand potentiel de compression de la méthode proposée pour ce type d'objets discrets, et également une progressivité intéressante. La compression réalisée sans perte reste encore largement perfectible puisque aucun codeur spécifique n'a

été mis en place jusqu'alors. Des tests sur une base d'objets plus importante et de plus grande taille sont à effectuer.

Des perspectives de recherche importantes émanent des différents travaux réalisés jusqu'à maintenant dans ce domaine. L'extension des primitives à des enveloppes convexes de trois boules puis une généralisation à n boules permettra sans aucun doute d'améliorer encore fortement les taux de compression. Sur cet aspect, l'apport de la transformée en distance euclidienne laisse entrevoir des solutions théoriques à approfondir. Un volet important concerne également la réduction de la complexité de l'algorithme de recherche des primitives.

Dans ce chapitre également, qui est relatif au modèle discret, nous relevons l'apport important de la géométrie, traduite dans l'axe médian, pour les aspects de modélisation et de compression.

4.9. Principales publications associées

4.9.1. Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

- [DUP03a] F. Dupont, B. Gilles and A. Baskurt : "Lossless and scalable 3d object coding method based on medial axis transformation", PCS'03 (Picture Coding Symposium) Saint-Malo, 23-25 april 2003, France, pp. 381-386.
- [DUP03b] F. Dupont, B. Gilles and A. Baskurt : "Progressive transmission of 3d object based on balls and cones union from medial axis transformation", ICIP'03 IEEE Int. Conference on Image Processing, Barcelona 14-17 sept. 2003, Spain.

Chapitre 5.

Polyédrisation d'objets 3D par une approche discrète

5.1. Introduction

Au cours de ce dernier chapitre, nous restons dans le modèle discret comme au chapitre précédent, mais pas avec une problématique de compression, mais un objectif plus amont, de modélisation de surfaces par approximation avec des polygones. Les aspects de segmentation puis de modélisation sont ainsi voisins des idées mises en place dans le chapitre 3. Malheureusement ceux-ci sont beaucoup plus délicats dans le domaine discret et demanderont du temps avant d'aboutir à des résultats complets. Cependant, des avancées très significatives ont été effectuées avec principalement l'encadrement de la thèse d'Isabelle Sivignon (Sivignon 2004) et de quelques stagiaires et nous relatons quelques unes d'entre elles dans la suite de ce chapitre. Nous ne citerons pas les avancées sur les intersections par exemple qui sont détaillées dans la référence suivante (Sivignon, Dupont et al. 2004).

Certaines opérations ou traitements sont plus aisés dans le domaine Euclidien, d'autres le sont plus dans le domaine discret. Pour conserver l'intérêt de cette dualité, nous nous sommes placés dans le contexte de recherche d'une modélisation de surface qui soit réversible et qui permette donc de retrouver exactement l'ensemble de voxels qui constituent l'objet initial après discrétisation. Cette modélisation est réalisée par un passage à un modèle analytique qui nécessite une reconnaissance des objets de base. Sur la scène nationale et internationale, si de nombreux groupes travaillent dans le domaine de la géométrie discrète, l'équipe d'Éric Andrès au laboratoire SIC (Signal, Image, Communications) à Poitiers a un objectif voisin du nôtre, avec de plus une volonté d'intégration des outils dans un modéleur. Nous avons donc mené des collaborations très fructueuses qui sont amenées à se poursuivre.

Ainsi, dans ce chapitre, nous introduirons les objets discrets de base utilisés dans ce chapitre (droites, plans, etc.), puis nous présenterons la partie segmentation de surfaces en plans discrets avant de l'appliquer à la polyédrisation d'un objet discret. Nous exposerons les résultats obtenus et nous dégagerons quelques perspectives à court et moyen termes.

5.2. Objets discrets et notions de base

Nous avons déjà abordé le modèle discret au cours du chapitre précédent. Nous nous limiterons, dans cette section, à présenter les objets de base que sont les droites et les plans discrets. Pour plus de détails sur les notions essentielles en géométrie discrète, le lecteur est invité à se reporter à (Chassery and Montanvert 1991).

5.2.1. Discrétisation

Pour discrétiser un objet sur une grille discrète régulière, plusieurs méthodes ont été proposées. Par exemple, pour discrétiser une courbe ou une surface, à chaque intersection avec la grille, les points discrets intérieurs ou extérieurs peuvent être retenus. Dans le premier cas, il s'agit de la discrétisation *Object Boundary Quantization* (OBQ), dans le second cas, il s'agit de la discrétisation *Back Boundary Quantization* (BBQ). Dans le cas de courbes polygonales, la discrétisation peut être simplifiée en étudiant les intersections avec les segments de la grille dans une seule direction (voir Figure 5.1). Une autre méthode *Grid Intersect Quantization* (GIQ) conserve le point de l'arête le plus proche de la courbe et l'objet considéré n'est pas pris en compte (ni son intérieur, ni son extérieur). La *Supercouverture* retient l'ensemble des pixels intersectés par la courbe et est équivalente à une dilatation morphologique ou somme de Minkowski avec la distance d_∞ . L'utilisation dans ce cadre de la distance d_1 produit le modèle naïf fermé. Pour que ces techniques fournissent des modèles analytiques, des propriétés de conservation de structure sont nécessaires : par exemple, lors de la discrétisation, une arête d'un polygone discret devient un segment discret, un sommet d'un polygone discret devient point discret, etc. Cette propriété est vérifiée pour les techniques de *Supercouverture* et le modèle naïf fermé. L'apparition de point multiple ou bulles se produit lorsqu'une courbe passe exactement par des points de coordonnées entières. Des conventions d'orientation permettent alors de contourner ce problème tout en conservant une cohérence géométrique.

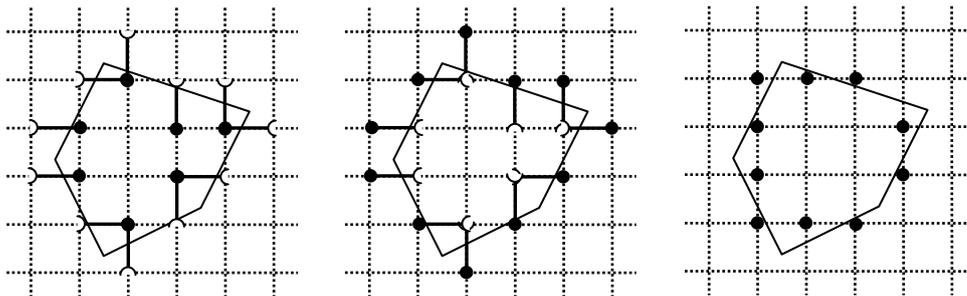


Figure 5.1 – Discrétisation d'une courbe polygonale en utilisant les intersections de la courbe avec les segments de la grille: de gauche à droite, discrétisations OBQ, BBQ et GIQ.

5.2.2. Droites discrètes

La droite est l'élément de base le plus simple et le plus étudié en géométrie discrète. Une droite discrète est le résultat de la discrétisation d'une droite euclidienne en 2D ou en 3D. Pour rester dans le modèle analytique, nous définissons la droite discrète 2D analytique ainsi :

Définition 5.1. Une droite discrète de paramètres (a, b, μ) (a, b, μ entiers et a, b premiers entre eux) et d'épaisseur ω notée $D(a, b, \mu, \omega)$ est définie par l'ensemble des points (x, y) vérifiant $0 \leq ax - by + \mu < \omega$. Le vecteur normal de cette droite est $(a, -b)$ et son épaisseur ω .

L'épaisseur ω conditionne la connexité de la droite (Reveillès 1991) :

- Si $\omega < \max(|a|, |b|)$, D n'est pas connexe ;
- Si $\omega = \max(|a|, |b|)$, D est 8-connexe ;
- Si $\max(|a|, |b|) < \omega < |a| + |b|$, D est *-connexe ;
- Si $\omega = |a| + |b|$, D est 4-connexe ;

- Si $\omega > |a| + |b|$, D est appelée droite épaisse.

La droite 8-connexes est appelée *droite naïve* et la droite 4-connexes, *droite standard*.

Définition 5.2. Pour un point p , la quantité $r(p) = ax - by + \mu$ est appelée le reste.

Définition 5.3. Les droites d'appui inférieure et supérieure d'une droite $D(a, b, \mu, \omega)$ sont les points discrets tels que $r(p) = 0$ et $r(p) = \omega - 1$. Ces droites parallèles forment une bande semi-ouverte qui encadre D . Les points d'appui inférieur et supérieur de D sont les points des droites d'appui appartenant à D .

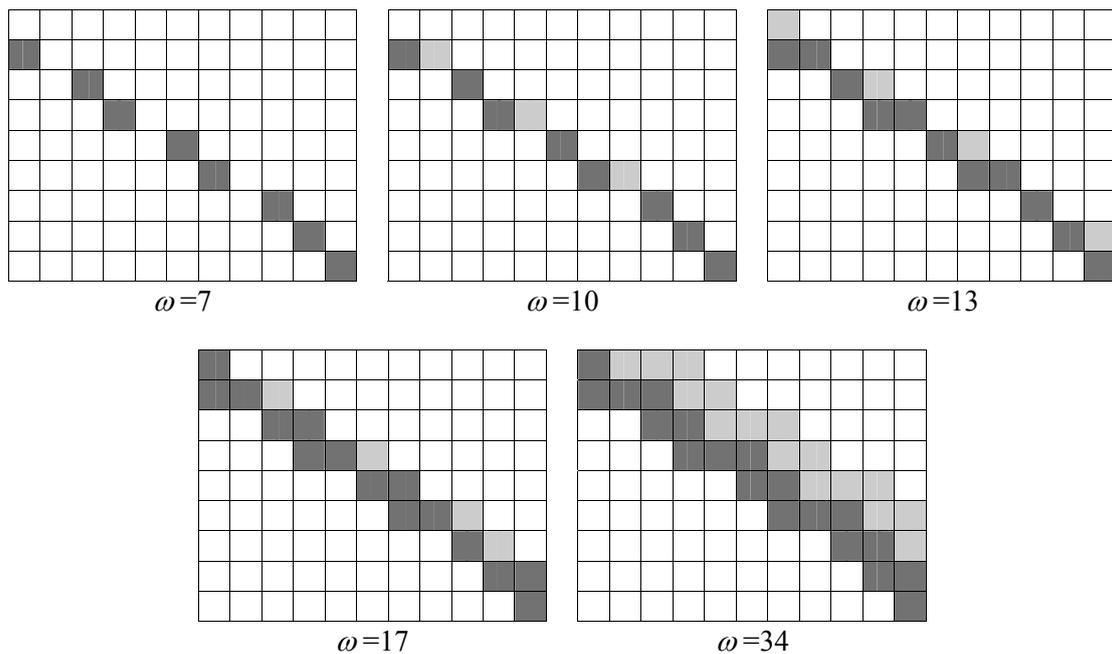


Figure 5.2 – Segments de la droite $0 \leq 7x + 10y < \omega$ pour des épaisseurs croissantes (droites déconnectée, 8-connexes, *-connexes, 4-connexes et épaisse ; en gris clair, pixels ajoutés par rapport à l'épaisseur précédente.

Reveillès a établi le lien entre les techniques de discrétisation et les définitions de droites (Reveillès 1991) : la discrétisation OBQ de $D(a, b, \mu, \omega)$ est la droite discrète naïve (a, b, μ) , la discrétisation BBQ de $D(a, b, \mu, \omega)$ est la droite discrète naïve $(a, b, \mu + \max(|a|, |b|) - 1)$ et la discrétisation GIQ de $D(a, b, \mu, \omega)$ est la droite discrète naïve $(a, b, \mu + \lfloor b/2 \rfloor)$ si b est positif.

La droite discrète 3D peut être définie analytiquement de différentes manières, notamment en utilisant les projections.

Définition 5.4. (Debled-Rennesson 1995) Une droite $D(a, b, c, \mu, \mu', \omega, \omega')$ de vecteur directeur (a, b, c) avec $(a, b, c, \mu, \mu', \omega, \omega')$ entiers et $0 \leq c \leq b \leq a$ est définie par :

- $0 \leq cx - az + \mu < \omega$
- $0 \leq bx - ay + \mu' < \omega'$

Cette définition signifie que les deux projections sur les plans (Oxz) et (Oxy) correspondent à des droites 2D, $D(c, a, \mu, \omega)$ et $D(b, a, \mu', \omega')$. Les propriétés de connexité de la droite D dépendent des relations entre les différents paramètres (Debled-Rennesson 1995).

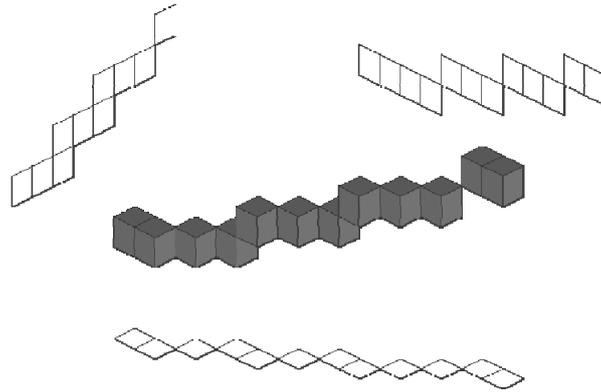


Figure 5.3 – Exemple de droite 3D 26-connexe et ses trois projections.

À partir de trois projections, Andrès a quant à lui proposé une autre définition de droite discrète 3D 6-connexe au sein d'un modèle analytique de discrétisation d'objets géométriques (Andrès 2000).

Définition 5.5. La discrétisation standard d'une droite euclidienne D est définie par :

$$St(d) = \bigcap_{j \in \{x,y,z\}} St(proj_j(D)) \quad \text{où } proj_j \text{ est la projection sur le plan } j=0$$

Définition 5.6. La discrétisation standard d'une droite euclidienne D de vecteur directeur (a,b,c) passant par le point (x_0,y_0,z_0) est définie par l'ensemble des points (x,y,z) vérifiant :

- $-(|a|+|b|)/2 \leq bx-ay+ay_0-bx_0 < (|a|+|b|)/2$ avec $b>0$ ou $b=0$ et $a>0$
- $-(|a|+|c|)/2 \leq cx-az+az_0-cx_0 < (|a|+|c|)/2$ avec $c>0$ ou $c=0$ et $a>0$
- $-(|b|+|c|)/2 \leq cy-bz+bz_0-cy_0 < (|b|+|c|)/2$ avec $c>0$ ou $c=0$ et $b>0$

La définition précédente indique que les trois projections de la droite discrète 3D doivent être des droites discrètes standard 2D. Ce modèle évite ainsi la formation de bulles ou points multiples lors de la discrétisation.

5.2.3. Plans discrets

Après avoir défini les droites discrètes, intéressons-nous à la discrétisation de plan euclidien.

Définition 5.7. Un plan $P(a,b,c,\mu,\omega)$ de vecteur normal (a,b,c) avec (a,b,c,μ) entiers et a,b,c premiers entre eux, est défini par l'ensemble des points (x,y,z) vérifiant $0 \leq ax+by+cz+\mu < \omega$.

Pour un point p , la quantité $r(p) = ax+by+cz+\mu$ est appelée le reste. Un plan naïf vérifie $\omega = \max(|a|,|b|,|c|)$ et un plan standard $\omega = a+b+c$.

Définition 5.8. Les plans d'appui inférieur et supérieur d'un plan $P(a,b,c,\mu,\omega)$ sont les points discrets tels que $r(p) = 0$ et $r(p) = \omega$. Les points d'appui inférieur et supérieur de P sont les points des plans d'appui appartenant à P .

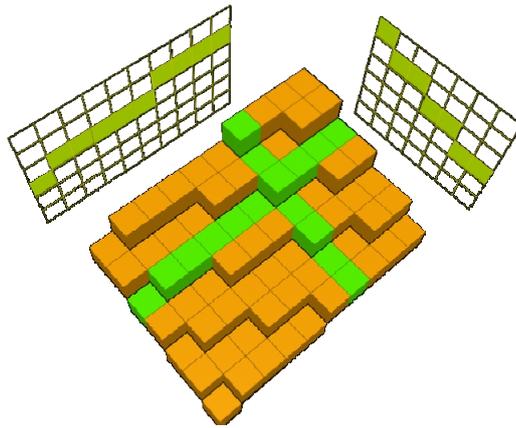


Figure 5.4 – Exemple de plan 3D et deux de ses projections.

Debled-Rennesson a établi le lien entre les techniques de discrétisation et les définitions de plans (Debled-Rennesson 1995) : la discrétisation OBQ de $P(a,b,c,\mu,\omega)$ est le plan discret naïf $P(a,b,c,\mu)$ et la discrétisation BBQ de $P(a,b,c,\mu,\omega)$ est le plan discret naïf $(a,b,\mu + \max(|a|,|b|,|c|)-1)$.

Définition 5.9. La discrétisation standard d'un plan euclidien P d'équation $ax+by+cz+\mu=0$ est définie par l'ensemble des points (x,y,z) vérifiant :

$$-(|a|+|b|+|c|)/2 \leq ax+by+cz+\mu < (|a|+|b|+|c|)/2 \quad \text{avec } a>0 \text{ ou } a=0 \text{ et } b>0 \text{ ou } a=b \text{ et } c>0.$$

Par conséquent, la discrétisation standard de P est le plan discret standard suivant :

$$P(a,b,c, \mu+(|a|+|b|+|c|)/2, |a|+|b|+|c|).$$

5.2.4. Dualité et préimages

Pour résoudre les problèmes de reconnaissance notamment, nous pouvons utiliser l'espace dual proche de celui défini par la transformée de Hough (Hough 1962) utilisé classiquement en traitement d'images (détection et reconnaissance de primitives de base). Ainsi, en 2D, à une droite dans l'espace euclidien correspond un point dans l'espace dual et réciproquement, un point euclidien peut être représenté par une droite dans l'espace dual. On appellera E la transformation de l'espace euclidien vers l'espace dual et E^{-1} la transformation inverse.

La Figure 5.5 présente quelques exemples de correspondance entre l'espace euclidien et l'espace dual associé : une droite euclidienne d'équation $ax-by+r=0$ est représentée par un point $(a/b,r/b)$ dans l'espace dual ; quatre droites concourantes en un point A sont représentées par quatre points alignés selon la droite correspondant au dual du point A (un point est représenté par une droite dans l'espace dual). On notera la normalisation effectuée selon l'axe des y (en divisant par b) signifiant qu'une autre normalisation est possible selon l'axe des x . Ainsi en 2D, deux espaces paramétriques sont définis et l'extension directe en trois dimensions produira trois espaces paramétriques (ou espaces duaux). En 3D, un plan dans l'espace euclidien aura pour transformée un point et une droite contenue dans ce plan aura pour transformée une droite contenant ce point (voir illustration dans la Figure 5.6).

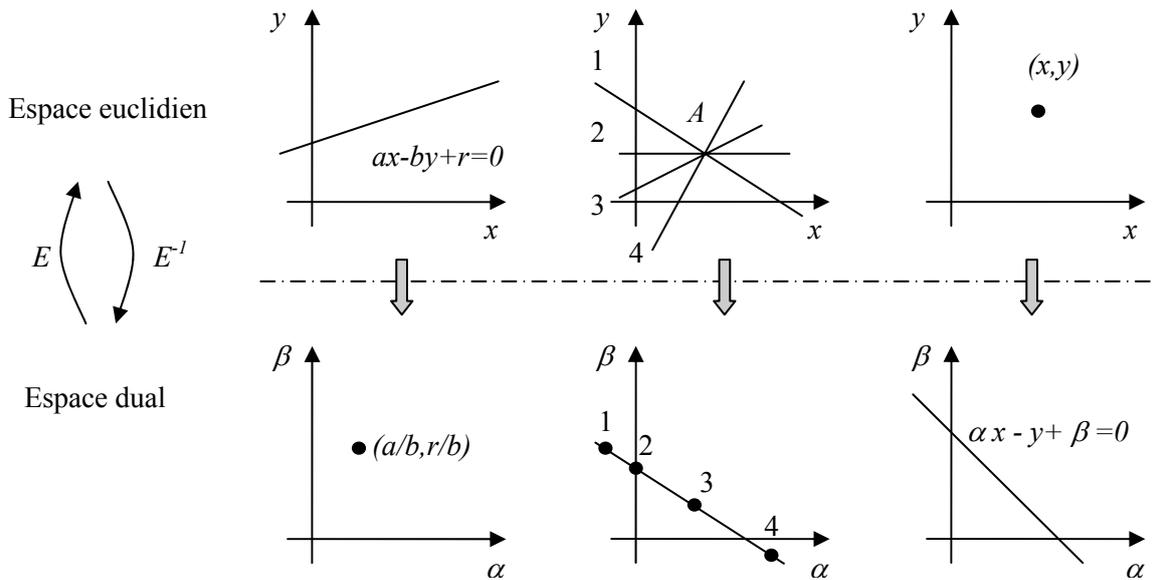


Figure 5.5 – Correspondance entre l'espace euclidien en haut, et l'espace dual associé en bas : de gauche à droite, une droite euclidienne, quatre droites euclidiennes concourantes en A, un point euclidien.

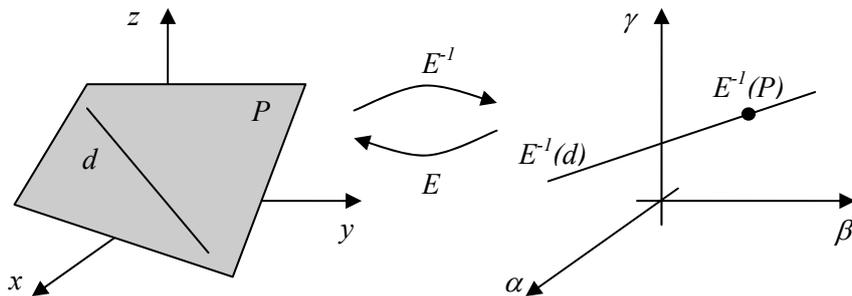


Figure 5.6 – Correspondance entre l'espace euclidien 3D à gauche et l'espace dual associé à droite avec une droite euclidienne d contenue dans un plan P et leur dual.

Définition 5.10. Considérons un ensemble S de pixels (en 2D) avec un schéma de discrétisation. La préimage de S est l'ensemble des droites euclidiennes contenant S une fois discrétisée. Cet ensemble dans le dual est donc un ensemble de points correspondant à ces droites.

Considérons par exemple une droite d d'équation $ax-by+r=0$ avec $a>0$ et $b>0$. La discrétisation standard de d est l'ensemble de points (x,y) vérifiant la double inégalité $-(|a|+|b|)/2 \leq ax-by+r < (|a|+|b|)/2$. Les droites contenant un point $P_0(x_0,y_0)$ dans leur discrétisation sont celles de paramètres (α,β) vérifiant $-(\alpha+1)/2 \leq \alpha x_0 - y_0 + \beta < (\alpha+1)/2$. Chaque point discret définit deux demi-espaces dans l'espace des paramètres et l'intersection de ces demi-espaces est l'ensemble des paramètres des droites contenant ce point discret dans leur discrétisation. Étant donné un ensemble de points discrets, la préimage de cet ensemble est le polygone convexe, dans l'espace paramétrique, défini par l'intersection des demi-espaces. Une illustration en 2D est présentée dans la Figure 5.7 avec un ensemble S de trois pixels. Tout point de la zone hachurée (préimage) correspond à une droite dont la discrétisation

contient les trois pixels. De plus, cette préimage comporte toutes les droites dont la discrétisation contiendra cet ensemble S .

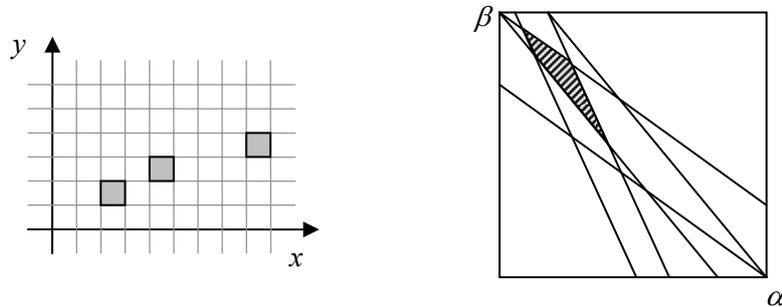


Figure 5.7 – Ensemble de pixels en 2D et leur équivalence dans l'espace dual : zone hachurée correspondant à l'intersection des demi-espaces.

Nous avons exposé le principe de dualité qui permet d'obtenir l'ensemble des solutions lorsque l'on recherche par exemple une droite passant par un ensemble de pixels. Cette propriété importante est utilisée pour notre objectif de reconstruction réversible. Un certain nombre de problèmes liés à l'utilisation de cet espace dual ont été résolus et sont présentés dans (Sivignon 2004) ou encore dans (Veelaert 2003).

5.3. Reconnaissance de droites et de plans

Les méthodes de reconnaissance de primitives discrètes ont été largement étudiées sur lesquelles un panorama est présenté dans (Rosenfeld and Klette 2001).

5.3.1. Reconnaissance de droites discrètes 2D

À partir des années 1980, les premiers algorithmes de reconnaissance de droites discrètes 2D ont été proposés comme par exemple celui de Kim (Kim 1982). Ces algorithmes efficaces en temps (parfois linéaire), ont toutefois un caractère non incrémental. Les algorithmes basés sur les définitions arithmétiques vues précédemment ont été proposés plus tardivement. Celui de Debled-Rennesson (Debled-Rennesson and Réveillès 1992) est incrémental et vérifie, à chaque ajout d'un nouveau pixel, que le segment de droite est prolongé et met à jour ses paramètres. Les premiers travaux sur l'espace dual et la préimage d'un segment de droite, ont été proposés par Dorst et Smeulders (Dorst and Smeulders 1984) et McIlroy (McIlroy 1985). Les propriétés ont été reprises par Lindenbaum et Bruckstein (Lindenbaum and Bruckstein 1993) qui ont proposé un algorithme incrémental optimal en temps qui calcule la préimage du segment et la met à jour régulièrement. Vittone a ensuite amélioré le calcul pour n'avoir que des coordonnées irréductibles et a proposé un algorithme de reconnaissance d'un ensemble quelconque de pixels (Vittone 1999). Coeurjolly a amélioré la complexité de cet algorithme et obtenu une complexité en $O(n \log^2(n))$ (Coeurjolly 2002).

5.3.2. Reconnaissance de droites discrètes 3D

Tout comme en deux dimensions, Kim a proposé un algorithme de reconnaissance d'une droite 3D en étudiant deux des trois projections qui doivent être des droites 2D (Kim 1983). Anderson et Kim ont étendu ces travaux en construisant une préimage, volume correspondant à l'ensemble des droites

euclidiennes dont la discrétisation contient les voxels d'origine (Anderson and Kim 1985). Debled-Rennesson a étendu son algorithme en trois dimensions sur des ensembles de voxels 26-connexes pour reconnaître des droites naïves à partir de deux projections.

Nous avons proposé un nouvel algorithme de reconnaissance de droites discrètes standard 3D (Sivignon, Breton et al. 2005) qui est ensuite utilisé pour la reconstruction réversible d'une courbe standard 3D. Nous présentons rapidement le principe ci-dessous.

À partir de la définition de la discrétisation standard d'une droite euclidienne D de vecteur directeur (a,b,c) passant par le point (x_0,y_0,z_0) déjà énoncée, nous avons vu que si un ensemble de voxels 6-connexe est un segment standard 3D, les trois projections sont des segments discrets standards 2D et réciproquement. Ainsi, pour assurer que les trois projections d'un ensemble de voxels sont des segments discrets, nous calculons les préimages des projections. Si celles-ci ne sont pas vides, alors la condition est vérifiée sinon, l'ensemble n'est pas un segment de droite discrète 3D.

Un point P est fixé dans un premier voxel, puis les voxels sont ajoutés un à un tant que le segment en cours est prolongé et tant qu'il existe, dans les domaines projetés, une droite passant par le projeté de P (P_x, P_y ou P_z) contenue dans la discrétisation (voir une illustration dans la Figure 5.8 de gauche). Lorsqu'une de ces conditions n'est plus vérifiée, alors un point d'arrêt est calculé sur la droite dans le dernier voxel, et ce point devient le point de départ d'un nouveau segment. Les préimages correspondant aux projetés se limitent ainsi à des segments de droites notés I_x, I_y et I_z (voir Figure 5.8 de droite) où les droites d_x, d_y et d_z représentent respectivement le dual de P_x, P_y et P_z en 2D.

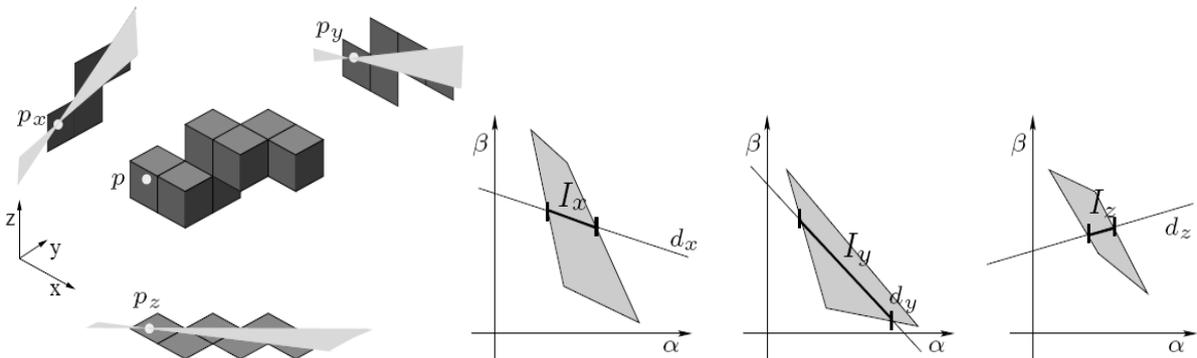


Figure 5.8 – Ensemble de pixels et leur correspondance dans l'espace dual, figure extraite de (Sivignon, Dupont et al. 2005).

Néanmoins, cette condition sur les trois projections n'est pas suffisante pour un segment standard 3D et une condition supplémentaire de compatibilité entre les projections est nécessaire (Sivignon, Breton et al. 2005). Considérons un plan support P défini par l'équation $ax+by+cz+\mu=0$ avec a, b et c différents de zéro ; alors deux des trois espaces duaux P_x, P_y ou P_z suffisent pour une représentation correcte. Considérons l'espace dual P_x dans lequel les segments I_y et I_z peuvent être représentés, ainsi que le plan P par un point noté $E^{-1}(P)$. Les droites d contenues dans P contenant l'ensemble de voxels considérés sont donc telles que $E^{-1}(d)$ passe par le point $E^{-1}(P)$ et coupe I_y et I_z . La Figure 5.9 présente un exemple d'un ensemble de droites possibles déterminé à partir de la réduction du segment I_y pour lequel la partie en pointillés a été supprimée car il n'existe pas de droite solution passant par $E^{-1}(P)$, qui coupe I_z et la partie en pointillés de I_z . Après la réduction de I_z , celle de I_y est nécessaire pour l'espace P_x . Il en est ainsi pour les deux autres espaces duaux et six phases de réduction sont donc nécessaires. Les préimages ainsi obtenues représentent donc l'ensemble des droites qui sont solution pour l'ensemble de pixels considérés dans le plan support et ceci constitue donc un résultat important.

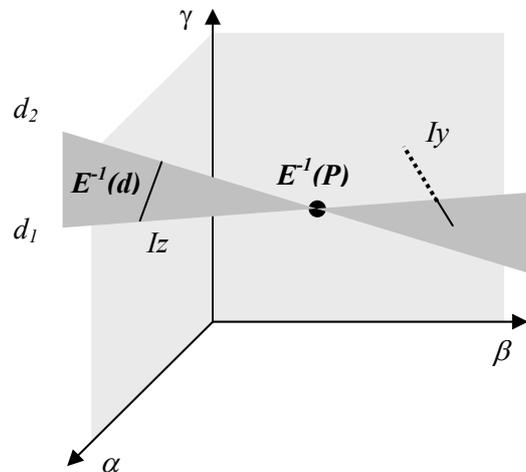


Figure 5.9 – Illustration de la réduction des solutions possibles (en gris foncé) qui intersectent $E^{-1}(P)$, I_y et I_z ; le segment I_y a été réduit dans sa partie en pointillés.

5.3.3. Reconnaissance de plans discrets 3D

Après nous être intéressés aux droites, la reconnaissance de plans discrets a naturellement fait l'objet de la suite de nos travaux. Il s'agit de déterminer l'appartenance à un même plan discret d'un ensemble de voxels. Dans la bibliographie, on retrouve les travaux de Kim (Kim 1984) utilisant l'enveloppe convexe, ceux de Veelaert (Veelaert 1993) et ceux de Debled-Rennesson (Debled-Rennesson 1995) pour le premier algorithme arithmétique incrémental.

L'intérêt de l'utilisation de l'espace dual est, là encore, manifeste dans un objectif de réversibilité. En utilisant la préimage d'un ensemble de voxels comme l'intersection de demi-espaces, la résolution peut être traitée par la programmation linéaire comme l'ont fait Françon et Papier (Françon and Papier 1999). Vittone a repris le principe utilisé pour son algorithme de reconnaissance de droites et étendu à la reconnaissance de plans (Vittone and Chassery 2000). Elle met à jour le polyèdre dans l'espace dual au fur et à mesure de l'ajout de nouveaux voxels qui ne doivent pas forcément être connexes. Coeurjolly a abaissé la complexité de cet algorithme en $O(n \log^2(n))$ (Coeurjolly 2002).

Parmi les travaux effectués dans ce cadre, nous avons cherché à mieux caractériser la structure de la préimage pour obtenir un meilleur algorithme de reconnaissance. Ils ont été menés en collaboration avec David Coeurjolly, Isabelle Sivignon, Jean-Marc Chassery et Fabien Feshet du laboratoire LLAIC à Clermont et ont donné lieu aux publications suivantes : (Coeurjolly, Sivignon et al. 2003, Coeurjolly, Sivignon et al. 2005).

5.4. Segmentation d'une surface discrète

La segmentation est l'étape qui partage une courbe en une succession de primitives (segments de droites le plus souvent) ou une surface en une mosaïque de patches élémentaires (généralement des polygones). Le caractère incrémental des algorithmes est ici essentiel pour parcourir la courbe ou la surface petit à petit. Nous présentons dans cette section les algorithmes de segmentation proposés en soulignant l'importance du point de départ, ainsi que du sens de parcours choisi. L'algorithme de reconnaissance est bien évidemment au cœur de l'algorithme de segmentation. Dans la littérature,

Debled-Rennesson a proposé une méthode de segmentation de surfaces restreinte à des surfaces présentant des propriétés de symétrie forte (Debled-Rennesson 1995). Plus tard, Papier a réutilisé l'algorithme de reconnaissance et proposé une méthode de segmentation (Papier 1999) ainsi que Klette et Sun pour des plans standards (Klette and Sun 2001). Vittone a présenté un algorithme basé sur une décomposition en n - m cubes (configurations locales de voxels au sein d'un parallélépipède de taille $n \times m$) (Vittone 1999) puis un nouvel algorithme basé sur la reconnaissance de plans naïfs en utilisant l'espace dual, algorithme qui a servi de base à nos travaux. Nous présentons donc dans les sections suivantes un algorithme de segmentation en plans naïfs ainsi que le passage à une segmentation en plans standards.

5.4.1. Segmentation en plans naïfs

Dans cette partie, nous considérons la surface comme étant le bord intérieur de l'objet et souhaitons le segmenter en plans naïfs, compatibles avec cette définition de surface. Pour une étude des définitions de surface, le lecteur pourra consulter la thèse d'Isabelle Sivignon (Sivignon 2004).

5.4.1.1. Notion de tricube

Nous avons utilisé une reconnaissance basée sur l'espace dual et la notion de tricubes (morceaux de plan de taille 3×3 voxels) (Vittone 1999). La Figure 5.10 présente un exemple de la décomposition d'un morceau de plan naïf de taille 5×5 en tricubes élémentaires : la figure de droite correspond à un éclatement en 9 tricubes avec un recouvrement repérable par le voxel central jaune (clair) qui est toujours le même voxel central du morceau de plan.

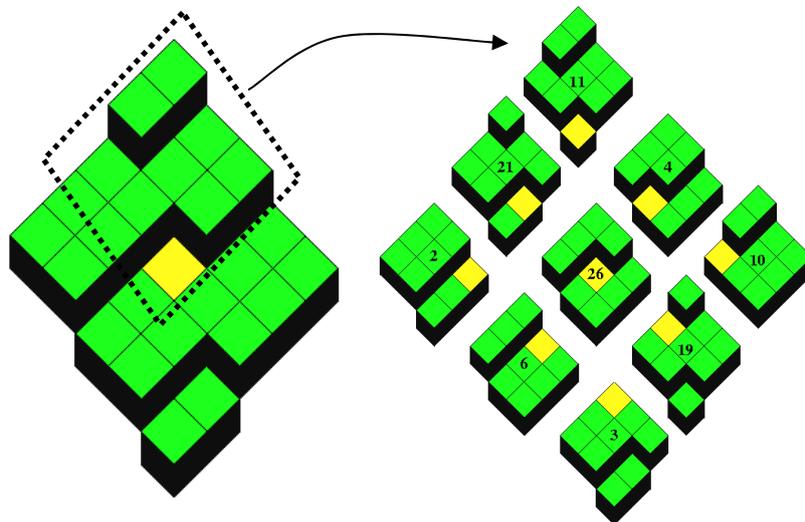


Figure 5.10 – Décomposition d'un morceau de plan naïf en tricubes élémentaires ; le voxel central en jaune (clair) est repris dans les différents tricubes numérotés selon l'identification des tricubes de Vittone.

À partir de cette notion de tricube, nous avons écrit un algorithme de segmentation de surface en plans naïfs décrit dans la section suivante.

5.4.1.2. Algorithme

Au départ de l'algorithme, les voxels ne sont pas étiquetés. Tout d'abord, un voxel v_0 est choisi comme germe d'une nouvelle face f . $Voisins(f)$ est alors la liste de voxels voisins de f à traiter et est initialisé avec v_0 . Nous utilisons ensuite les six directions et les six préimages (voir la section dualité et préimages) de l'espace 3D pour déterminer si il existe un tricube centré sur le voxel v en cours, un voxel de $Voisins(f)$, compatible avec les paramètres de la face f courante. Si un tricube est compatible, alors les voxels autour du voxel v sont étiquetés et intégrés à la liste $Voisins(f)$ si ils ne sont pas déjà étiquetés et si la projection du voxel est 4-connexe avec un voxel de la face. L'Algorithme 5.1 détaille ce processus.

Algorithme 5.1 – Segmentation de surface en plans naïfs.

f : face courante ; v : voxel courant ; $Voisins(f)$: liste de voxels voisins à traiter de la face f

Tant_que (tous les voxels de la surface ne sont pas tous étiquetés)

 Initialiser f avec un voxel v_0 non étiqueté

$Voisins(f) = v_0$

Pour (toutes les directions l telles que v_0+l n'appartient pas à l'objet) **Faire**

Tant_que ($Voisins(f) \neq 0$) **Faire**

 Choisir $v \in Voisins(f)$ et sauvegarder les paramètres de f

$Tricube = \text{rechercher_si_tricube}(v, l)$ ($Tricube = 0$ si non trouvé, =le tricube trouvé sinon)

Si ($Tricube$ et $f \cup Tricube$ est un morceau de plan discret) **Alors**

 Mettre à jour les paramètres de f

Pour (chaque voxel v' de $Tricube$) **Faire**

Si (v' n'est pas étiqueté et v' a un voisin 4-connexe dans le projeté de f selon la direction l) **Alors**

 Étiqueter v' avec f et l'ajouter dans $Voisins(f)$

Fin_Si

Fin_Pour

Sinon

 Restaurer les paramètres de f

Fin_Si

Fin_Tant_que

Fin_Pour

Si (v_0 n'est pas étiqueté) **Alors**

v_0 n'est le centre d'aucun tricube et est étiqueté avec la marque distinctive -1

Fin_Si

Fin_Tant_que

À la fin de l'algorithme, certains voxels ne sont pas étiquetés car ils n'appartiennent à aucun tricube, ce qui peut être le cas dans des configurations particulières ou dans des petits voisinages de voxels. Un algorithme de reconnaissance incrémental permet donc de compléter l'étiquetage.

Nous avons également implanté l'algorithme purement incrémental, sans utilisation de tricube, pour lesquels les résultats sont présentés dans la section suivante à des fins de comparaison.

5.4.1.3. Résultats

Les résultats obtenus sur des objets simples permettent de valider l'algorithme proposé : un cube est bien segmenté en 6 faces par exemple, mais juger sur une sphère est aussi informatif. Plusieurs critères

ont été évalués ; les principaux sont l'isotropie des facettes obtenues (en cherchant une isotropie maximale), leur nombre (en cherchant le minimum) ainsi que leur taille. Pour juger de l'isotropie des faces reconnues suite à la direction déterminée par l'algorithme dans la phase l'agrandissement de celles-ci, nous avons étudié l'ordre de la sélection du voxel traité dans la liste de voisins $Voisins(f)$, problème qui est spécifique au 3D. En effet, l'ajout des voxels du tricube reconnu s'effectue à la fin d'une liste. L'influence du choix de l'élément de la liste sélectionné a été montrée et il apparaît que le choix du premier élément engendre une meilleure isotropie. Nous avons alors mis en place un choix en fonction de la distance entre le voxel central et le voxel potentiel afin de maximiser l'isotropie lors de l'agrandissement des facettes.

Nous avons étudié le comportement de l'algorithme en fonction de la taille et du nombre de facettes reconnues en utilisant des sphères de différentes tailles. Le Tableau 3.1 compare les résultats de notre algorithme avec ceux de Papier (Papier 1999) sur des sphères de rayon 12 et 14. Il fait apparaître un nombre inférieur de facettes et donc une taille moyenne plus importante, ainsi qu'un nombre beaucoup plus faible de petites facettes (tailles mesurées inférieures à 3 ou 5 voxels). Ceci est principalement dû à l'utilisation de tricubes qui engendre des facettes de taille raisonnable. Notre algorithme, dans sa version incrémentale sans utilisation de tricube, réalise une segmentation avec un nombre encore plus réduit de facettes mais avec de nombreuses petites facettes.

Algorithme	Sphère de rayon 12 1550 voxels			Sphère de rayon 14 2106 voxels		
	(Papier 1999)	Algo. 5.1	Algo. Incrém.	(Papier 1999)	Algo. 5.1	Algo. Incrém.
Nombre de faces	221	125	93	259	183	145
Taille moyenne des faces	7	12,5	16,6	8,1	11,6	14,5
Nombre de faces de taille < 3 voxels	82	6	37	65	9	72
Nombre de faces de taille < 5 voxels	110	15	37	103	21	74

Tableau 5.1 – Résultats comparatifs de notre algorithme par rapport à celui de Papier sur des sphères de rayon 12 et 14.

À partir de la segmentation obtenue, tous les voxels du bord intérieur de l'objet sont étiquetés. Il est ensuite facile d'appliquer un algorithme d'étiquetage des surfels (face d'un voxel, voir illustration dans la Figure 5.11) afin de réaliser un étiquetage de la surface de l'objet. Les surfels de la surface sont ceux qui séparent un voxel de l'objet d'un voxel qui n'appartient pas à l'objet. Pour cela, il faut utiliser la direction de reconnaissance "l" de l'algorithme de segmentation présenté et étiqueter les surfels correspondant à cette direction (Coeurjolly, Guillaume et al. 2004).

La Figure 5.12 illustre les résultats de la segmentation de surfaces discrètes en plans naïfs, un caténoïde et un ellipsoïde à partir de l'algorithme présenté. Ces objets qui ne présentent pas de grandes zones planes font apparaître une bonne isotropie et évitent les facettes de toute petite taille.

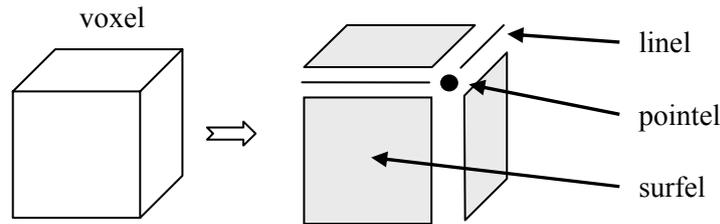


Figure 5.11 – Illustration du passage d'un voxel à sa décomposition cellulaire (surfel, line, pointel).

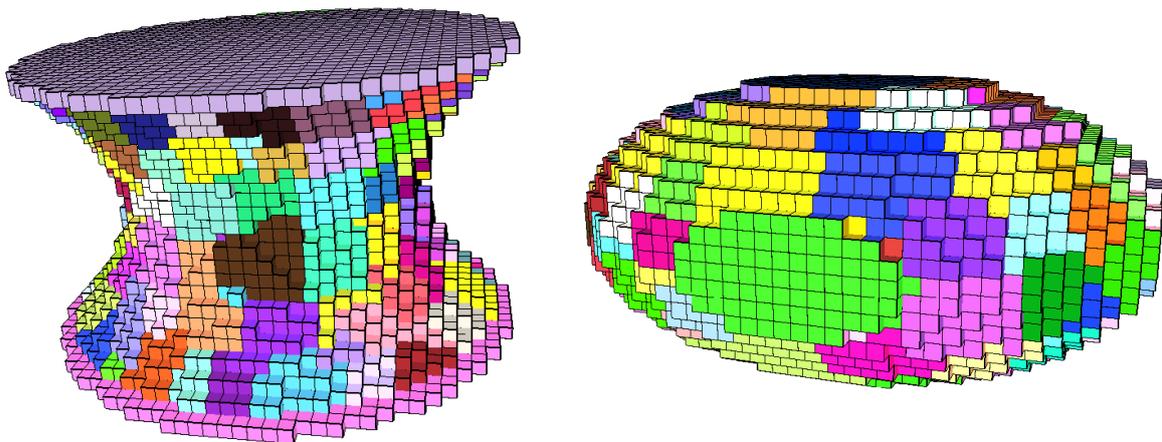


Figure 5.12 – Résultat de la segmentation de surfaces discrètes en plans naïfs, un caténoïde (à gauche) et un ellipsoïde (à droite) : une couleur est attribuée aléatoirement à chaque morceau de plan.

5.4.2. Segmentation en plans standards

Dans cette section, nous montrons comment passer d'une segmentation en plans naïfs en une segmentation en plans standards en étiquetant les pointels de la surface.

5.4.2.1. Principe

En étudiant le décalage entre le centre du voxel considéré pour la reconnaissance des plans naïfs et le pointel correspondant pour les plans standards, Sivignon (Sivignon 2004) a démontré la propriété suivante.

Propriété 5.1. Soit un plan naïf $P(a,b,c,\mu)$ et S la surface en surfels en supposant que le vecteur normal (a,b,c) est orienté vers l'intérieur de l'objet. Alors les pointels de S forment un plan standard (a,b,c,μ') dans une grille translattée du vecteur $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ où $\mu' = u - (|a| + |b| + |c|)/2 - v \cdot (a,b,c)$ où $u = \mu$ si l'orientation est standard ou $\mu + 1$ sinon et $v = -\frac{1}{2}(\text{sgn}(a), \text{sgn}(b), \text{sgn}(c)) + (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ avec $\text{sgn}(x)$ valant 1 si x est positif, -1 si x est négatif, 1 ou -1 si x est nul.

La démonstration est effectuée en trois temps (voir Figure 5.13). Tout d'abord une translation est effectuée dans le cas où l'orientation est non standard $(a,b,c,\mu) \rightarrow (a,b,c,\mu+1)$ pour respecter la définition d'un plan standard. La deuxième étape est naturellement un épaississement. Le plan standard a une épaisseur $\omega = |a| + |b| + |c|$, les voxels appartenant au plan standard qui n'appartiennent pas au plan naïf doivent donc être ajoutés mais en veillant à épaissir les plans vers l'intérieur de l'objet. Enfin,

pour respecter la définition d'un plan standard suivante $-(|a|+|b|+|c|)/2 \leq ax+by+cz+\mu < (|a|+|b|+|c|)/2$ (dans son orientation standard), il faut donc effectuer une nouvelle translation des paramètres du vecteur suivant : $(0,0,0,-(|a|+|b|+|c|)/2)$.

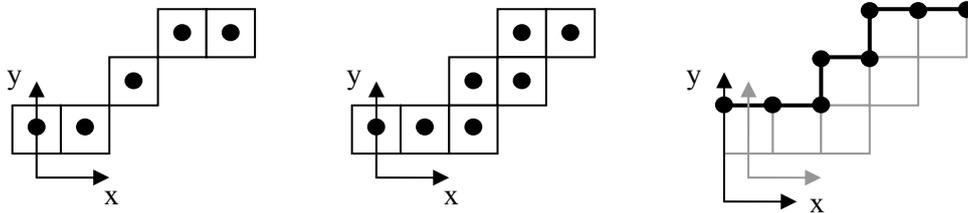


Figure 5.13 – Passage d'un segment naïf à un segment standard : de gauche à droite, le segment naïf, la phase d'épaississement, la translation de la grille pour l'obtention du segment standard.

Ainsi, il existe une bijection entre un voxel de l'objet et un pointel de la surface de l'objet. Avec cette propriété, il est possible de passer à une segmentation en plans standards. Lorsqu'un morceau de plan naïf est reconnu à la surface d'un objet, si le plan euclidien de paramètres (a,b,c,μ) est solution, alors le plan de paramètres (a,b,c,μ') est solution pour les pointels de la surface de l'objet translaté dans la grille du vecteur $(1/2, 1/2, 1/2)$.

Une contrainte supplémentaire a de plus été ajoutée pour respecter localement le fait que la face reconnue ait un bord unique, indispensable pour la phase de polyédrisation. Ainsi, la définition de disque topologique de Papier (Papier 1999) a été reprise, à savoir qu'un disque topologique de surfels est une variété combinatoire de dimension 2 orientable et de genre 0 dont le bord est fermé et formé d'un unique chemin fermé de linels. Sivignon a mis en place un automate pour déterminer si un tricube connecte deux composantes connexes ou non (Sivignon 2004) et ainsi éviter l'étiquetage de voxels qui ne doivent pas l'être.

5.4.2.2. Résultats

Les résultats sont semblables à ceux obtenus par la méthode de segmentation en plans naïfs mais permet donc d'obtenir des plans standards. La Figure 5.14 illustre le résultat obtenu sur la surface discrète d'un tore avec la présentation de l'étiquetage des surfels ainsi que celui des pointels. La comparaison des résultats obtenus sur des sphères avec l'algorithme de Papier (Papier 1999) fait là encore apparaître un nombre moins élevé de facettes et une plus grande régularité.

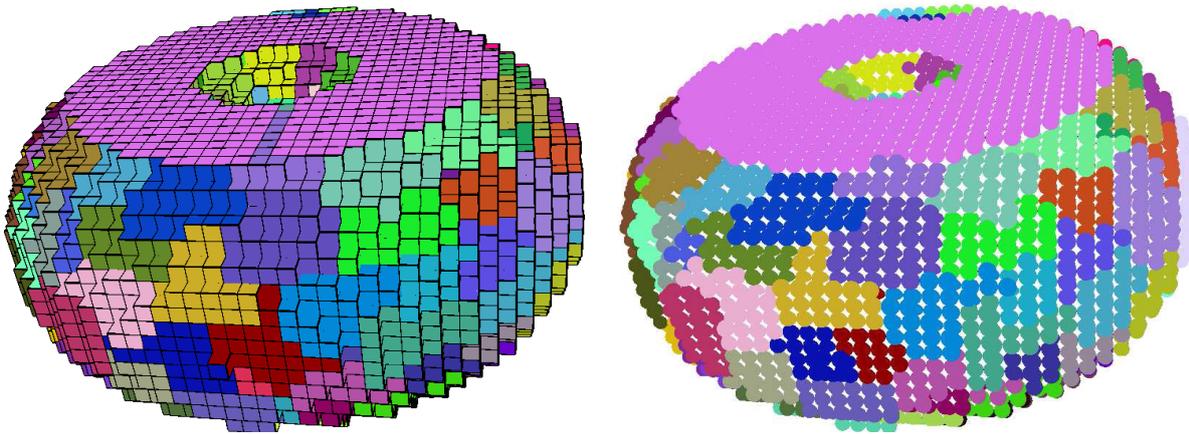


Figure 5.14 – Résultat de la segmentation de la surface discrète d'un tore en plans standards : à gauche, étiquetage des surfels, à droite étiquetage des pointels ; une couleur est attribuée aléatoirement à chaque morceau de plan (Sivignon 2004).

5.5. Reconstruction polyédrique

5.5.1. Contexte

Après avoir défini les objets discrets de base et présenté la segmentation de surfaces en plans discrets, nous nous intéressons dans ce chapitre à la polyédrisation d'un objet discret. Nous rappelons notre objectif de réversibilité de la méthode afin de pouvoir effectuer des traitements adaptés dans l'espace discret ou dans l'espace continu. Une autre contrainte est l'obtention d'une surface topologiquement correcte, sans trou ni auto-intersection. Par ailleurs, la surface polyédrique cherchée doit contenir des facettes qui sont des polygones, des arêtes et des sommets qui sont celles et ceux des polygones.

Parmi les méthodes de reconstruction existantes pour passer d'un modèle discret à un modèle continu, l'algorithme de Marching-Cubes (Lorenson and Cline 1987) est sans doute le plus connu. En fonction de configurations locales (cube de dimension 2), la surface est définie à partir de petits morceaux de surface. Cette transformation peut être éventuellement réversible en sélectionnant les surfaces correctement. En revanche, le nombre de facettes obtenues est très grand, compte tenu de l'analyse purement locale de l'objet. Il existe toutefois des méthodes de réduction de ce nombre de facettes (Coeurjolly, Guillaume et al. 2004) qui s'appuient sur une segmentation préalable des facettes. Cette méthode rejoint, mais dans le sens inverse, les méthodes proposées dans la suite de ce chapitre ; elle ne conduit cependant pas à un modèle comportant des polygones discrets.

Françon et Papier ont proposé une méthode basée sur l'algorithme de reconnaissance décrit dans la section précédente (Françon and Papier 1999). Des morceaux de plan standard sont reconnus à partir des surfels de la surface de l'objet, mais l'algorithme ne conduit pas à de faces polygonales.

Burguet et Malgouyres calculent un squelette de l'objet avant de choisir des germes de courbure maximale pour calculer un diagramme de Voronoï topologique (Burguet and Malgouyres 2000). Une triangulation est réalisée et conduit à une surface approximante qui n'est pas réversible. D'autres méthodes de ce type (méthodes d'approximation non réversibles) existent mais ne semblent pas pouvoir répondre aux contraintes que nous nous sommes fixées.

Nous proposons maintenant deux méthodes de polyédrisation qui ont donné lieu aux publications suivantes (Breton, Sivignon et al. 2003, Sivignon, Breton et al. 2005, Sivignon, Dupont et al. 2003)

5.5.2. Méthode de reconstruction par intersection de demi-espaces

5.5.2.1. Principe

En se basant sur la méthode de segmentation du bord de l'objet en plans naïfs avec étiquetage des voxels, présentée dans la section de segmentation, il est possible de proposer une méthode de polyédrisation. En effet, l'algorithme de reconnaissance utilisé fournit un polyèdre dans l'espace dual qui contient l'ensemble des plans solutions. Pour chaque facette reconnue par l'algorithme de segmentation, un plan euclidien solution est choisi. L'intersection des demi-espaces définis par ces plans euclidiens forme donc l'objet reconstruit. Le plan solution choisi correspond à un sommet du polyèdre si l'un d'entre eux est solution, sinon le barycentre des sommets du polyèdre est choisi comme solution. La Figure 5.15 (a et b) montre un exemple d'objet discret (un ellipsoïde) transformé en un polyèdre dans le domaine continu avec un nombre de facettes réduit et une bonne qualité visuelle.

L'inconvénient majeur de cette technique simple est que l'intersection dans le domaine continu des demi-espaces n'est correcte que pour des objets convexes. D'autres problèmes peuvent apparaître comme l'a souligné Sivignon dans sa thèse (Sivignon 2004), comme des problèmes de coupe de l'objet continu à cause de la taille trop petite de certains plans reconnus, ou comme des problèmes de réversibilité engendrés par des "pointes" par exemple qui insèrent des voxels non présents lors de la discrétisation (voir illustration dans la Figure 5.15c).

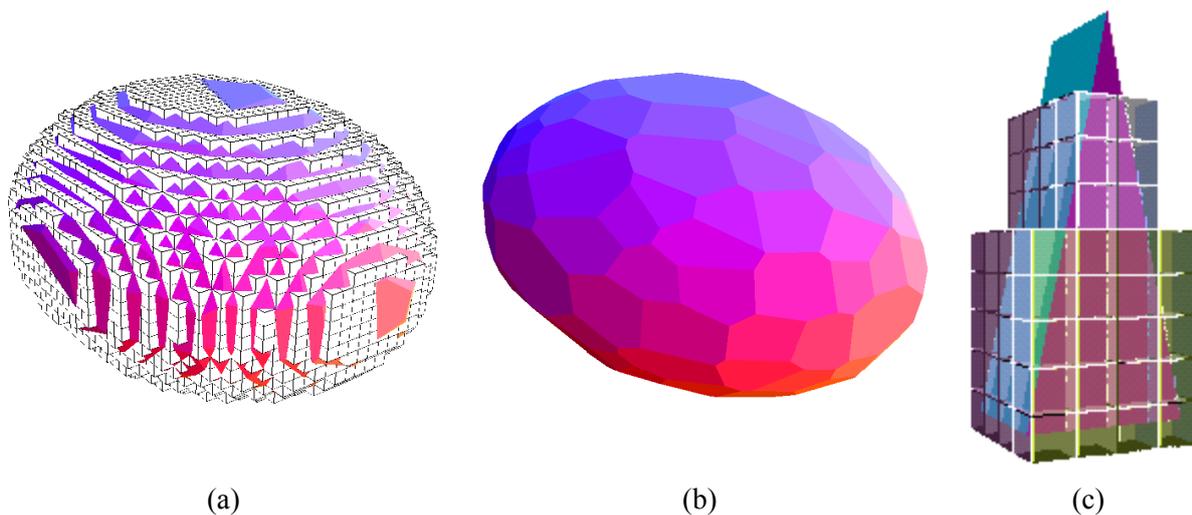


Figure 5.15 – Résultat de la reconstruction de la surface d'un ellipsoïde discret en un polyèdre : (a) surface reconstruite superposée à l'objet discret, (b) surface reconstruite seule, (c) exemple de surface reconstruite non réversible superposée à un objet discret (Sivignon 2004).

5.5.2.2. Extension à des objets quelconques

En collaboration avec Eric Andrès (IRCOM-SIC – Poitiers), nous avons étendu cette méthode à des objets quelconques. L'algorithme proposé sélectionne pour chaque morceau de plan reconnu un plan euclidien solution. Pour chaque face, le bord est ensuite parcouru pour déterminer les plans voisins et

ainsi définir les arêtes comme étant les intersections entre la face considérée et ses plans voisins. Les sommets sont également calculés avec l'intersection de deux arêtes successives.

Les tests alors réalisés avec la segmentation en plans naïfs a mis en évidence la difficulté de déterminer le voisinage local et a conduit à des artefacts de reconstruction. Ainsi, à la lumière des travaux menés depuis en segmentation en plans standards, ce problème n'existe plus dans le cas général. Il reste cependant un problème lorsque par exemple un sommet doit être calculé avec l'intersection de quatre plans ou plus, ce qui peut engendrer plusieurs sommets différents éventuellement non coplanaires. Un ajustement local difficile reste donc à effectuer. Malheureusement la réalisation de cette méthode de reconstruction réversible fonctionnant sur des objets quelconques n'est pas certaine d'aboutir par cette voie.

5.5.3. Méthode de reconstruction par détermination de polygones discrets

Nous avons développé une autre méthode de reconstruction basée sur la construction de polygones discrets après segmentation. Nous avons utilisé la segmentation sur les pointels de la surface de l'objet pour déterminer des plans standards de manière à ce que la discrétisation des facettes polygonales donne des polygones discrets. Le résultat visé sera donc un ensemble de polygones discrets ne formant pas forcément une surface fermée, mais la réversibilité sera assurée.

5.5.3.1. Reconstruction de courbes

Breton a proposé dans sa thèse une méthode de polygonalisation réversible (Breton 2003) que nous avons étendu en 3D (Sivignon, Breton et al. 2005).

Dans le cas 2D, l'algorithme se déroule sur une courbe 4-connexe. Un point euclidien initial p est choisi dans un pixel, ainsi qu'une direction. Un algorithme de reconnaissance incrémental, celui proposé par Vittone (Vittone 1999) adapté aux droites standards, détermine un segment de droite standard passant par p en ajoutant les pixels un à un dans la direction choisie. Lorsque l'ajout d'un pixel n'est plus possible, un nouveau point est choisi dans l'avant dernier pixel et un nouveau segment est ainsi déterminé par l'algorithme de reconnaissance.

Pour l'extension en 3D, nous avons utilisé l'algorithme de reconnaissance d'une droite standard 3D qui utilise la reconnaissance de droites 2D sur les trois projections en associant une condition sur les paramètres de droites solutions. Le passage à l'espace dual est effectué pour les projections et la recherche de solutions. Comme en 2D, un point de départ p est choisi. Les droites solutions passant par ce point doivent, dans l'espace dual être contenues dans un plan P (dual du point p). Ainsi, les solutions ne seront pas cherchées dans un polygone, comme vu précédemment, mais dans un segment de droite, intersection du polygone et du plan P , ce qui simplifie le processus. Tant qu'une solution existe, le segment est agrandi. Lorsque ce n'est plus possible, une droite euclidienne est choisie ainsi qu'une nouvelle extrémité comme sommet de la courbe. Ainsi, à partir d'un ensemble de voxels ordonnés, l'algorithme détermine une suite de segments discrets ainsi que les segments équivalents euclidiens dont la discrétisation correspond au segment discret. La Figure 5.16 illustre le résultat de l'algorithme de polygonalisation réversible obtenu sur une courbe 3D fermée et une courbe ouverte.

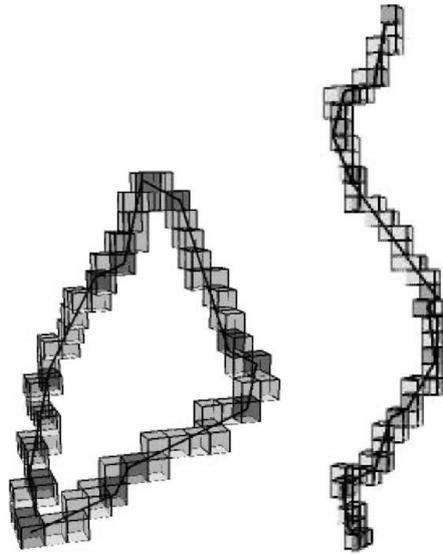


Figure 5.16 – Résultat de la polygonalisation réversible d'une courbe 3D fermée à gauche et ouverte à droite ; la ligne polygonale euclidienne est représentée en noir et ses sommets sont contenus dans les voxels sombres (Sivignon, Breton et al. 2005).

5.5.3.2. Polygonalisation des facettes

Dans le cadre fixé qui est la polyédrisation, le bord de chaque facette est un polygone planaire. Il existe donc un plan euclidien P qui coupe l'ensemble des voxels de la courbe. Dans l'algorithme de polygonalisation, le fait de connaître le plan support, les droites solutions dans les espaces duaux doivent donc passer par le point p correspondant au plan P . Comme nous l'avons présenté dans la partie reconnaissance, il faut ensuite effectuer successivement six réductions. Ainsi, les préimages des trois projections de l'ensemble des voxels correspondent à l'ensemble des droites 3D solutions incluses dans P . En outre, le processus de réduction des préimages assure la compatibilité entre les trois projections.

En résumé, pour chaque face de l'objet segmenté, les pointels du bord sont détectés. L'algorithme de polygonalisation réversible est alors appliqué. Précisons que l'algorithme doit être initialisé avec un voxel de la courbe appartenant au plan P ; pour cela, nous choisissons le barycentre des sommets du polygone qui est l'intersection entre le plan et le voxel.

5.5.3.3. Résultats

La Figure 5.17 illustre le résultat obtenu en appliquant l'algorithme sur une face discrète ; le polygone obtenu coupe l'ensemble des voxels correspondant aux pointels. La réversibilité est assurée et la discrétisation du polygone euclidien obtenu redonne bien le polygone discret.

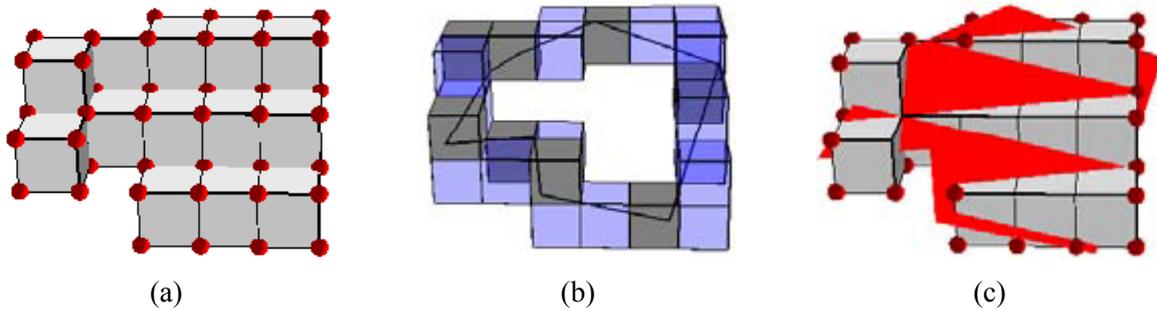


Figure 5.17 – Exemple de polygonalisation d'une face discrète : (a) pointels d'une face, (b) détermination de la ligne polygonale, (c) superposition du polygone sur la face discrète.

Nous avons appliqué cet algorithme de polygonalisation réversible sur de nombreux objets. La Figure 5.18 présente le résultat obtenu sur deux d'entre eux, un tore et l'objet *Al*. Nous présentons les objets discrets avec l'étiquetage des surfels reconnus par l'algorithme de segmentation en plans standards ainsi que l'ensemble des polygones correspondant aux faces discrètes.

5.6. Conclusion et perspectives

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les travaux effectués en géométrie discrète avec un objectif de recherche d'une modélisation de surface qui soit réversible. Cette modélisation est réalisée par un passage à un modèle analytique qui nécessite une reconnaissance des objets de base. Nous avons donc introduit les objets discrets de base (droites, plans, etc.), puis nous avons présenté les travaux menés en segmentation de surfaces en plans discrets avant de les appliquer à la polyédrisation d'un objet discret et de présenter les résultats obtenus.

En conclusion sur les algorithmes de reconstruction polyédrique, nous avons présenté rapidement deux approches. La première est basée sur la méthode de segmentation du bord de l'objet en plans naïfs avec étiquetage des voxels, à partir de laquelle un plan euclidien solution est choisi pour chaque facette et l'intersection des demi-espaces définis par ces plans euclidiens constitue l'objet reconstruit. Cette méthode qui donne de bons résultats sur des objets convexes, a été étendue à des objets quelconques mais soulève des problèmes localement difficiles à régler sur lesquels des travaux de recherche importants doivent encore être menés. La seconde méthode, basée sur la construction de polygones, utilise la segmentation sur les pointels de la surface de l'objet pour déterminer des plans standards. Le résultat obtenu est un ensemble de facettes polygonales dont la discrétisation donne des polygones discrets. La réversibilité est assurée, contrairement à la première méthode, mais la surface n'est pas forcément une surface fermée. Une autre propriété intéressante est certainement le modèle cohérent obtenu avec des faces, arêtes et sommets. Les perspectives à ces travaux sont donc encore nombreuses avant d'atteindre l'objectif visé, une méthode de polyédrisation réversible qui mène à un modèle de surface sans trou.

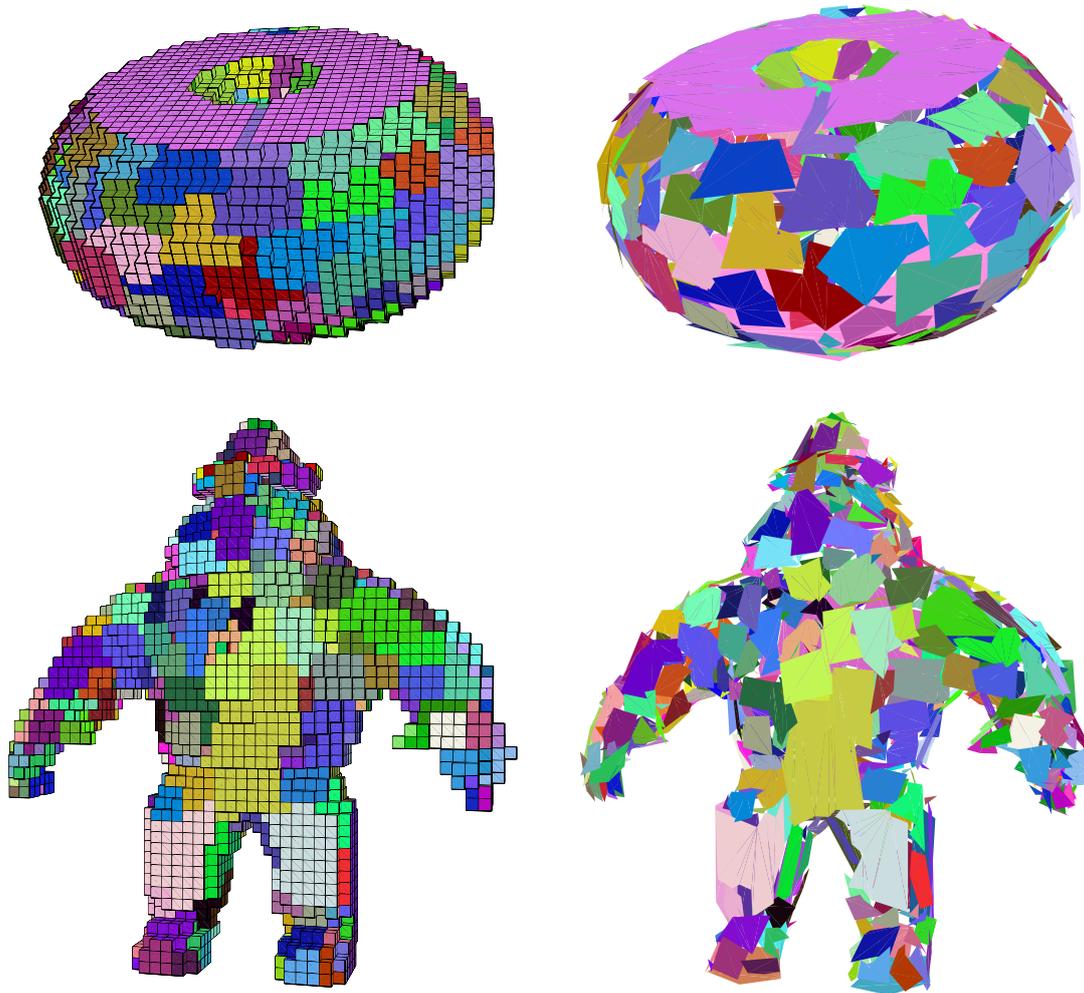


Figure 5.18 – Résultats de polygonalisation réversible obtenus sur différents objets : en haut un tore et en bas, l'objet *Al*, à gauche les objets discrets, à droite les polygones reconnus.

5.7. Principales publications associées

5.7.1. Revues internationales avec comité de lecture

- [COE05] D. Coeurjolly, I. Sivignon, F. Dupont, F. Feschet, J.-M. Chassery, "On digital plane preimage structure", *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 151(1-3), pp. 78-92.
- [SIV05a] I. Sivignon, R. Breton, F. Dupont, E. Andès : "Discrete Analytical Object Reconstruction without patches", *Image and Vision Computing Journal*, Volume 23, Issue 2, February 2005, Pages 191-202.
- [SIV04a] Sivignon I., Dupont F., Chassery J.M.: "Digital intersections: minimal carrier, connectivity and periodicity properties", *Graphical Models*, Vol. 66 Issue 4, 2004, pp 226-244.

- [SIV04b] Sivignon I., Dupont F., Chassery J.M.: "Decomposition of a 3D discrete object surface into discrete plane pieces", *Algorithmica*, Special Issue on Shape Algorithmics, Vol. 38 No 1, January 2004, pp 25-43.

5.7.2. Conférences internationales "invité"

- [CHA01] Chassery J.M., Dupont F.: "Digital geometry fundamentals", 11th International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP 2001), Palermo, Italy, 26-28 Sept. 2001.

5.7.3. Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

- [SIV05b] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "Reversible Polygonalization of a 3D Planar Discrete Curve: Application on Discrete Surfaces", E. Andres et al. (Eds.): *DGCI 2005* (12th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery), LNCS 3429, 2005, pp. 347–358.
- [SIV04c] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "Discrete surfaces segmentation into discrete planes", *IWCIA 2004*, 10th International Workshop on Combinatorial Image Analysis, 1 - 3 December 2004, Auckland, New Zealand, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3322, pp 458-473.
- [COE03] D. Coeurjolly, I. Sivignon, F. Dupont, F. Feschet, J.-M. Chassery, Digital plane preimage structure, in: A. Del Lungo, V. Di Ges u, A. Kuba (Eds.), *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *IWCIA'03*, Vol. 12, Elsevier Science Publishers, 2003.
- [BRE03] R. Breton, I. Sivignon, F. Dupont, E. Andrès : "Towards an invertible Euclidean reconstruction of a discrete object", *DGCI'03* 11th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery, 19-21 November 2003, Naples, Italy, pp. 246-256, LNCS 2886, Eds Ingela Nyström, Gabriella Sanniti di Baja, Stina Svensson.
- [SIV03a] I. Sivignon, F. Dupont, J.M. Chassery : "New results about digital intersections", *DGCI'03* 11th Int. Conf. on Discrete Geometry for Computer Imagery, 19-21 November 2003, Naples, Italy, pp.102-113, LNCS 2886, Eds Ingela Nyström, Gabriella Sanniti di Baja, Stina Svensson.

Bilan et perspectives

Les thèmes abordés dans ce mémoire se rapportent aux données 3D utilisant généralement deux types de représentation qui s'opposent :

- la représentation surfacique qui ne tient compte que de la surface de l'objet ;
- la représentation volumique qui tient compte également de son intérieur.

Les travaux de recherche présentés concernent ces deux types de représentation et se situent à l'intersection entre l'analyse des objets et leur modélisation. Notre objectif est en effet d'établir en amont une analyse des données afin d'améliorer l'étape suivante de modélisation ou de compression.

Notre objectif à moyen et long terme est toujours une meilleure compréhension des objets, ce qui passe par le développement d'outils d'analyse : de mesure, de segmentation, de comparaison, etc. Le but est d'aboutir à une modélisation adaptée (par des surfaces de subdivision, des plans en géométrie discrète ou d'autres primitives) et d'en tirer le meilleur parti pour des applications de compression ou de tatouage par exemple.

Nous détaillons dans les sections suivantes les avancées majeures menées jusqu'à présent ainsi que les perspectives à court et moyen terme, déjà engagées pour certaines d'entre elles.

Géométrie discrète

Dans ce mémoire une méthode de compression d'objets 3D discrets basée sur le calcul d'axe médian a été proposée. Nous avons exploré différentes techniques d'obtention de l'axe médian avec différentes cartes de distance, la distance de chanfrein ou la transformée en distance euclidienne. Nous avons introduit une nouvelle primitive issue du calcul de l'axe médian, l'enveloppe convexe de deux boules appelée tronc de cône. Les résultats présentés avec une composition mixte de boules et de troncs de cônes ont révélé une progressivité intéressante de la méthode proposée pour ce type d'objets discrets. Un codeur spécifique reste à mettre en place pour améliorer les performances. Parmi les perspectives, nous avons débuté l'extension des primitives à des enveloppes convexes de trois boules puis une généralisation à n boules. L'apport de la transformée en distance euclidienne laisse entrevoir des solutions théoriques encore à approfondir. La réduction de la complexité de l'algorithme de recherche des primitives est également une tâche à réaliser prochainement.

Dans ce même cadre de la géométrie discrète, nous nous sommes intéressés à l'objectif de reconstruction polyédrique d'une surface discrète dans le cadre de la thèse d'Isabelle Sivignon. Cette modélisation est réalisée par un passage à un modèle analytique qui nécessite une reconnaissance des objets de base. Nous avons développé des algorithmes de segmentation de surfaces en plans discrets et les avons utilisés pour mettre au point deux méthodes de polyédrisation réversibles. La première méthode est basée sur la méthode de segmentation du bord de l'objet en plans naïfs avec étiquetage des voxels. Pour chaque facette, un plan euclidien solution est choisi et l'intersection des demi-espaces définis par ces plans euclidiens représente l'objet reconstruit. Nous avons soulevé les problèmes posés

par cette méthode sur des objets non convexes. Des travaux doivent donc encore être menés pour pousser les limites de cette approche. La seconde méthode, basée sur la construction de polygones, utilise la segmentation sur les pointels de la surface de l'objet pour déterminer des plans standards. Le résultat obtenu est un ensemble de facettes polygonales dont la discrétisation donne des polygones discrets. La réversibilité est assurée, contrairement à la première méthode, mais la surface n'est pas forcément une surface fermée. Les perspectives à ces travaux sont donc encore nombreuses avant d'atteindre l'objectif visé, une méthode de polyédricisation réversible qui mène à un modèle de surface sans trou.

Par ailleurs, depuis 2004, nous participons à l'Action Concertée Incitative "Jeunes chercheuses et jeunes chercheurs", pilotée par le LIRIS, intitulée "Généralisation de la géométrie discrète aux grilles isothétiques irrégulières". Ce projet vise à étendre le paradigme géométrique de la géométrie discrète en relâchant les contraintes de régularité des grilles, pour traiter des grilles hétérogènes. Dans ce projet, nous souhaitons évaluer la pertinence d'approches telles que l'arithmétique des intervalles et l'arithmétique affine pour l'étude d'objets discrets sur des grilles irrégulières. La mise en œuvre d'algorithmes de ce type pourra être utilisée pour la résolution de problèmes typiques de géométrie discrète comme la reconnaissance ou le problème d'intersections de surfaces par exemple.

Parmi les actions en cours de préparation, l'organisation de la conférence internationale DGCI (International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery) est envisagée en 2008 au laboratoire LIRIS à Lyon. Elle fait suite à la journée "Géométries algorithmique et discrète" que j'ai organisée en 2003 dans le cadre de l'Action Spécifique CNRS "Géométries algorithmique et discrète" et permettra de renforcer la visibilité de la thématique géométrie discrète du laboratoire.

Compression de surfaces

Nous avons présenté un bilan des approches en compression de maillage, et proposé différentes vues synoptiques des différentes classes de méthodes. Les approches guidées par la connectivité contraignent fortement le codage de la géométrie et en limitent les performances. Les approches guidées par la géométrie ne permettent pas d'optimiser aussi efficacement la connectivité mais ouvrent de nouvelles perspectives très intéressantes et sont à la base de nos motivations.

Pour des applications de transmission à des fins de visualisation, de multiples transformations peuvent être envisagées. C'est dans ce cadre, qui laisse entrevoir d'importants progrès en compression par rapport aux méthodes de référence actuelles, que nous avons effectué nos travaux dans le domaine de la compression de surface. Nous avons développé, avec la thèse de Guillaume Lavoué, une méthode de compression d'objets 3D basée sur une segmentation préalable des objets puis sur une approximation par des surfaces de subdivision. Ces travaux se sont déroulés dans le cadre du projet RNRT SEMANTIC-3D de novembre 2002 à novembre 2005 avec une application sur des objets issus de la CAO. Le constructeur automobile Renault nous a ainsi permis de tester nos algorithmes sur des objets réels. De plus, une action d'évaluation de la qualité de la compression, nécessaire, mais toujours délicate à mettre en place, est actuellement en cours avec des experts du domaine concerné. À court terme, notre collaboration doit déboucher sur de nouvelles mesures de distances entre objets 3D et des mesures de qualité de la compression.

Une autre perspective à court et moyen terme est le démarrage d'un projet avec FRANCE TELECOM R&D, nommé CoSurf. Ce projet vise à développer un nouveau schéma de compression et de tatouage de modèles 3D compatible avec la norme MPEG-4. Nous souhaitons, dans cette collaboration, développer de nouvelles méthodes de compression scalables, basées sur les ondelettes de subdivision, en étendant l'approche utilisée dans SEMANTIC-3D à des objets quelconques qui, à l'inverse des objets CAO, ne sont pas nécessairement lisses. Ce challenge ambitieux fait l'objet d'un encadrement de

thèse débutée en septembre 2005. Outre la compression qui est le cœur de ce projet, une application de tatouage sera menée. En effet, la méthode de modélisation choisie dans SEMANTIC-3D basée sur une analyse de l'objet 3D a déjà montré des possibilités intéressantes au niveau de la robustesse du tatouage d'objets CAO.

Parmi les perspectives à moyen terme, je souhaite m'impliquer encore plus fortement dans les actions des GdR, principalement au sein du GdR ISIS, dans le thème "Télécommunications : compression, protection, transmission". Ce thème D fédère les chercheurs et les laboratoires travaillant sur la problématique des couches basses des télécommunications (essentiellement transmission et accès multiple), sur la problématique de la compression de source (image, vidéo, audio, 3D) et sur l'insertion de données cachées pour la protection (tatouage) ou pour l'enrichissement du contenu (data hiding). Des efforts seront menés pour réunir les membres des communautés d'autres GdR (IG - Informatique Graphique - notamment) sur des thématiques proches du thème proposé.

Compression de données 3D hétérogènes

Comme nous l'avons mentionné dans ce mémoire, des applications réelles nécessitent la prise en compte d'ensembles de pièces 3D, d'animations, de textures, de propriétés associées en chaque point d'un maillage par exemple. Les masses de données sont alors gigantesques et la compression aura un grand rôle à jouer. Nous souhaitons participer à ces défis et avons engagé une collaboration dans le cadre d'un montage de projet nommé VISUVOL (Visualisation collaborative de grands volumes de données 3D sur le web) avec EDF. L'objectif est de définir, réaliser et évaluer un espace de travail collaboratif sur le web où plusieurs intervenants distants travaillent ensemble, sur le même jeu de données, pour des applications 3D de visualisations scientifiques et/ou industrielles. Notre participation concerne les aspects de compression de différents flux de données 3D devant être associés. Les perspectives à moyen terme sont de réaliser des méthodes de compression de scènes où différents utilisateurs déplacent et font interagir des objets 3D, dans un même environnement.

Bibliographie

Alliez, P. and Desbrun, M. (2001a), "Valence driven connectivity encoding for 3D meshes", *Proc. EUROGRAPHICS*.

Alliez, P. and Desbrun, M. (2001b), "Progressive compression for lossless transmission of triangle meshes", *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics*.

Amenta, N. and Kolluri, R. K. (2001), "The medial axis of a union of balls", *Computational Geometry*, 20 (1), 25-37.

Anderson, T. A. and Kim, C. E. (1985), "Representation of digital line segments and their preimage", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 30, 279-288.

Andrès, E. (2000), "Modélisation analytique discrète d'objets géométriques", *Habilitation à diriger des recherches, Université de Poitiers*.

Bajaj, C. L., Pascucci, V. and Zhuang, G. (1999a), "Single resolution sompression of arbitrary triangular meshes with properties", *Computational geometry: theory and applications*, 14, 167-186.

Bajaj, C. L., Pascucci, V. and Zhuang, G. (1999b), "Progressive compression and transmission of arbitrary triangular meshes", *Proceedings of the IEEE Visualization Conference*, 307-316.

Benko, P. and Varady, T. (2004), "Segmentation methods for smooth point regions of conventional engineering objects", *Computer Aided Design*, 36 (6), 511-523.

Blum, H. (1964), "A transformation for extracting new descriptors of shape", *Symposium on Models for the Perception of Speech and Visual Form*.

Borgefors, G. (1984), "Distance Transformation in Arbitrary Dimensions", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 27, 321-345.

Borgefors, G. and Nyström, I. (1997), "Efficient shape representation by minimizing the set of centres of maximal discs / spheres", *Pattern Recognition Letters*, 18, 465-472.

Breton, R. (2003), "Reconstruction inversible d'objets discrets 2D", *Université de Poitiers, France*.

Breton, R., Sivignon, I., Dupont, F. and Andres, E. (2003), "Towards an Invertible Euclidean Reconstruction of a Discrete Object", *Int. Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery, DGCI'05*.

Burguet, J. and Malgouyres, R. (2000), "Strong Thinning and Polyhedrization of the surface of a Voxel Object", *Discrete Geometry for Computer Imagery*, Springer-Verlag.

Burrows, M. and Wheeler, D. J. (1994), "A Block-sorting Lossless Data Compression Algorithm", *Digital Systems Research Center Research*.

Catmull, E. and Clark, J. (1978), "Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes," *Computer-Aided Design*, 10 (6), 350-355.

- Chassery, J. M. and Montanvert, A. (1991)**, "Géométrie discrète en analyse d'images", Hermès.
- Chow, M. (1997)**, "Optimized geometry compression for real-time rendering", *Proceedings of the IEEE Visualization Conference*.
- Coeurjolly, D. (2002)**, "Algorithmique et géométrie discrète pour la caractérisation de courbes et surfaces", Lyon, France, *Université Lyon 2*.
- Coeurjolly, D., Guillaume, A. and Sivignon, I. (2004)**, "Reversible discrete volume polyhedrization using Marching Cubes simplification", *Vision Geometry XII*, San Jose.
- Coeurjolly, D., Sivignon, I., Dupont, F., Feschet, F. and Chassery, J.-M. (2003)**, "Digital Plane Preimage Structure", *Electronic Notes in Discrete Mathematics, International Workshop on Combinatorial Image Analysis'03*, Elsevier Science Publishers.
- Coeurjolly, D., Sivignon, I., Dupont, F., Feschet, F. and Chassery, J.-M. (2005)**, "On digital plane preimage structure", *Discrete Applied Mathematics*, 151(1-3), 78-92.
- Cohen-Or, D., Levin, D. and Remez, O. (1999)**, "Progressive compression of arbitrary triangular meshes", *I.E.E.E. Visualization*, 67-72.
- Cohen-Steiner, D. and Morvan, J. (2003)**, "Restricted delaunay triangulations and normal cycle", *19th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*
- Danielsson, P. E. (1980)**, "Euclidean distance mapping", *Computer Graphics and Image Processing*, 14 (3), 227-248.
- Debled-Rennesson, I. (1995)**, "Étude et reconnaissance des droites et plans discrets", Université Louis Pasteur Strasbourg France.
- Debled-Rennesson, I. and Réveillès, J.-P. (1992)**, "Un algorithme linéaire de polygonalisation de courbes discrètes", *Int. Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*, Grenoble, France.
- Deering, M. (1995)**, "Geometry compression", *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics*, 13-20.
- Doo, D. and Sabin, M. (1978)**, "Behavior of recursive division surfaces near extraordinary points", *Computer Aided Design*, 10, 356-360.
- Dorst, L. and Smeulders, A. N. M. (1984)**, "Discrete representation of straight lines", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6 (4), 450-463.
- Dupont, F., Gilles, B. and Baskurt, A. (2003)**, "Lossless and scalable 3d object coding method based on medial axis transformation", *Picture Coding Symposium*.
- Forsey, D. and Bartels, R. (1995)**, "Surface fitting with hierarchical splines", *ACM Transactions on Graphics*, 14 (2), 134-161.
- Françon, J. and Papier, L. (1999)**, "Polyhedrization of the Boundary of a Voxel Object", *Discrete Geometry for Computer Imagery*.
- Gandoin, P. M. and Devillers, O. (2002)**, "Progressive lossless compression of arbitrary simplicial complexes", *ACM Transactions on Graphics*, 21 (3), 372-379.
- Garland, M., Willmott, A. and Heckbert, P. (2001)**, "Hierarchical face clustering on polygonal surfaces", *ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*: 49-58.
- Giblin, G. and Kimia, B. B. (2000)**, "A Formal Classification of 3D Medial Axis Points and their Local Geometry", *CVPR*.
- Gu, X., Gortler, S. J. and Hoppe, H. (2002)**, "Geometry images", *ACM Siggraph*.
- Gumhold, S. (1999)**, "Improved cut-border machine for triangle mesh compression", *Erlangen*

Workshop '99 on Vision, Modeling and Visualization.

Gumhold, S. and Strasser, W. (1998), "Real time compression of triangle mesh connectivity", *ACM SIGGRAPH*.

Hertel, S. and Mehlhorn, K. (1983), "Fast triangulation of simple polygons", *Lecture Notes In Computer Science, Proceedings of the International FCT-Conference on Fundamentals of Computation Theory*.

Hoppe, H. (1996), "Progressive meshes", *ACM Siggraph*.

Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., Halstead, M., Jin, H., McDonald, J., Schweitzer, J. and Stuetzle, W. (1994), "Piecewise smooth surface reconstruction", *Siggraph*, 28: 295-302.

Hoschek, J. (1988), "Intrinsic parametrization for approximation", *Computer Aided Geometric Design*, 5 (1), 27-31.

Hough, P. (1962), "Method and means for recognizing complex patterns", United States Patent, n°3, 069, 654.

Huffman, D. A. (1952), "A method for the reconstruction of minimum-redundancy codes", *Proc. Inst. Radio Eng.*

Isenburg, M. (2000a), "Triangle fixer: edge-based connectivity compression", *European Workshop on Computational Geometry*.

Isenburg, M. (2000b), "Triangle strip compression", *Proc. Graphics Interface*.

Isenburg, M. and Snoeyink, J. (2001), "Face Fixer: Compressing polygon meshes with properties", *ACM Siggraph*.

Kanai, T. (2001), "MeshToSS- Converting Subdivision Surfaces from Dense Meshes", *6th International Workshop on Vision, Modeling and Visualization*.

Karni, Z. and Gotsman, C. (2000), "Spectral compression of mesh geometry", *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics*.

Khodakovsky, A., Schroder, P. and Sweldens, W. (2000), "Progressive geometry compression", *ACM Siggraph*: 271-278.

Kim, C. E. (1982), "On cellular straight line segments", *Computer Graphics and Image Processing*, 18, 369-381.

Kim, C. E. (1983), "Three dimensional digital line segments", *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, 5 (2), 231-234.

Kim, C. E. (1984), "Three-Dimensional Digital Planes", *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, 6, 639-645.

King, D. and Rossignac, J. (1999), "Guaranteed 3.67v bit encoding of planar triangle graphs", *Proc. 11th Canadian Conference on Computational Geometry*.

Klette, R. and Sun, H. J. (2001), "Digital planar segment based polyhedrization for surface area estimation", *International Workshop on Visual Form, Capri Italie, Springer-Verlag*.

Kobbelt, L. (1996), "Interpolatory Subdivision on Open Quadrilateral Nets with Arbitrary Topology", *Computer Graphics Forum*, 15 (3), 409-420.

Kresch, R. and Malah, D. (1998), "Skeleton-Based Morphological Coding of Binary Images", *IEEE Trans. Image Processing*, 7 (10), 1387-1399.

Krishnamurthy, V. and Levoy, M. (1996), "Fitting Smooth Surfaces to Dense Polygon Meshes", *ACM Siggraph*: 313-324.

- Lavoué, G., Dupont, F. and Baskurt, A. (2005a)**, "Toward a near optimal quad/triangle subdivision surface fitting", *IEEE Int. Conf. on 3-D Digital Imaging and Modeling*.
- Lavoué, G., Dupont, F. and Baskurt, A. (2005b)**, "A new subdivision based approach for piecewise smooth approximation of 3D polygonal curves", *Pattern Recognition*, 38 (8), 1139-1151.
- Lavoué, G., Dupont, F. and Baskurt, A. (2005c)**, "High rate compression of CAD meshes based on subdivision inversion", *Annals of Telecommunication*, 60 (11-12), 1284-1308.
- Lavoué, G., Dupont, F. and Baskurt, A. (2005d)**, "A new CAD mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis", *Computer-Aided Design*, 37 (10), 975-987.
- Lee, A., Moreton, H. and Hoppe, H. (2000)**, "Displaced Subdivision Surfaces", *Siggraph*: 85-94.
- Lindenbaum, M. and Bruckstein, A. (1993)**, "On recursive, $O(N)$ Partitioning of a digitized curve into Digital Straight Segments", *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, 15 (9), 949-953.
- Lloyd, S. P. (1982)**, "Least Squares Quantization in PCM", *IEEE Trans. Information Theory*, 28, 129-137.
- Loop, C. (1987)**, "Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles", Utah University, Habilitation à diriger des recherches.
- Lorensen, W. E. and Cline, H. E. (1987)**, "A high resolution 3D surface construction algorithm", *Siggraph'87*, 21 (4), 163-170.
- Ma, W. and Kruth, J. (1995)**, "Parametrization of randomly measured points for the least squares fitting of B-spline curves and surfaces", *Computer-Aided Design*, 27, 663-675.
- Ma, W., Ma, X., Tso, S. K. and Pan, Z. (2004)**, "A direct approach for subdivision surface fitting from a dense triangle mesh.", *Computer Aided Design*, 36 (16), 525-536.
- Mallat, S. G. (1989)**, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 (7), 674-693.
- McIlroy, M. D. (1985)**, "A note on discrete representation of lines", *AT&T Technical Journal*, 64 (2), 481-490.
- Meyer, M., Desbrun, M., Schröder, P. and Barr, H. (2002)**, "Discrete Differential-Geometry Operators for Triangulated 2-Manifolds", *VisMath*.
- Nilsson, F. and Danielsson, P. E. (1997)**, "Finding the Minimal Set of Maximum Disks for Binary Objects", *Graphical Models and Image Processing*, 59 (1), 55-60.
- Papier, L. (1999)**, "Polyédrisation et visualisation d'objets discrets tridimensionnels", Strasbourg, France, *Université Louis Pasteur*.
- Peng, J. and Kuo, C. C. J. (2004)**, "Progressive geometry encoder using octree-based space partitioning", *ICME*.
- Peng, J. and Kuo, C. C. J. (2005)**, "Geometry-Guided Progressive Lossless 3D Mesh Coding With Octree (OT) Decomposition", *ACM Siggraph*.
- Peyré, G. and Mallat, S. G. (2005)**, "Surface compression with geometric bandelets", *ACM Siggraph*.
- Popovic, J. and Hoppe, H. (1997)**, "Progressive encoding for lossless transmission of 3d meshes", *ACM Siggraph*.
- Pottmann, H. and Leopoldseder, S. (2003)**, "A concept for parametric surface fitting which avoids the parametrization problem", *Computer Aided Geometric Design*, 20 (6), 343-362.
- Praun, E. and Hoppe, H. (2003)**, "Spherical parametrization and remeshing", *ACM Transactions on Graphics*, 22 (3), 340-349.

- Razdan, A. and Bae, M. (2003)**, "A hybrid approach to feature segmentation of triangle meshes", *Computer-Aided Design*, 35 (9), 783-789.
- Reinders, F., Jacobson, M. E. D. and Post, F. H. (2000)**, "Skeleton Graph Generation for Feature Shape Description", *Data Visualization*.
- Remy, E. and E., T. (2002)**, "Medial Axis for chamfer distances: computing look-up tables and neighborhoods in 2D or 3D", *Pattern Recognition Letters*, 23 (6), 649-661.
- Reveillès, J. P. (1991)**, "Géométrie discrète: calcul en nombres entiers et algorithmique", Université Louis Pasteur - Strasbourg.
- Rosenfeld, A. and Klette, R. (2001)**, "Digital straightness", *International Workshop on Combinatorial Image Analysis*, Elsevier.
- Rossignac, J. (1999)**, "Edgebreaker: Connectivity compression for triangle meshes", *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5 (1), 47-61.
- Saito, T. and Toriwaki, J. I. (1994)**, "New algorithms for Euclidean distance transformations of a n-dimensional digitized picture with applications", *Pattern Recognition*, 27, 1551-1565.
- Santa-Cruz, D. and Ebrahimi, T. (2002)**, "Compression of parametric surfaces for efficient 3D model coding", *SPIE Visual Communications and Image Processing*: 280-291.
- Saux, E. and Daniel, M. (2003)**, "An improved Hoschek intrinsic parametrization", *Computer Aided Geometric Design*, 20 (8-9), 513-521.
- Shannon, C. E. (1948)**, "A mathematical theory of communication", *Bell System Tech. J.*, 27, 379-423, 623-656.
- Sivignon, I. (2004)**, "De la caractérisation des primitives à la reconstruction polyédrique de surfaces en géométrie discrète", *Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- Sivignon, I., Dupont, F. and Chassery, J.-M. (2003)**, "Représentation polygonale de surfaces d'objets discrets 3D", *Colloque CORESA'03*.
- Sivignon, I., Dupont, F. and Chassery, J. M. (2004)**, "Digital intersections: Minimal carrier, connectivity, and periodicity properties", *Graphical Models*, 66 (4), 226-244.
- Sivignon, I., Dupont, F. and Chassery, J.-M. (2005)**, "Reversible Polygonalization of a 3D Planar Discrete Curve: Application on Discrete Surfaces", *Int. Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery, DGCI'05*.
- Sivignon, I., Breton, R., Dupont, F. and Andrès, E. (2005)**, "Discrete Analytical curve reconstruction without patches", *Image and Vision Computing*, 23 (2), 191-202.
- Stam, J. and Loop, C. (2003)**, "Quad/Triangle Subdivision", *Computer Graphics Forum*, 22 (1), 79-85.
- Taubin, G. and Gueziec, A. (1998)**, "Progressive forest split", *ACM Siggraph*.
- Taubin, G. and Rossignac, J. (1998)**, "Geometric compression through topological surgery", *ACM Transactions on Graphics*.
- Touma, C. and Gostman, C. (1998)**, "Triangle mesh compression", *Proc. Graphics Interface*.
- Turan, G. (1984)**, "On the succinct representations of graphs", *Discrete Applied Mathematics*, 8, 289-294.
- Valette, S. and Prost, R. (2004a)**, "A Wavelet-Based Progressive Compression Scheme For Triangle Meshes: Wavemesh", *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 10 (2), 123-129.

- Valette, S. and Prost, R. (2004b)**, "Wavelet Based Multiresolution Analysis Of Irregular Surface Meshes", *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 10 (2), 113-122.
- Veelaert, P. (1993)**, "On the Flatness of digital hyperplanes", *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 3, 205-221.
- Veelaert, P. (2003)**, "Graph-Theoretical properties of parallelism in the digital plane", *Discrete Applied Mathematics*, 125, 135-160.
- Vittone, J. (1999)**, "Caractérisation et reconnaissance de droites et de plans en géométrie discrète", Grenoble, France, *Université Joseph Fourier*.
- Vittone, J. and Chassery, J. M. (2000)**, "Recognition of Digital Naive planes and Polyhedrization", *Discrete Geometry for Computer Imagery*, Springer-Verlag.
- Warren, J. and Weimer, H. (2002)**, "Subdivision Methods For Geometric Design, A Constructive Approach," Morgan Kaufmann.
- Witten, I. H. (1987)**, "Arithmetic coding for data compression", *Comm. of the ACM*, 30 (6), 520-540.
- Yang, H., Wang, W. and Sun, J. (2004)**, "Control point adjustment for B-spline curve approximation", *Computer Aided Design*, 36 (7), 539-552.
- Zorin, D., Schroder, P. and Sweldens, W. (1996)**, "Interpolating Subdivision for Meshes with Arbitrary Topology", *ACM Siggraph*: 189-192.