Matière IN (Synthèse) G. Gesquière	Les Courbes paramétriques

Exercice 1 :

Soit Q[0,1] → IR^2 définie par Q(t) = (x(t), y(t))

Avec

$x(t) = 4t^3-6t^2+3t$

$y(t) = 8t^3-12t^2+3t+1$

a- Calculer Q(0), Q(1/2), Q(1), Q'(0), Q'(1), Q'(1/2)

b- Déterminer les tangentes horizontales et verticales de la courbe Q. Calculer leur positions

c- Représenter toutes les tangentes calculées précédemment sur un graphique. Tracer la courbe Q sur ce même graphique

Exercice 2 :

Soient deux points P1 = (x1, y1) = (-1,0) et P4 = (X4, Y4)=(1,0)

Soient aussi les vecteurs R1 = (x'1, y'1) = (2, 2) et R4 = (x'4, y'4) = (-2, 2)

Soit M la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Posons

$$G = \begin{bmatrix} x1 & y1 \\ x4 & y4 \\ x'1 & y'1 \\ x'4 & y'4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P1 \\ P4 \\ R1 \\ R4 \end{bmatrix}$$

a- Calculez le produit Π = M . G

b- On pose Q(t) = T . M . G pour t dans l'intervalle [0,1] avec T = (t^3, t^2, t, 1). Calculez l'expression de Q(t) en fonction de t.

c- Calculez Q(0), Q(1), Q'(0) et Q'(1). Que remarque t'on ?

d- Calculez les tangentes horizontales et verticales de la courbe Q et représentez la courbe sur un graphique.

Exercice 3 :

Soient les points P1=(0,0), P2=(1,1), P3=(2,1) et P4=(1,0). Soit Q : [0,1] → IR^2 la courbe de Bézier cubique ayant P1, P2, P3 et P4 pour points de contrôles.

a- En utilisant la matrice de Bézier M_B (voir cours) donner une expression de Q(t) en fonction de t.

b- Dessiner la courbe Q sur un graphique

Exercice 4 :
Soient les points P1=(0,0), P2=(0,1), P3=(1,1) et P4=(2,0). Soit Q : [0,1] → IR^2 la courbe de Bézier cubique ayant P1, P2, P3 et P4 pour points de contrôles. En utilisant l'algorithme de Casteljau, calculer Q(1/4).

Exercice 5 :
Calculer l'expression des polynômes $B_{i,3}$ pour i=0, 1, 2, 3. Calculez les zéro de leur dérivée. Représentez ces quatre polynômes sur un graphique.
Donnez une interprétation de l'expression d'une courbe de Bézier cubique en fonction de ces quatre polynômes.