IUT Arles– Licence SIL Matière IN (Synthèse) 2004-2005	Surfaces paramétriques

Exercice 1 :

Soit r un nombre strictement positif. On considère la surface paramétrée suivante :

$$\begin{cases} \sigma : [0,1]x[0,1] \to \Re^3 \\ (s,t) \mapsto \sigma(s,t) = (r\sin(\pi t)\cos(2\pi s), r\sin(\pi t)\sin(2\pi s), r\cos(\pi t)) \end{cases}$$

a- Quelle est la nature géométrique de la surface σ (indication : on pourra calculer la distance de σ(s,t) par rapport à l'origine O=(0,0,0)).

b- Calculer les dérivées partielles de σ, puis un vecteur normal à σ. Normaliser ce vecteur.

Exercice II :

Soient les points de contrôles suivants :

$P_{0,0}$=(0,0,0), $P_{0,1}$=(0,1,0), $P_{0,2}$=(0,2,0)
$P_{1,0}$=(1,0,0), $P_{1,1}$=(1,1,1), $P_{1,2}$=(1,2,1)
$P_{2,0}$=(2,0,0), $P_{2,1}$=(2,1,1), $P_{2,2}$=(2,2,1)
$P_{3,0}$=(3,0,0), $P_{3,1}$=(3,1,0), $P_{3,2}$=(3,2,0)

Soit σ la surface de Bézier ayant les points de contrôles $P_{i,,j}$ Pour i=0,1,2,3 et j=0,1,2.

a- Calculer σ (1/4, ½) par l'algorithme de Casteljau.

b- Soit Q_0 la courbe de Bézier ayant $P_{0,0,}$ $P_{0,1}$ et $P_{0,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_1 la courbe de Bézier ayant $P_{1,0,}$ $P_{1,1}$ et $P_{1,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_2 la courbe de Bézier ayant $P_{2,0,}$ $P_{2,1}$ et $P_{2,2}$ pour points de contrôles. Soit Q_3 la courbe de Bézier ayant $P_{3,0,}$ $P_{3,1}$ et $P_{3,2}$ pour points de contrôles. En utilisant à chaque fois l'algorithme de Casteljau pour les courbes, calculer Q_0(1/2), Q_1(1/2), Q_2(1/2), Q_3(1/2). En déduire la position de σ (1/4, ½).