

# Habilitation à Diriger des Recherches

en

INFORMATIQUE

## Contributions aux Cartes Combinatoires et Cartes Généralisées : Simplification, Modèles, Invariants Topologiques et Applications

par

Guillaume DAMIAND

*Spécialité* : Informatique  
*École Doctorale* : Informatique et Mathématiques

Soutenue publiquement le 23 Septembre 2010 devant le Jury composé de :

M. Jean-Marc CHASSERY, Directeur de Recherches, CNRS, GIPSA-Lab..... Rapporteur  
M. Pedro REAL, Professeur, Univ. de Seville, Dpt. Math. Appli. .... Rapporteur  
Mme Monique TEILLAUD, Chargé de Recherches HDR, INRIA, Sophia-Antipolis, .... Rapporteur  
M. Luc BRUN, Professeur, ENSICAEN, GREYC ..... Examineur  
M. Jean-Michel JOLION, Professeur, INSA de Lyon, LIRIS ..... Examineur  
M. Pascal LIENHARDT, Professeur, Univ. Poitiers, XLIM-SIC ..... Examineur  
M. Bernard PÉROCHE, Professeur, Univ. Lyon 1, LIRIS ..... Examineur



*à Christelle,  
Max,  
Charlie.*



---

---

# Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Marc CHASSERY, Pedro REAL et Monique TEILLAUD d'avoir accepté de relire ce mémoire et d'en être rapporteurs. La version finale de ce mémoire a bénéficié en outre de la lecture particulièrement attentive et des remarques nombreuses et précieuses de Monique TEILLAUD. Je remercie également tous les autres membres du jury : Luc BRUN, Jean-Michel JOLION, Pascal LIENHARDT et Bernard PÉROCHE d'avoir accepté d'assister à la présentation de ce travail.

Je voudrais remercier tout particulièrement Pascal LIENHARDT sans qui ce travail n'aurait pas été possible. Il a été un guide scientifique très important durant toutes mes années à Poitiers, répondant à toutes mes questions et sollicitations, me transmettant ainsi la plupart de mes connaissances actuelles. Il a en outre accepté de relire ce mémoire, qui a bénéficié de ses nombreuses remarques. Il est l'exemple scientifique que j'essaie de suivre et pour tout cela je lui dois un immense merci.

Je voudrais également remercier Yves BERTRAND qui m'a initié aux cartes durant ma thèse, en me transmettant sa passion pour ces structures de données et les opérations associées. Il m'a énormément apporté lors des nombreuses collaborations que nous avons eues au cours de mes années Poitevines. Ce travail n'aurait sans doute pas été possible sans son aide et son enthousiasme.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été souvent réalisés en collaboration avec d'autres collègues. Les résultats obtenus n'auraient pas été possibles sans eux et je souhaite donc les remercier, en espérant n'avoir oublié personne : Ehoud AHRONOVITZ, Olivier ALATA, Sylvie ALAYRANGUES, Eric ANDRES, Denis ARRIVAUULT, Mehdi BABA-ALI, Fabien BALDACCI, Yves BERTRAND, Camille BIHOREAU, Pascal BOURDON, Achille BRAQUELAIRE, Luc BRUN, Camille COMBIER, Martine DEXET, Jean-Philippe DOMENGER, Alexandre DUPAS, Andreas FABRI, Christophe FIORIO, Laurent FUCHS, Michel GINER, Romain GOFFE, Stéphane GOSSELIN, Jean-Paul GOURLOT, Michel HABIB, Yll HAXHIMUSA, Colin De La HIGUERA, Sébastien HORNA, Marc HUGON, Adrian ION, Jean-Christophe JANODET, Walter G. KROPATSCH, Jacques-Olivier LACHAUD, Pascal LIENHARDT, Sébastien LORIOT, David MARCHEIX, Daniel MENEVEAUX, Christian OLIVIER, Christophe PAUL, Samuel PELTIER, Patrick RESCH, Philippe SAADE, Emilie SAMUEL, Francis SERGERAERT, Carine SIMON, Xavier SKAPIN, Frédéric VIDIL, Florence ZARA, avec des remerciements particuliers pour David COEURJOLLY et Christine SOLNON pour les nombreux travaux communs dans un enthousiasme très communicatif et pour leur aide lors de la rédaction de ce mémoire.

Je remercie tous les membres du laboratoire XLIM-SIC à Poitiers qui ont été mes collègues de travail durant sept ans et tous les membres du laboratoire LIRIS à Lyon qui sont désormais mes nouveaux collègues depuis deux ans maintenant. Je souhaite à nouveau passer des remerciements spéciaux à Françoise PERRAIN qui m'a beaucoup aidé sur de nombreux aspects administratifs durant mes années Poitevines et à Brigitte GUYADER qui m'aide depuis mon transfert à Lyon. Elles ont entre autre participé à l'organisation de la soutenance de cette HDR.

Je remercie également mes amis qui m'ont permis d'oublier momentanément le travail lors de différentes activités de loisirs, sportives ou récréatives, mais toujours très culturelles : Aline et Benoît, Angèle et Fabien, Anne et Denis, Anne-Laure et Olivier, Benosh et Fred, Delphine et Stéphane, Françoise et Eric, Gene et François, Imna et Daniel, Isabelle et Laurent, Myriam, Olivier, Sandrine et Aurélien, So et Yannick, Sylvia et Stéphan. J'ai une pensée spéciale pour les membres du corpuscule qui m'accompagnent depuis mes premières années de fac : Eric et Véro, Fab, Niko, mais surtout la meilleure d'entre nous tous : Élodie.

Enfin, je remercie ma famille pour leur soutien permanent : Jo, Man, Martina et Dad, Pris et Dan, avec une pensée spéciale pour Vak et Yo pour leur aide précieuse dans la relecture et correction de nombreux articles sur les cartes topologiques ; et ma belle famille : Jeanne et Bernard, Nathalie et Damien. Pour terminer, je remercie tout spécialement Christelle, Max et Charlie qui m'ont aidé et m'aident encore par leur présence à mes côtés et par les joies nombreuses qu'ils m'apportent au quotidien.

---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Topologie Algébrique et Modèles Combinatoires</b>	<b>5</b>
2.1	Notions Préliminaires . . . . .	7
2.1.1	Notions de Base . . . . .	7
2.1.2	Complexes Simpliciaux et Complexes Cellulaires . . . . .	9
2.1.3	Complexes Simpliciaux Abstraits et Complexes Cellulaires Abstraits . . . . .	11
2.1.4	Invariants Topologiques . . . . .	12
2.2	Structures Combinatoires pour Représenter les Notions Abstraites . . . . .	15
2.2.1	Ensembles Semi-Simpliciaux . . . . .	15
2.2.2	Graphes Planaires et Cartes Combinatoires 2D . . . . .	16
2.2.3	Les Cartes Combinatoires nD . . . . .	19
2.2.4	Les Cartes Généralisées . . . . .	28
2.2.5	Les Cartes Combinatoires Ouvertes . . . . .	34
2.2.6	Plongement des Cartes . . . . .	43
2.3	Liens Entre Cartes et Ensembles Semi-Simpliciaux . . . . .	44
2.3.1	Cartes Généralisées . . . . .	44
2.3.2	Cartes Combinatoires . . . . .	45
2.3.3	Caractéristique d'Euler-Poincaré des Cartes . . . . .	47
2.4	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Les Opérations de Base</b>	<b>51</b>
3.1	Notions Préliminaires . . . . .	52
3.2	Suppression et Contraction . . . . .	54
3.2.1	Suppression . . . . .	54
3.2.2	Contraction . . . . .	57
3.2.3	Généralisation . . . . .	59
3.3	Insertion et Éclatement . . . . .	61
3.3.1	Insertion . . . . .	61
3.3.2	Éclatement . . . . .	65
3.3.3	Généralisation . . . . .	65
3.4	Lien avec les Opérateurs d'Euler . . . . .	67
3.5	Décalage d'Arête . . . . .	70
3.6	Conclusion . . . . .	74

<b>4</b>	<b>Cartes Combinatoires pour Représenter des Images</b>	<b>75</b>
4.1	Notions Préliminaires	76
4.2	Les Modèles Existants	82
4.2.1	Le Graphe d'Adjacence de Régions	82
4.2.2	Les Graphes Duals	83
4.2.3	Les Cartes Discrètes	84
4.2.4	Le Graphe Topologique des Frontières	86
4.3	Carte Topologique 2D	87
4.3.1	Le Niveau 1	88
4.3.2	Le Niveau 2	89
4.3.3	La Carte Topologique	90
4.4	Carte Topologique 3D	93
4.4.1	Le Niveau 1	93
4.4.2	Le Niveau 2	94
4.4.3	Le Niveau 3	97
4.4.4	La Carte Topologique	100
4.5	Les Opérations	103
4.5.1	Des Algorithmes d'Extraction	104
4.5.2	Fusion / Découpe de Régions	106
4.6	Conclusion	111
<b>5</b>	<b>Les Pyramides de Cartes</b>	<b>113</b>
5.1	Les Pyramides Généralisées	114
5.1.1	Définition	114
5.1.2	Chemins de Connexion	116
5.1.3	Chemins de Connexion Étendu	119
5.2	Orbites Généralisées	122
5.2.1	Présentation Intuitive	123
5.2.2	Définition	123
5.2.3	Cellules Généralisées	125
5.3	Différentes Représentations	125
5.3.1	Représentation Explicite	126
5.3.2	Représentation Hiérarchique	128
5.3.3	Représentation Implicite	129
5.4	Conclusion	130
<b>6</b>	<b>Calcul d'Invariants Topologiques</b>	<b>133</b>
6.1	Notions Préliminaires	134
6.2	Mise à Jour Locale des Nombres de Cellules	136
6.3	Nombres de Betti	142
6.3.1	Calcul Direct des Nombres de Betti	143
6.3.2	Mise à Jour Locale des Nombres de Betti	145
6.4	Schéma Polygonal Canonique	147
6.4.1	Algorithme Original	148
6.4.2	Lien Entre Schéma Polygonal et Carte Généralisée	149
6.4.3	Le Schéma Polygonal Réduit	150
6.4.4	Le Schéma Polygonal Canonique	150
6.5	Groupes d'Homologie	153
6.5.1	Calcul des Générateurs des Groupes d'Homologie 2D	153
6.5.2	Calcul des Générateurs des Groupes d'Homologie 3D	156
6.6	Conclusion	161

<b>7 Applications</b>	<b>163</b>
7.1 Modeleur Géométrique . . . . .	164
7.2 Segmentation d'Images . . . . .	174
7.3 Segmentation Multi-échelles . . . . .	178
7.4 Conclusion . . . . .	180
<b>8 Conclusion et Programme de Recherche</b>	<b>183</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>187</b>
<b>Publications</b>	<b>199</b>
<b>Index</b>	<b>203</b>

