

# Examen

## Méthodes Statistiques pour l'Image

05/12/2018

### 1 Régression de modèle

- 1.1. En l'absence de bruit, et de points aberrants comment estimer l'équation d'une droite ?
- 1.2. En présence de données aberrantes comme montré sur la figure 1, écrire l'algorithme RANSAC permettant d'estimer l'équation de la droite.
- 1.3. (BONUS) Quelle autre méthode aurait-on pu utiliser ?

### 2 Classification

- 2.1. Décrire l'algorithme des K-moyennes.
- 2.2. Étant donné le nuage de points et les représentants de classe de la figure 2, dessiner les frontières finales de la classification.

### 3 Synthèse de texture

- 3.1. Décrire l'algorithme d'Efros-Leung implémenté en TP.
- 3.2. Quels sont les différents paramètres de la méthode et leurs effets ?

### 4 Débruitage d'image

*NB : Dans cet exercice toutes les images sont en niveaux de gris. La question 4.4 peut être faite indépendamment des autres.*

Soit une image  $I_0$ , pour chaque pixel  $p$ , soit  $P_0^p$  le patch  $k \times k$  centré en  $p$  dans  $I_0$ . De manière similaire, pour une autre image  $I$  de même taille,  $P_I^p$  est le patch  $k \times k$  centré en  $p$  dans  $I$ . Supposons que nous avons une fonction  $f$  capable de débruiter un patch :  $f(P_0^p) = \tilde{P}_0^p$ .

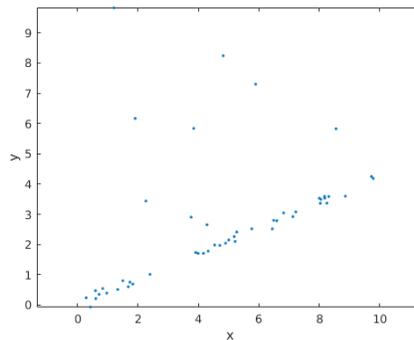


FIGURE 1 – Des points alignés approximativement sur une droite

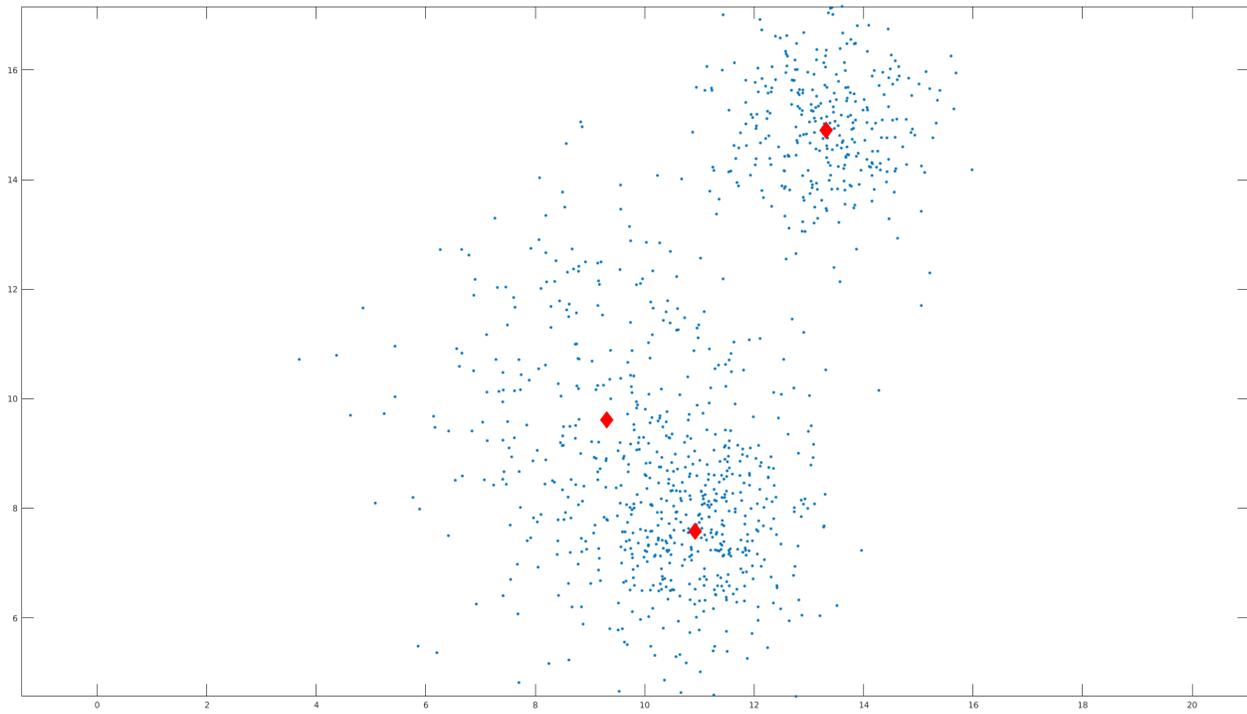


FIGURE 2 – points 2D (représentés par des points) et représentants de classe (losanges).

Le but de cet exercice est de débruiter  $I_0$  en cherchant une image  $I$  avec la même taille que  $I_0$  et qui minimise l'énergie suivante :

$$\|I - I_0\|^2 + \lambda \sum_{p \text{ pixel in } I} \|P_I^p - \tilde{P}_0^p\|^2 \quad (1)$$

Où  $P_I^p$  est le patch  $k \times k$  centré en  $p$  dans  $I$ .  $\|\cdot\|^2$  est la somme des différences carrées entre deux patches ou deux images de même taille.

**4.1.** Si  $\lambda = 0$ , quelle est la solution ?

**4.2.** Que modélise la seconde partie de l'énergie ?

Etant donné  $x$  un pixel de  $I$ , les  $N$  patches de  $I_0$  (resp.  $I$ ) qui contiennent  $x$  sont appelés  $(P_0^i)_{i=1\dots N}$  (resp.  $(P_I^i)_{i=1\dots N}$  dans l'image  $I$ ). Dans ces patches  $x$  prend des positions  $x_i$ , et des valeurs d'intensité  $P_0^i(x_i)$  ( $P_I^i(x_i)$  dans le patch débruité correspondant) et  $P_I^i(x_i)$  dans l'image  $I$ .

**4.3.** Réécrire l'équation 1 en ne considérant que la contribution du pixel  $x$ .

**4.4.** Quelle est la valeur de  $\alpha$  minimisant

$$\|\alpha - a\|^2 + \lambda \sum_{i=1}^N \|\alpha - a_i\|^2$$

avec  $a$  et  $(a_i)_{i=1\dots N}$  des réels entre 0 et 255.

**4.5.** Trouver la valeur du minimum de l'énergie par pixel obtenue dans la question **4.3** (Indice : utiliser le résultat de la question **4.4**).