

## Une "ola" dans un amphi

On va simplifier la représentation de l'amphi : On le voit comme une matrice avec  $n$  lignes (les rangées) et  $m$  colonnes (demande un peu plus d'imagination ...)

On considère l'univers comme l'ensemble des positions possibles, en supposant que toutes les positions sont occupées par un étudiant

$$\mathcal{U} = \{(i, j) | i = 1..n, j = 1..m\}$$

$\Rightarrow \mathcal{U}$  représente donc l'ensemble des étudiants

$(1, 1)$	$\dots$	$(1, m)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(n, 1)$	$\dots$	$(n, m)$

La colonne 1 est considérée "la plus à gauche" et la ligne 1 "la plus haute".

## Règles du jeu

On considère les règles (ou **implications**) suivantes sur les étudiants : (que vous pouvez voir "comme des DFs" sur  $\mathcal{U}$ ) :

- ▶ Si les étudiants d'une "colonne" de l'amphi vérifient une **condition**, alors le premier étudiant en haut de la colonne suivante (i.e. à droite) la vérifie aussi"
- ▶ Si un étudiant et son voisin situé la rangée immédiatement au dessus et à droite vérifient une **condition**, alors son voisin immédiatement à sa droite la vérifie aussi.

On peut modéliser ces règles comme suit :

- ▶  $F = \{ \{(1, j), (2, j), \dots, (n, j)\} \rightarrow \{(1, j + 1)\} \mid j = 1..m - 1 \}$
- ▶  $F = F \cup \{ \{(i, j), (i - 1, j + 1)\} \rightarrow \{(i, j + 1)\} \mid i = 2..n, j = 1..m - 1 \}$

## De façon plus concrète

Soit  $E \subseteq \mathcal{U}$  un sous-ensemble des étudiants.

Supposons deux choses :

- ▶ les étudiants du groupe  $E$  décident une **action**, par exemple **de lever les bras au ciel**. C'est la **condition** à vérifier.
- ▶ Les règles de  $F$  permettent de “**propager**” cette action

## Un regard différent sur les DFs

Quelques questions :

- ▶ Soit un étudiant dans l'amphi. S'il est le seul à lever les bras au ciel, que se passe t il ?
- ▶ Soit  $E$  les étudiants les plus à gauche (i.e. de la première colonne) de l'amphi.
  - ▶ S'ils lèvent les bras au ciel, que se passe t il ?
  - ▶ Si tous sauf un le font, que se passe t il ?
- ▶ Quels sont les plus petits groupes d'étudiants qui garantissent qu'il y ait une ola dans l'amphi ?

Les notions sur les DFs ont un caractère universel !