

Une "ola" dans un amphi

On va simplifier la représentation de l'amphi : On le voit comme une matrice avec n lignes (les rangées) et m colonnes (demande un peu plus d'imagination ...)

On considère l'univers comme l'ensemble des positions possibles, en supposant que toutes les positions sont occupées par un étudiant

$$\mathcal{U} = \{(i, j) \mid i = 1..n, j = 1..m\}$$

$\Rightarrow \mathcal{U}$ représente donc l'ensemble des étudiants

$(1, 1)$	\dots	$(1, m)$
\vdots	\vdots	\vdots
$(n, 1)$	\dots	(n, m)

La colonne 1 est considérée "la plus à gauche" et la ligne 1 "la plus haute".

Règles du jeu

On considère les règles (ou **implications**) suivantes sur les étudiants : (que vous pouvez voir "comme des DFs" sur \mathcal{U}) :

- ▶ Si les étudiants d'une "colonne" de l'amphi vérifient une **condition**, alors le premier étudiant en haut de la colonne suivante (i.e. à droite) la vérifie aussi"
- ▶ Si un étudiant et son voisin situé la rangée immédiatement au dessus et à droite vérifient une **condition**, alors son voisin immédiatement à sa droite la vérifie aussi.

On peut modéliser ces règles comme suit :

- ▶ $F = \{ \{(1, j), (2, j), \dots, (n, j)\} \rightarrow \{(1, j + 1)\} \mid j = 1..m - 1 \}$
- ▶ $F = F \cup \{ \{(i, j), (i - 1, j + 1)\} \rightarrow \{(i, j + 1)\} \mid i = 2..n, j = 1..m - 1 \}$

De façon plus concrète

Soit $E \subseteq \mathcal{U}$ un sous-ensemble des étudiants.

Supposons deux choses :

- ▶ les étudiants du groupe E décident une **action**, par exemple **de lever les bras au ciel**. C'est la **condition** à vérifier.
- ▶ Les règles de F permettent de “**propager**” cette action

Un regard différent sur les DFs

Quelques questions :

- ▶ Soit un étudiant dans l'amphi. S'il est le seul à lever les bras au ciel, que se passe t il ?
- ▶ Soit E les étudiants les plus à gauche (i.e. de la première colonne) de l'amphi.
 - ▶ S'ils lèvent les bras au ciel, que se passe t il ?
 - ▶ Si tous sauf un le font, que se passe t il ?
- ▶ Quels sont les plus petits groupes d'étudiants qui garantissent qu'il y ait une ola dans l'amphi ?

Les notions sur les DFs ont un caractère universel !