Théorie des Jeux

Jeux Répétés

Marc Plantevit

marc.plantevit@univ-lyon1.fr

- Jusqu'à maintenant, nous avons étudié uniquement des situation où l'interaction n'a lieu qu'une **seule fois** entre les joueurs.
- Or beaucoup d'interaction se déploient dans le **temps** et souvent de manière **répétée**.
  - Vous et votre boulanger.
  - producteur / sous-traitant.
- Les modèles de jeux répétés servent à analyser la logique de ce type d'interactions de long terme.
- Les actions immédiates d'un joueur auront une influence sur les actions futures des autres joueurs (émergence de coopération, exécution de menaces, ...).

Concepts abordés

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux jeux répétés en information complète :

- les jeux répétés et infinis ;
- la caractérisation des stratégies et des gains dans un jeu répété ;
- le théorème de tout le monde — *folk theorem* ;
- le rôle des menaces rationnelles et des observations imparfaites ;
- la réputation.

L'idée de base

L'idée de base peut être illustrée par le dilemme du prisonnier auquel deux joueurs sont confrontés de manière répétée.
Prenons une nouvelle version de ce jeu :

L'idée de base

L'idée de base peut être illustrée par le dilemme du prisonnier auquel deux joueurs sont confrontés de manière répétée.
Prenons une nouvelle version de ce jeu :

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(3,3)	(-1,4)
	D	(4,-1)	(0,0)

L'idée de base

L'idée de base peut être illustrée par le dilemme du prisonnier auquel deux joueurs sont confrontés de manière répétée.
Prenons une nouvelle version de ce jeu :

		Clyde N	**Clyde** D
Bonnie	N	(3,3)	(-1,4)
	D	(4,-1)	(0,0)

- 1 seul équilibre de Nash : (D,D), pareto-dominé par (N,N).

L'idée de base

L'idée de base peut être illustrée par le dilemme du prisonnier auquel deux joueurs sont confrontés de manière répétée.
Prenons une nouvelle version de ce jeu :

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(3,3)	(-1,4)
	D	(4,-1)	(0,0)

- 1 seul équilibre de Nash : (D,D), pareto-dominé par (N,N).
- Par conséquent, s'ils ne jouent qu'une seule fois, les deux prisonniers ont **peu de chances de coopérer (en niant)** de manière à éviter une longue condamnation.

L'idée principale qui est derrière la théorie des jeux répétés est que, *malgré ce résultat fort*, la situation de coopération peut devenir **stable** si le jeu est **répété** et si chaque joueur pense que s'il arrête de coopérer, cela supprimera toute possibilité de coopération à l'avenir.

- Auquel cas, la perte à long terme peut dominer le gain à court terme obtenu en ne coopérant pas à une période.

Jeux répétés finis et jeux répétés infinis

Cette distinction fait référence à l'horizon des jeux.

- Les résultats sont très différents entre ces types de jeu.
- Le jeu doit décrire la situation (jeu fini/infini) **telle qu'elle est perçue** par les joueurs et non telle qu'elle est objectivement (comme pourrait le percevoir un observateur extérieur).
    - Ce qui va déterminer les résultats est le **comportement des joueurs** et cela dépend de leur **perception** du jeu.

Plan

Reprenons le dilemme du prisonnier :

- Condamnation courte $\Rightarrow$ nos voleurs recommencent de manière répétée.

Reprenons le dilemme du prisonnier :

- Condamnation courte $\Rightarrow$ nos voleurs recommencent de manière répétée.
- Ils jouent au dilemme du prisonnier répété pour toujours.

Reprenons le dilemme du prisonnier :

- Condamnation courte $\Rightarrow$ nos voleurs recommencent de manière répétée.
- Ils jouent au dilemme du prisonnier répété pour toujours.

$\Rightarrow$ Leurs gains portent sur **la totalité des périodes**.

Reprenons le dilemme du prisonnier :

- Condamnation courte $\Rightarrow$ nos voleurs recommencent de manière répétée.
- Ils jouent au dilemme du prisonnier répété pour toujours.

$\Rightarrow$ Leurs gains portent sur **la totalité des périodes**.

- Comment pouvons nous représenter les gains pour un tel jeu ?
  - Ils additionnent alors leurs gains à travers le temps ?

Actualisation d'un flux de gains

- Le temps intervient de **manière cruciale** dans un jeu répété : répétitions du jeu génèrent *un flux d'utilité (gains)* pour chaque joueur.
- A chaque instant où un joueur doit faire un choix : **il doit pouvoir évaluer les conséquences de ce choix** pour la suite du jeu.
- Les joueurs accordent de l'**importance à la date** à laquelle ils obtiennent les différents **gains** : 1 euro obtenu aujourd'hui n'a pas la même valeur aux yeux d'un joueur que 1 euro qui ne sera obtenu que demain.
- Quand le joueur doit **arbitrer entre 2 possibilités** : il doit pouvoir les **comparer** $\Rightarrow$ **l'actualisation.**
- On peut observer la **préférence** de l'agent entre *aujourd'hui et demain* en lui demandant de nous indiquer le **gain futur minimal** x_{t+1} qu'il acceptera d'*échanger* contre un gain x_t aujourd'hui.
- Facteur d'actualisation d'une période de x_{t+1} $\delta = \frac{x_t}{x_{t+1}}$

$$x_t = VA_t(x_{t+1}) = \delta x_{t+1}$$

Actualisation d'un flux de gains (2)

On peut alors utiliser le facteur d'actualisation de l'agent pour **comparer** des revenus à **différentes dates** ou pour faire "voyager" les gains dans le temps.

- Etant donné δ, l'agent économique sera **indifférent** entre obtenir x dans t périodes et obtenir $\delta^t x$ aujourd'hui.

En économie

Hypothèse standard : préférence pour le présent.

- *Les agents préfèrent, toutes choses égales par ailleurs, les revenus actuels aux revenus futurs.*
- $\rightarrow \delta \leqslant 1$.

Actualisation d'un flux de gains (3)

Si le joueur obtient un flux infini ($t \in [0, \infty[$) de gains $u_i(t)$, la valeur actualisée au début du jeu est donnée par :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_i(t)$$

Actualisation d'un flux de gains (3)

Si le joueur obtient un flux infini ($t \in [0, \infty[$) de gains $u_i(t)$, la valeur actualisée au début du jeu est donnée par :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_i(t)$$

Si $u_i(t) = u \forall t$ alors cette valeur actualisée devient :

$$u \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = \frac{1}{1-\delta} u$$

Actualisation d'un flux de gains (3)

Si le joueur obtient un flux infini ($t \in [0, \infty[$) de gains $u_i(t)$, la valeur actualisée au début du jeu est donnée par :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_i(t)$$

Si $u_i(t) = u \forall t$ alors cette valeur actualisée devient :

$$u \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = \frac{1}{1-\delta} u$$

De manière corrollaire, si l'on s'intéresse à la VA à partir de $t = 1$:

$$u \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t = \left[\frac{1}{1-\delta} - 1 \right] u = \frac{\delta}{1-\delta} u$$

Gain pendant le jeu

Gain des joueurs

Les gains des joueurs pour toute la séquence de répétitions du jeu pourraient être représentés par la moyenne des gains qu'ils obtiennent à chaque période.

- Si les gains du joueur i forment la suite $\{u_i(1), u_i(2), \ldots\}$ alors sa **fonction de gain** sur l'ensemble du jeu est :

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} u_i(t)$$

Autre possibilité : la valeur actualisée de ses gains sur la totalité de la séquence de jeux :

$$\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u_i(t),\ \delta \in [0,1]$$

où δ^t est le **facteur d'actualisation** du joueur i.

La moyenne de ses gains :

$$(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u_i(t),\ \delta \in [0,1]$$

Si $u_i(t) = u\ \forall t$ alors cette moyenne est égale à u.
NB : cette moyenne facilite la comparaison des gains avec celui du jeu qui est répété (**le jeu d'étape**).

Autre possibilité : le jeu est répété un nombre **fini** mais **indéfini** de fois.

- Après chaque tour, une probabilité $1 - q$ que le jeu s'arrête.
- L'espérance des gains sur la totalité de la séquence :

$$\sum_{t=1}^{\infty} q^{t-1} u_i(t), q \in [0, 1]$$

Plusieurs possibilités pour représenter les gains dans un *super-jeu*. Cette approche et la précédente sont équivalentes.

Quels sont les résultats qui émergent si l'on passe d'un jeu statique au dilemme du prisonnier répété ?

Le résultat principal : la coopération devient un résultat d'équilibre.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(3,3)	(-1,4)
	D	(4,-1)	(0,0)

Considérons la stratégie suivante de Bonnie :

- elle joue N tant que Clyde joue N ;
- si jamais Clyde joue D, Bonnie joue D jusqu'à la fin du jeu.

Face à cette stratégie de Bonnie, la stratégie optimale de Clyde est :

- **S'il joue tout le temps** $N \Rightarrow$ un flux continue de gains égaux à 3 jusqu'à la fin des temps. La valeur actualisée/espérée de ce gain est :

$$\sum_{t=0}^{\infty} 3\delta^t = \frac{3}{1-\delta}$$

Face à cette stratégie de Bonnie, la stratégie optimale de Clyde est :

- **S'il joue tout le temps** $N \Rightarrow$ un flux continue de gains égaux à 3 jusqu'à la fin des temps. La valeur actualisée/espérée de ce gain est :

$$\sum_{t=0}^{\infty} 3\delta^t = \frac{3}{1-\delta}$$

- **S'il joue** D **à un tour :**
  - il va obtenir 4 à ce tour mais
  - 0 pour le reste des périodes.
  - $\Rightarrow$ il a donc intérêt à coopérer si :

$$\frac{3}{1-\delta} \geqslant 4 \Leftrightarrow \delta \geqslant \frac{1}{4} = 25\%$$

Ces stratégies forment un équilibre de Nash (pour $\delta \geqslant 25\%$) Deux problèmes :

- la multiplicité des équilibres ;
- la particularité des jeux à horizon fini et défini.

Plan

Est-ce que l'équilibre qu'on vient de voir est le seul possible ?
Supposons par exemple que Bonnie annonce la stratégie suivante :

- Elle va alterner entre N et D tant que Clyde joue N.
- Si jamais Clyde dévie et joue D, alors Bonnie jouera toujours D.

- Si Clyde joue N face à cette stratégie, ses gains vont alterner entre 3 et -1 jusqu'à la fin des temps.
- Si Clyde joue D alors il obtient 4 à cette période mais 0 pour le reste du jeu.

Pour une valeur suffisamment élevée de δ, la coopération est préférable.

Equilibre

Si Clyde annonce **une menace suffisante** pour inciter Bonnie à respecter sa stratégie.

Exemple :

- Jouer D pour toujours si jamais Bonnie arrête d'alterner.

On peut en imaginer d'autres :

- un équilibre où les deux alternent tant que l'autre continue à alterner.

Jeu répété $\Rightarrow$ profusion d'équilibres

Structure des équilibres de Nash

Que faut-il pour que les stratégies forment un équilibre ?

- On ne peut pas donner à un joueur une **valeur espérée / actualisée strictement négative.**
- En jouant D, chacun peut s'assurer au moins 0.
- ⇒ Les autres joueurs peuvent utiliser D comme menace : le *condamner* à cette valeur pour le punir.

Par conséquent, **toute paire de stratégies qui donne une valeur espérée strictement positive peut être soutenue comme un équilibre.**

- Raisonnement correct si jeu à horizon infini, sans actualisation.
- Jeux avec actualisation ou avec un horizon fini indéfini :
  - Une situation qui laisse l'un des joueurs *trop proche* de 0 ne peut être soutenue comme équilibre.
  - Les joueurs doivent avoir *suffisamment à perdre* en déviant à une étape (suivie par des gains nuls à toutes les autres étapes). Ils respectent alors l'allocation des stratégies concernées.
  - $\Rightarrow$ Équilibre.

Conclusion

Tout vecteur de gains réalisables espérés peut être soutenu à l'équilibre s'il donne à chaque joueur **au moins autant** que ce qu'il aurait pu espérer si tous les autres joueurs s'étaient ligués contre lui (rationalité individuelle).

- résultat connu sous le nom du *théorème de Folk*
- multiplicité des équilibres de Nash.

Quel est l'intérêt des autres joueurs à punir celui qui a dévié de l'accord ?

- La punition peut être très coûteuse non seulement pour le puni mais aussi pour ceux qui l'infligent.
- $\Rightarrow$ Équilibres de Nash basés sur ce type de menace ne sont pas parfait en sous-jeux.

Soit une variante du dilemme du prisonnier

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(5,5)	(-1,-2)
	D	(6,-1)	(0,-3)

Clyde peut menacer Bonnie de la caler sur un gain nul en jouant D.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(5,5)	(-1,-2)
	D	(6,-1)	(0,-3)

Un équilibre de Nash :

- Bonnie joue N tout le temps.
- Clyde joue N tant que Bonnie joue N et adopte D si jamais Bonnie joue D.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(5,5)	(-1,-2)
	D	(6,-1)	(0,-3)

Un équilibre de Nash :

- Bonnie joue N tout le temps.
- Clyde joue N tant que Bonnie joue N et adopte D si jamais Bonnie joue D.

Problème

Bonnie n'aura pas envie de jouer D (si δ est suffisamment élevé).

- Si elle croit que Clyde va exécuter sa menace.
- Mais difficile de croire que Clyde va effectivement exécuter sa menace :

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(5,5)	(-1,-2)
	D	(6,-1)	(0,-3)

Un équilibre de Nash :

- Bonnie joue N tout le temps.
- Clyde joue N tant que Bonnie joue N et adopte D si jamais Bonnie joue D.

Problème

Bonnie n'aura pas envie de jouer D (si δ est suffisamment élevé).

- Si elle croit que Clyde va exécuter sa menace.
- Mais difficile de croire que Clyde va effectivement exécuter sa menace :
  - Clyde n'obtiendra pas plus de -2 s'il exécute sa menace.
  - en jouant N il obtient au pire -1.

		Clyde	
		N	D
Bonnie	N	(5,5)	(-1,-2)
	D	(6,-1)	(0,-3)

Un équilibre de Nash :

- Bonnie joue N tout le temps.
- Clyde joue N tant que Bonnie joue N et adopte D si jamais Bonnie joue D.

Problème

Bonnie n'aura pas envie de jouer D (si δ est suffisamment élevé).

- Si elle croit que Clyde va exécuter sa menace.
- Mais difficile de croire que Clyde va effectivement exécuter sa menace :
  - Clyde n'obtiendra pas plus de -2 s'il exécute sa menace.
  - en jouant N il obtient au pire -1.
- $\Rightarrow$ Bonnie va être incitée à jouer impunément D.
- La coopération n'est pas un EPSJ !

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

- $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ *le vecteur de gains des joueurs à l'équilibre de Nash de ce jeu,*

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

- $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ *le vecteur de gains des joueurs à l'équilibre de Nash de ce jeu,*
- $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ *un vecteur de gains réalisables dans ce jeu,*

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

- $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ *le vecteur de gains des joueurs à l'équilibre de Nash de ce jeu,*
- $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ *un vecteur de gains réalisables dans ce jeu,*
- δ *le facteur d'actualisation commun à tous les joueurs.*

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

- $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ *le vecteur de gains des joueurs à l'équilibre de Nash de ce jeu,*
- $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ *un vecteur de gains réalisables dans ce jeu,*
- δ *le facteur d'actualisation commun à tous les joueurs.*

Si $u_i > u_i^*$ **pour tout joueur** i **et** *si* δ *est suffisamment proche de l'unité alors il existe un EPSJ du jeu répété de manière infinie qui donne* u *comme vecteur des gains moyens.*

Mais cela n'implique pas que le théorème folk ne s'applique pas pour les EPSJ.

Theorem (Friedman 1971)

Soit J un jeu fini statique en information complète. Soient

- $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ *le vecteur de gains des joueurs à l'équilibre de Nash de ce jeu,*
- $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ *un vecteur de gains réalisables dans ce jeu,*
- δ *le facteur d'actualisation commun à tous les joueurs.*

Si $u_i > u_i^*$ **pour tout joueur** i **et** *si* δ *est suffisamment proche de l'unité alors il existe un EPSJ du jeu répété de manière infinie qui donne* u *comme vecteur des gains moyens.*

Tout vecteur de gain qui respecte la rationalité individuelle $\Rightarrow$ un EPSJ.

œil pour œil (tit for tat)

Bonnie pourrait aisément inclure une menace simple dans une stratégie globale :

"Je (Bonnie) vais commencer par jouer N et, dans chaque période ultérieure, je vais faire ce que Clyde a fait dans la période précédente".

- Axelrod : stratégie du donnant/donnant
- Si δ est suffisamment proche de 1, on n'a pas besoin de punition qui dure jusqu'à la fin des temps pour soutenir la coopération.

Plan

Horizon fini et défini

Résultat fondamentalement différent quand l'horizon est fini et défini.

- Exemple : le dilemme du prisonnier répété exactement 100 fois : résultat similaire au jeu du millepatte de Rosenthal (paradoxe de Selten).

Plan

Un monopoleur vend un produit qu'il peut fabriquer soit de bonne qualité, soit de mauvaise qualité.

- La demande pour ce bien dépend de sa qualité :

Un monopoleur vend un produit qu'il peut fabriquer soit de bonne qualité, soit de mauvaise qualité.

- La demande pour ce bien dépend de sa qualité :
  - si la qualité est **haute**, la demande est donnée par :

$$p^H = A^H - Q = 20 - Q$$

Un monopoleur vend un produit qu'il peut fabriquer soit de bonne qualité, soit de mauvaise qualité.

- La demande pour ce bien dépend de sa qualité :
  - si la qualité est **haute**, la demande est donnée par :

$$p^H = A^H - Q = 20 - Q$$

  - si la qualité est **basse**, nous avons

$$p^B = A^B - Q = 6 - Q$$

Un monopoleur vend un produit qu'il peut fabriquer soit de bonne qualité, soit de mauvaise qualité.

- La demande pour ce bien dépend de sa qualité :
  - si la qualité est **haute**, la demande est donnée par :

$$p^H = A^H - Q = 20 - Q$$

  - si la qualité est **basse**, nous avons

$$p^B = A^B - Q = 6 - Q$$

- Le coût de production d'une unité est :
  - $c^H = 4$ si la qualité est haute,
  - $c^B = 2$ si la qualité est basse.

Les consommateurs *ne peuvent pas observer la qualité du bien au moment de l'achat* mais ils l'apprennent *peu après l'achat*.

- Si les consommateurs pouvaient observer le choix de la qualité, nous aurions les deux solutions du tableau suivant en fonction de la qualité [1] :

	Qualité basse	**Qualité haute**
Quantités	$Q^B = 2$	$Q^H = 8$
Prix	$p^B = 4$	$p^H = 12$
Profit	$\pi^B = 4$	$\pi^H = 64$
SC	$SC^B = 2$	$SC^H = 32$

1. si la demande inverse est égale à $p = A - Q$, la solution de monopole donne $Q^m = \frac{A-c}{2}$, $\pi^m = \frac{(A-c)^2}{4}$, $SC = \frac{(A-c)^2}{8}$.

Les consommateurs *ne peuvent pas observer la qualité du bien au moment de l'achat* mais ils l'apprennent *peu après l'achat*.

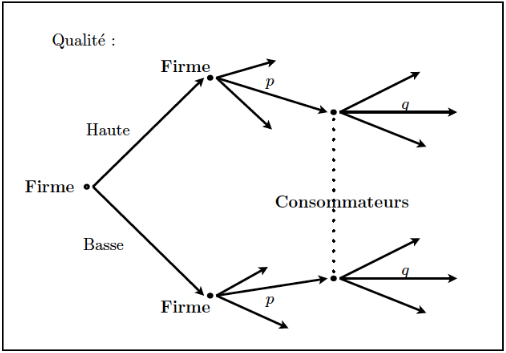
- Si les consommateurs pouvaient observer le choix de la qualité, nous aurions les deux solutions du tableau suivant en fonction de la qualité[1] :

	Qualité basse	**Qualité haute**
Quantités	$Q^B = 2$	$Q^H = 8$
Prix	$p^B = 4$	$p^H = 12$
Profit	$\pi^B = 4$	$\pi^H = 64$
SC	$SC^B = 2$	$SC^H = 32$

- Et la firme choisirait de **produire la qualité haute**, ce qui aurait conduit à la solution socialement préférable (Surplus social $=$ surplus des consommateurs $+$ profit de la firme $= 96 > 6$).

1. si la demande inverse est égale à $p = A - Q$, la solution de monopole donne $Q^m = \frac{A-c}{2}$, $\pi^m = \frac{(A-c)^2}{4}$, $SC = \frac{(A-c)^2}{8}$.

Information asymétrique, un marché n'a lieu qu'une seule fois → l'arbre du jeu.



L'équilibre de ce jeu est **inefficient** :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

L'équilibre de ce jeu est **inefficient** :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

- Quelle que soit la stratégie utilisée par les consommateurs, la firme a un meilleur profit si elle choisit **la qualité basse**.

L'équilibre de ce jeu est **inefficient** :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

- Quelle que soit la stratégie utilisée par les consommateurs, la firme a un meilleur profit si elle choisit **la qualité basse**.
- Anticipant ce choix, les consommateurs vont exprimer la **demande basse**.

L'équilibre de ce jeu est **inefficient** :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

- Quelle que soit la stratégie utilisée par les consommateurs, la firme a un meilleur profit si elle choisit **la qualité basse**.
- Anticipant ce choix, les consommateurs vont exprimer la **demande basse**.
- On aboutit alors à l'équilibre **socialement sous-optimal** ($SC^B = 2$).

Répétitions

Imaginons : la firme vend le produit de manière répétée dans le temps :

Répétitions

Imaginons : la firme vend le produit de manière répétée dans le temps :

- un marché pour ce bien a lieu à des dates successives $t = 1, 2, \ldots$

Répétitions

Imaginons : la firme vend le produit de manière répétée dans le temps :

- un marché pour ce bien a lieu à des dates successives $t = 1, 2, \ldots$
- les mêmes consommateurs achètent le bien à chaque période (ou que chaque fois de nouveaux consommateurs viennent sur le marché).

Répétitions

Imaginons : la firme vend le produit de manière répétée dans le temps :

- un marché pour ce bien a lieu à des dates successives $t = 1, 2, \ldots$
- les mêmes consommateurs achètent le bien à chaque période (ou que chaque fois de nouveaux consommateurs viennent sur le marché).

Propriété importante

Les consommateurs potentiels à la date t sont informés de la qualité des unités vendues dans les précédentes périodes $t-1, t-2, \ldots$.

Répétitions

Imaginons : la firme vend le produit de manière répétée dans le temps :

- un marché pour ce bien a lieu à des dates successives $t = 1, 2, \ldots$
- les mêmes consommateurs achètent le bien à chaque période (ou que chaque fois de nouveaux consommateurs viennent sur le marché).

Propriété importante

Les consommateurs potentiels à la date t sont informés de la qualité des unités vendues dans les précédentes périodes $t-1, t-2, \ldots$.

La firme cherche à maximiser son profit actualisé avec un facteur d'actualisation δ.

Équilibres ?

La qualité basse (avec les prix, quantités, et profits correpondants) est toujours en équilibre.
Mais il y a aussi d'autres équilibres plus intéressants.

Équilibres ?

La qualité basse (avec les prix, quantités, et profits correpondants) est toujours en équilibre.
Mais il y a aussi d'autres équilibres plus intéressants.

Imaginons que les consommateurs adoptent la règle de décision suivante :

- Supposer que la firme produit la qualité haute si les biens produits dans les 3 dernières périodes étaient de bonne qualité.
- Sinon, supposer que le bien de cette période sera de mauvaise qualité.

Que va faire la firme ?

Son profit dans les différents cas :

Que va faire la firme ?

Son profit dans les différents cas :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

Que va faire la firme ?

Son profit dans les différents cas :

Profits :		**Demande**	
		$A^B = 6$	$A^H = 20$
Coûts	$c^B = 2$	$\pi^{BB} = 4$	$\pi^{BH} = 81$
	$c^H = 4$	$\pi^{HB} = 1$	$\pi^{HH} = 64$

Face à la stratégie précédente, la firme peut obtenir les profits élevés $\pi^{HH} = 64$ à chaque période à partir de la **période 4** et cela, en produisant **systématiquement la qualité haute**.

Tentation

Produire la mauvaise qualité à une période et augmenter ses profits, pour cette période de 64 à $\pi^{BH} = 81$.

Tentation

Produire la mauvaise qualité à une période et augmenter ses profits, pour cette période de 64 à $\pi^{BH} = 81$.

Mais :

Ensuite, si la firme **veut revenir à la solution haute**, elle doit accepter d'avoir pendant les 3 périodes suivantes, le profit $\pi^{HB} = 1$.

Tentation

Produire la mauvaise qualité à une période et augmenter ses profits, pour cette période de 64 à $\pi^{BH} = 81$.

Mais :

Ensuite, si la firme **veut revenir à la solution haute**, elle doit accepter d'avoir pendant les 3 périodes suivantes, le profit $\pi^{HB} = 1$.

- Elle préférera alors toujours produire la **qualité haute** si et seulement si

$$(81 - 64) \leqslant (\delta + \delta^2 + \delta^3)(64 - 1) \Leftrightarrow \delta \geqslant 21.42\%$$

$\Rightarrow$ Le phénomène bien connu d'établissement de réputation par une firme.