Théorie des Jeux

Introduction

Marc Plantevit

marc.plantevit@univ-lyon1.fr

La Théorie des Jeux

Un ensemble d'outils analytiques :

- développés pour nous faciliter la compréhension des situations d'interaction entre des décideurs (agents, joueurs) **rationnels**.

Exemples de situations d'interaction

- Concurrence que se livrent les firmes sur les marchés.
- Jeux de société (échecs, poker, etc.).
- Interdépendances entre les politiques nationales (coordination des politiques de relance en Europe, etc.).
- La détermination des stratégies militaires.
- La détermination des cartes électorales.

À l'Intersection de Nombreux Domaines

On peut approcher la théorie des jeux de plusieurs points de vue :

- philosophie (politique),
- . . .,
- topologie différentielle.

À l'Intersection de Nombreux Domaines

On peut approcher la théorie des jeux de plusieurs points de vue :

- philosophie (politique),
- . . .,
- topologie différentielle.

Vision adoptée dans ce cours :

- Ne couvre pas toute cette gamme.
- Présenter une *vision relativement simple* de la théorie des jeux.
- Constituer une introduction aux principaux résultats et *intuitions* qu'on peut développer grâce à cette théorie.

Un Peu d'Histoire

La première formulation cohérente d'un ensemble de résultats de la théorie des jeux date de la seconde guerre mondiale : John Von Neumann et Oscar Morgenstern (1944).

Les hypothèses de base de cette théorie sont les suivantes :

- les décideurs sont **rationnels** et ils poursuivent des objectifs **exogènes** et **indépendants**.

Un Peu d'Histoire

La première formulation cohérente d'un ensemble de résultats de la théorie des jeux date de la seconde guerre mondiale : John Von Neumann et Oscar Morgenstern (1944).
Les hypothèses de base de cette théorie sont les suivantes :

- les décideurs sont **rationnels** et ils poursuivent des objectifs **exogènes** et **indépendants**.
- Ils tiennent compte de la **connaissance** qu'ils ont ou des **anticipations** qu'ils font du comportement des autres décideurs (ils raisonnent de manière **stratégique**).

Des Maths Mais Pas Trop ...

La théorie des jeux utilise les mathématiques pour exprimer formellement ses idées mais ces idées ne sont pas essentiellement mathématiques.

- La formulation mathématique est utilisé par commodité :
  - définir précisément les concepts,
  - vérifier leurs implications avec rigueur.

Ce cours n'a pas pour objet l'intérêt mathématique de la théorie des jeux mais son rôle dans la compréhension du comportement des décideurs stratégiques.

Plan

- Différents **contextes** d'interaction induisent différents **types** de jeux entre les agents.
- Mais le point commun de ces situations est la **difficulté de prédire le résultat** auquel elles vont aboutir.
- La théorie des jeux propose des prédictions basées sur les *solutions* du jeu concerné.
- Un jeu est une **description** de l'**intérêt** des joueurs et de l'**interaction stratégique** qui spécifie les **contraintes** qui pèsent sur les actions (**stratégies**) que les joueurs *peuvent choisir*.
- Une solution est la **description systématique** des situations qui peuvent émerger comme le résultat d'une famille de jeux et étudie leurs propriétés.

Différents Types de Jeux

Les différents contextes d'interaction peuvent être classés selon trois dimensions :

- le **type de relation** entre les agents (coopératif vs non-coopératif) ;
- le **déroulement** dans le temps (simultané vs séquentiel) ;
- l'**information** dont disposent les agents (information parfaite vs imparfaite et complète vs incomplète).

Jeux Non-Coopératifs

L'entité de base de la théorie des jeux est le **joueur**.
Un joueur peut être interprété comme un *individu seul ou un groupe d'individus* prenant une décision.

Une fois que nous avons défini l'ensemble des joueurs, nous pouvons distinguer deux types de modèles :

Jeux Non-Coopératifs

L'entité de base de la théorie des jeux est le **joueur**.
Un joueur peut être interprété comme un *individu seul ou un groupe d'individus* prenant une décision.

Une fois que nous avons défini l'ensemble des joueurs, nous pouvons distinguer deux types de modèles :

- Jeux dont les éléments de base sont les actions des joueurs individuels $\longrightarrow$ **Jeux non-coopératifs**.
- Jeux basés sur les actions jointes d'un groupe de joueurs $\longrightarrow$ **Jeux coopératifs**.

Exemple

Firmes composant un *duopole de Cournot* participent à jeu non-coopératif tandis que les firmes formant un cartel et donc maximisant un profit joint participent à un jeu coopératif.

Jeux Non-Coopératifs

L'entité de base de la théorie des jeux est le **joueur**.
Un joueur peut être interprété comme un *individu seul ou un groupe d'individus* prenant une décision.

Une fois que nous avons défini l'ensemble des joueurs, nous pouvons distinguer deux types de modèles :

- Jeux dont les éléments de base sont les actions des joueurs individuels $\longrightarrow$ **Jeux non-coopératifs**.
- Jeux basés sur les actions jointes d'un groupe de joueurs $\longrightarrow$ **Jeux coopératifs**.

Exemple

Firmes composant un *duopole de Cournot* participent à jeu non-coopératif tandis que les firmes formant un cartel et donc maximisant un profit joint participent à un jeu coopératif.

Ce cours aura comme objet les jeux non-coopératifs.

Déroulement du jeu

Nous pouvons aussi distinguer deux types de modèles en fonction de leur déroulement.

Jeu simultané (ou stratégique) :

- Représente la situation où chaque joueur choisit son plan d'action complet une fois pour toutes au début du jeu.

Jeu séquentiel :

- Donne la spécification complète du déroulement exact du jeu
- $\longrightarrow$ chaque joueur a la possibilité de considérer son plan d'action non seulement au début du jeu, mais aussi chaque fois qu'il doit effectivement prendre une décision pendant le déroulement du jeu.

En général, on représente :

- les jeux simultanés sous forme normale (forma matricielle) ;
- les jeux séquentiels sous forme d'arbre de jeu.
- Cette distinction n'est pas rigide (suite du cours).

Nature de l'Information

L'information dont on dispose chaque fois qu'on doit choisir une action est une dimension très importante des jeux. Elle possède une influence déterminante sur l'évaluation des stratégies par les joueurs et même sur leur perception des stratégies.

Def. Information parfaite/imparfaite

On dit que l'**information** est **parfaite** si chaque joueur est parfaitement informé des actions passées des autres joueurs. L'information est **imparfaite** quand un joueur ignore certains des choix qui ont été effectués avant le sien.

Def. Information complète/incomplète

Un jeu est à information **incomplète** si au moins un des joueurs ne connaît pas parfaitement la structure du jeu. Dans le cas contraire, il est à information **complète**.

Plan

Comportement Rationnel

Les modèles de la théorie des jeux supposent que les agents sont **rationnels** : chacun est conscient des **alternatives**, fait des **anticipations** sur les éléments inconnus, possède des **préférences** claires et choisit délibérément son action après un processus d'**optimisation**.

En l'absence d'incertitude, les éléments suivants constituent un modèle de choix rationnel :

- Un ensemble d'actions, A, à partir duquel le décideur fait son choix ;
- Un ensemble des conséquences possibles, C, de ces actions ;
- Une fonction de conséquence (résultat), $g : A \longrightarrow C$, qui associe une conséquence à chaque action ;
- Une relation de préférence (une relation binaire transitive, réflexive) $\succeq$ sur l'ensemble C.

Parfois les préférences sont représentées par une fonction d'utilité :

Fonction d'utilité : $U : C \longrightarrow \mathbb{R}$:

Elle définit une relation de préférence $\succeq$ par la condition suivante :

$$x \succeq y \text{ si et seulement si } U(x) \geq U(y)$$

Si l'on donne un ensemble $B \subseteq A$ d'actions réalisables,
$\longrightarrow$ un décideur rationnel choisira une action a^* qui :

- réalisable $(a^* \in B)$ et
- optimal : $g(a^*) \succeq g(a)$ pour tout $a \in B$.

De manière alternative, le décideur résoudra le problème suivant :

$$\max_{a \in B} U\left(g(a)\right)$$

Hypothèse cruciale : l'agent utilise les **mêmes préférences** quand il fait son choix dans différents ensembles B.

Choix dans l'Incertain

Dans les modèles que nous allons étudier, nous serons souvent amenés à considérer des agents qui font des choix sous **incertitude**. Il peut arriver que les joueurs soient :

- incertains quant aux paramètres objectifs de leur environnement ;
- informés imparfaitement à propos des événements qui ont lieu dans ce jeu ;
- incertains quant aux actions des autres joueurs.

Pour modéliser les choix sous l'incertitude, la théorie des jeux utilise quasiment systématiquement les théories de (Von Neuman & Morgenstern 1944) (VNM) et de (Savage 1954).

Choix dans l'incertain I

La fonction de conséquence est **stochastique** et **connue** par le décideur :

- pour tout $a \in A$, la conséquence $g(a)$ est une loterie (une distribution de probabilité) sur C.

Ainsi le décideur est supposé se comporter comme s'il **maximisait** la valeur **espérée** d'une fonction (d'utilité de VNM) qui attribue à chaque conséquence un nombre.

- Décision $\equiv$ Maximisation de la valeur espérée.

Choix dans l'incertain II

Si la relation stochastique entre les actions et les conséquences **n'est pas donnée** :

- $\rightarrow$ Décideur se comporte comme s'il avait dans l'esprit une distribution de probabilité (subjective) sur les conséquences de chaque action (extension de Savage).
- Comme s'il avait en tête :
  - un ensemble d'états $\omega \in \Omega$,
  - une mesure de probabilité μ sur Ω,
  - une fonction $g : A \times \Omega \rightarrow C$ et
  - une fonction d'utilité $u : C \rightarrow \mathbb{R}$
- $\rightarrow$ Choix : une action a qui maximise la valeur espérée de $u(g(a, \omega))$ en fonction de la mesure de probabilité μ.

Rationalité Limitée

- (Simon 1972) et (Kahneman & Tversky 1982)
- Vision très différente du comportement rationnel :
- → Les agents se contentent de leurs choix dès qu'ils leur permettent d'atteindre un **niveau suffisant de satisfaction**.
- → Le principe de satisfaction (*satisficing*) de Simon.
- Stabilité des comportements des agents.
- Rationalité dans la construction des solutions acceptables (rationalité procédurale) plutôt que dans le choix de la solution optimale (rationalité substantive).

Dynamique d'Évolution

Darwin $\longrightarrow$ une dynamique naturelle basée sur des mécanismes simples, dépourvus de rationalité propre.

- Dynamique qui conduit à des solutions relativement efficaces et stable.
- La dynamique d'évolution.
- En théorie des jeux : les jeux évolutionnaires.

Plan

Organisation et Évaluation de l'UE

Répartition horaire

- 15h CM
- 12h TD : analyse de différents jeux biens connus.
- 3h TP : Prise en main de Gambit, un outil libre pour la théorie des jeux.

Évaluation

UE en contrôle continu intégral.

Lectures

- **M. Yildizoglu. Introduction à la théorie des jeux. Dunod.**
- Ken Binmore. Game Theory : A very short introduction. Oxford press.
- G. Giraud. Théorie des jeux. Champs.
- N. Eber. Théorie des jeux. Dunod.