

Techniques d'indexation

Implémentation du modèle relationnel

~

LIF10: Fondements des bases de données relationnelles

Une vision conceptuelle des données :

- Algèbre relationnel, SQL, etc.

Les tables et leurs enregistrements sont stockés physiquement !!

- Les enregistrements ont une adresse (physique, logique).
- Mais les requêtes SQL référencent des valeurs d'attributs, pas des adresses.

SELECT * FROM R WHERE A=12;

SELECT * FROM E WHERE N>10;

Une vision conceptuelle des données :

- Algèbre relationnel, SQL, etc.

Les tables et leurs enregistrements sont stockés physiquement !!

- Les
- logiq
- Man
- d'att

**COMMENT RETROUVER
(EFFICACEMENT) LES ENREGISTREMENTS
QUI ONT UNE CERTAINE VALEUR SUR UN
ATTRIBUT DONNÉ ?**

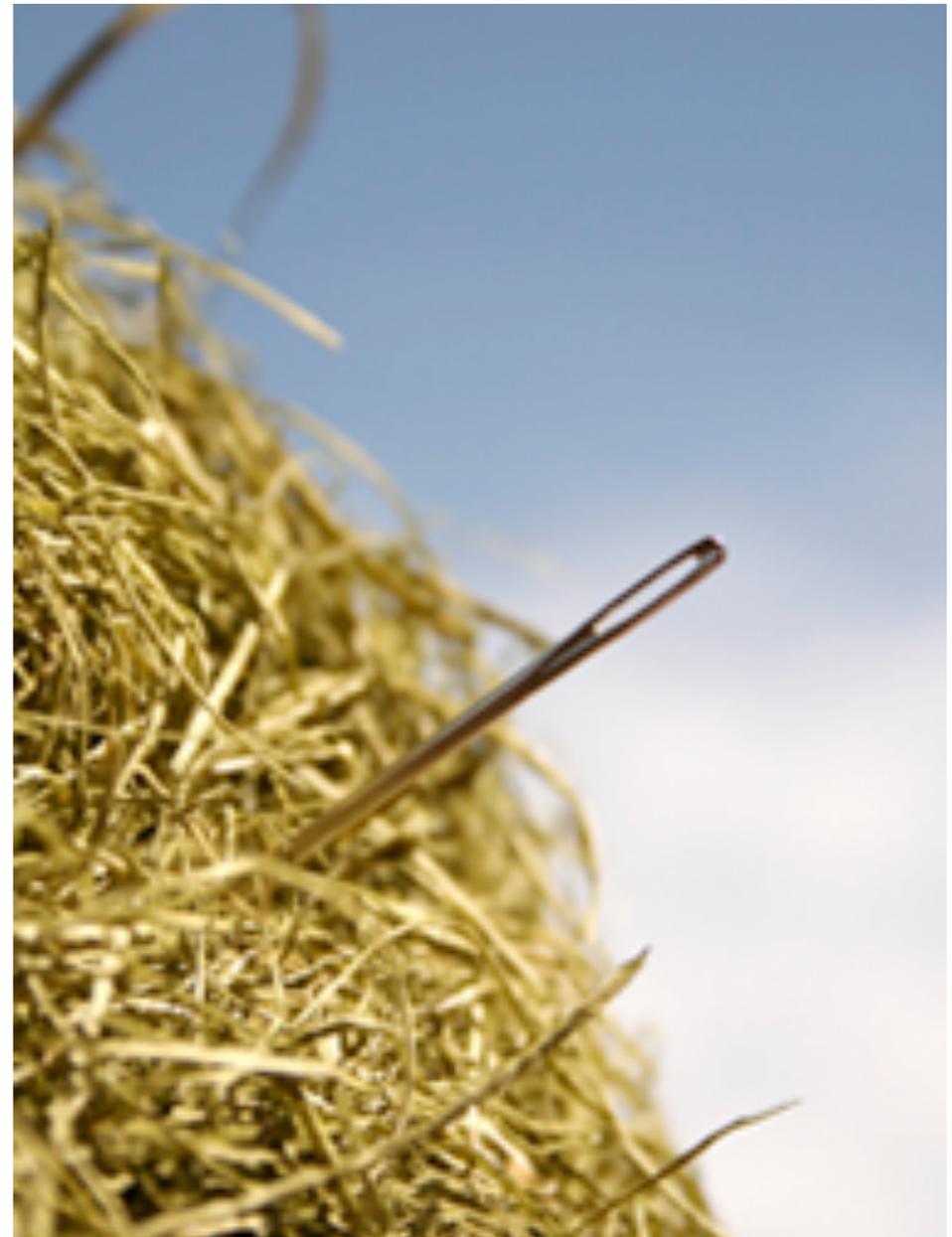
es, pas des adresses.

SELECT * FROM R WHERE A=12;

SELECT * FROM E WHERE N>10;

Métaphore de l'aiguille

- Les données : le *foin* !
- Le résultat de la requête : *l'aiguille* !
- **Comment trouver très rapidement l'aiguille ?**
- **Comment éviter de parcourir l'intégralité des données quand ce n'est pas nécessaire ?**



Comment éviter de tout parcourir ?

- Sélection
- Jointure naturelle
- Agrégation



```
SELECT * FROM Etudiant  
WHERE note < 10;
```

```
SELECT * FROM Etudiant  
NATURAL JOIN Cours;
```

```
SELECT Max(note) FROM  
Etudiant ORDER BY note;
```

SELECT * FROM Etudiant WHERE note < 10;

Sans index, le seul moyen est de parcourir
l'intégralité des données : coût de $|D|$

```
e1, maths, 12  
e1, BD, 16  
e2, Sport, 8  
...  
e123, Rx, 7  
e231, Algo, 19
```

SELECT * FROM Etudiant NATURAL JOIN Cours;

ou plus généralement

**SELECT * FROM TABLE1, TABLE2 WHERE
TABLE1.X = TABLE2.Y;**

Approche naïve :

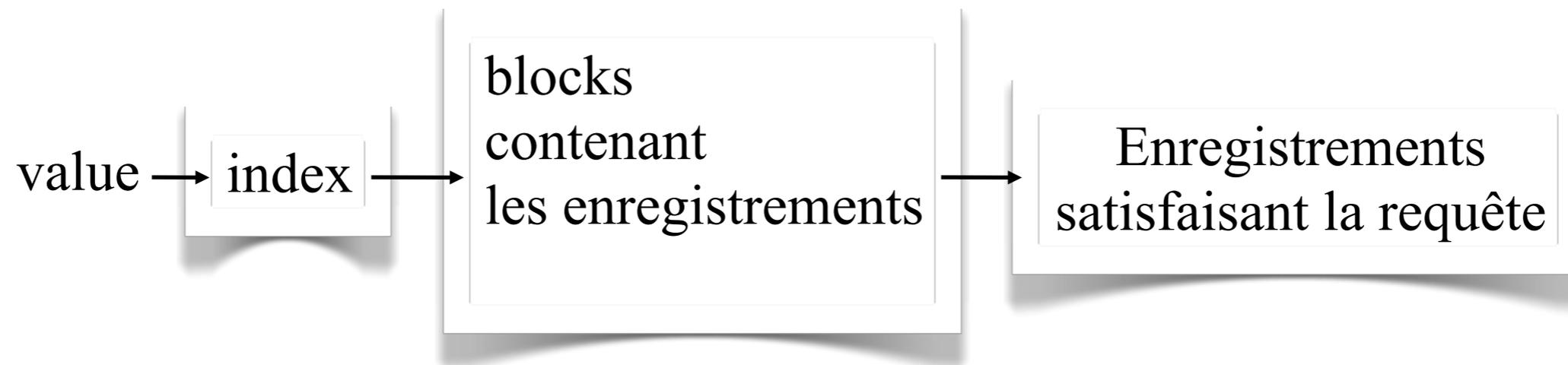
Parcourir les deux tables avec une double boucle

Coût : $|T1| \times |T2|$

Les index pour optimiser les réponses aux requêtes!

- Un index sur un fichier :
 - Une structure de données «disk-based»
 - Améliore la sélection des **clés de recherche** (search key) de l'index
 - Un index peut porter sur la valeur d'un ou plusieurs attributs de la relation.
 - ☂: **Search key** ≠ **key** : un ou plusieurs attributs pour lesquels on veut rechercher efficacement (pas forcément unique)





Exemple [wikipedia]

```
N° sécu          // N° de sécurité sociale.  
  
Annee_naissance // Année de naissance du contribuable  
Revenu          // Revenu  
Frais Reel     // montant des frais réels
```

un index sur (N° sécu)

Exemple de requête utilisant l'index : Contribuable ayant N° sécu = 123456

- un index sur (Annee_naissance, Revenu)

Exemple de requête utilisant l'index : Contribuables nés avant 1980, avec un Revenu entre 20 000 et 30 000

Exemple de requête utilisant l'index : Revenu maximal selon l'année de naissance

Concepts

- Les structures de stockage consistent en plusieurs fichiers :
 - «Data files» : stockent les enregistrements d'une relation
 - Search key
 - «Index file» : Association valeur_search_key avec les enregistrements qui supportent la valeur de la clé de recherche.
 - «Sequential files» (fichiers séquentiels): enregistrements triés par rapport à leur **clé primaire**

Questions sur les index

- Quel type de requêtes supportent-ils?
 - sélection de la forme $x \langle op \rangle val$
 - Égalité : (op est =)
 - Mais aussi ($=<$, $<$, $>=$, $>$, etc.)
 - Des requêtes plus complexes :
 - «ranking queries» : 10 restaurants les plus près de Nautibus;
 - Expressions régulières (génomique, etc.)

Index sur des fichiers séquentiels

- Rappel : Search key \neq primary key
- Index primaire : (sur le champ séquencé)
 - l'index sur l'attribut qui détermine le séquençage de la table
- Index secondaire :
 - Index sur n'importe quel autre attribut
- Index **dense** : toutes les clés de recherche présentes
- Index «**creux**» (sparse index)
- Index «multi-niveaux»

*Les tuples sont **ordonnés**
par rapport à leur clé
primaire*

Fichier séquentiel

10	
20	

 } Bloc

30	
40	

50	
60	

70	
80	

90	
100	

Le fichier index
requiert beaucoup
moins de blocs que
le fichier de données.

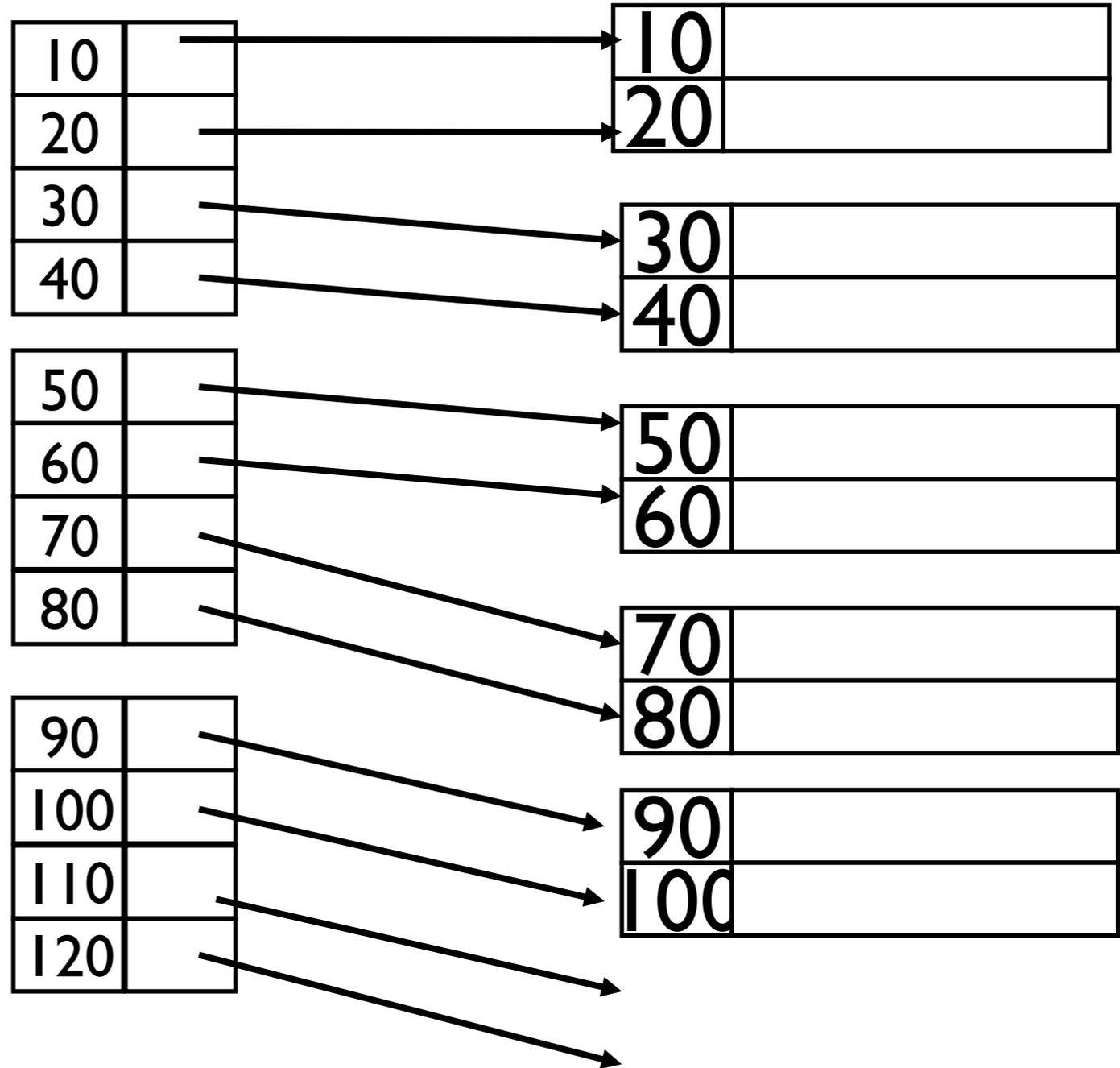
👉 plus facile à

charger en mémoire

Pour une clé K,
seulement **$\log_2 n$** ,
blocs d'index doivent
être parcourus.

Index dense

Fichier séquentiel





Généralement, une seule clé par bloc de données

Trouver l'entrée avec la plus grande valeur inférieure ou égale à la valeur recherchée

Index creux

Fichier Sequent.

10	
30	
50	
70	

90	
110	
130	
150	

170	
190	
210	
230	

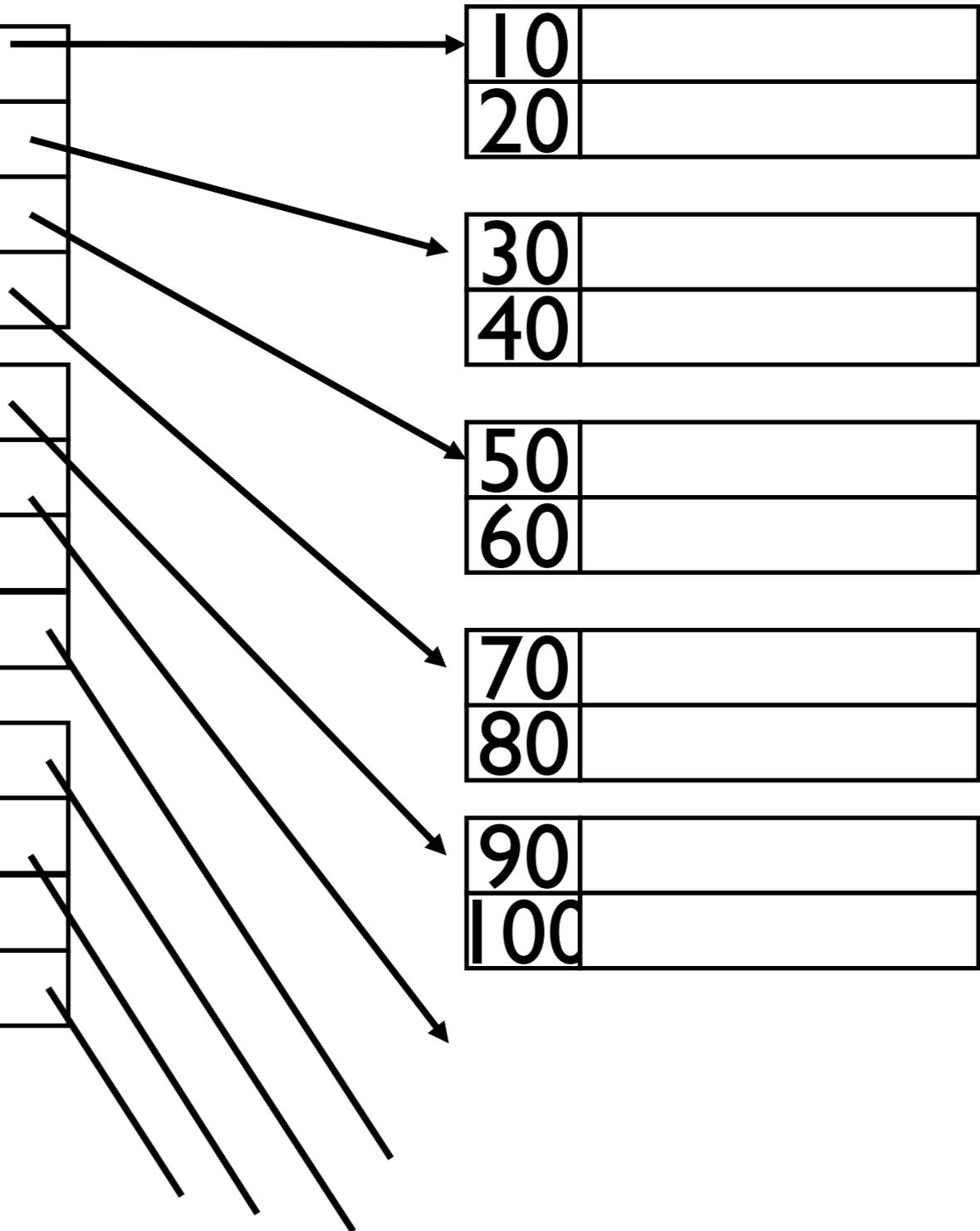
10	
20	

30	
40	

50	
60	

70	
80	

90	
100	



Index creux double niveau

Traite l'index comme un fichier et construit un index dessus.

Fichier séquent.

10	
90	
170	
250	

330	
410	
490	
570	

10	
30	
50	
70	

90	
110	
130	
150	

170	
190	
210	
230	

10	
20	

30	
40	

50	
60	

70	
80	

90	
100	

Pas forcément contiguïté des deux fichiers ...

Index creux double niveau

Traite l'index comme un fichier et construit un index dessus.

Fichier séquent.

10	
90	
170	
250	

330	
410	
490	
570	

10	
30	
50	
70	

90	
110	
130	
150	

170	
190	
210	
230	

10	
20	

30	
40	

50	
60	

70	
80	

90	
100	

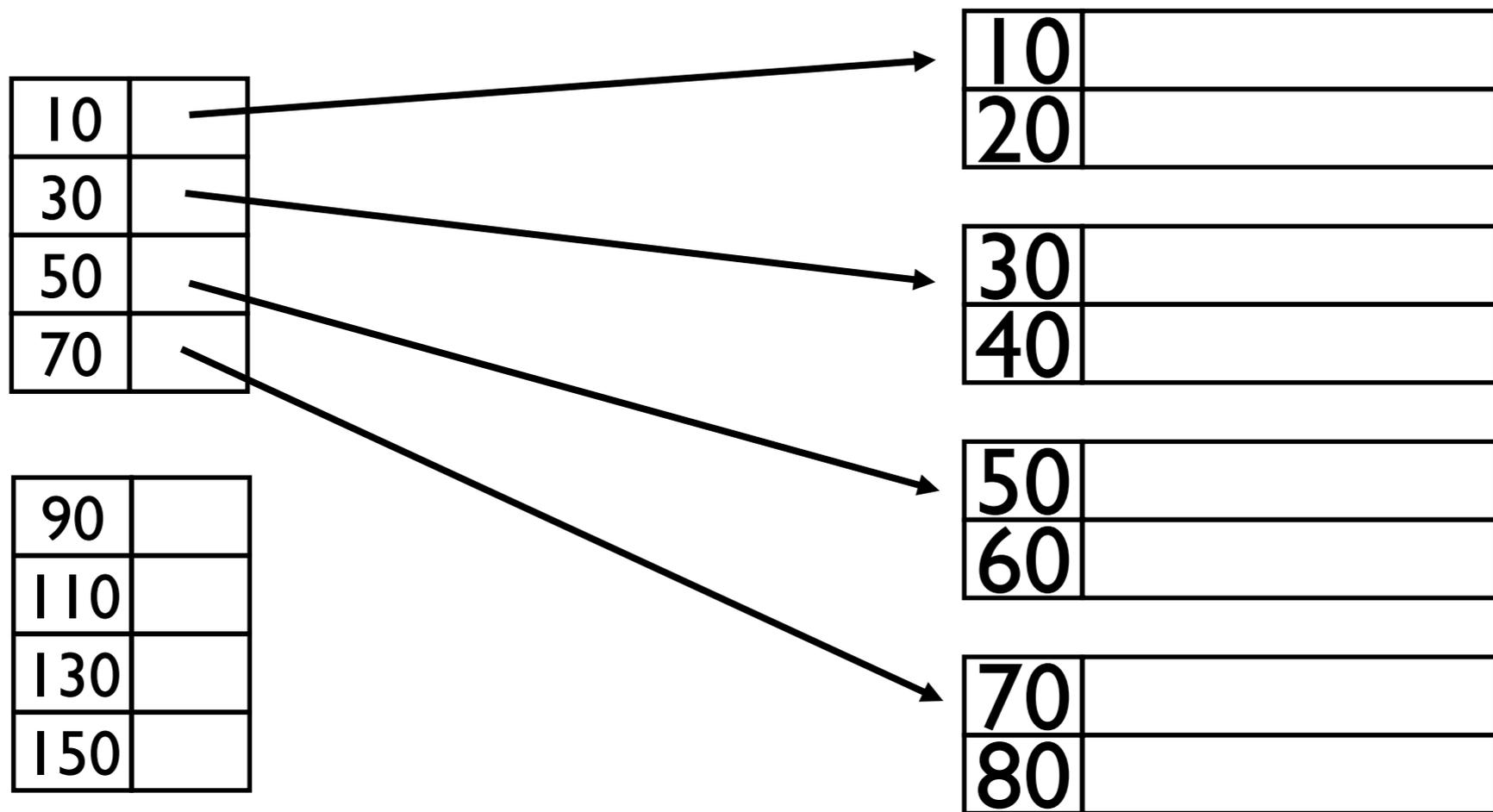
- 2 niveau sont généralement suffisants

Pas forcément contiguïté des deux fichiers ...

Opération de m.a.j

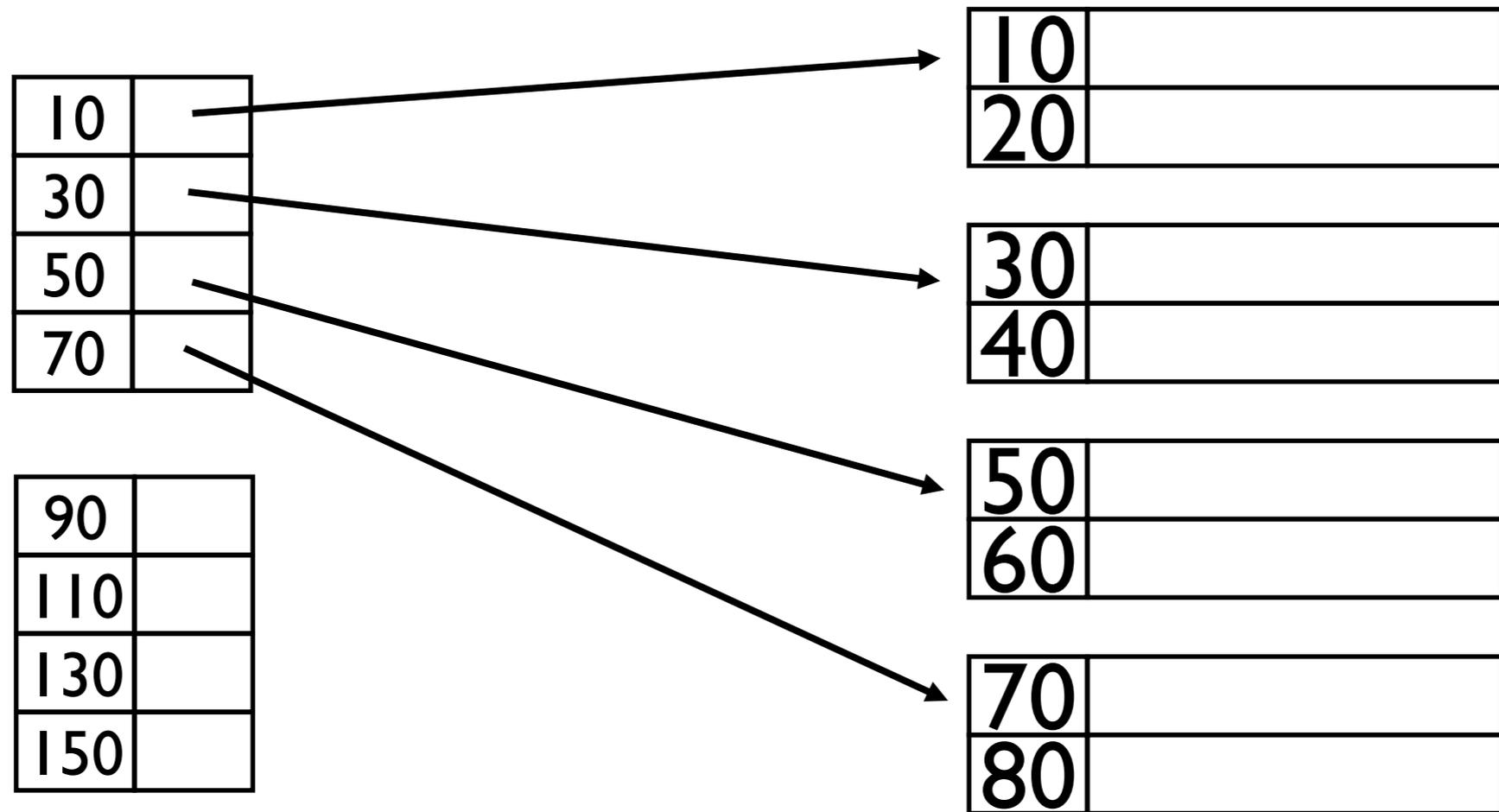
- Insertion
- Suppression
- Quid de ces opérations par rapport aux types d'index ?

Suppression dans index creux



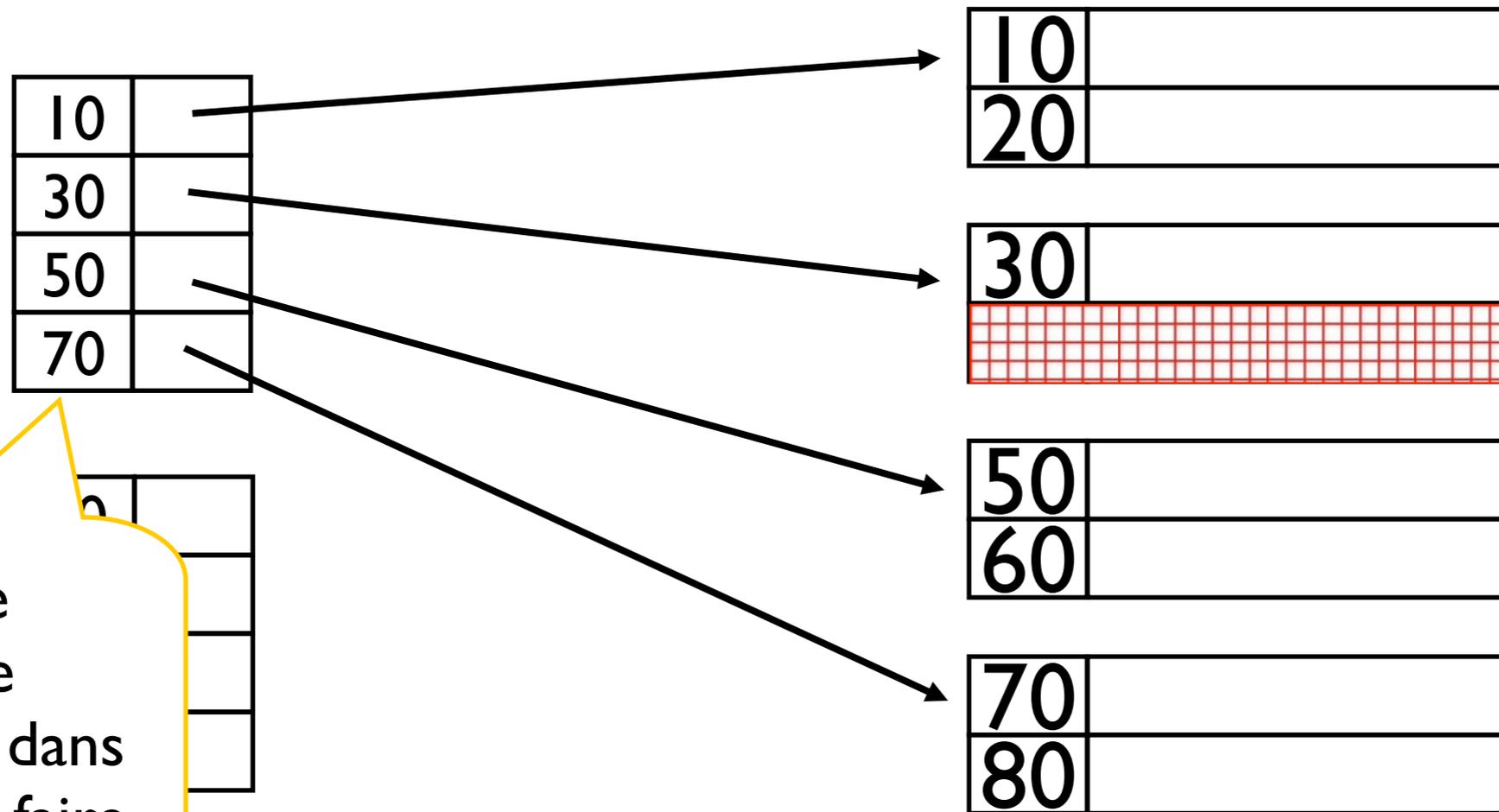
Suppression dans index creux

- supprimer l'enregistrement 40



Suppression dans index creux

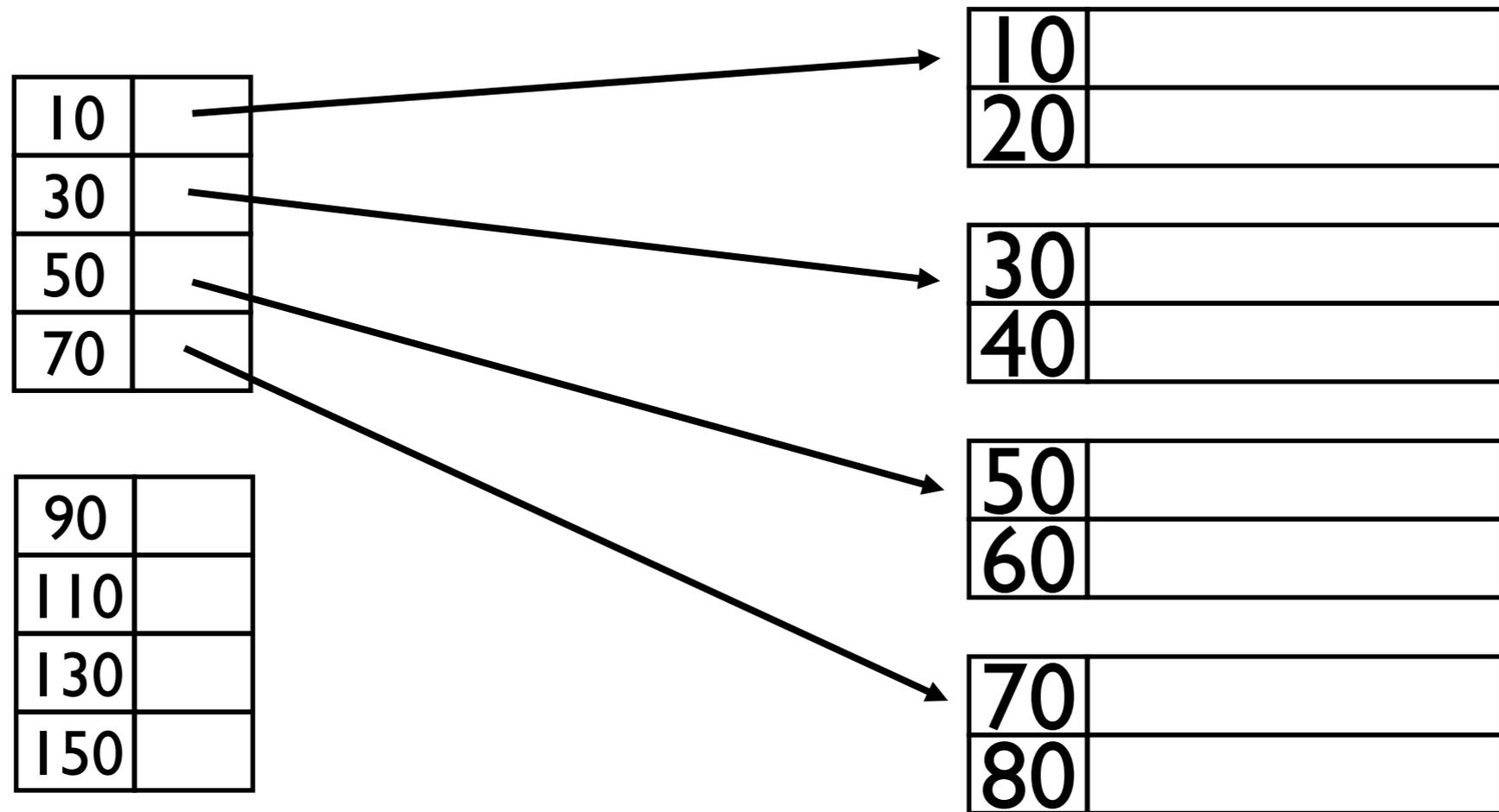
- supprimer l'enregistrement 40



Si l'entrée supprimée n'apparaît pas dans l'index, ne rien faire.

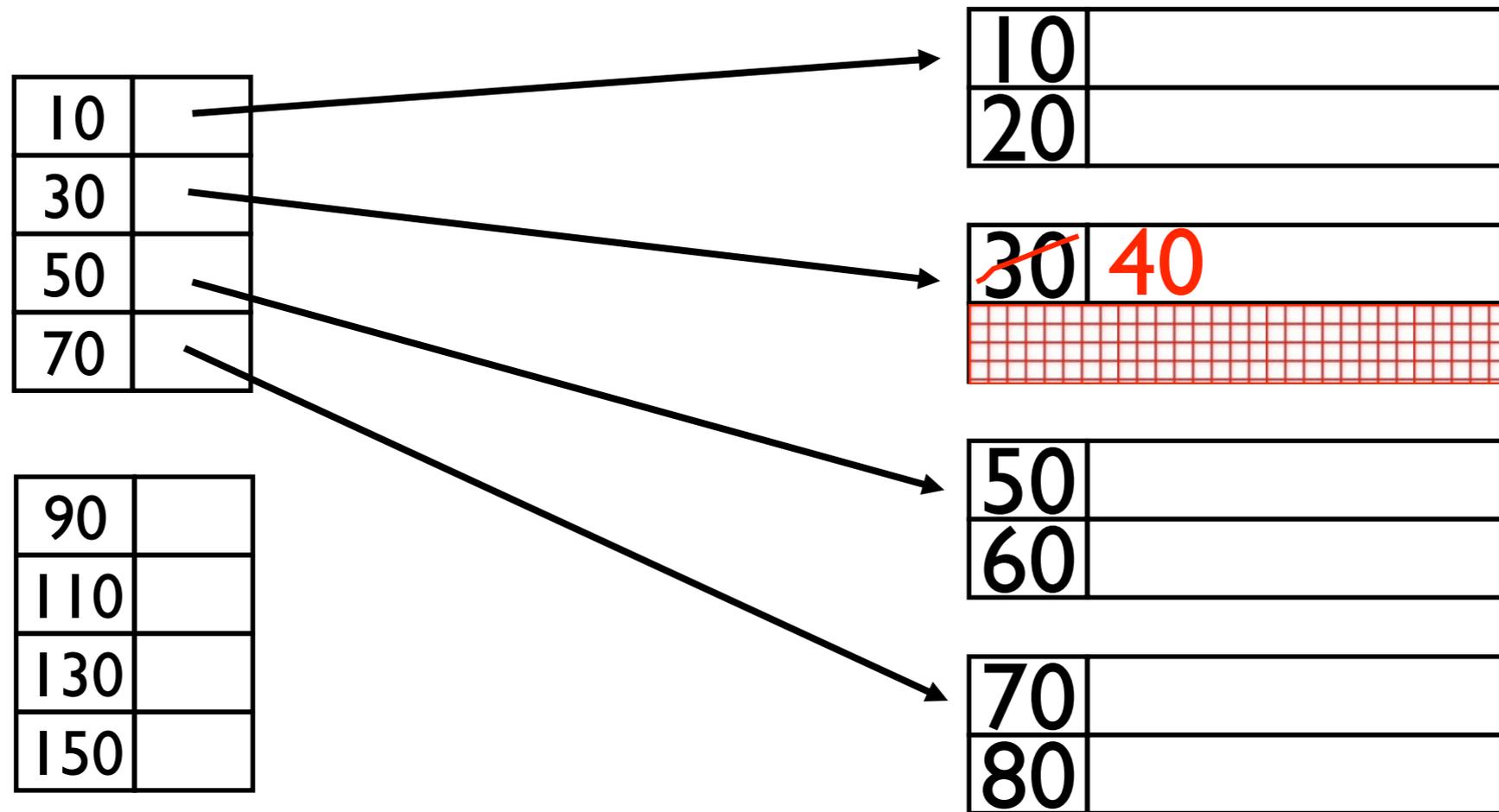
Suppression dans index creux

- supprimer l'enregistrement 30



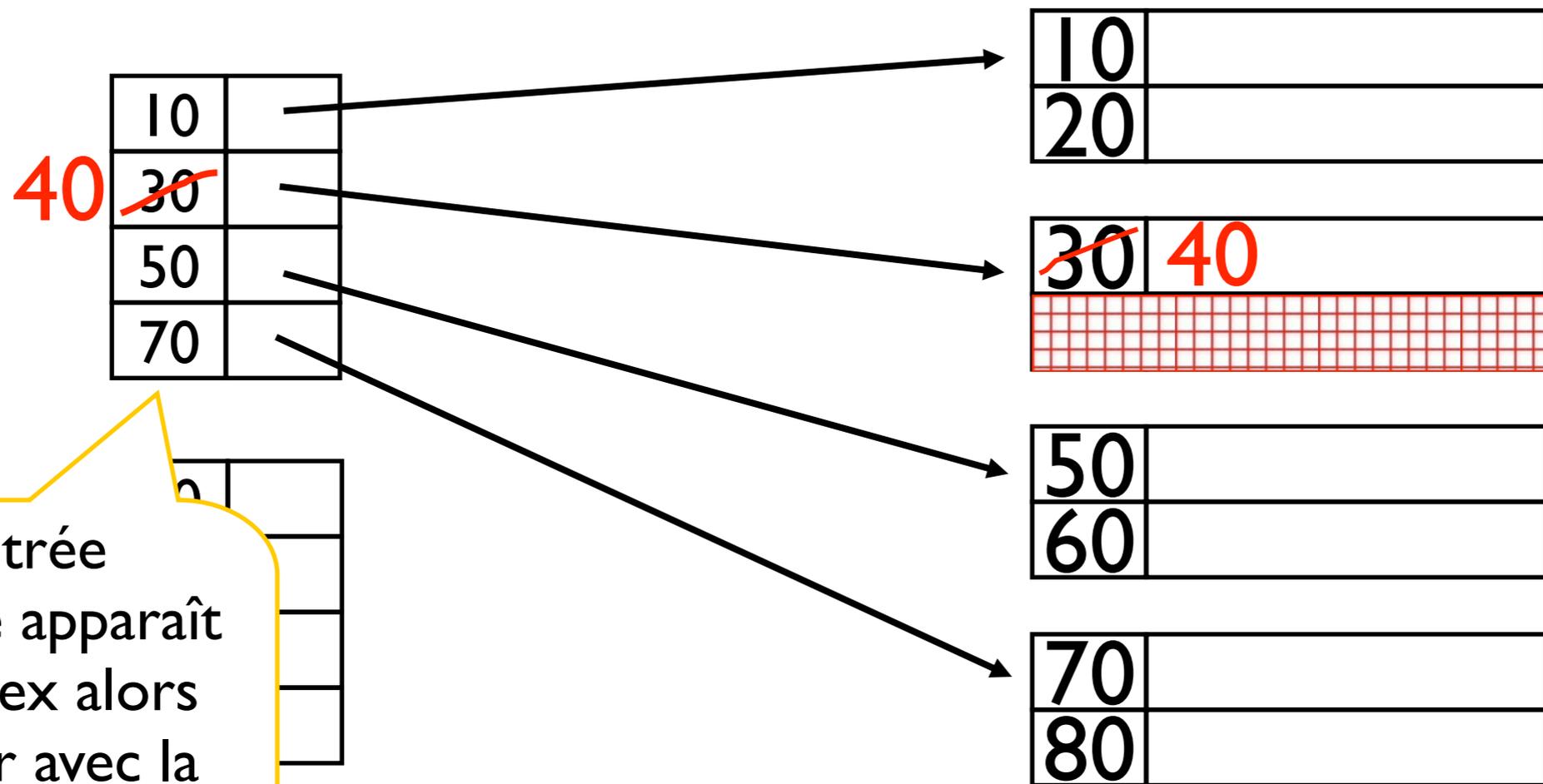
Suppression dans index creux

- supprimer l'enregistrement 30



Suppression dans index creux

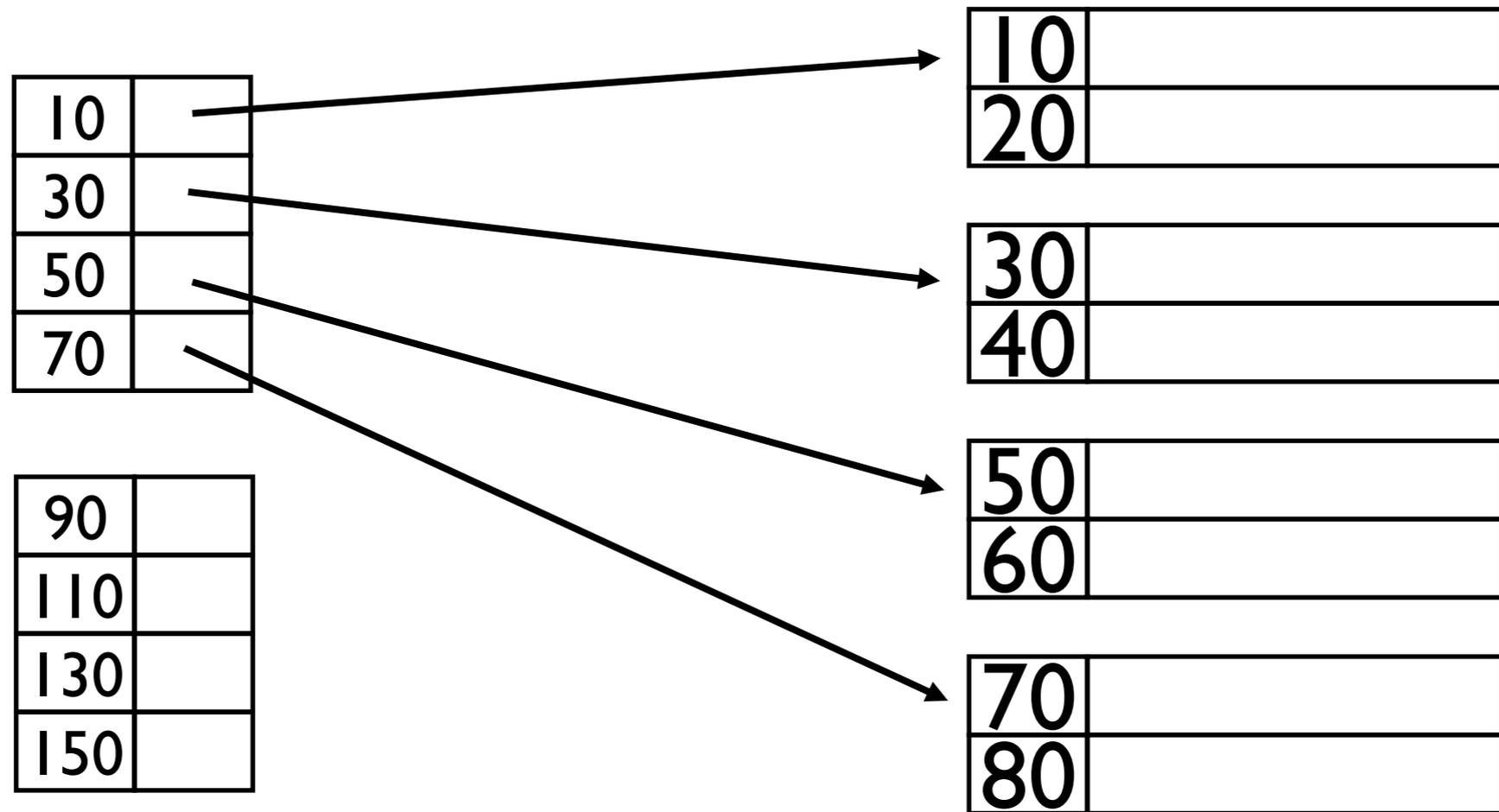
- supprimer l'enregistrement 30



Si l'entrée supprimée apparaît dans l'index alors remplacer avec la clé de recherche suivante

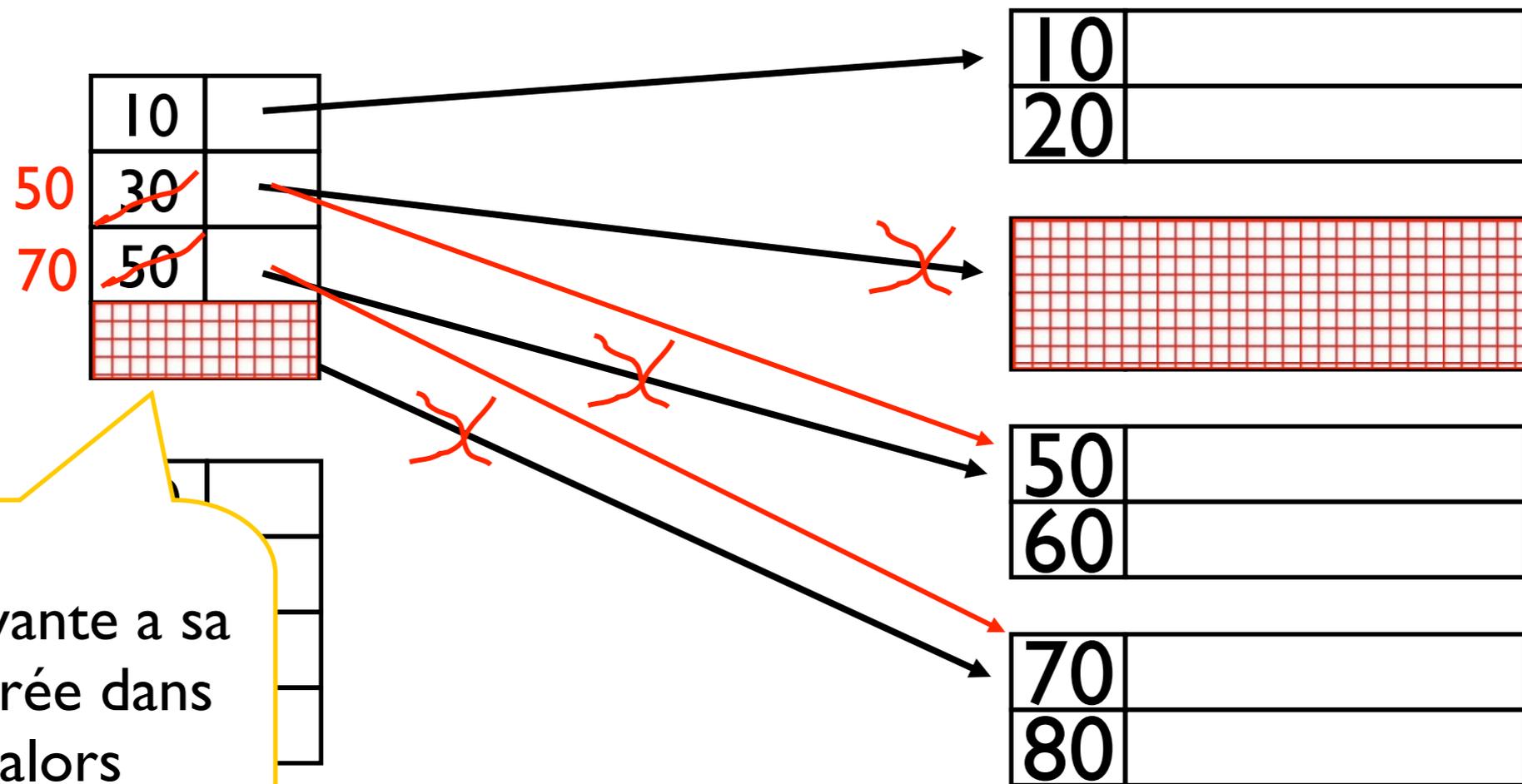
Suppression dans index creux (tjs +)

– supprimer 30 et 40



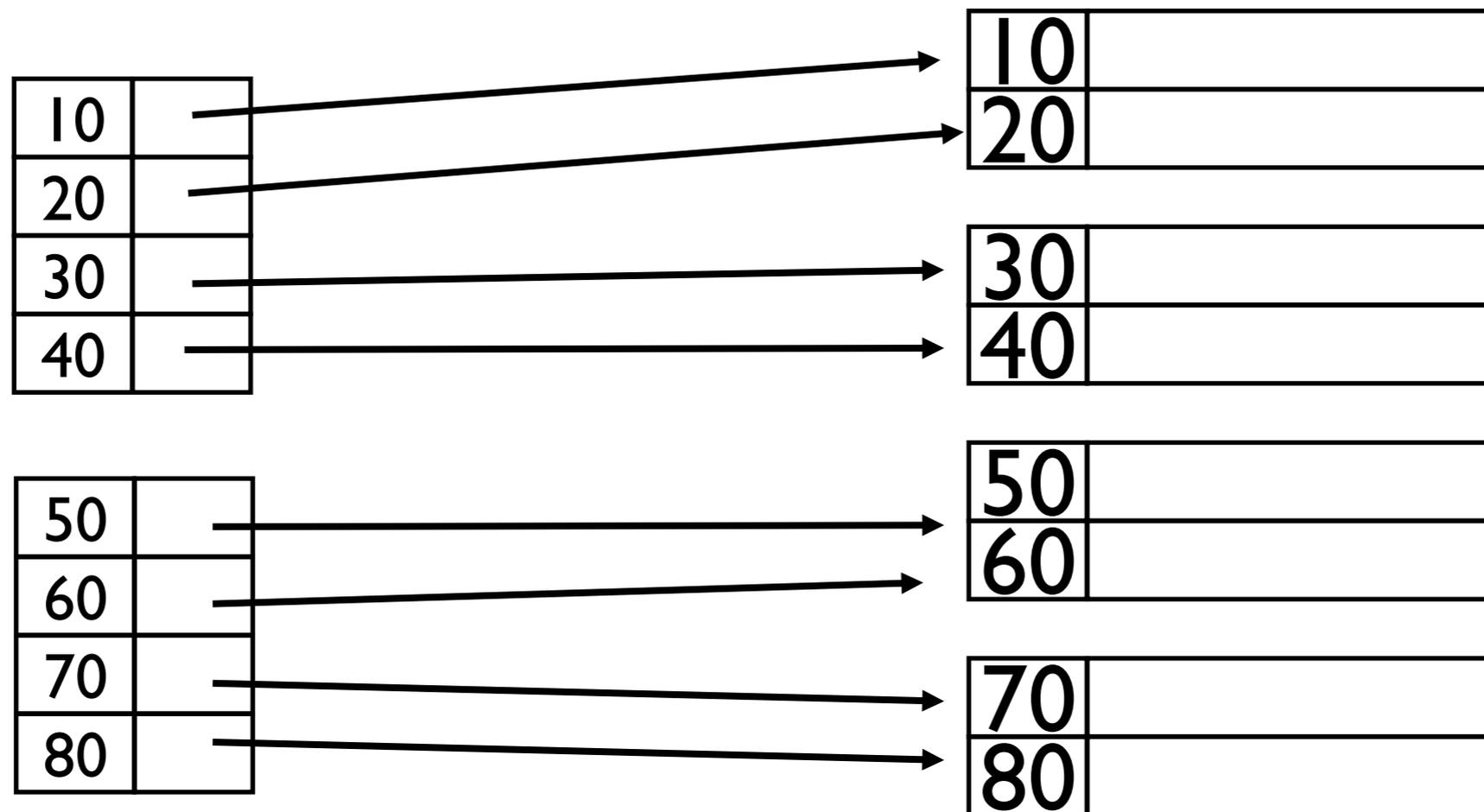
Suppression dans index creux (tjs +)

– supprimer 30 et 40



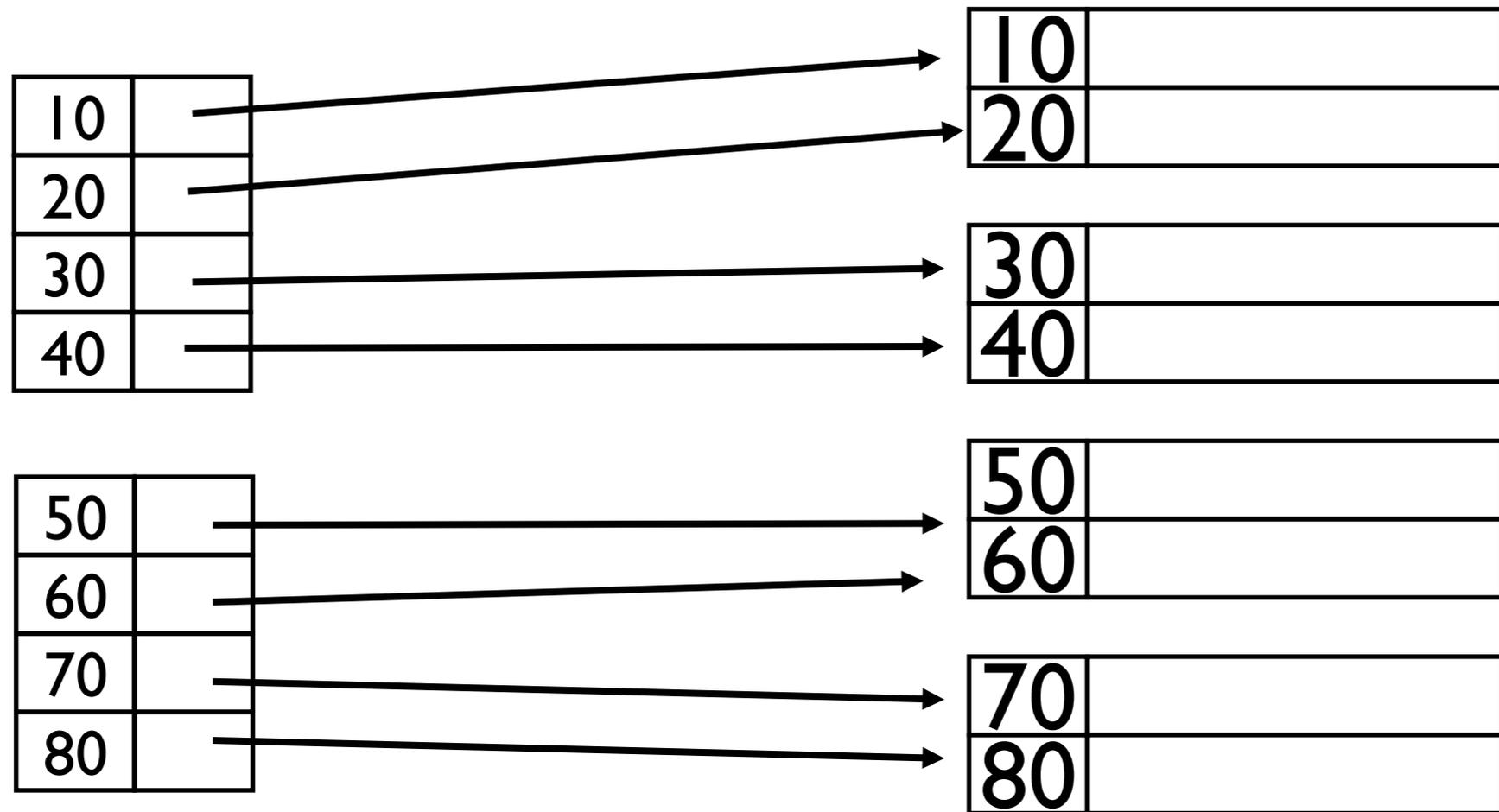
Si la clé suivante a sa propre entrée dans l'index alors supprimer l'entrée

Suppression dans index dense



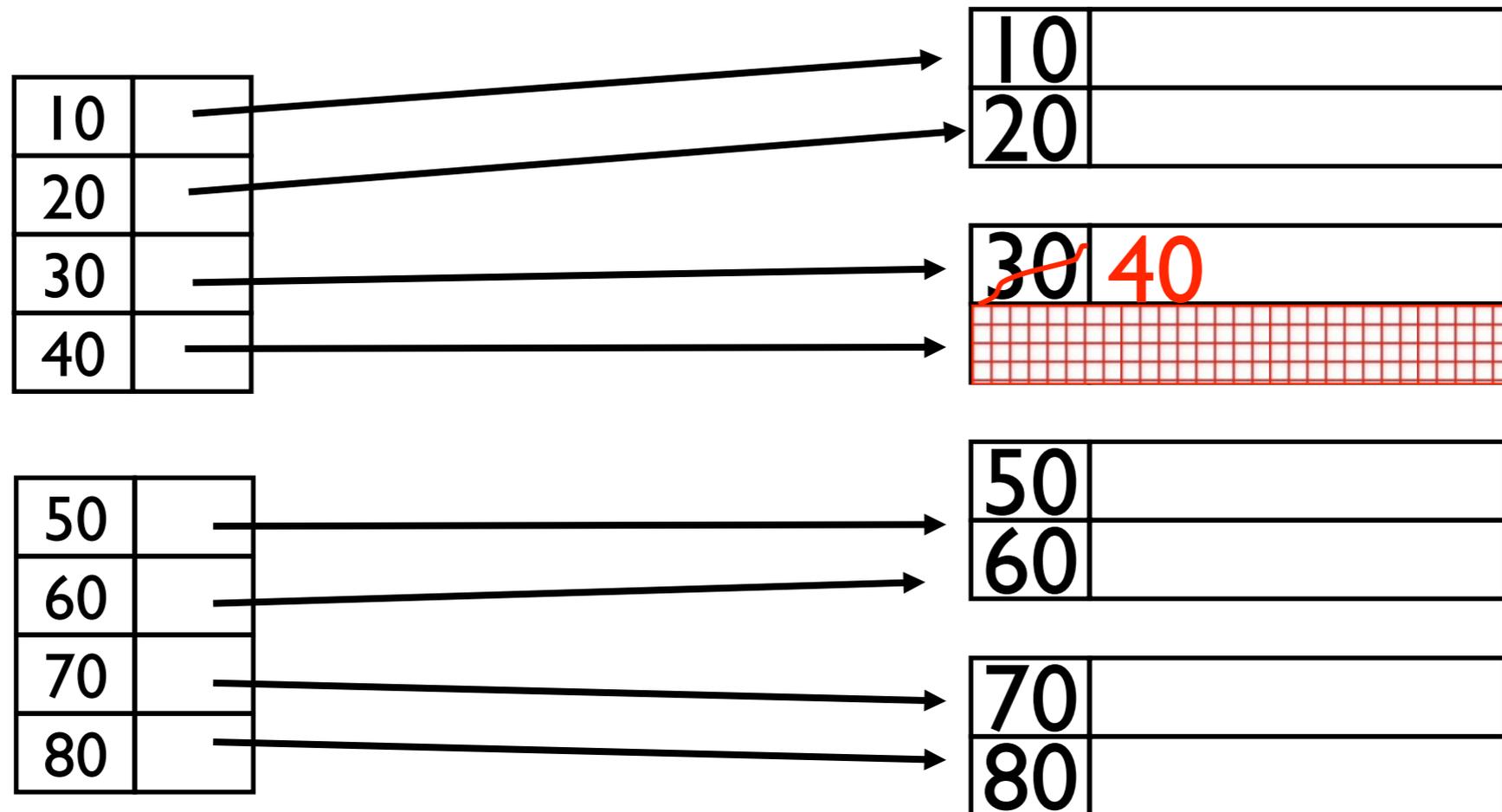
Suppression dans index dense

- supprimer l'enregistrement 30



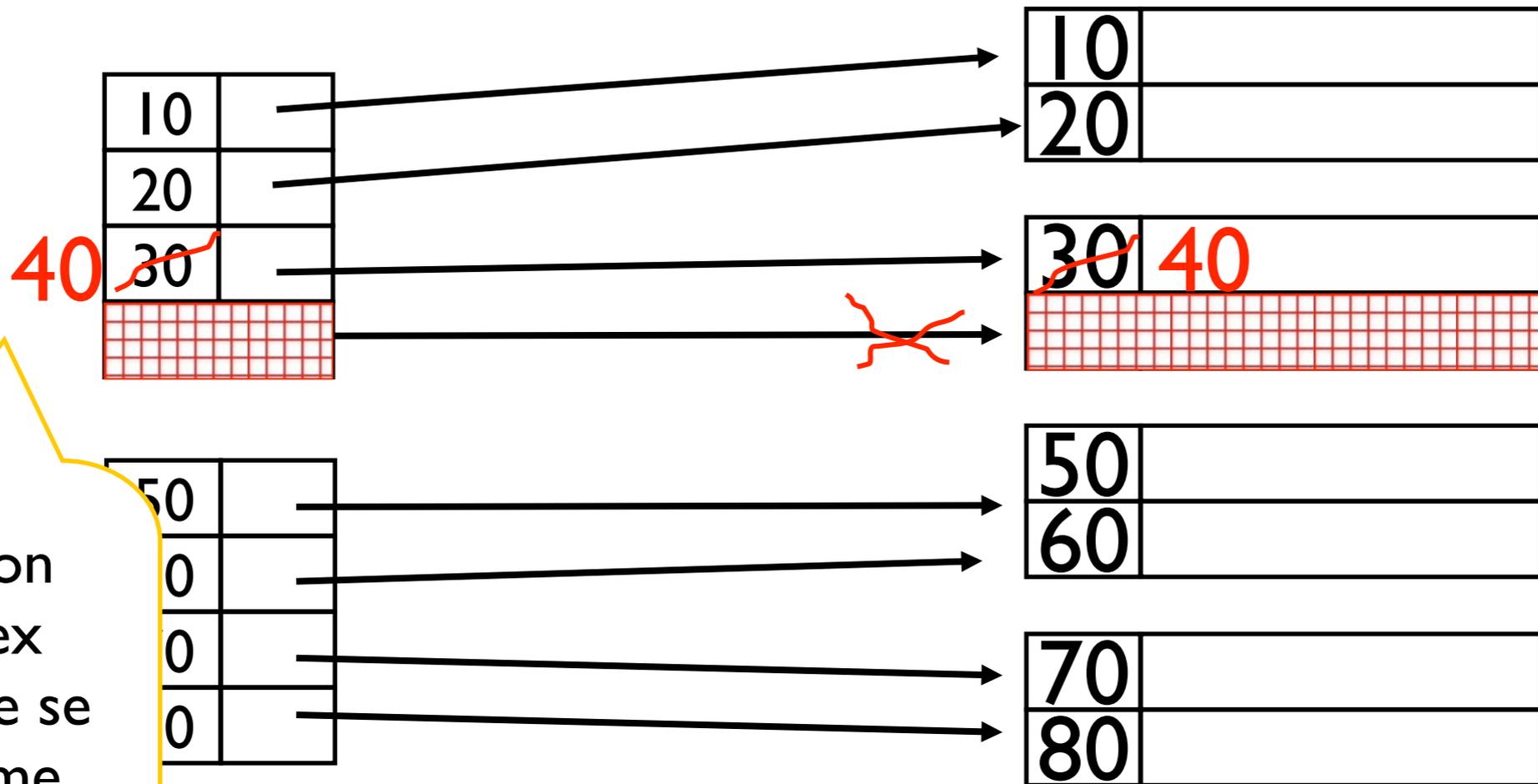
Suppression dans index dense

- supprimer l'enregistrement 30



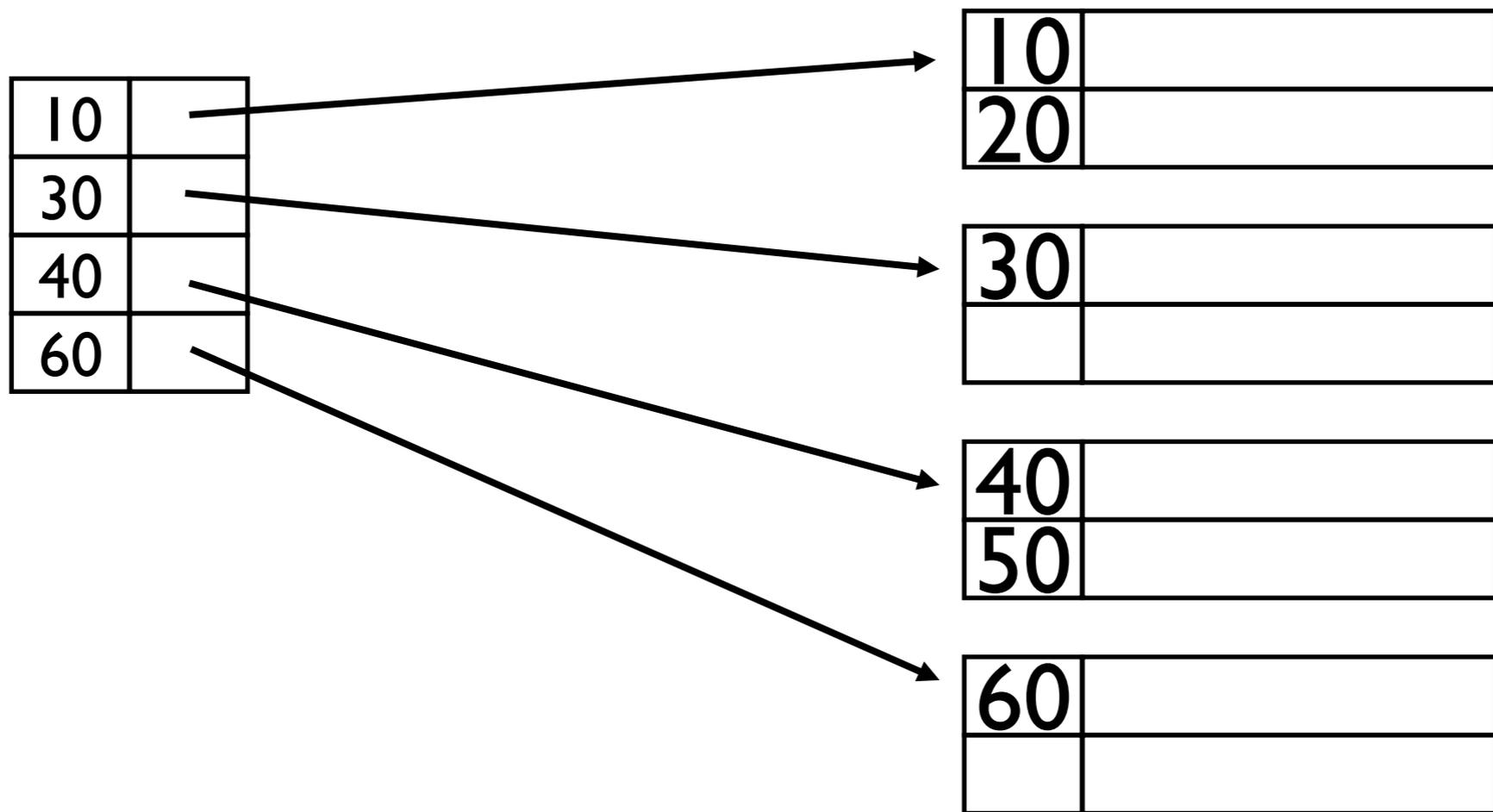
Suppression dans index dense

- supprimer l'enregistrement 30



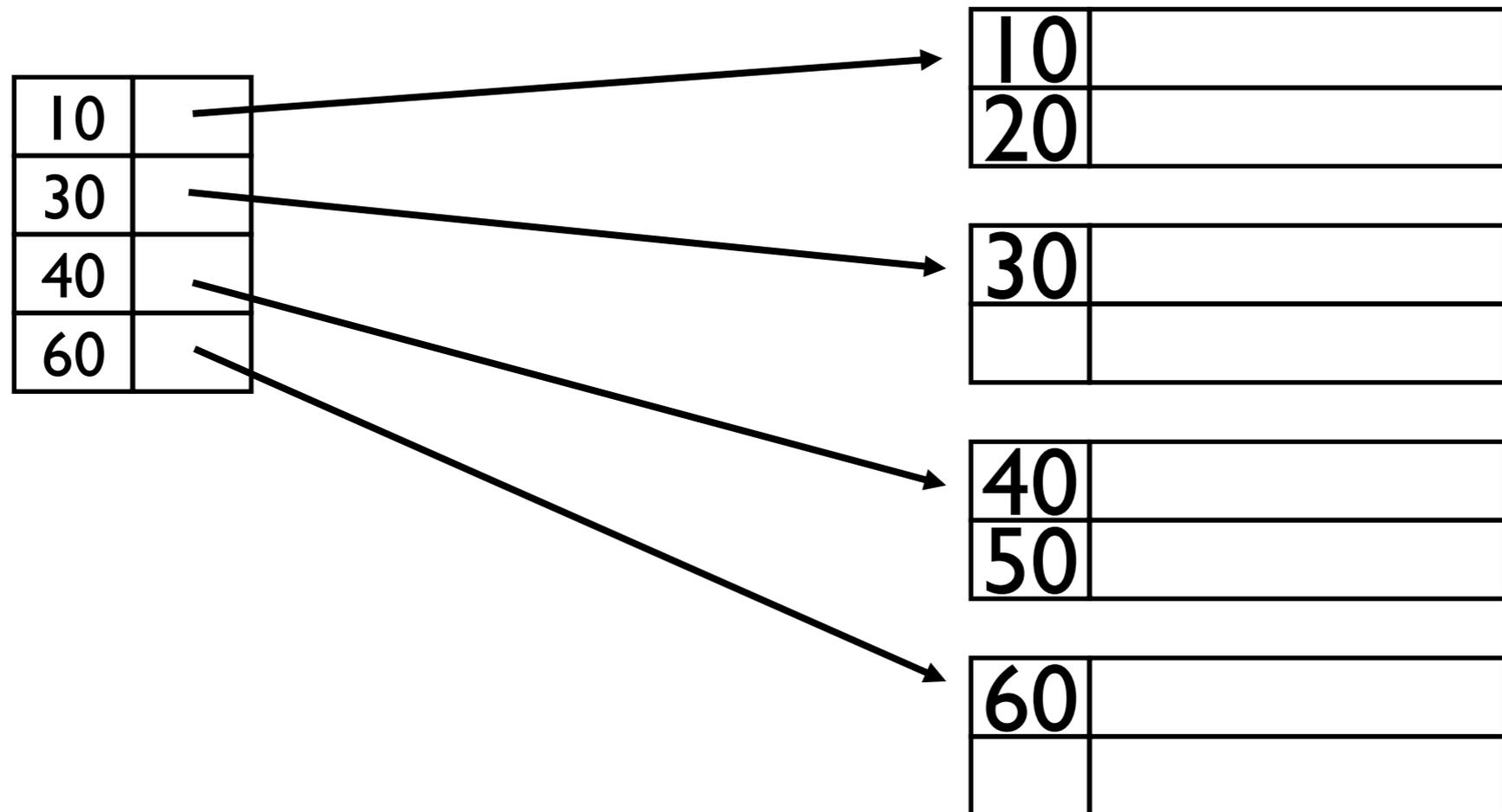
La suppression dans un index primaire dense se fait de la même façon que dans un

Insertion dans index creux



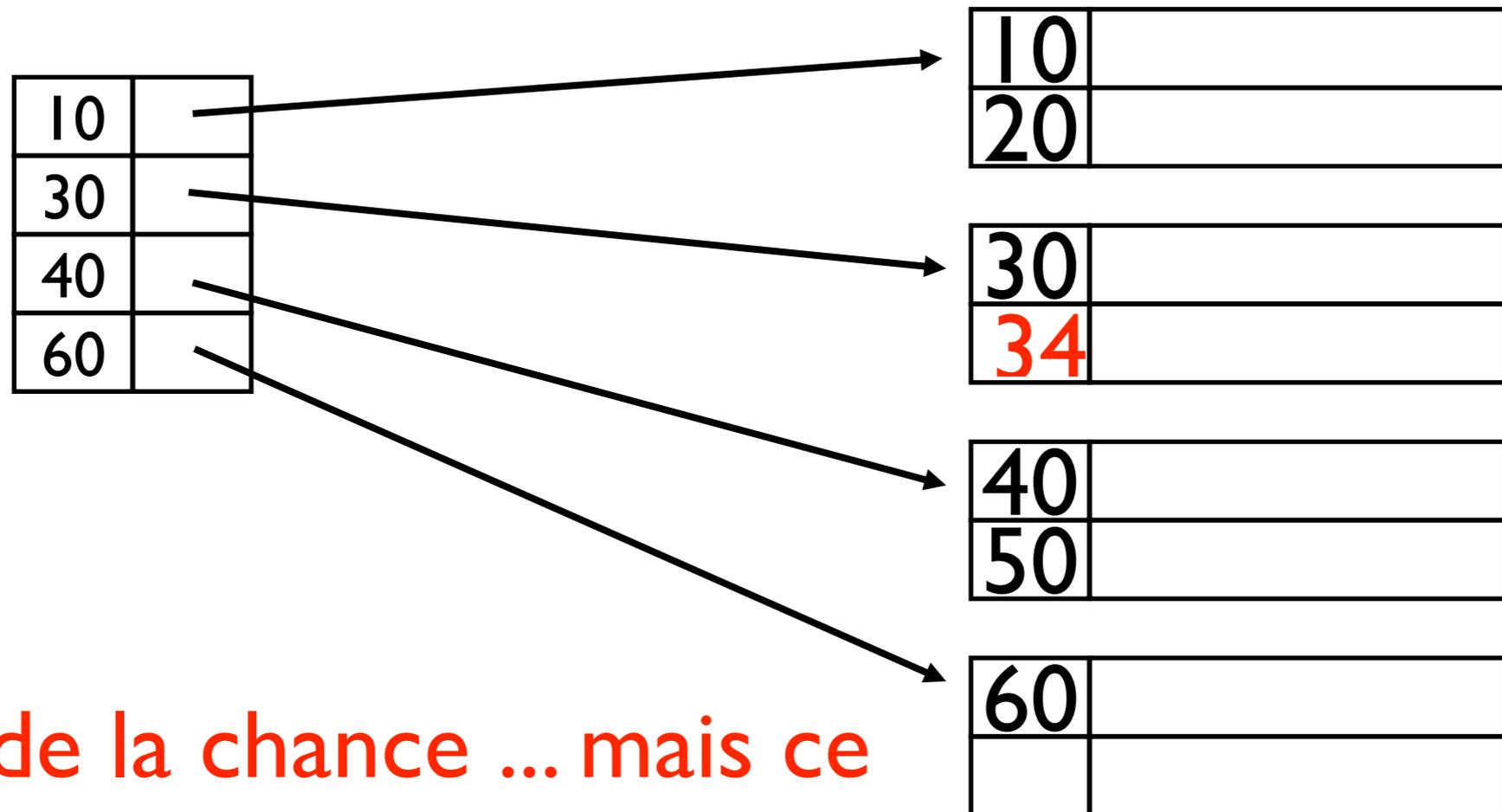
Insertion dans index creux

- insérer l'enregistrement 34



Insertion dans index creux

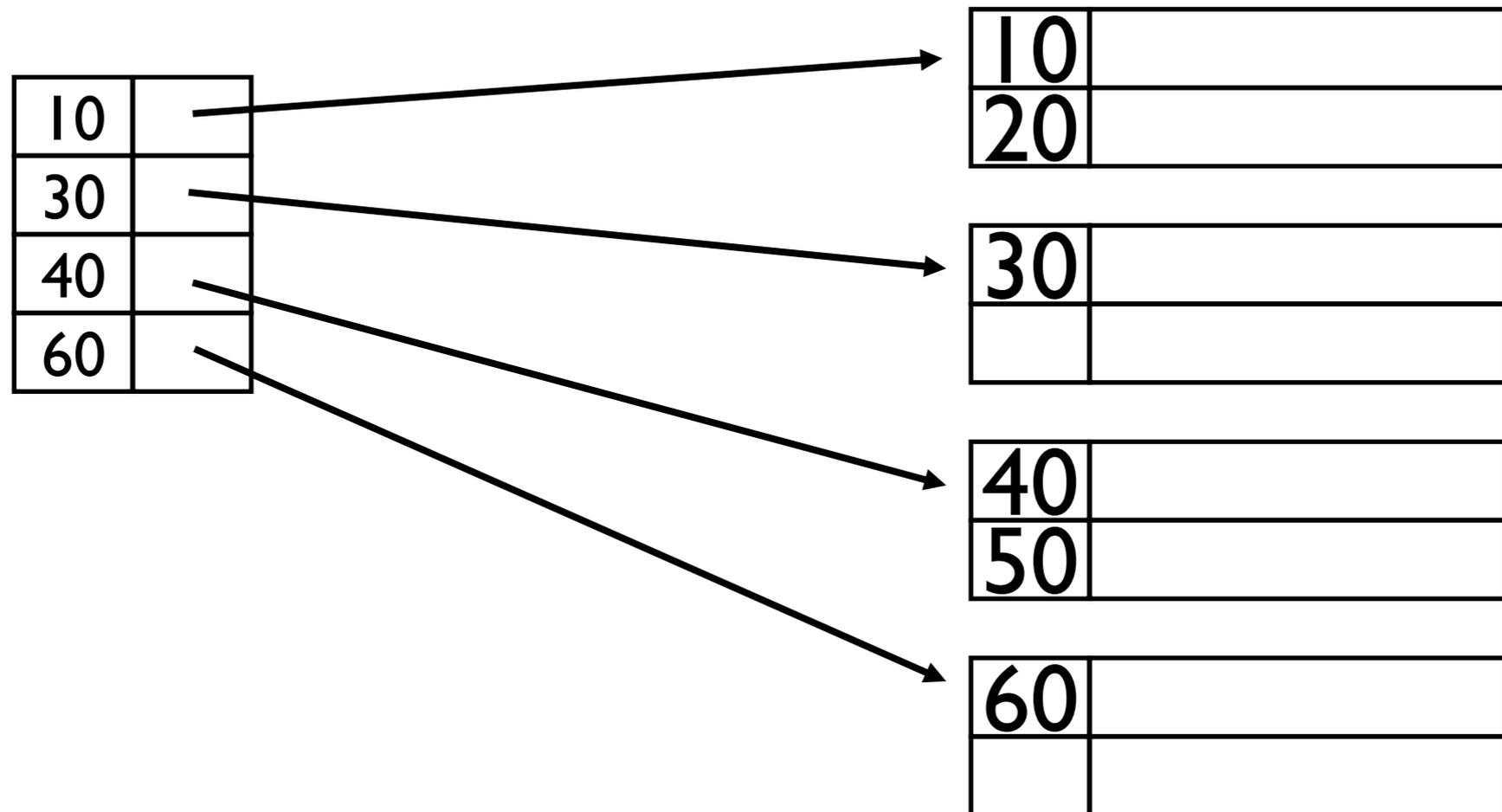
- insérer l'enregistrement 34



- On a de la chance ... mais ce n'est pas toujours le cas

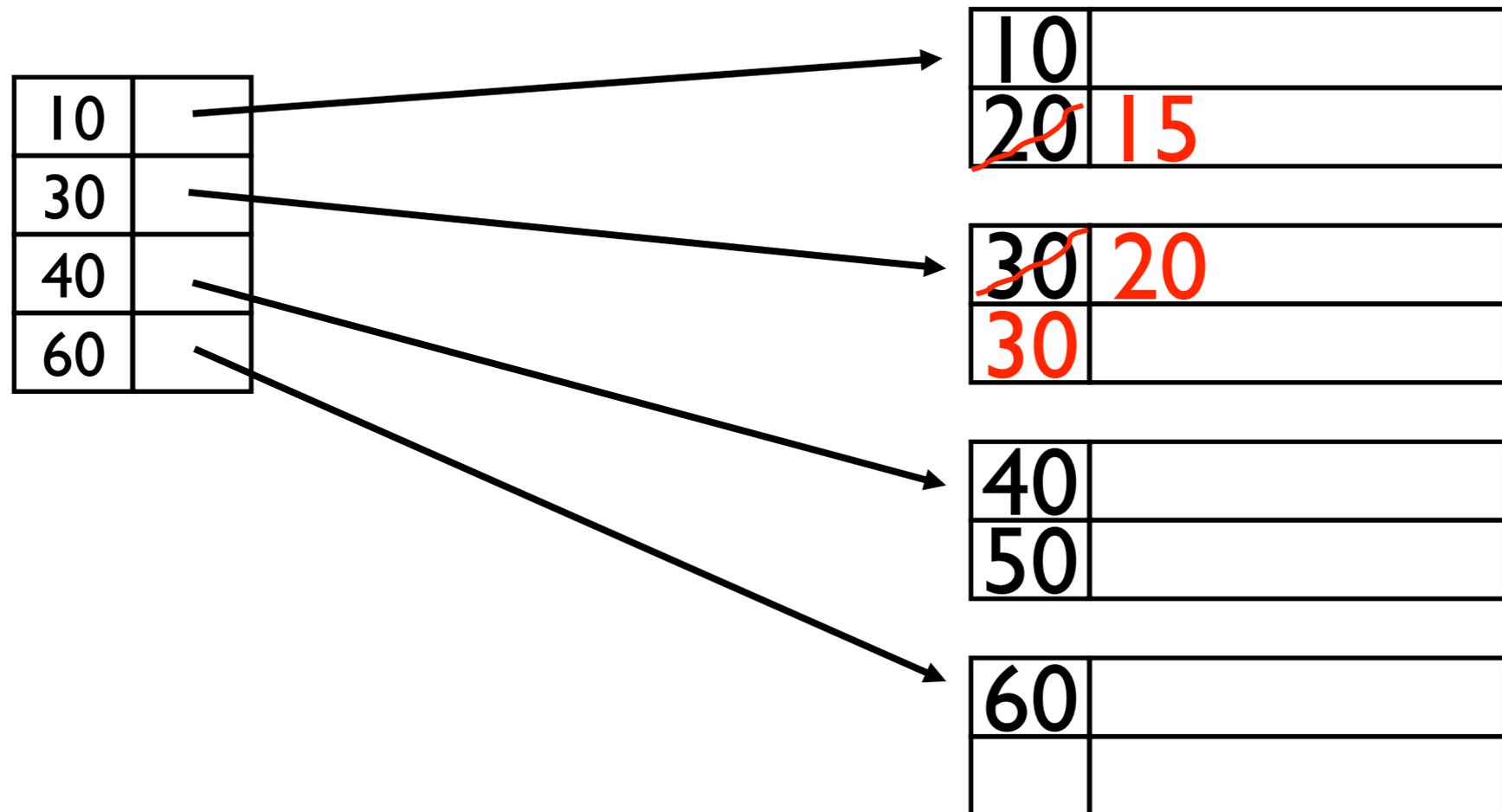
Insertion dans index creux

– insérer 15



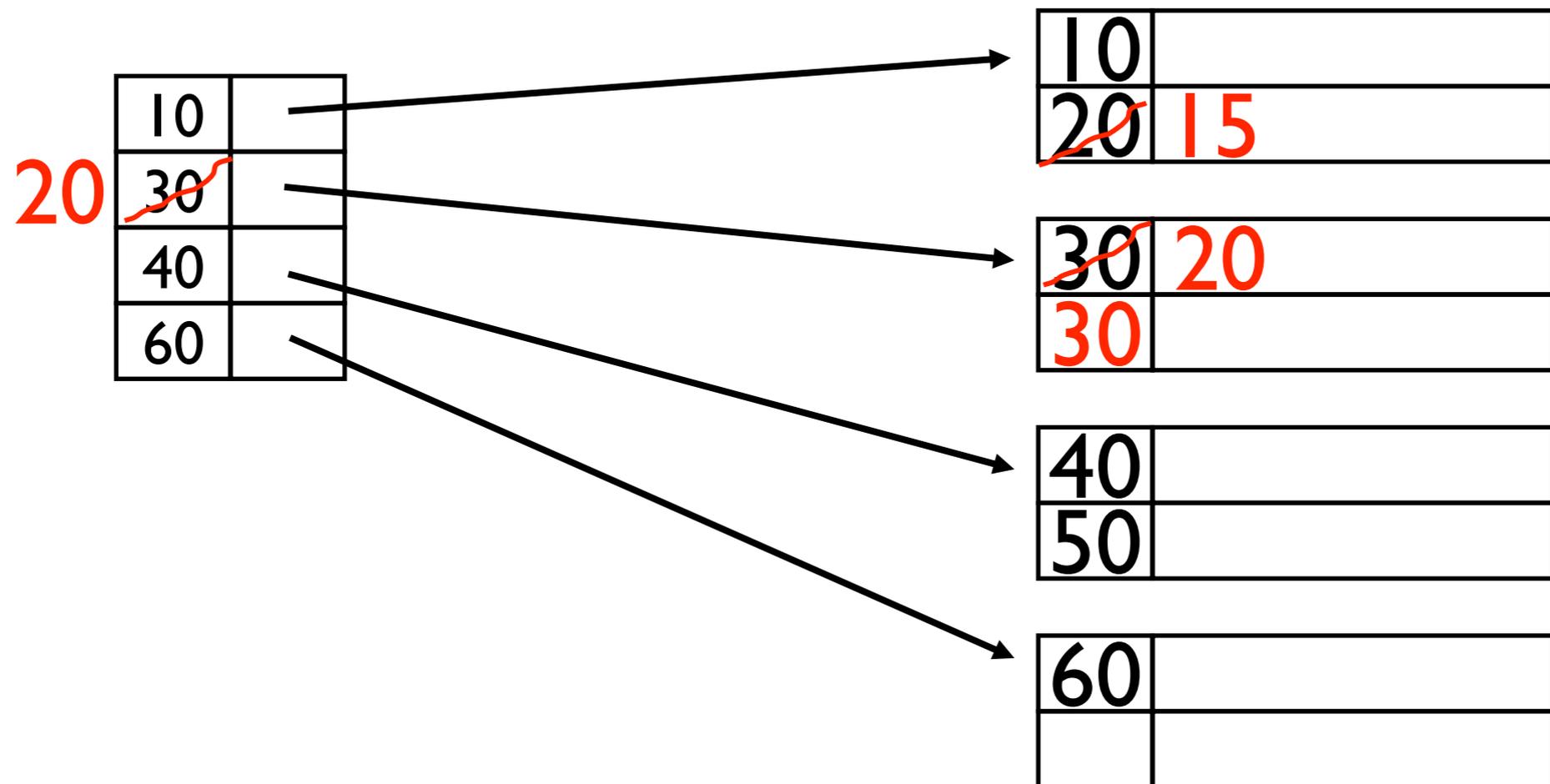
Insertion dans index creux

– insérer 15



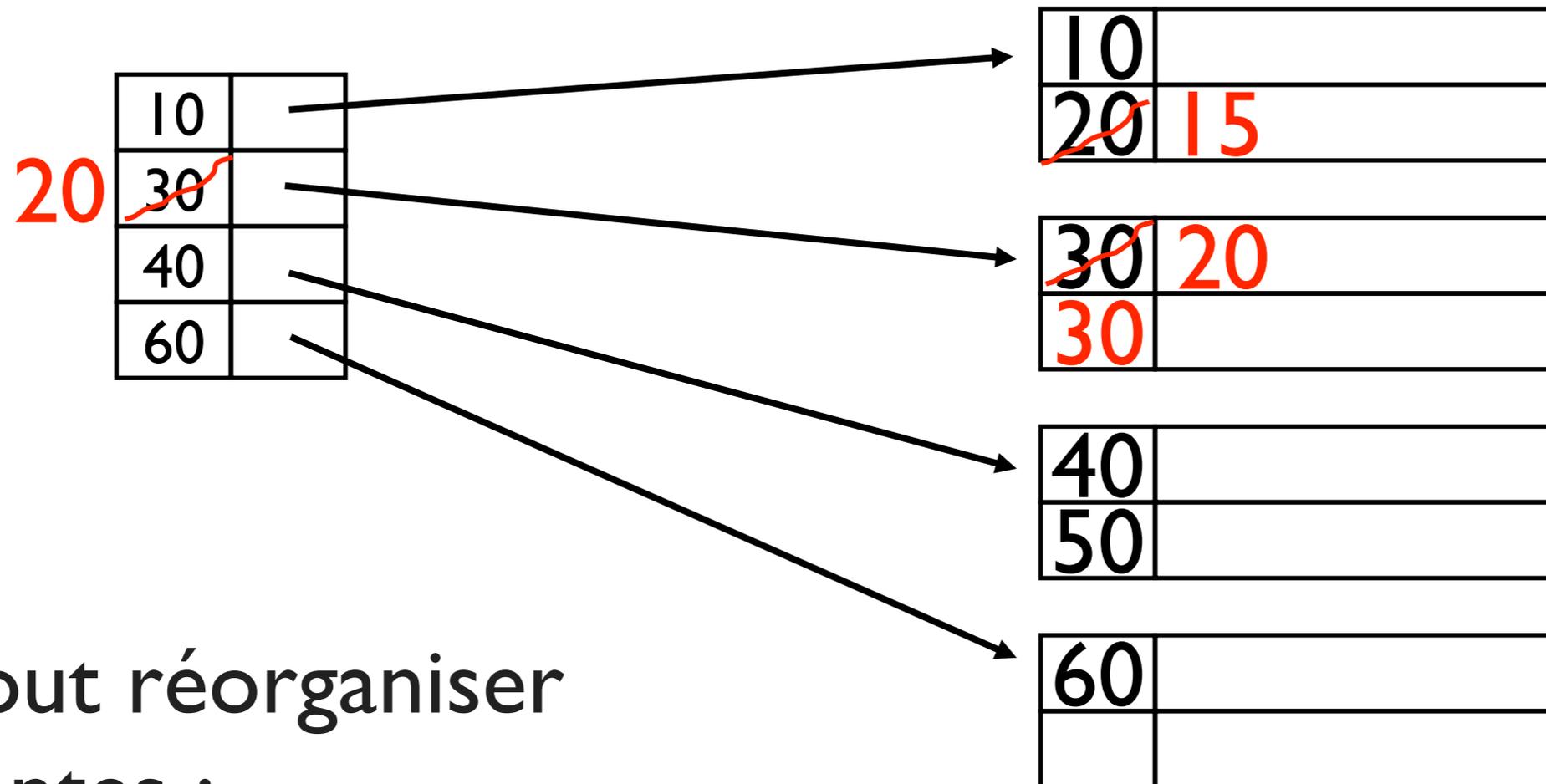
Insertion dans index creux

– insérer 15



Insertion dans index creux

– insérer 15



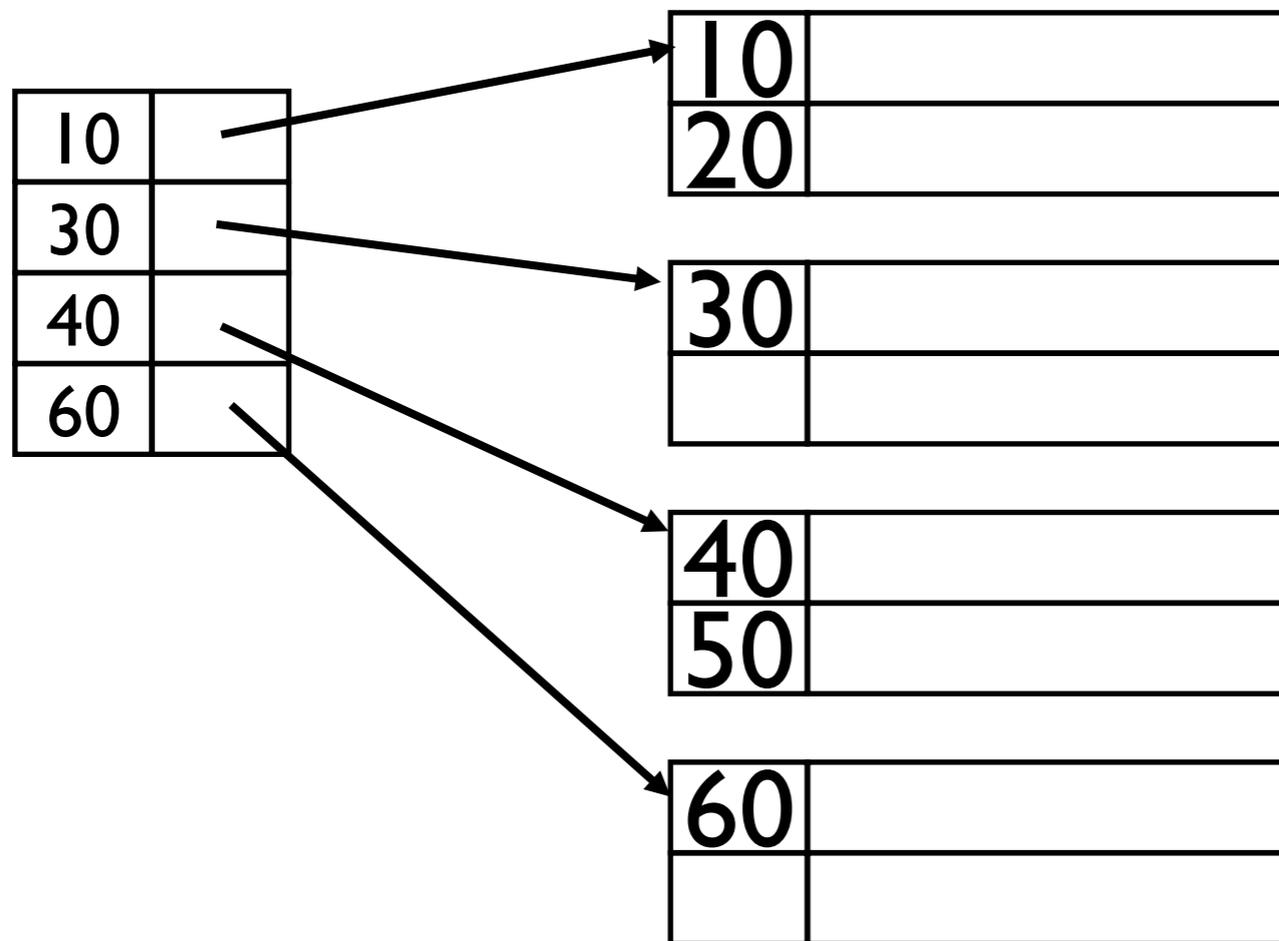
Il faut tout réorganiser

des variantes :

- insérer un nouveau bloc
- m.a.j index

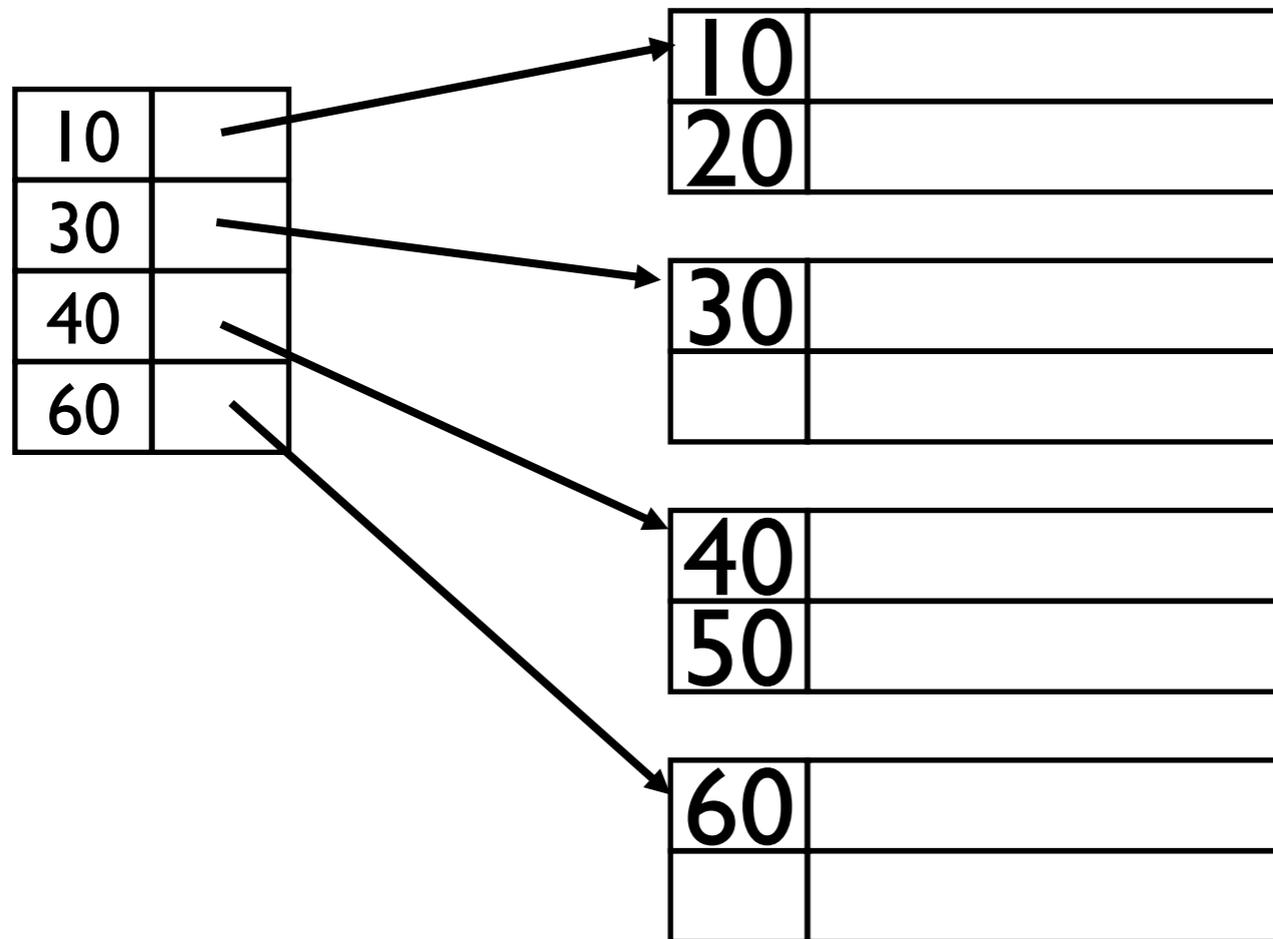
Insertion dans index creux

–insérer 25



Insertion dans index creux

–insérer 25

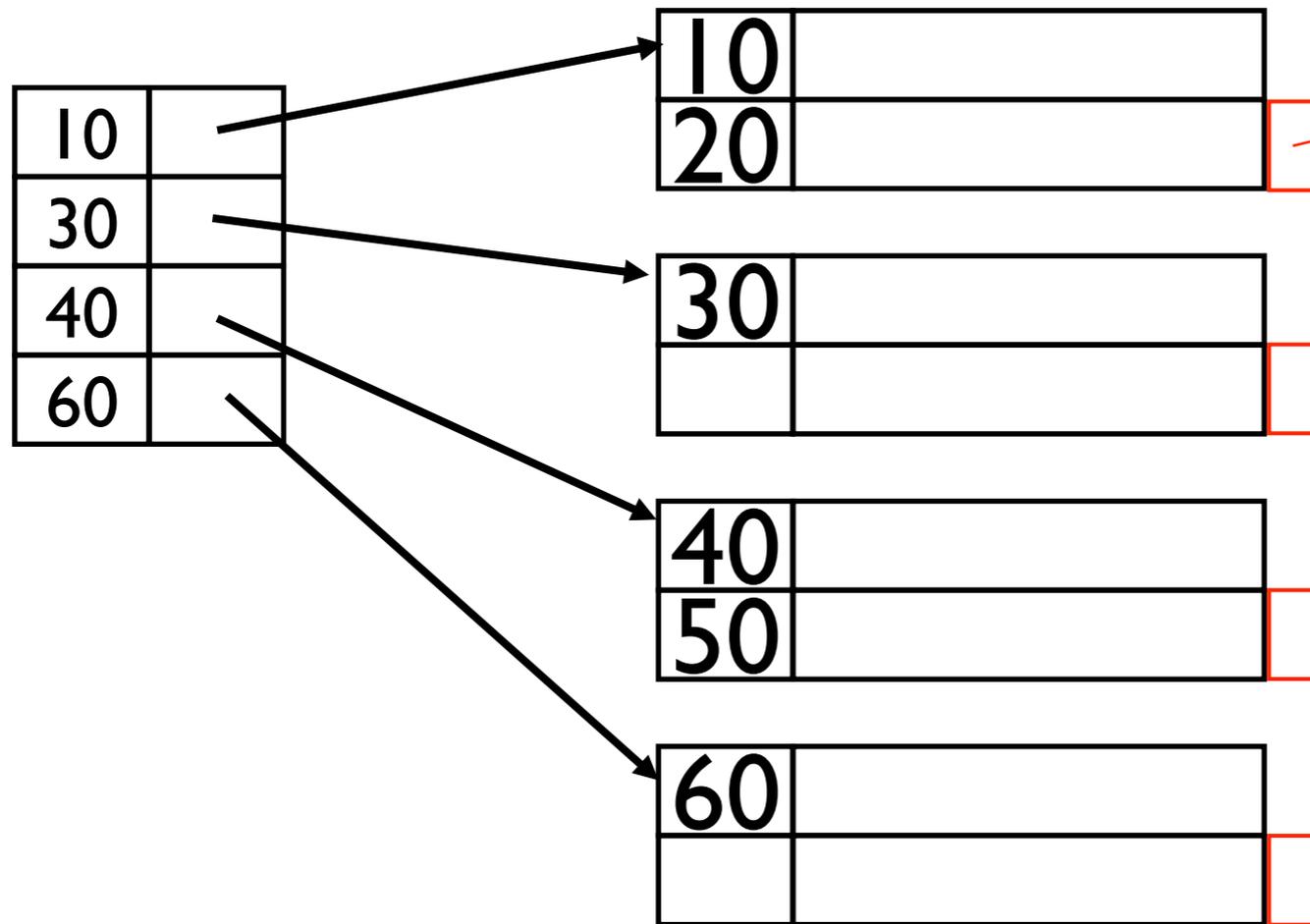


25	

bloc de dépassement
(réorganiser plus
tard)

Insertion dans index creux

–insérer 25

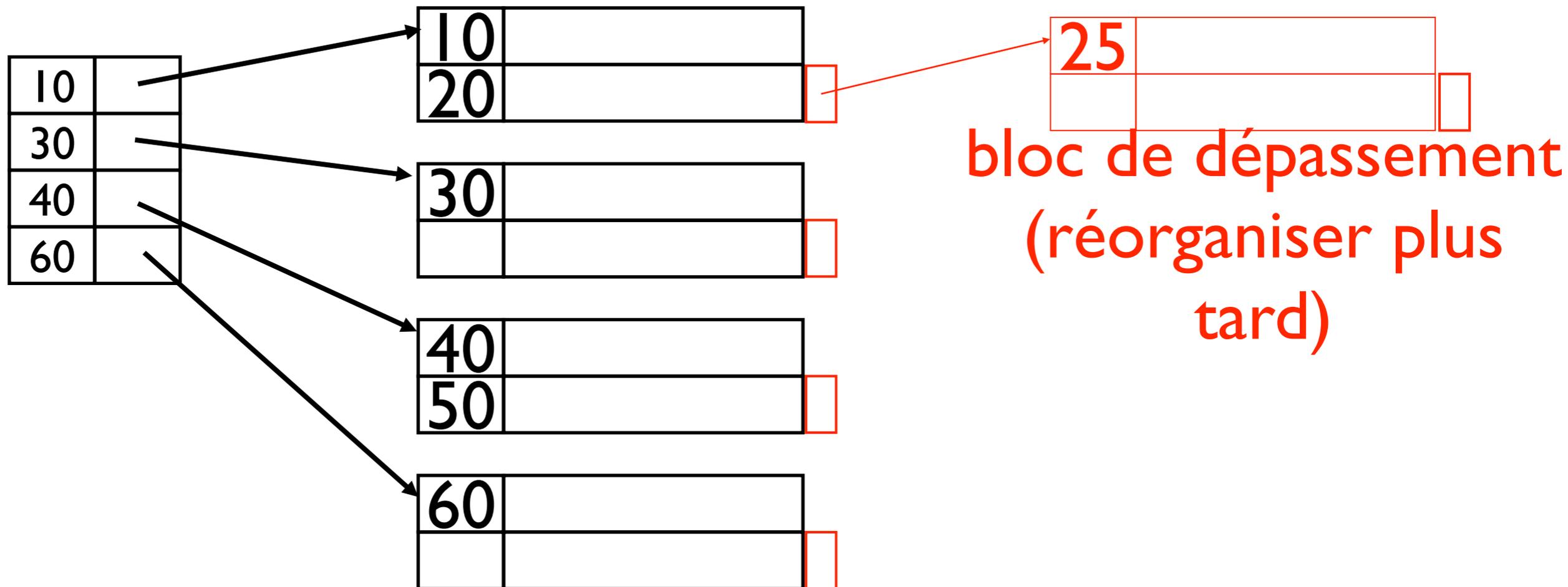


25

bloc de dépassement
(réorganiser plus
tard)

Insertion dans index creux

–insérer 25



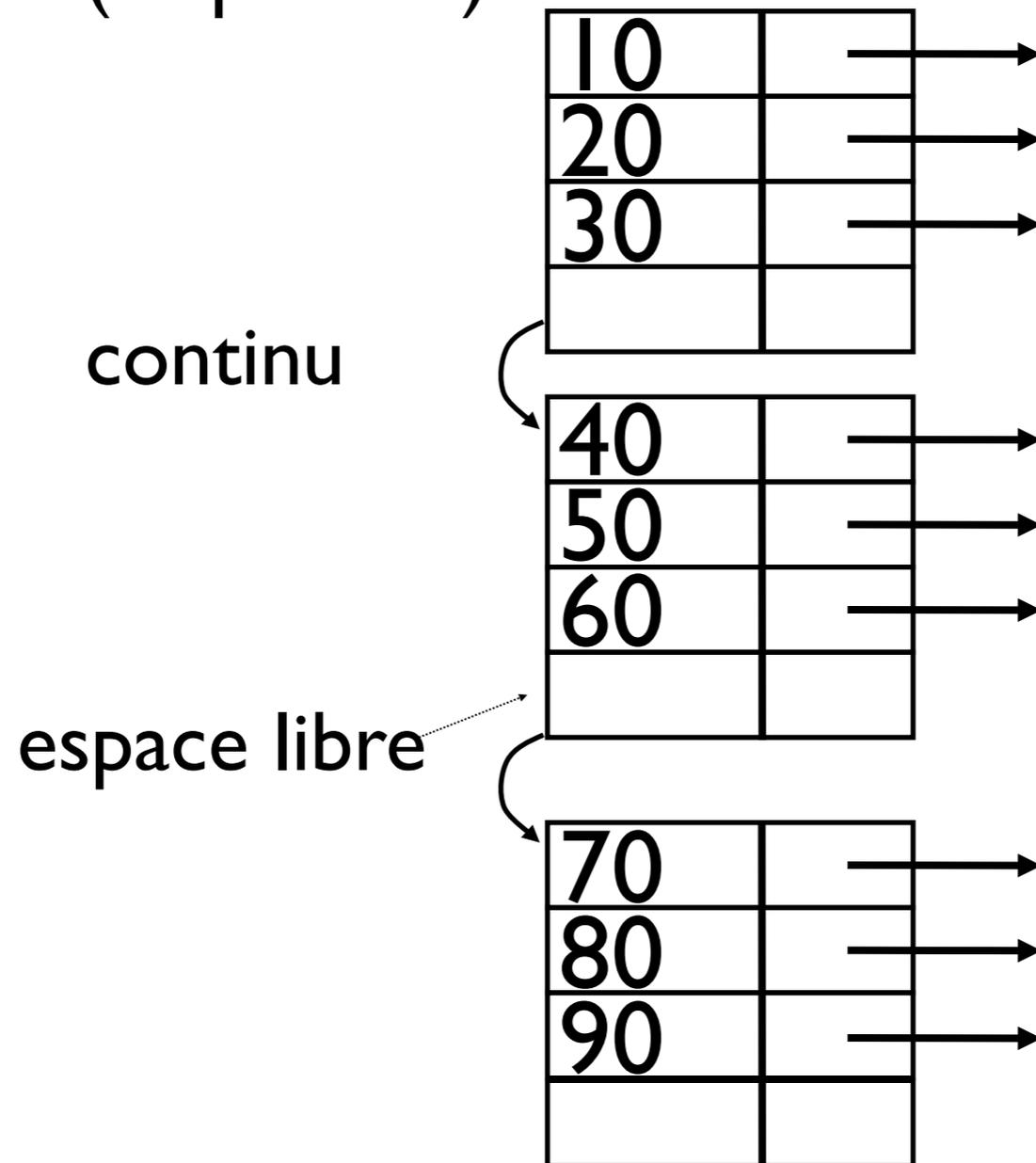
De nombreuses questions :

Quand réorganiser ? Quel coût ?

Les **B-arbres** offrent des réponses plus convaincantes

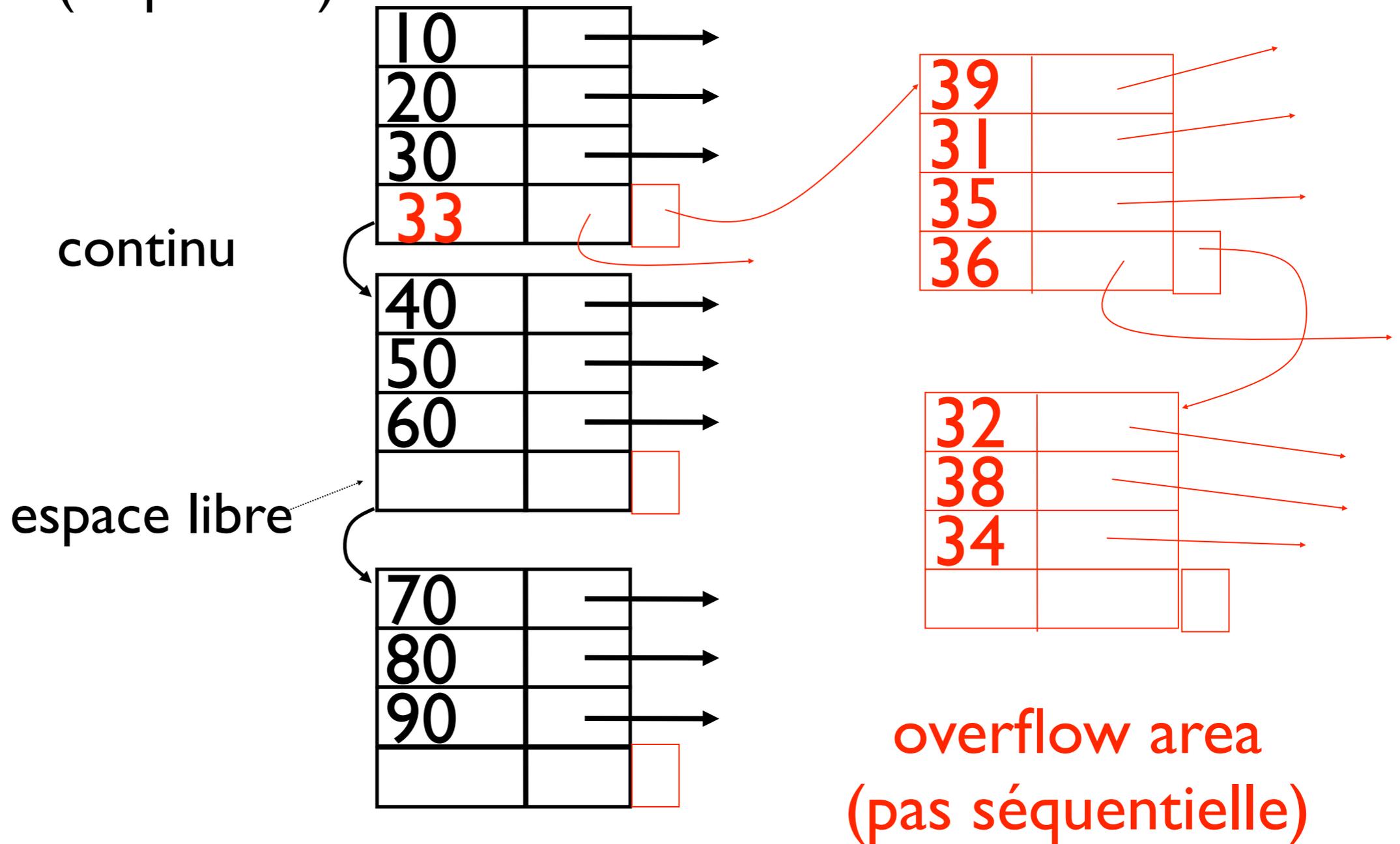
Insertion ++

Index (séquentiel)



Insertion ++

Index (séquentiel)



Index basiques

Avantages :

-  Algorithmes très simples

-  L'index est un fichier séquentiel

 -  facile pour effectuer des passes dessus

Inconvénients :

-  Insertions coûteuses, et/ou

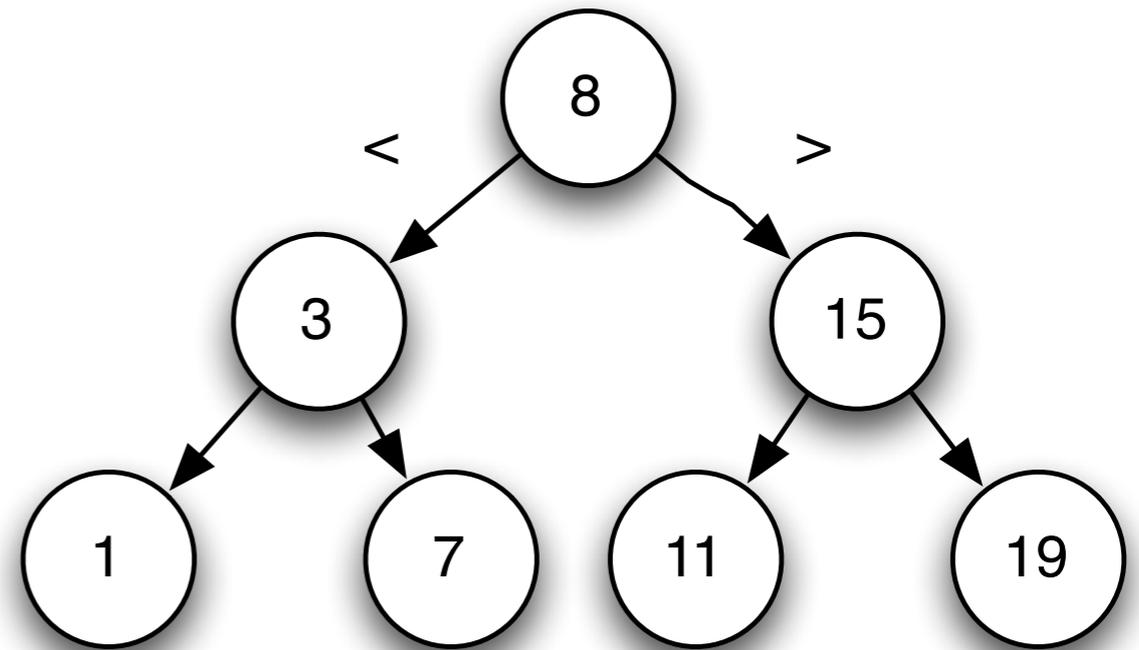
-  la notion de séquence est perdue à cause des overflows (blocs de dépassement)

-  des réorganisations sont nécessaires

Index basé sur les B(+)-Arbres

Rappel ABR :

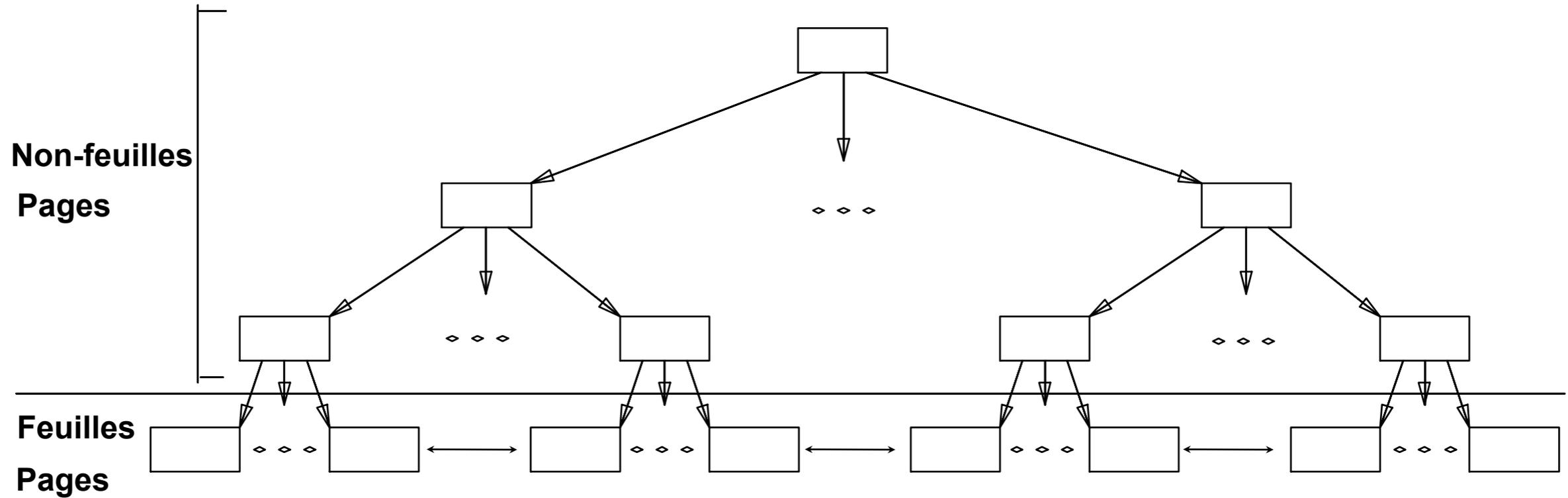
- Niveau recherche :
- Généralisation des arbres binaires de recherche.



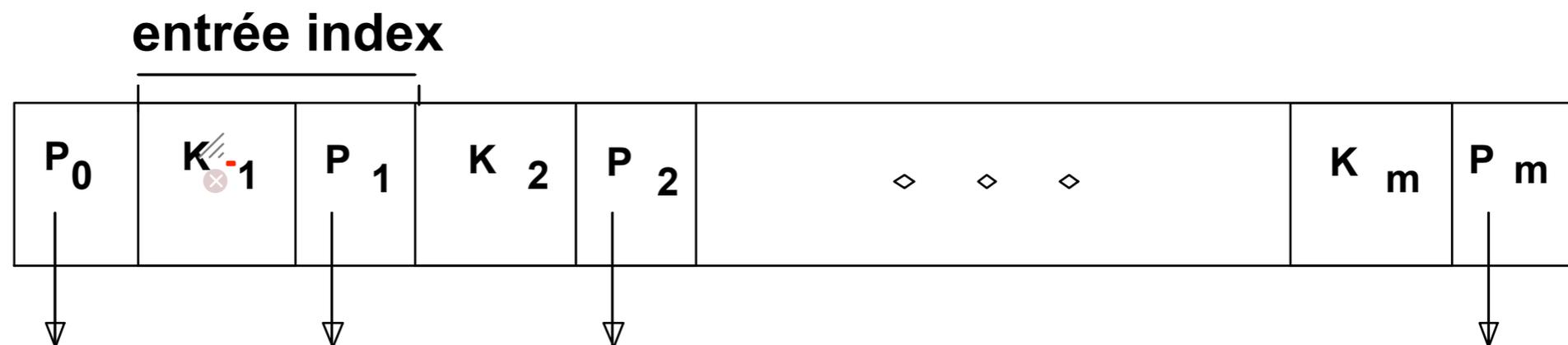
B-Arbres

- Chaque noeud correspond à un bloc
- Les B-arbres sont équilibrés (toutes les feuilles à la même profondeur).
 - Garantie d'accès efficaces
- B-arbres garantissent une occupation minimale
- n : nombre maximum de clés dans le noeud, le nombre minimum étant $n/2$.
- Exception : la racine peut contenir une unique clé
- $m+1$ pointeurs associés (m est le nombre de clés contenues)

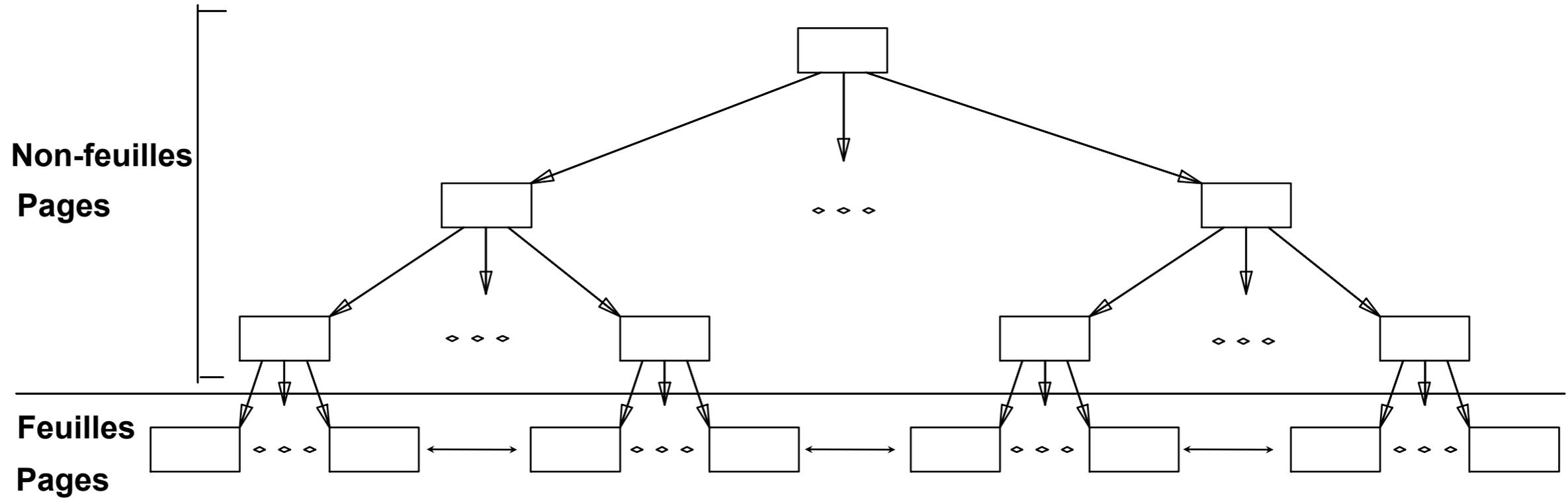
B-arbre +



- Les noeuds feuilles contiennent les **enregistrements** et sont **chainés**.
- Les noeuds non-feuilles contiennent les **entrées de l'index** et **dirigent** les recherches:

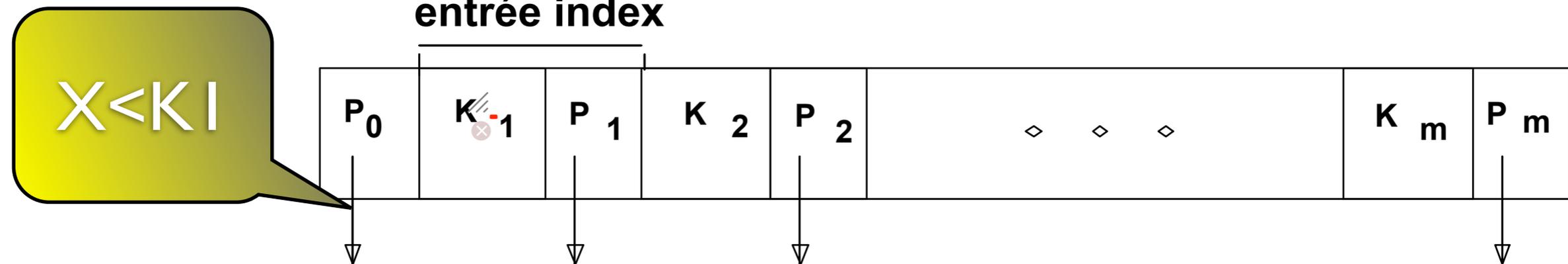


B-arbre +

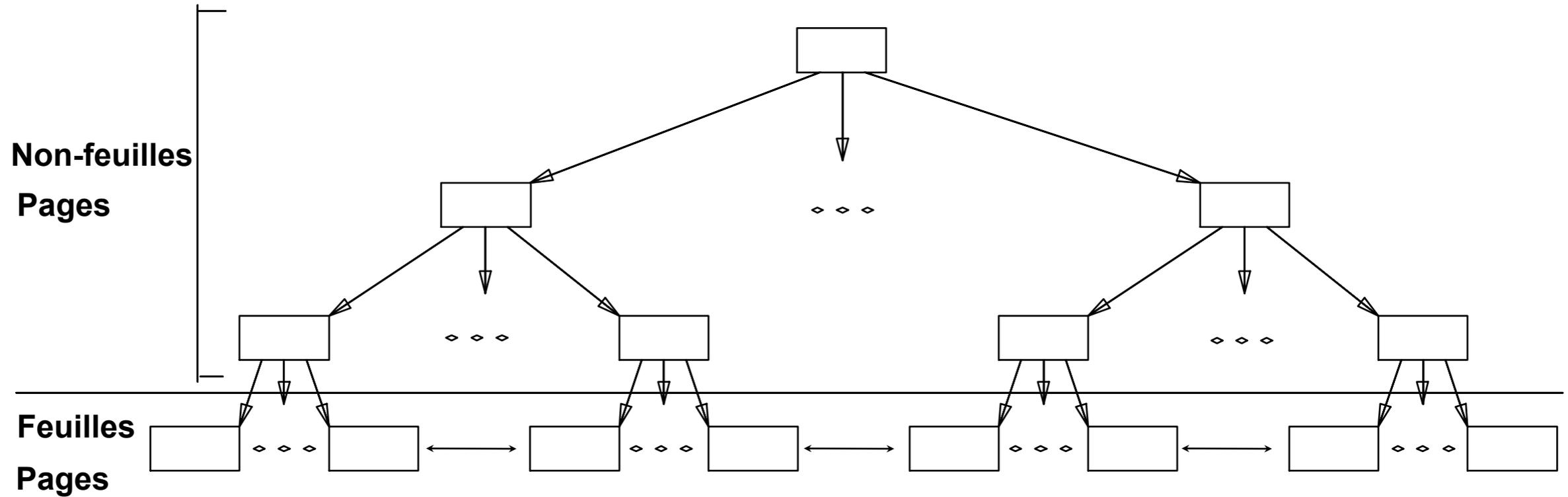


- Les noeuds feuilles contiennent les **enregistrements** et sont **chainés**.
- Les noeuds non-feuilles contiennent les **entrées de l'index** et **dirigent** les recherches:

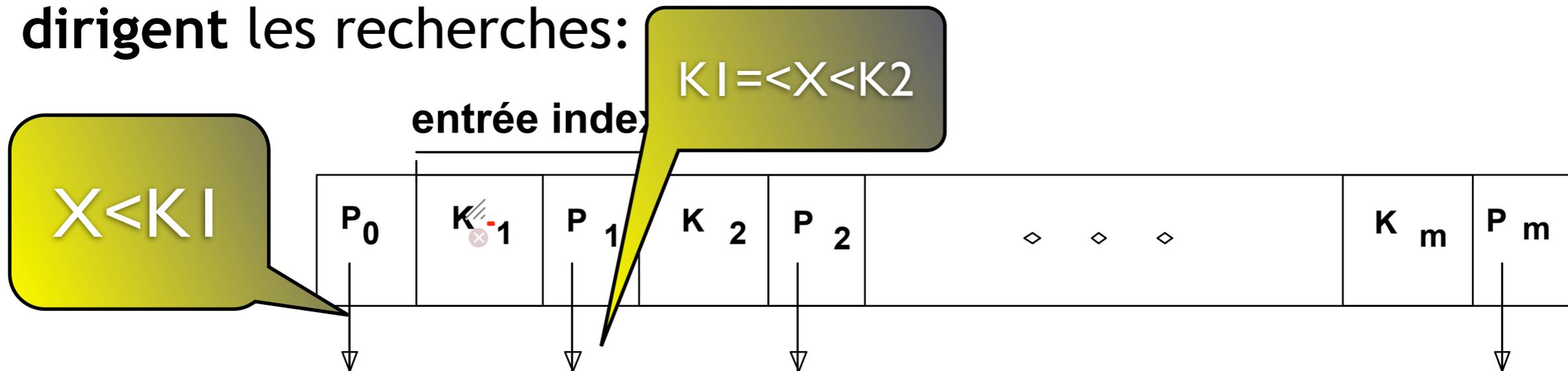
entrée index



B-arbre +



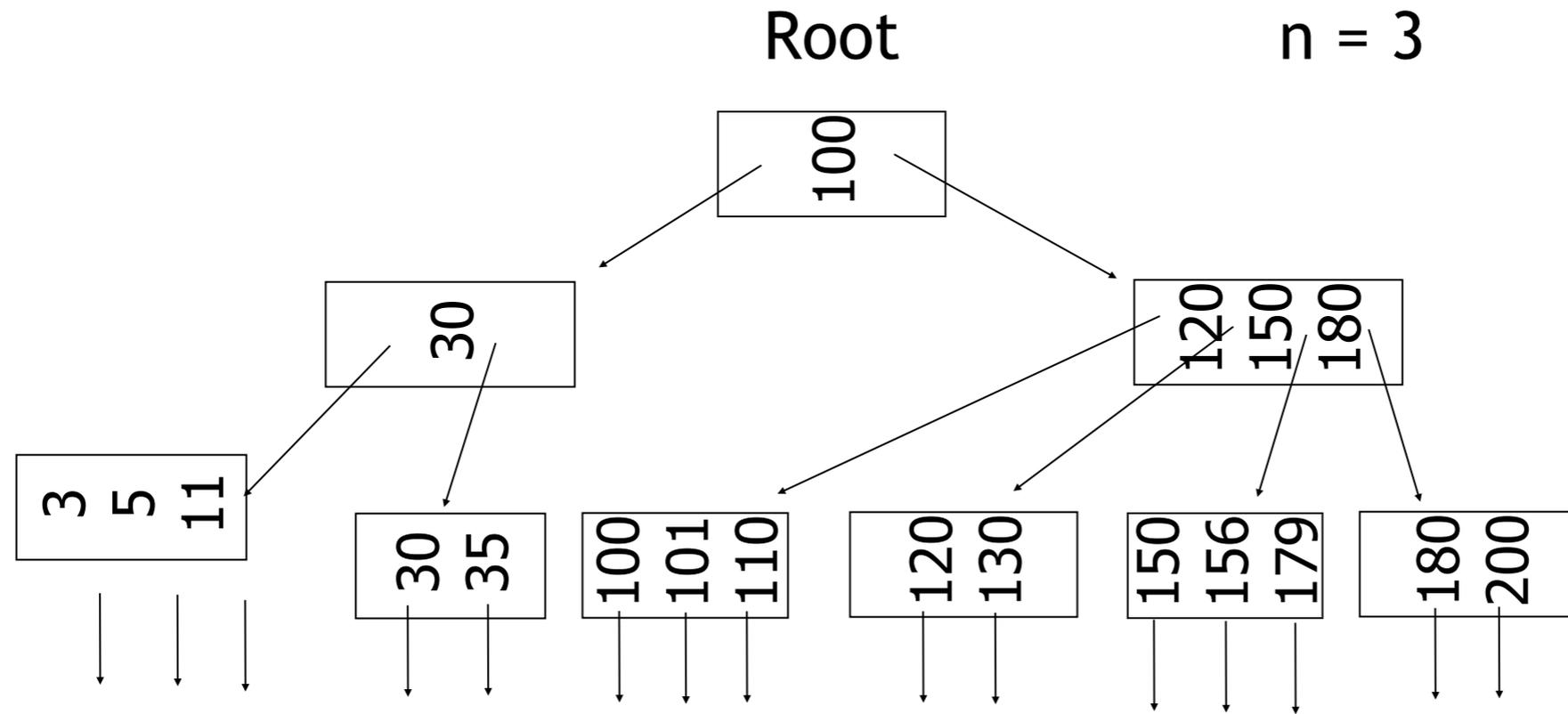
- Les noeuds feuilles contiennent les **enregistrements** et sont **chainés**.
- Les noeuds non-feuilles contiennent les **entrées de l'index** et **dirigent** les recherches:



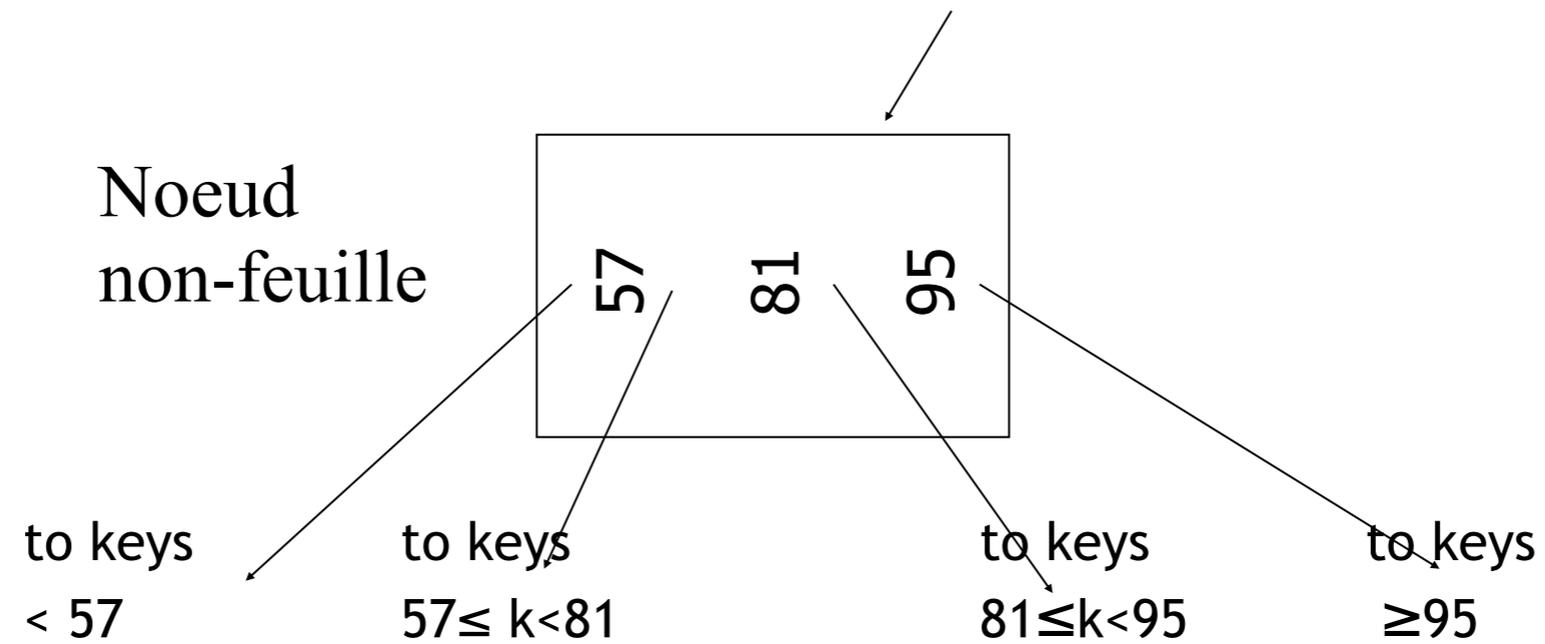
B-Arbres

- Format des noeuds : $(p_1, k_1, \dots, p_n, k_n, p_{n+1})$
 p_i : pointeur, k_i : clé de recherche
- Un noeud avec m pointeurs a m enfants sous arbres correspondants.
- $n+1$ ème entrée a seulement 1 pointeur. Au niveau des feuilles ces pointeurs identifient le noeud suivant (liste chaînée).
- **propriété** : i -ème sous-arbre contient des enregistrement avec une clé de recherche $k < k_i$, $i+1$ -ème sous-arbre contient des entrées avec une clé $k \geq k_i$.

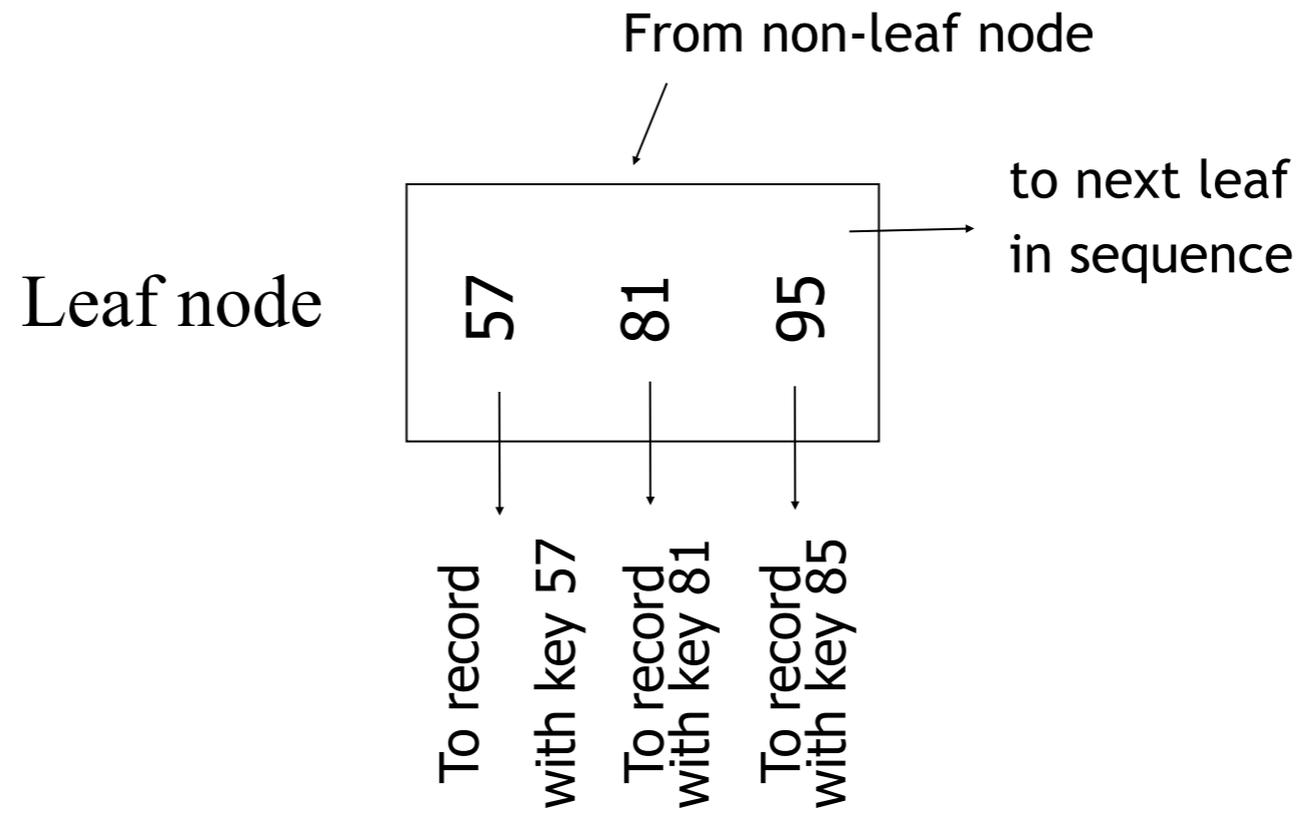
Exemple (I)



Exemple (2)



Example(3)



B-Arbre : espace mémoire

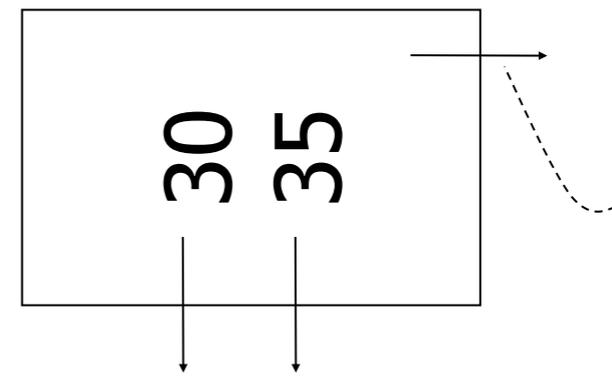
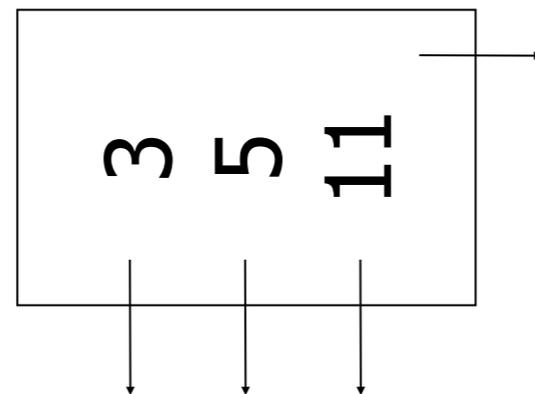
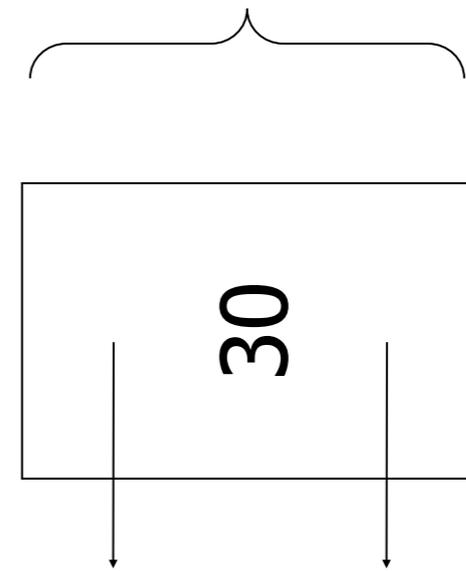
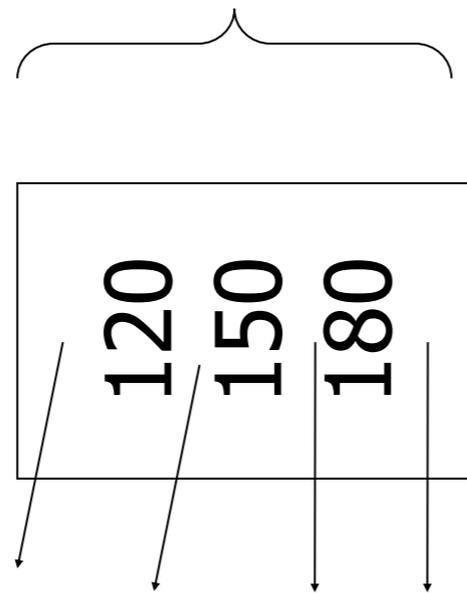
$n = 3$

Noeud saturé

Noeud min.

Non-
feuilles

Feuilles



compte même si vide

Utilisation mémoire

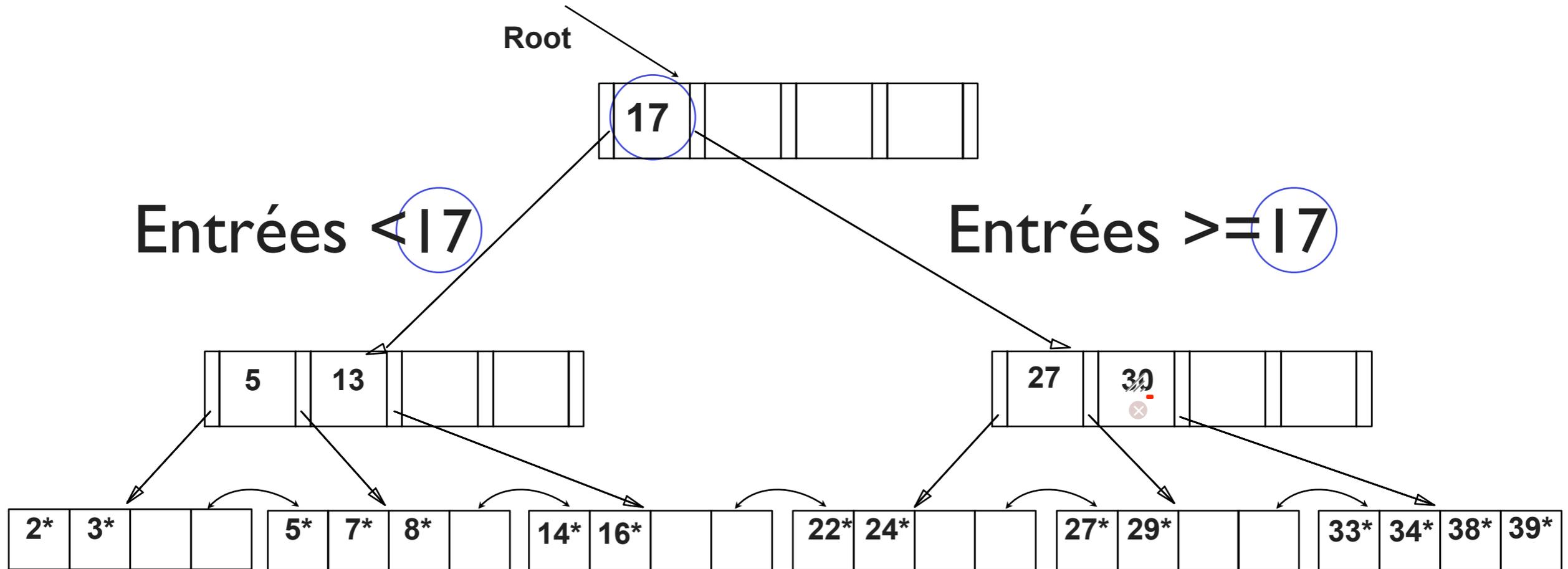
Nombre de pointeurs/clés pour un B-arbre

	Max ptrs	Max clés	Min ptrs→data	Min clés
Non-feuilles (non-racine)	$n+1$	n	$\lceil (n+1)/2 \rceil$	$\lceil (n+1)/2 \rceil - 1$
feuilles (non-racine)	$n+1$	n	$\lfloor (n+1)/2 \rfloor$	$\lfloor (n+1)/2 \rfloor$
Racine	$n+1$	n	1	1

Requêtes

- Recherche avec la clé k ; On commence par la racine
- A un noeud donné, trouver la “plus proche clé” k_i et suivre à gauche (p_i) ou droite (p_{i+1}) le pointeur en fonction de la comparaison entre k et k_i .
- Continuer jusqu’à atteindre une feuille.
- Exploration d’un seul chemin de la racine vers la feuille.
- La hauteur du B-arbre est $O(\log_{n/2} N)$
où N est le nombre d’enregistrements indexés.
- → complexité de la recherche $O(\log N)$

Exemple (4) : recherche



- Trouver 28*? 29*? All $> 15^*$ and $< 30^*$
- Insertion / suppression : Trouver l'entrée dans une feuille, puis la changer. Besoin d'ajuster les parents dans certains cas.
- Et répercussion dans les noeuds supérieurs de l'arbre

Insertion

- Toujours insérer dans la feuille adéquate
- Arbre grandit de bas en haut
- Plusieurs cas possibles :
 - Espace libre dans la feuille : facile
 - plus de place dans la feuille : plus dur
 - répercution sur les ancêtres
 - cas extrême : jusqu'à la création d'une nouvelle racine

Insertion d'un enregistrement

- Si le B-arbre est vide :
 - Créer une racine de type feuille;
 - y insérer l'enregistrement;
- Sinon rechercher la feuille L où insérer l'enregistrement :
 - Si L n'est pas pleine
 - insérer l'enregistrement en préservant l'ordre

- Si L est pleine :
 - Créer une nouvelle feuille L' ;
 - Répartir les enregistrements entre L et L' ;
 - M.à.j le B-arbre en remontant dans celui-ci;

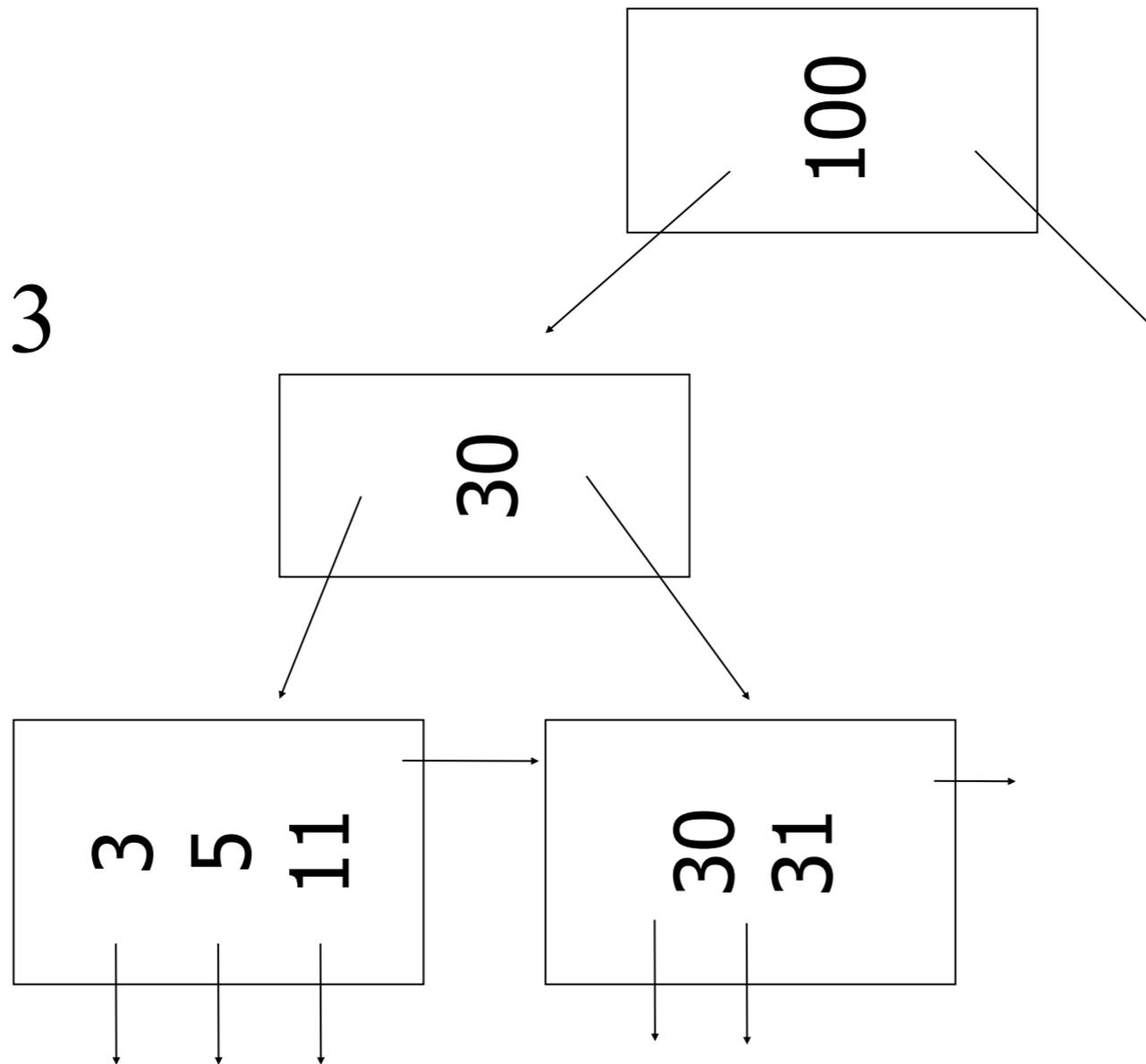
La division peut se propager tant que les ancêtres de L sont pleins.

Si on remonte jusqu'à la racine, on la divise en deux et on crée une nouvelle racine;

Insertion (espace libre)

Insérer enr. 32

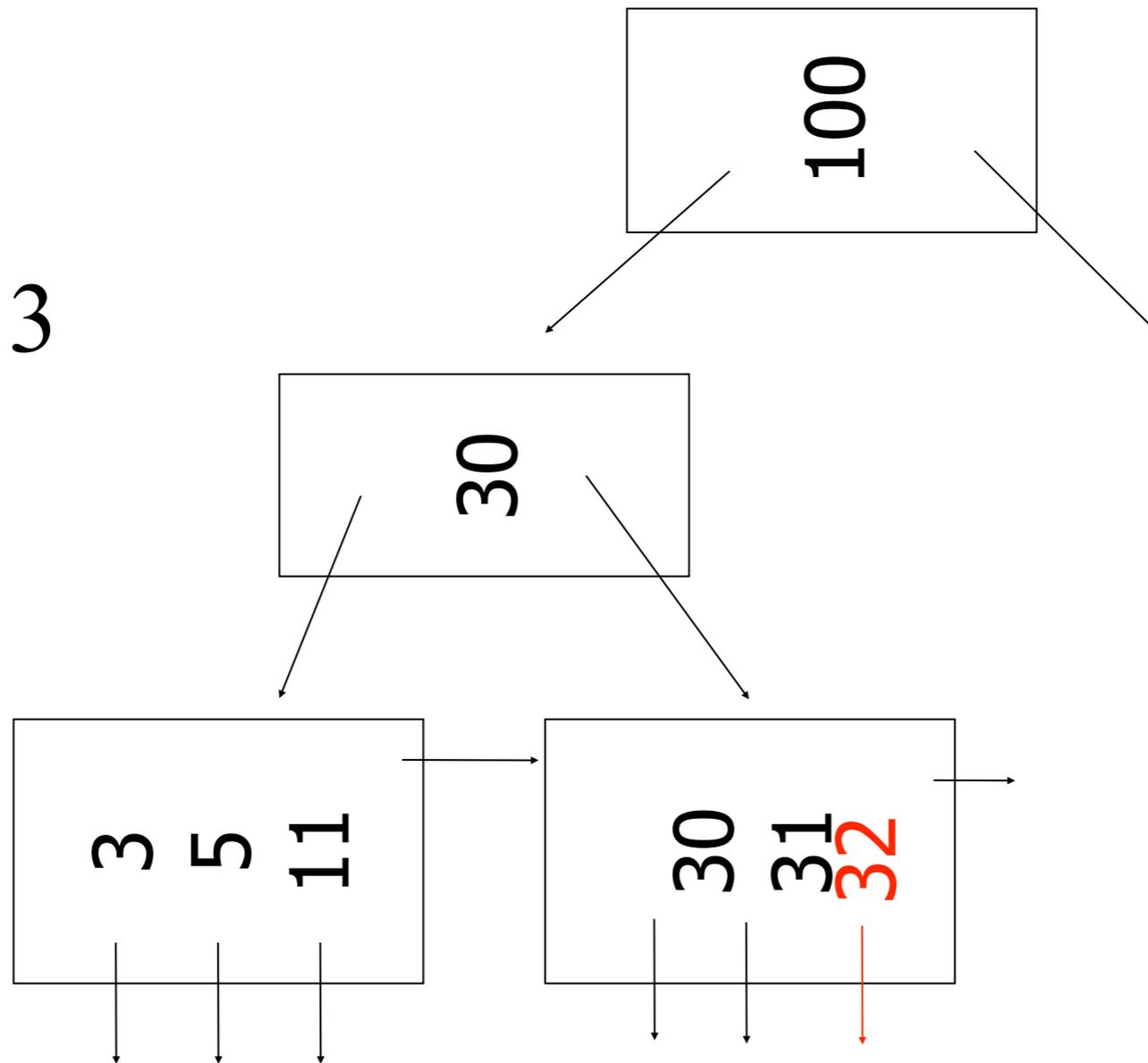
$n = 3$



Insertion (espace libre)

Insérer enr. 32

$n = 3$

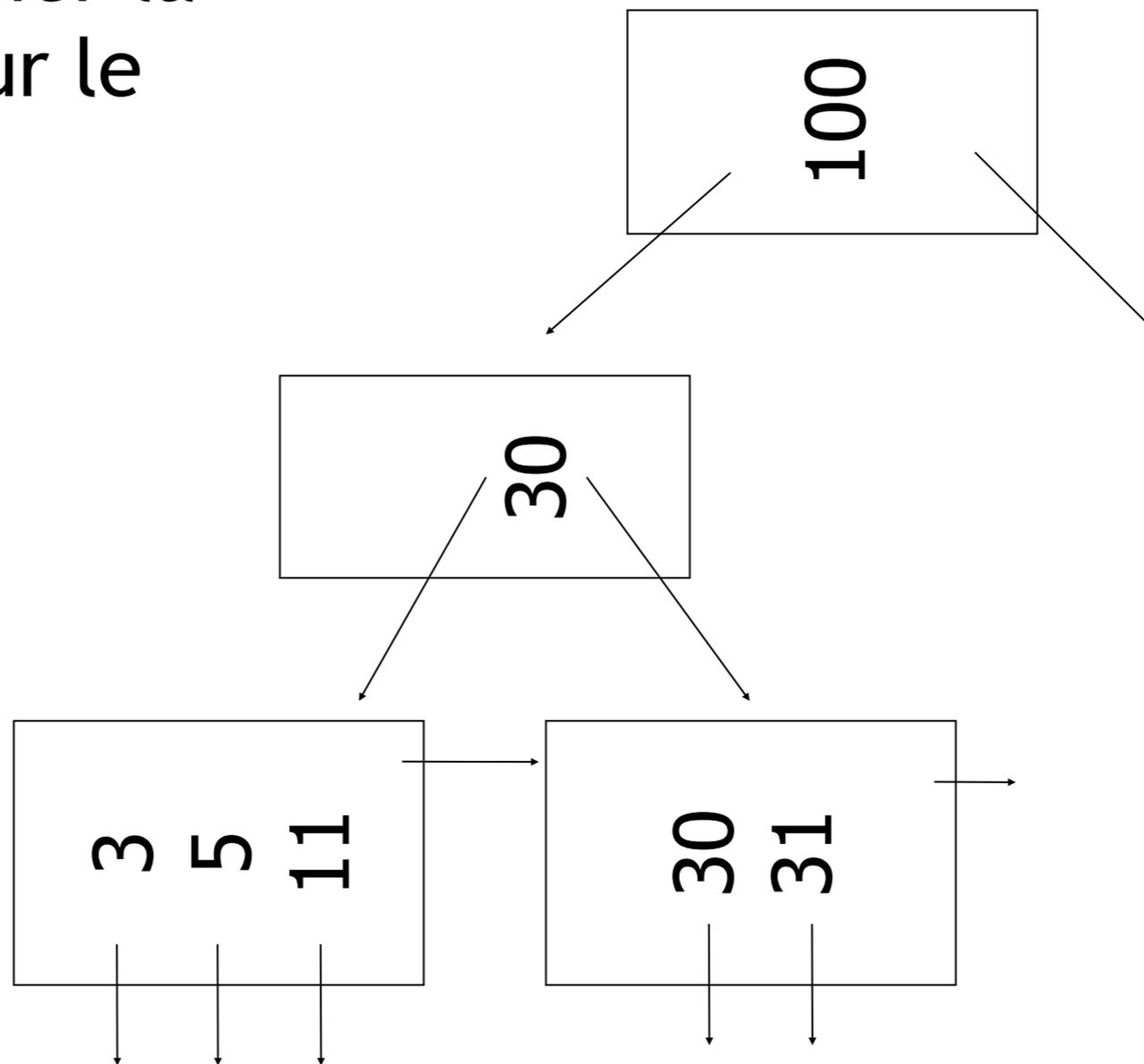


Plus de place (I)

Séparer la feuille cible en deux noeud de (presque) même taille et copier la clé (séparatrice) sur le noeud père

Insérer enr. 7

$n = 3$

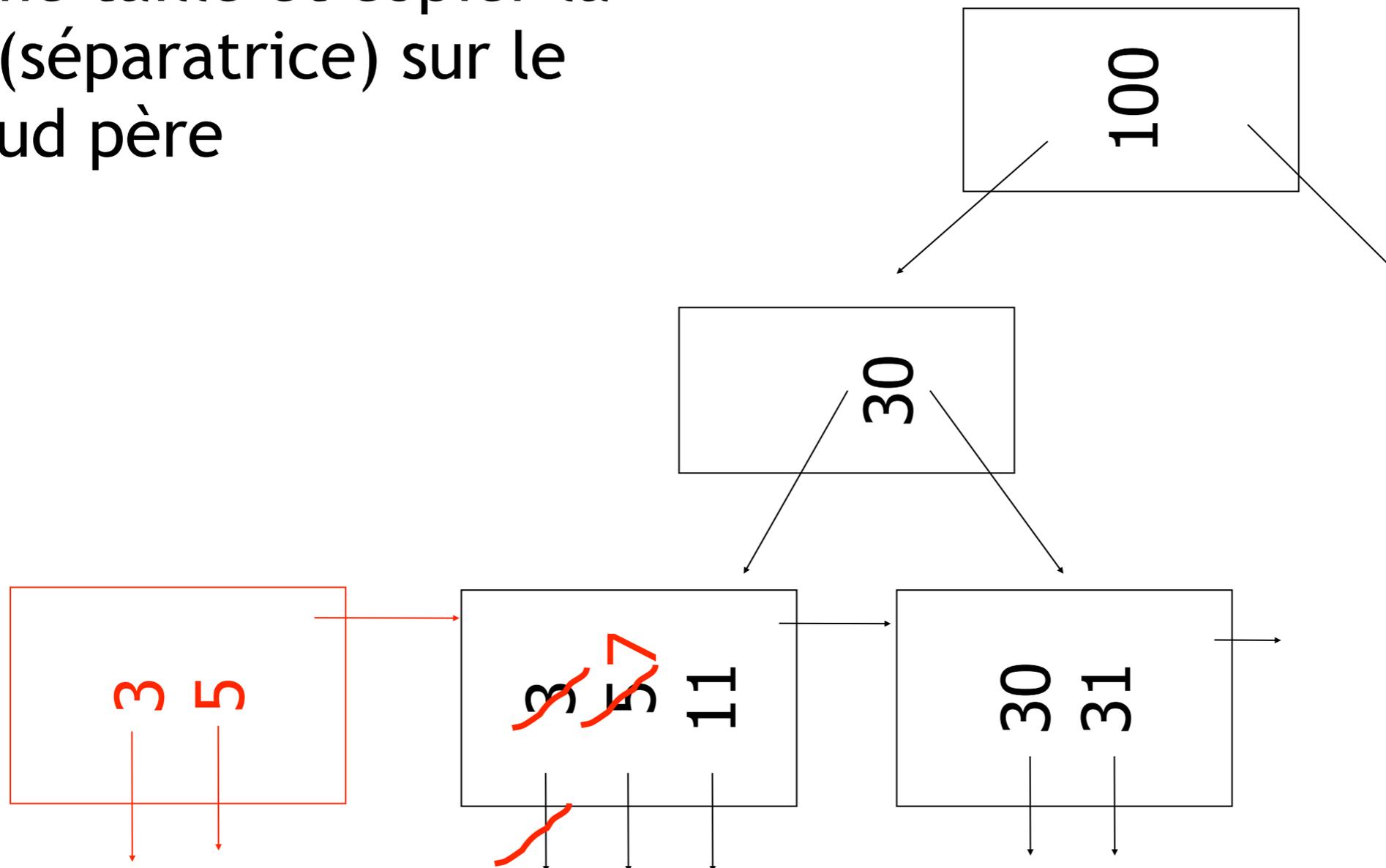


Plus de place (I)

Séparer la feuille cible en deux noeud de (presque) même taille et copier la clé (séparatrice) sur le noeud père

Insérer enr. 7

$n = 3$

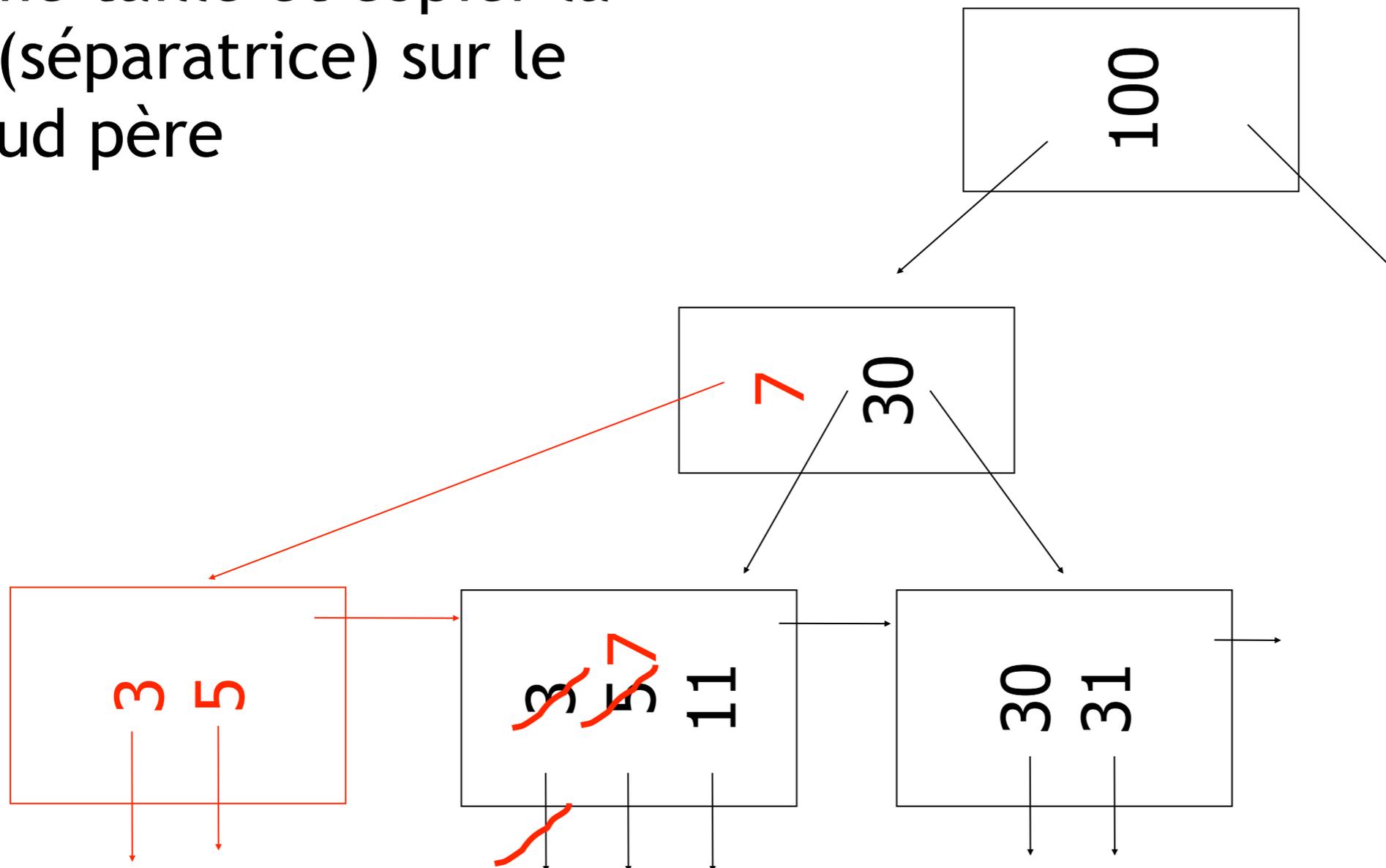


Plus de place (I)

Séparer la feuille cible en deux noeud de (presque) même taille et copier la clé (séparatrice) sur le noeud père

Insérer enr. 7

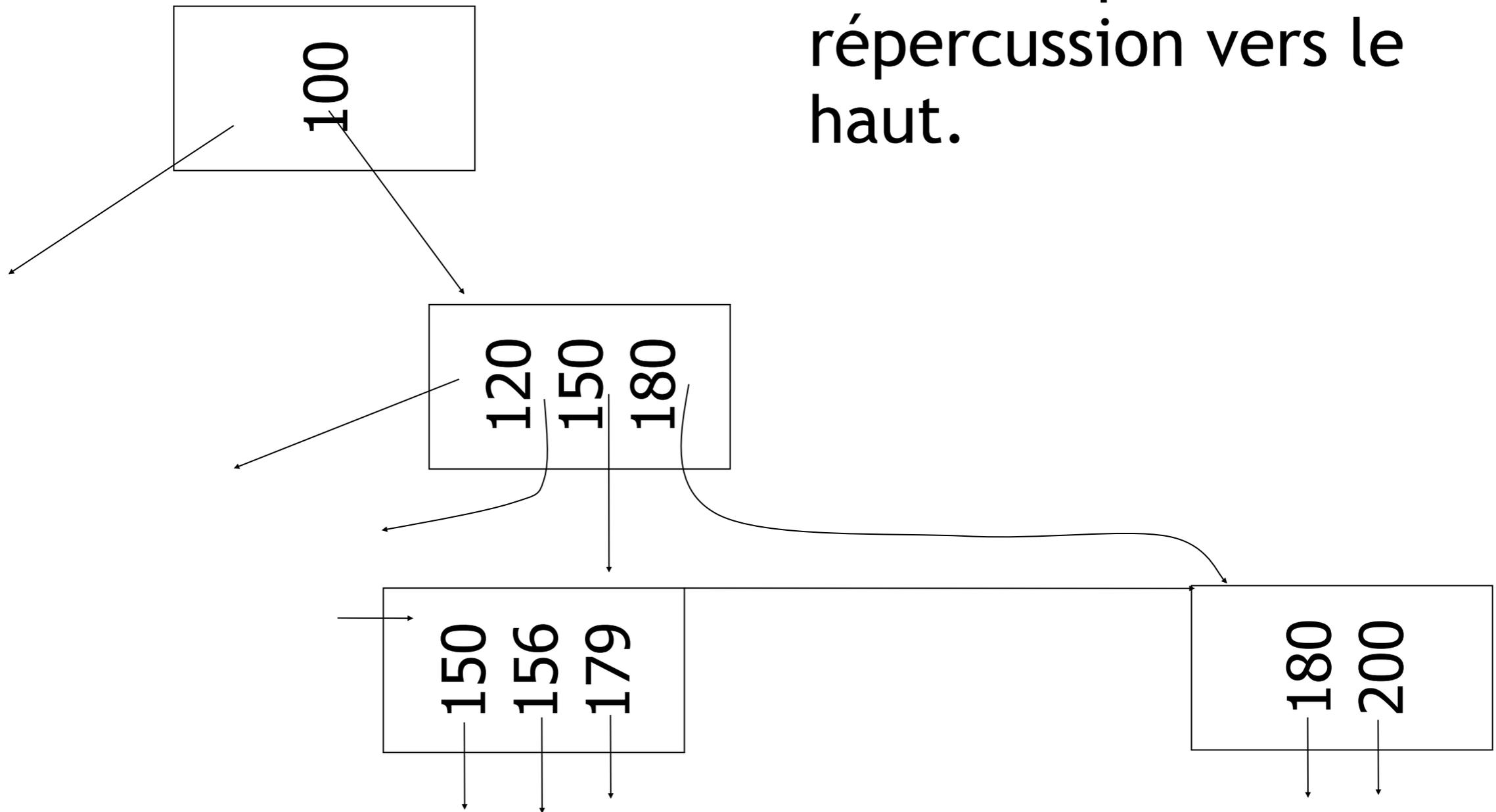
$n = 3$



Plus de place (II)

Insérer enr. **160**

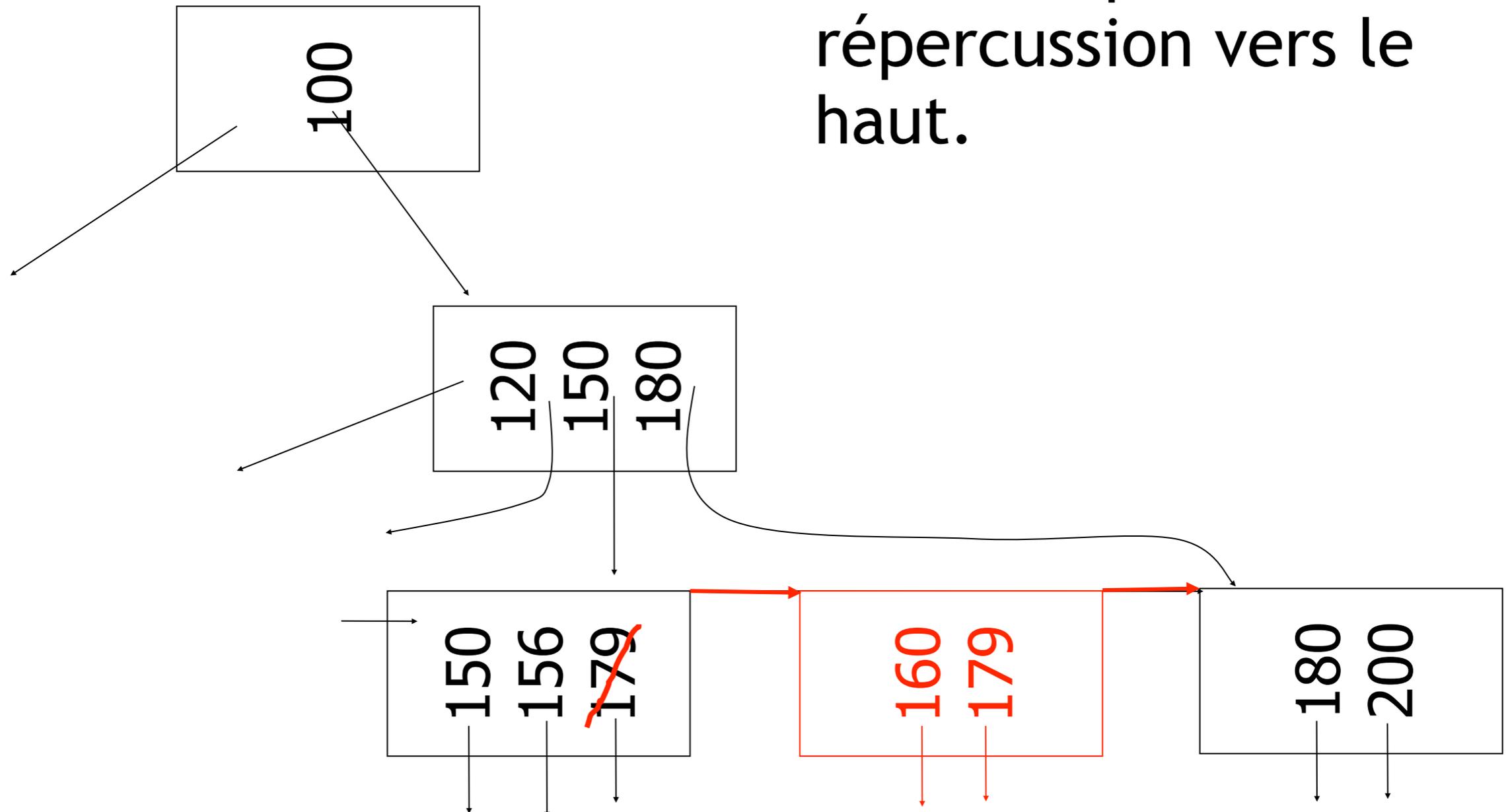
Séparation en deux de la feuille pleine et répercussion vers le haut.



Plus de place (II)

Insérer enr. **160**

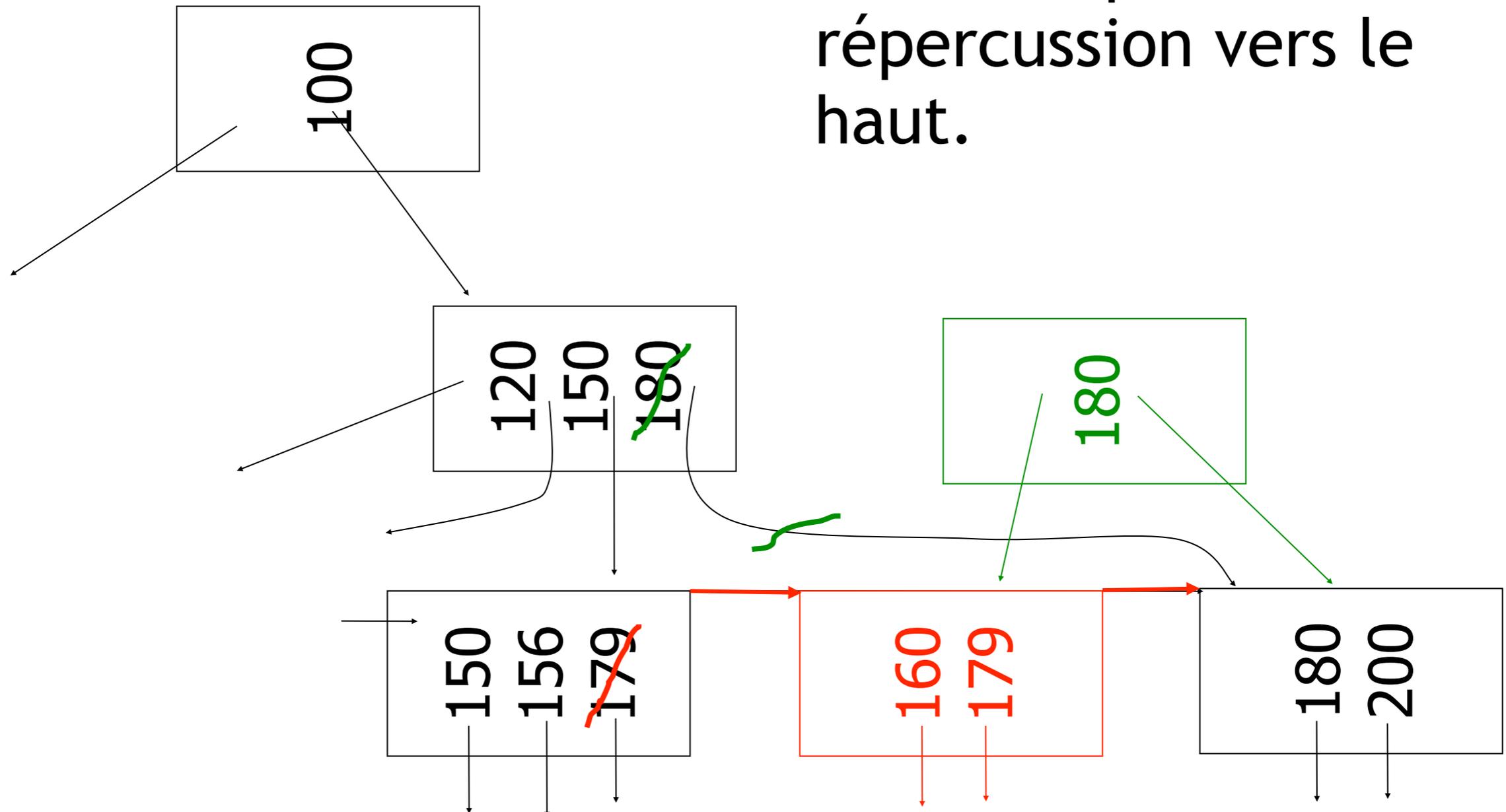
Séparation en deux de la feuille pleine et répercussion vers le haut.



Plus de place (II)

Insérer enr. **160**

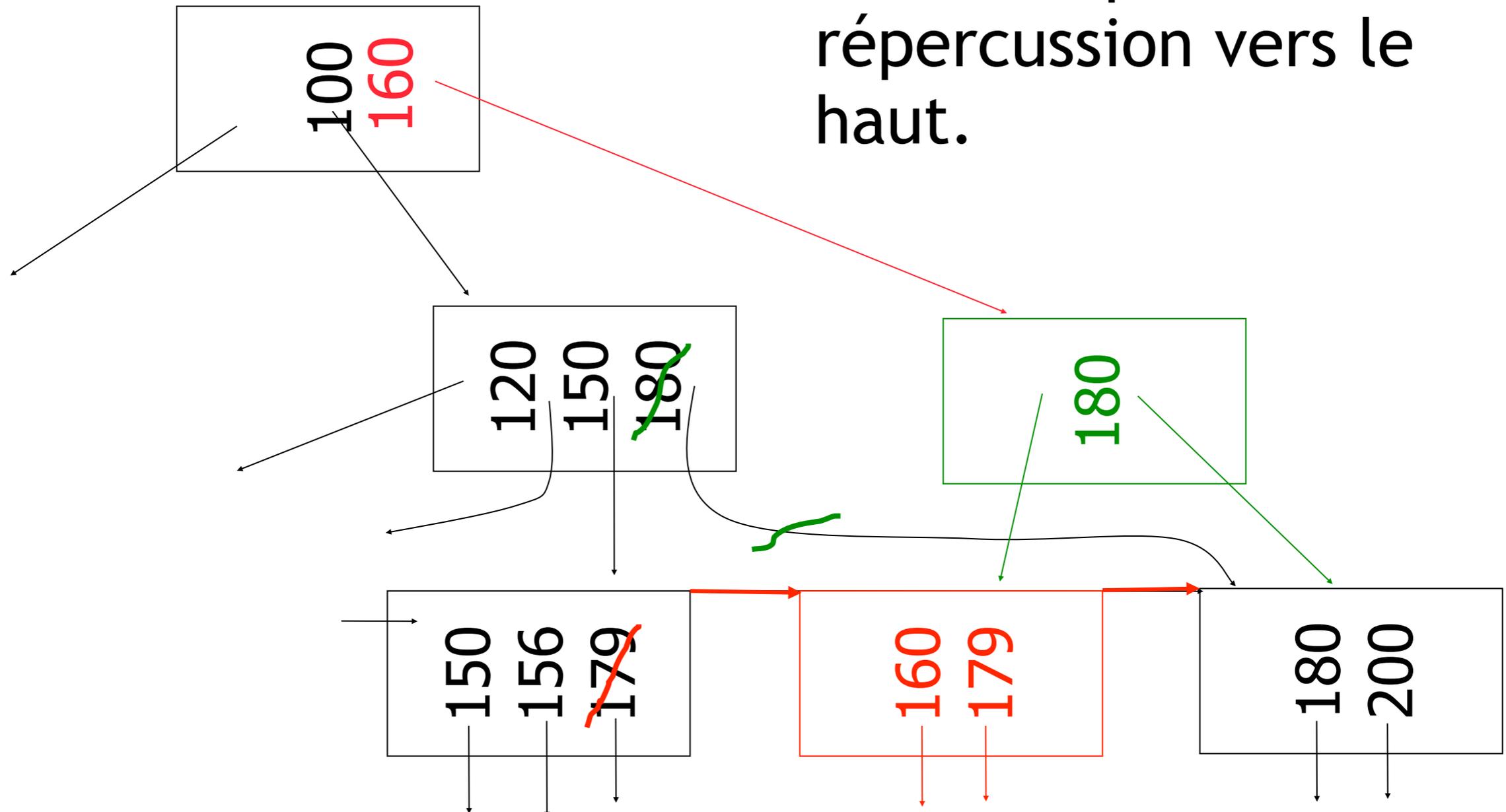
Séparation en deux de la feuille pleine et répercussion vers le haut.



Plus de place (II)

Insérer enr. 160

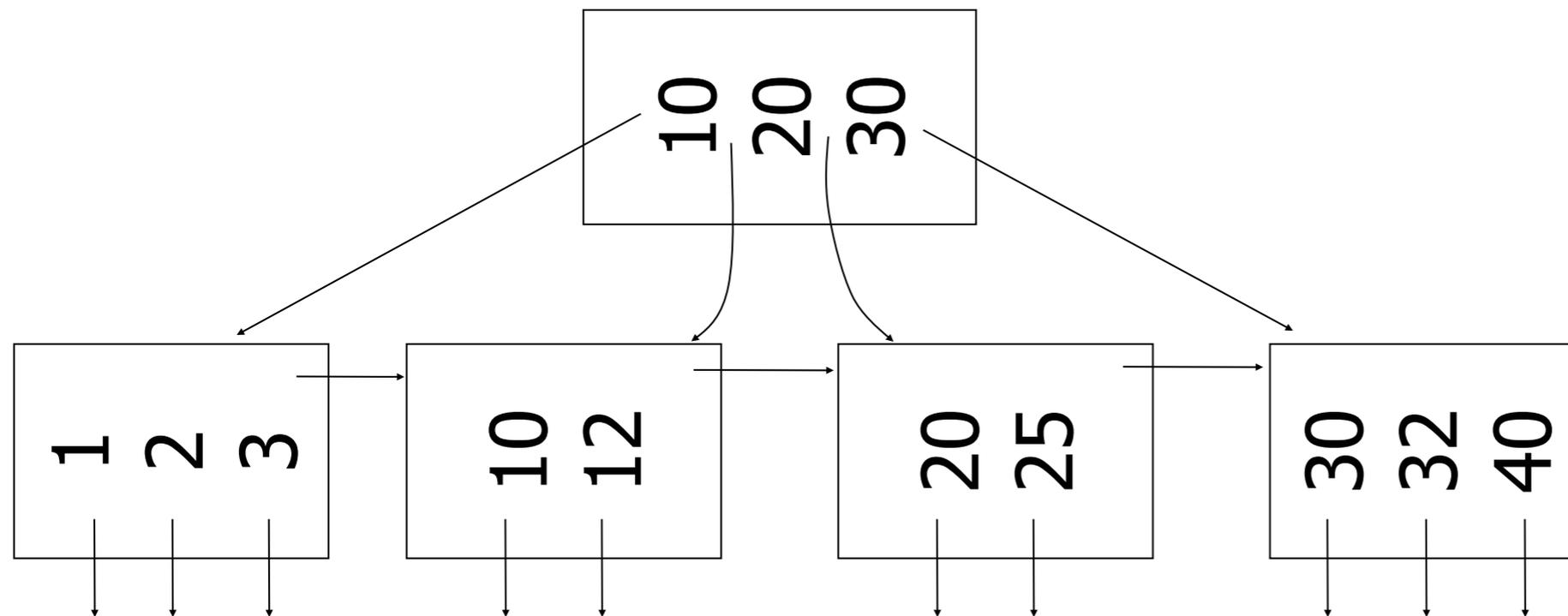
Séparation en deux de la feuille pleine et répercussion vers le haut.



Plus de place (III) : nulle racine

Insérer enr. 45

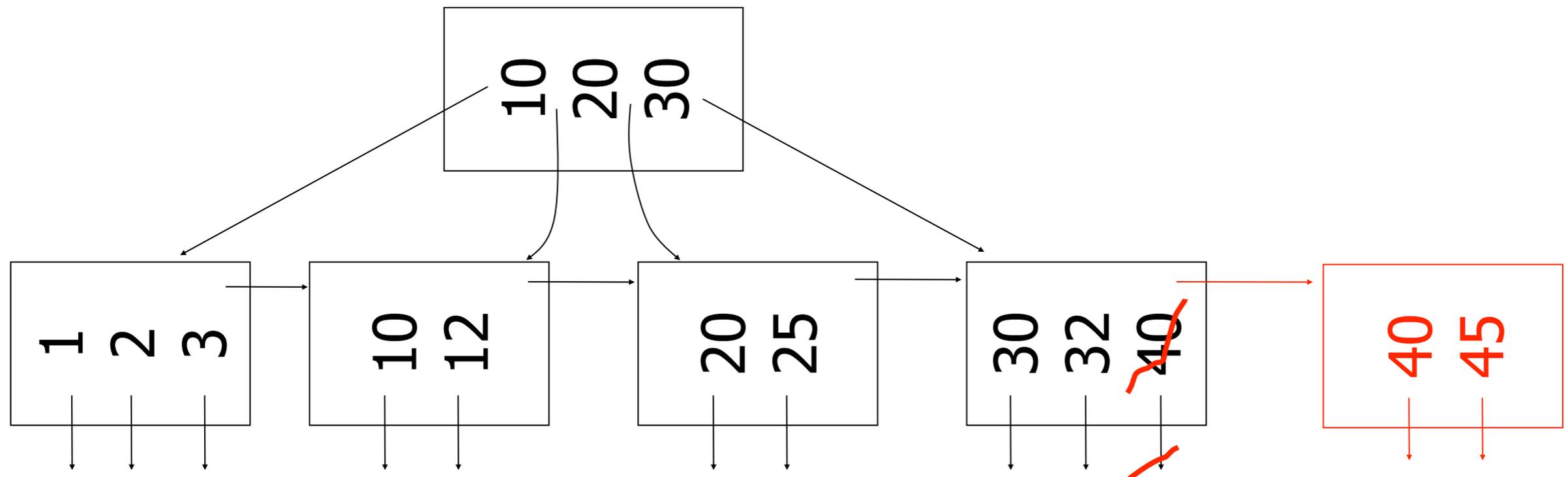
La création d'une nulle feuille se répercute jusqu'à la création d'une nulle racine.



Plus de place (III) : nulle racine

Insérer enr. 45

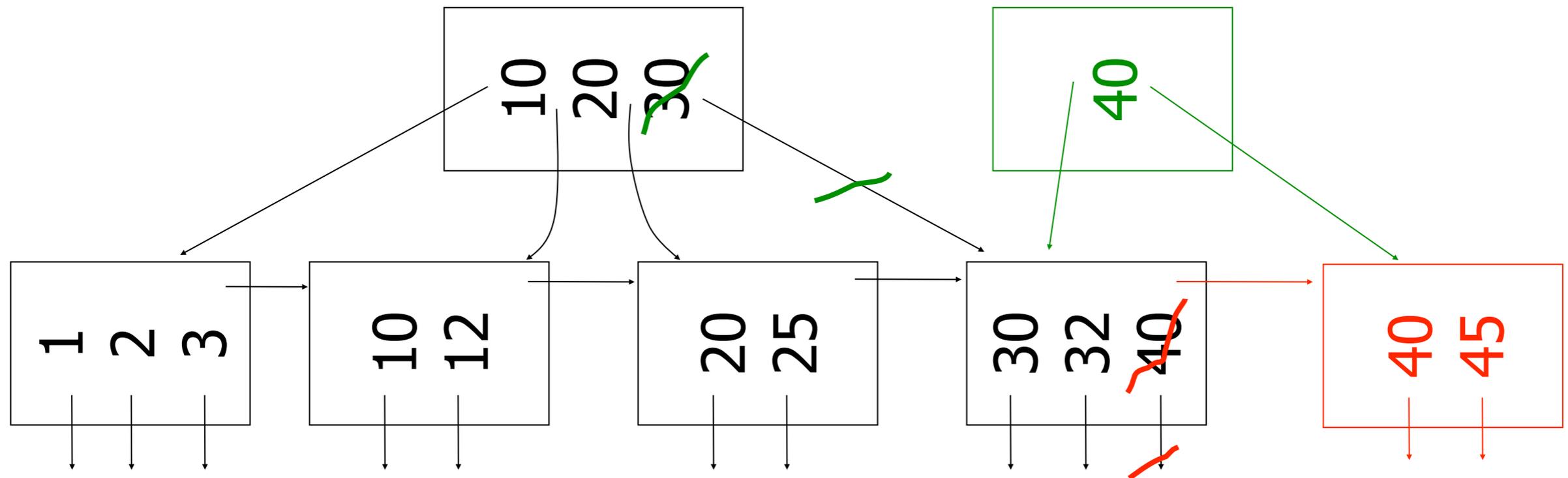
La création d'une nulle feuille se répercute jusqu'à la création d'une nulle racine.



Plus de place (III) : nulle racine

Insérer enr. 45

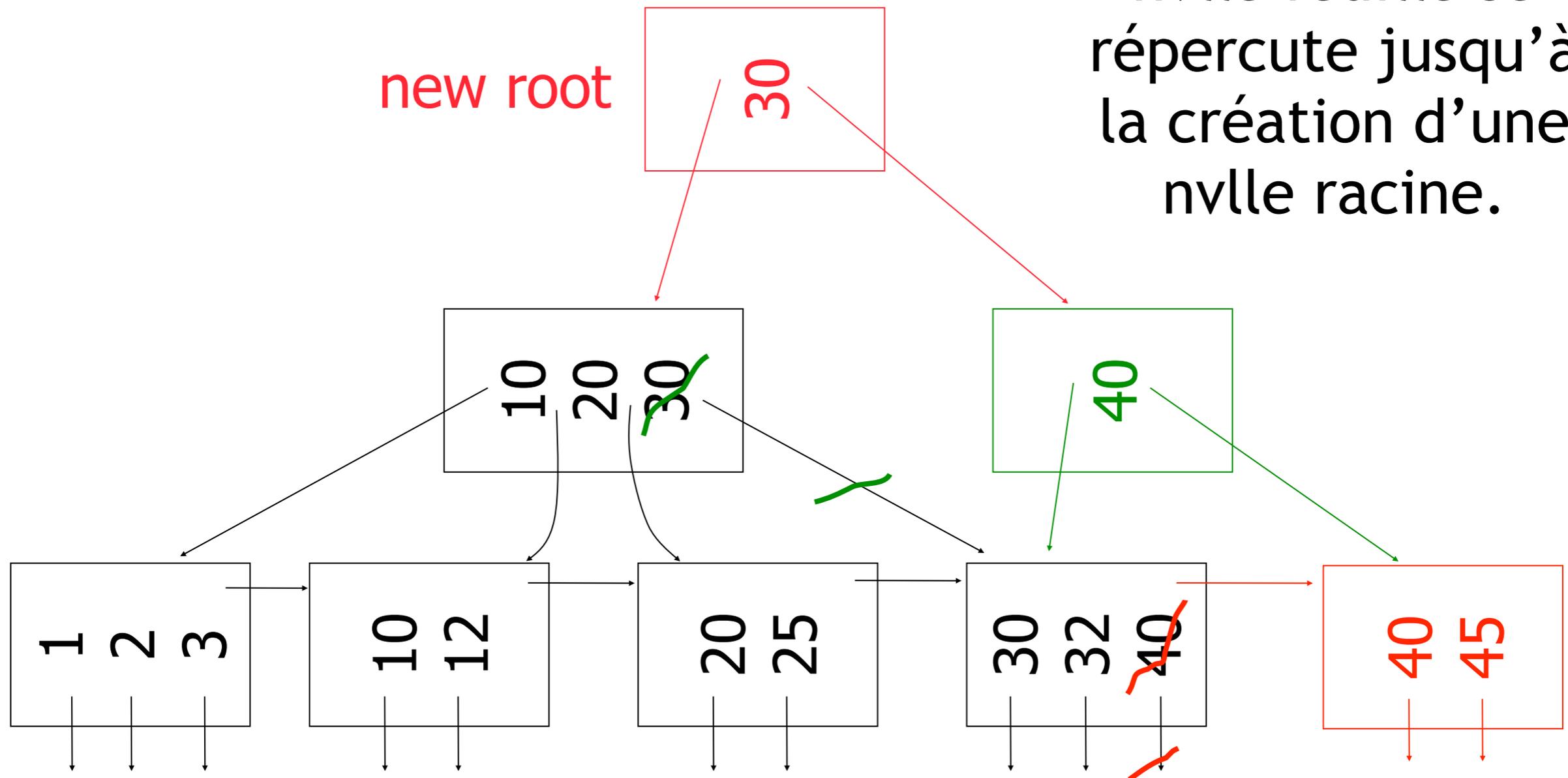
La création d'une nulle feuille se répercute jusqu'à la création d'une nulle racine.



Plus de place (III) : nulle racine

Insérer enr. 45

La création d'une nulle feuille se répercute jusqu'à la création d'une nulle racine.

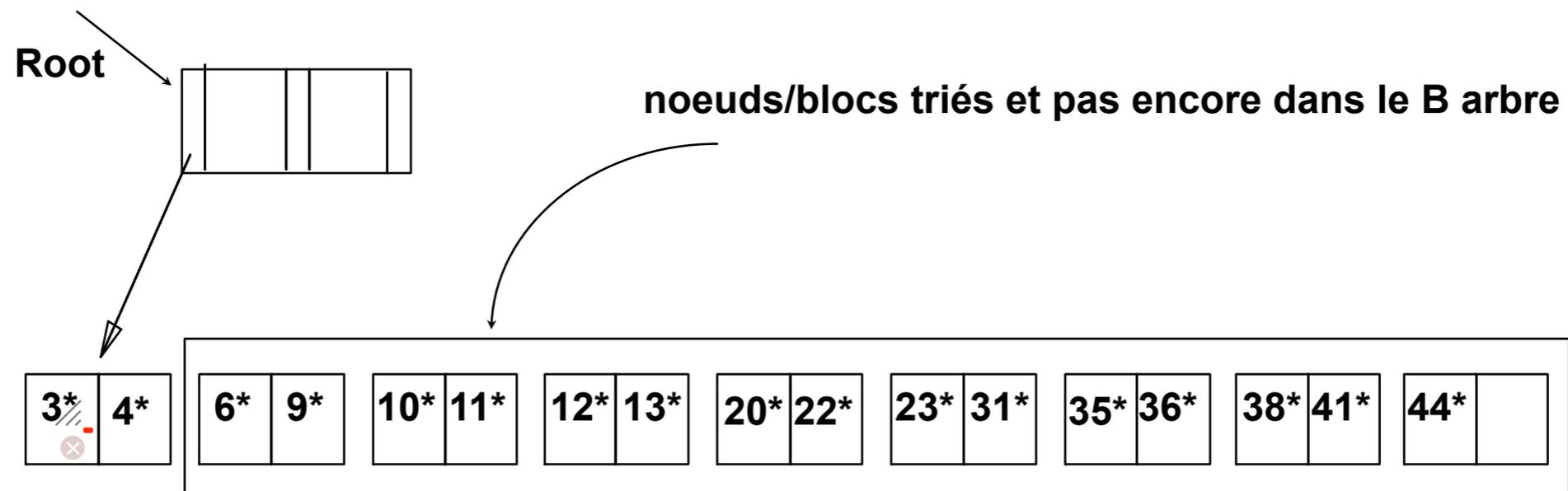


Ex: Construction de l'arbre

- $N=3$ (chaque bloc contient 3 valeurs et 4 pointeurs)
- Construire le B-arbre à partir de la liste de valeurs suivante : (24, 123, 3, 12, 32, 1, 2, 5) en insérant les valeurs une à une.

Bulk Loading

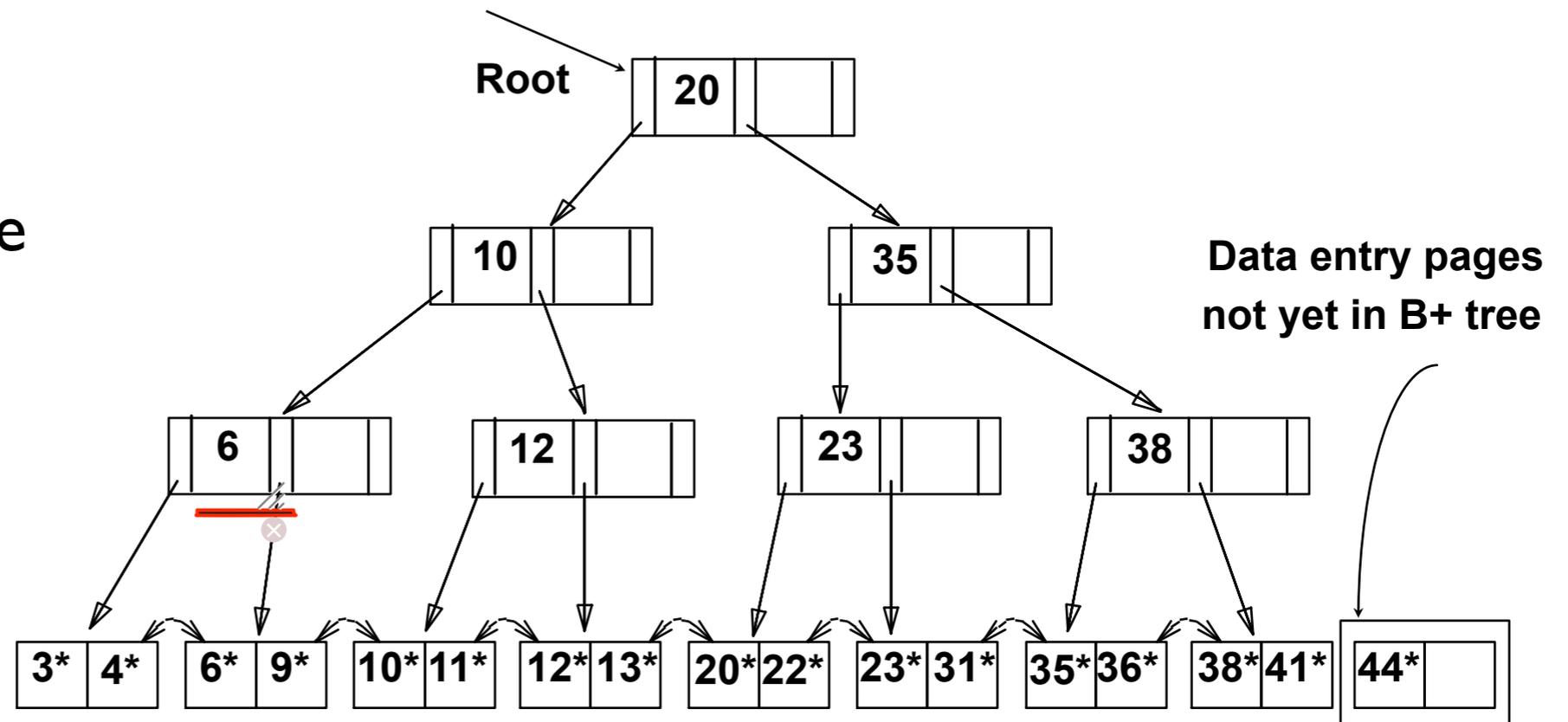
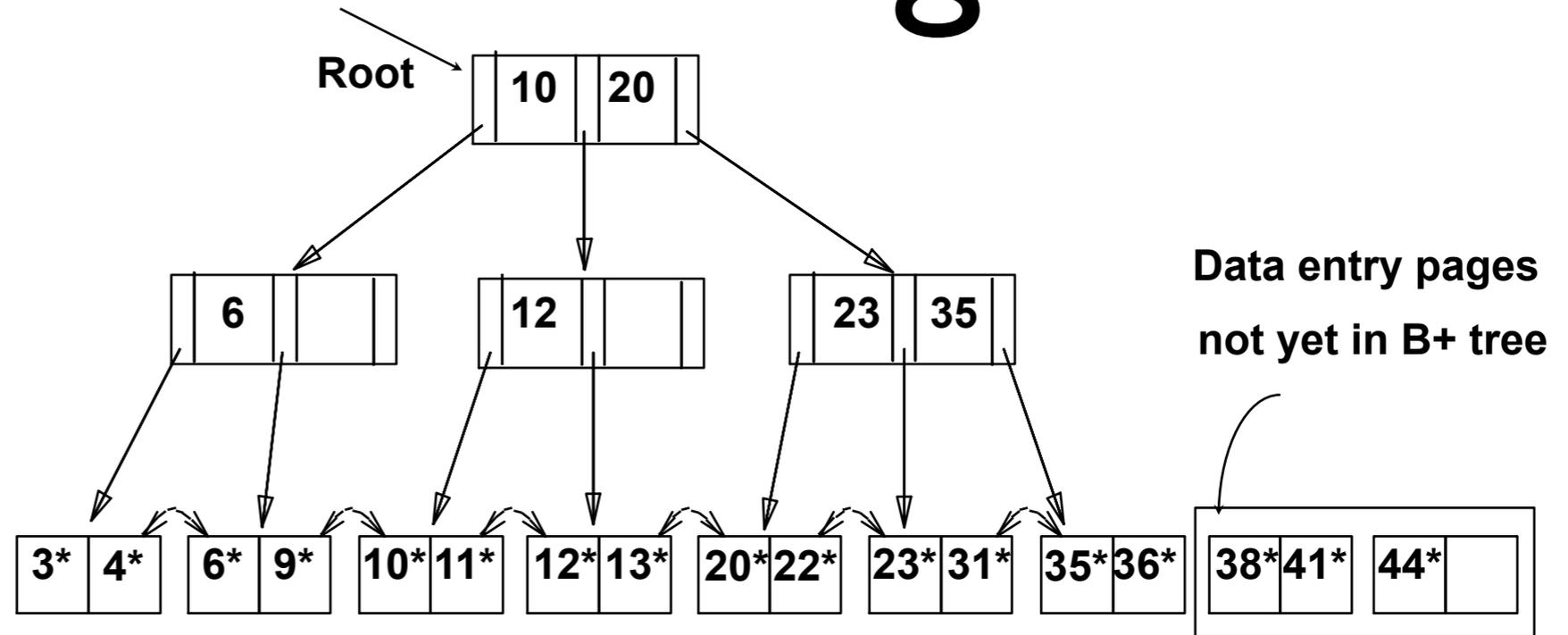
- Si on veut créer un B-Arbre un attribut d'une grande collections d'enregistrements, faire des insertions une à une est très lent
- Bulk Loading est plus efficace.
- Initialisation: trier les entrées, insérer un pointeur sur le premier bloc feuille dans une nouvelle racine.



Bulk Loading

Les blocs feuilles entrent toujours par la droite sur le noeud (non feuille) le plus à droite. Quand il est plein, le couper en deux. (Le Split peut se propager sur le chemin le plus à droite jusqu'à la racine.)

Beaucoup plus rapide que des insertions successives !!!



Suppression

- Localiser le noeud correspondant
- Supprimer l'entrée spécifiée
- Plusieurs cas possibles
 - Le noeud feuille possède encore suffisamment d'entrées (cas facile)
 - Fusion avec des éléments de la fratrie
 - Redistribution des clés
 - Fusion et redistribution aux niveaux supérieurs

Plus précisément

- Effacement d'un enregistrement de clé k d'un B-arbre.
- Si le B-arbre n'est pas vide.
 - Soit l la feuille contenant l'enregistrement à supprimer (trouvé par une recherche). Après avoir supprimé l'enregistrement de cette feuille, trois cas peuvent se présenter.
 1. La feuille l est la racine du B-arbre et elle est devenue vide. On supprime cette feuille et le B-arbre devient vide.
 2. La feuille l compte au moins e enregistrements. Si la clé k apparaît dans un noeud d'index, mettre l'index à jour.

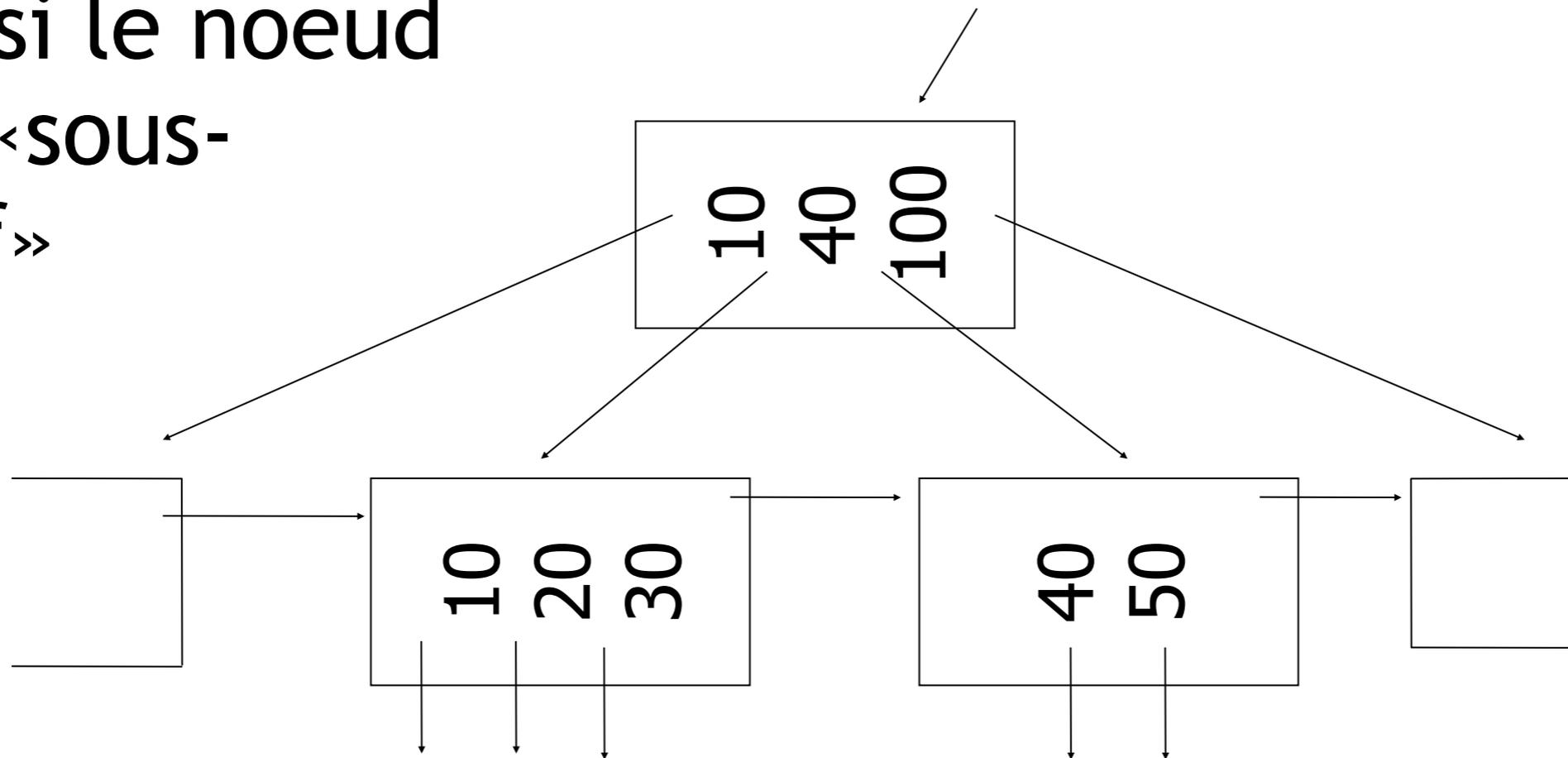
- **3.** La feuille l ne contient que $e - 1$ enregistrements. Réorganiser les enregistrements de l et ceux d'une feuille voisine l' (possédant au moins e éléments) d'une des deux manières suivantes.
 - Si l' a plus de e enregistrements, distribuer équitablement les enregistrements entre l et l' .
 - Si l' a exactement e éléments, fusionner les enregistrements de l et de l' et supprimer la feuille devenue vide.
- Propager cette mise à jours en remontant vers la racine. Si l'on arrive à la racine du B-arbre et que celle-ci ne comporte plus qu'un sous-arbre supprimer la racine, le B arbre se réduisant à ce successeur unique.

Suppression (I)

Supp. enr 50

Fusion avec un
élément de la
fratrie si le noeud
est en «sous-
effectif»

n=4

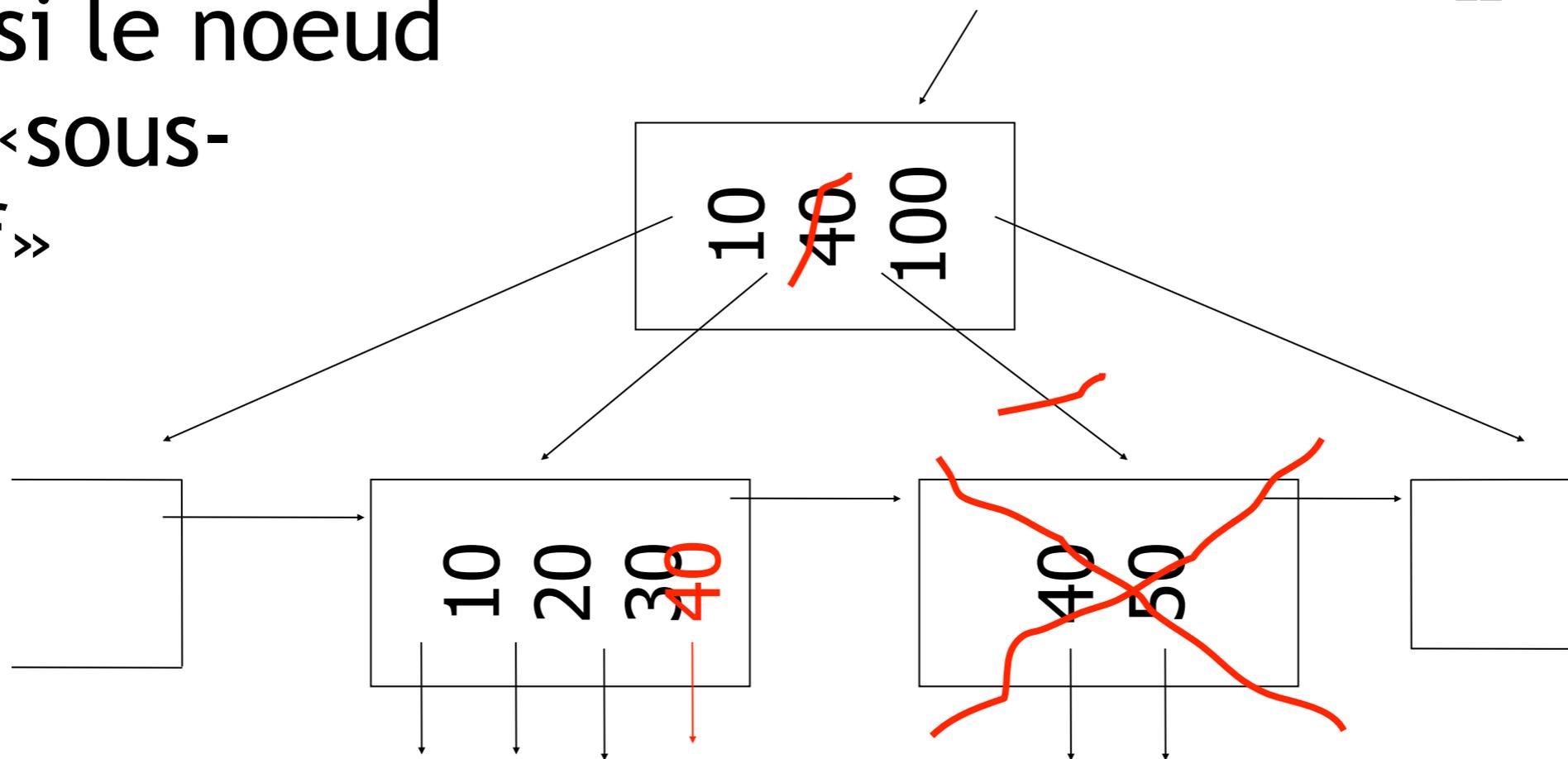


Suppression (I)

Supp. enr 50

n=4

Fusion avec un
élément de la
fratrie si le noeud
est en «sous-
effectif»

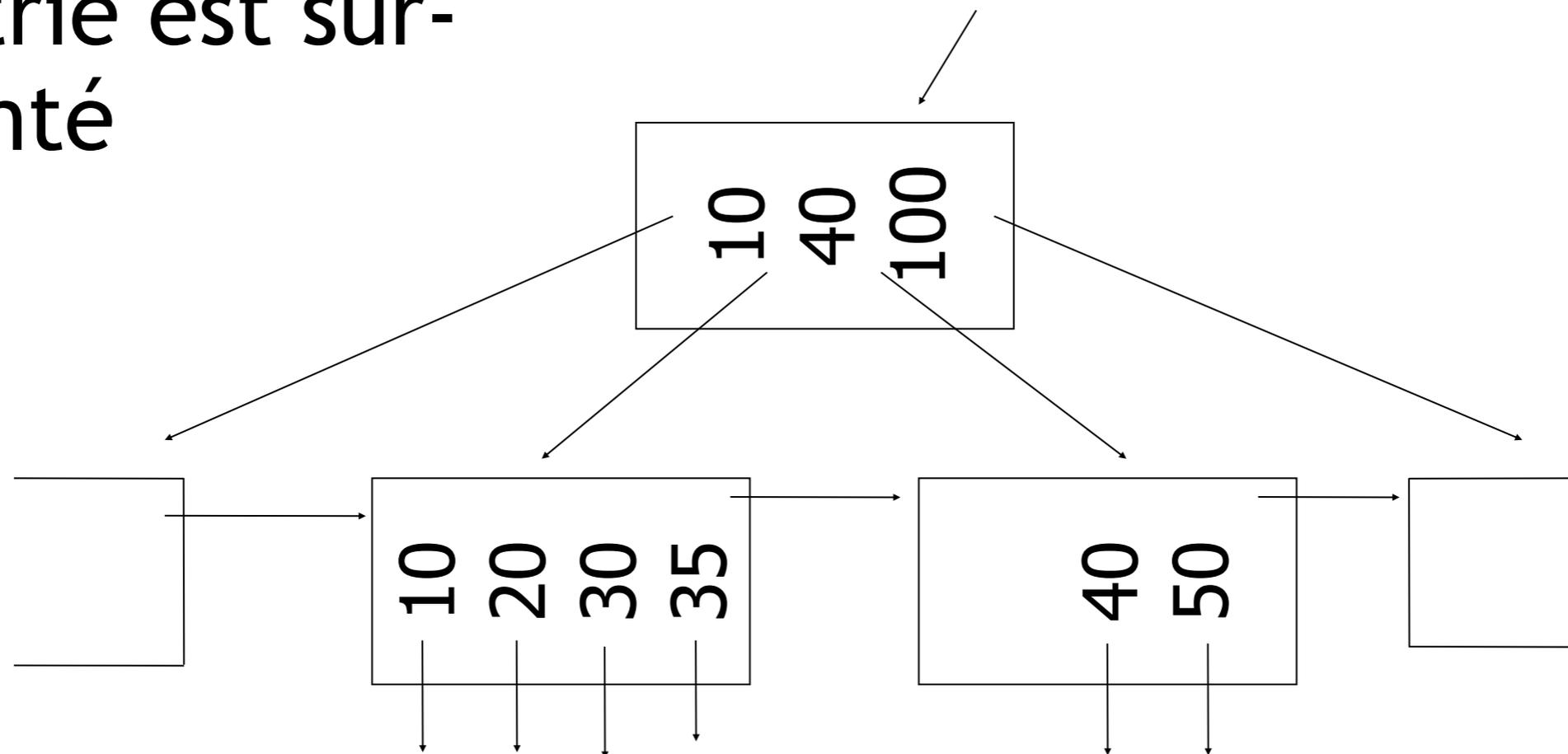


Suppression (II)

Redistribution des clés si le noeud est sous alimenté et que la fratrie est sur-alimenté

supp. enr. **50**

n=4

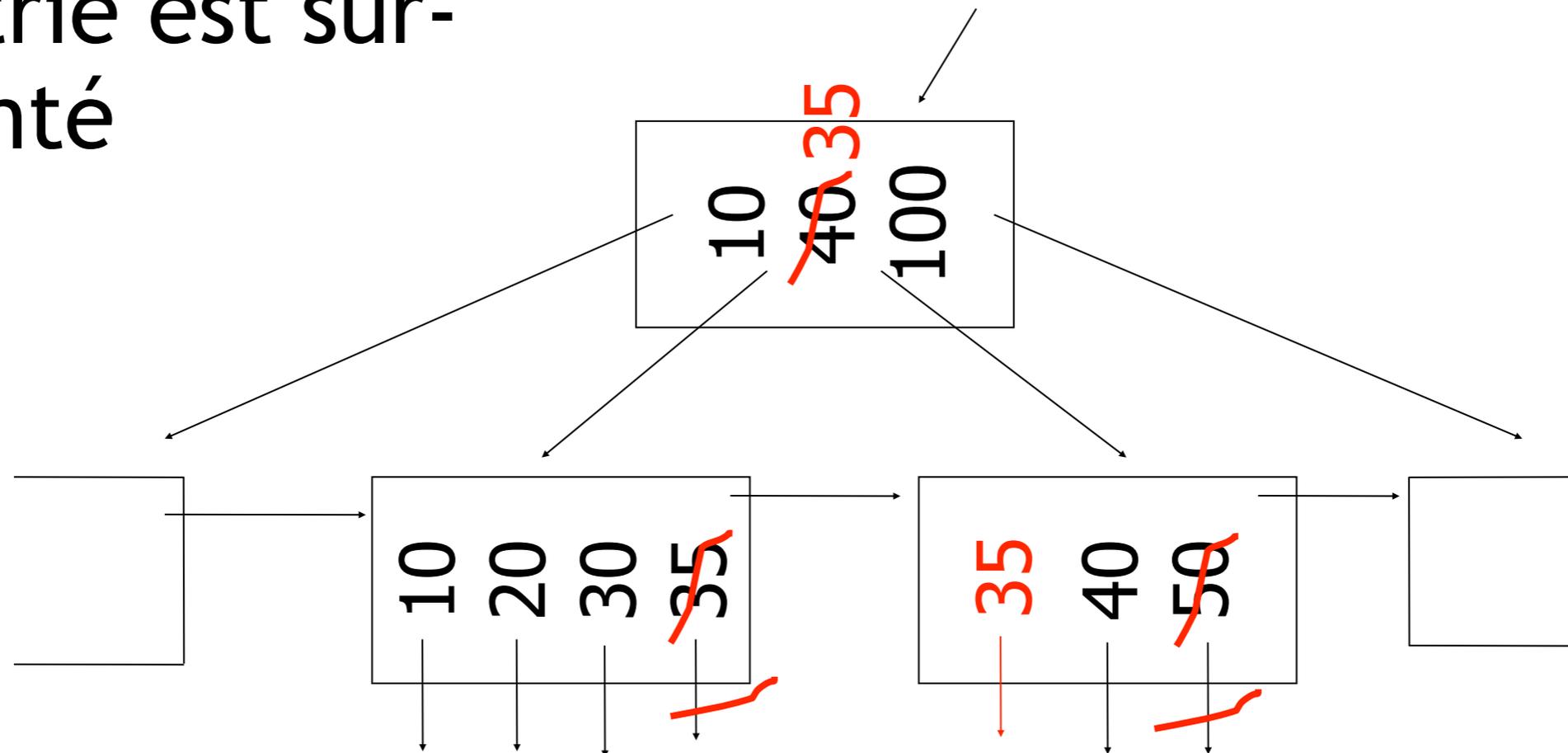


Suppression (II)

Redistribution des clés si le noeud est sous alimenté et que la fratrie est sur-alimenté

supp. enr. **50**

n=4

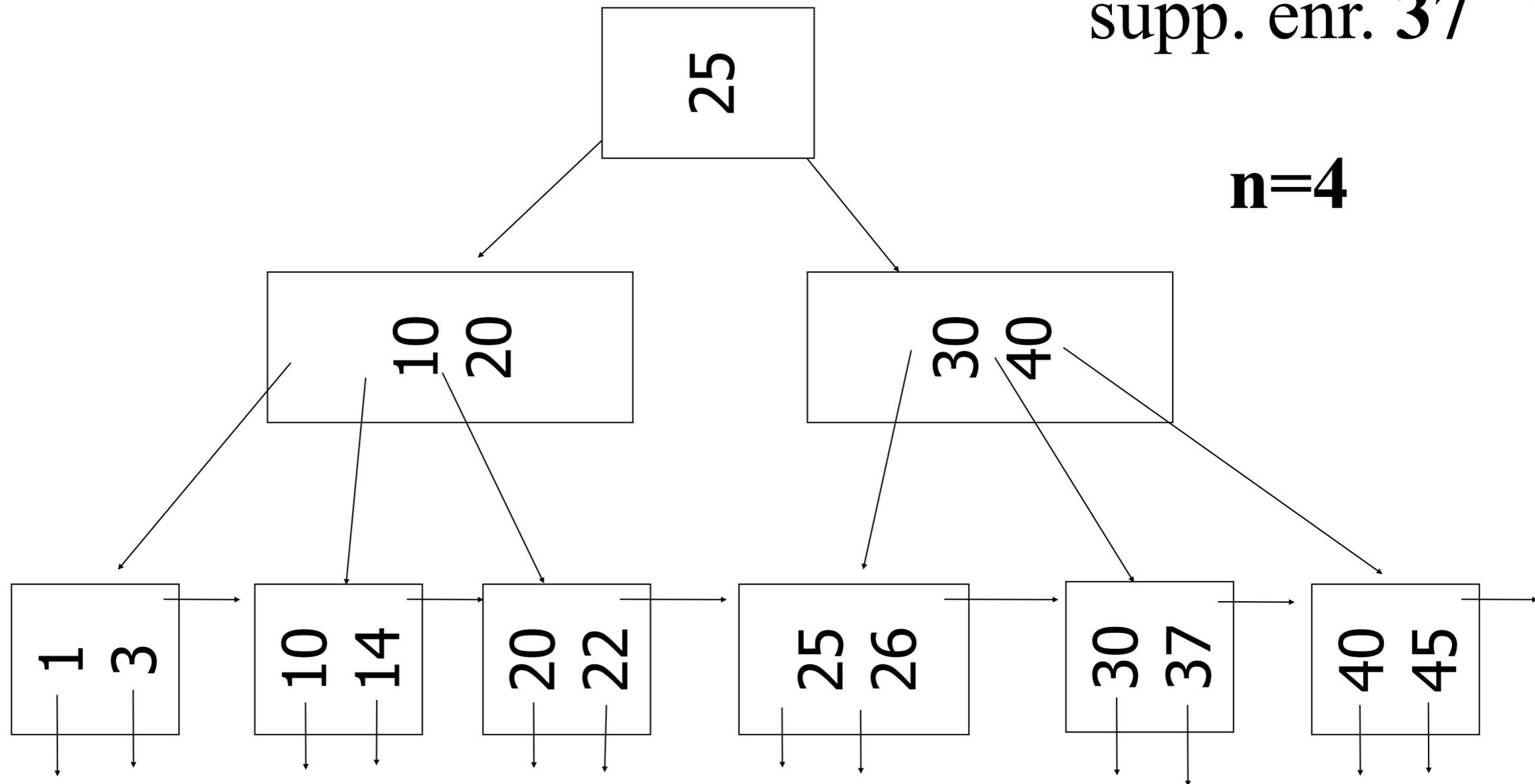


Suppression (III)

Suppression racine

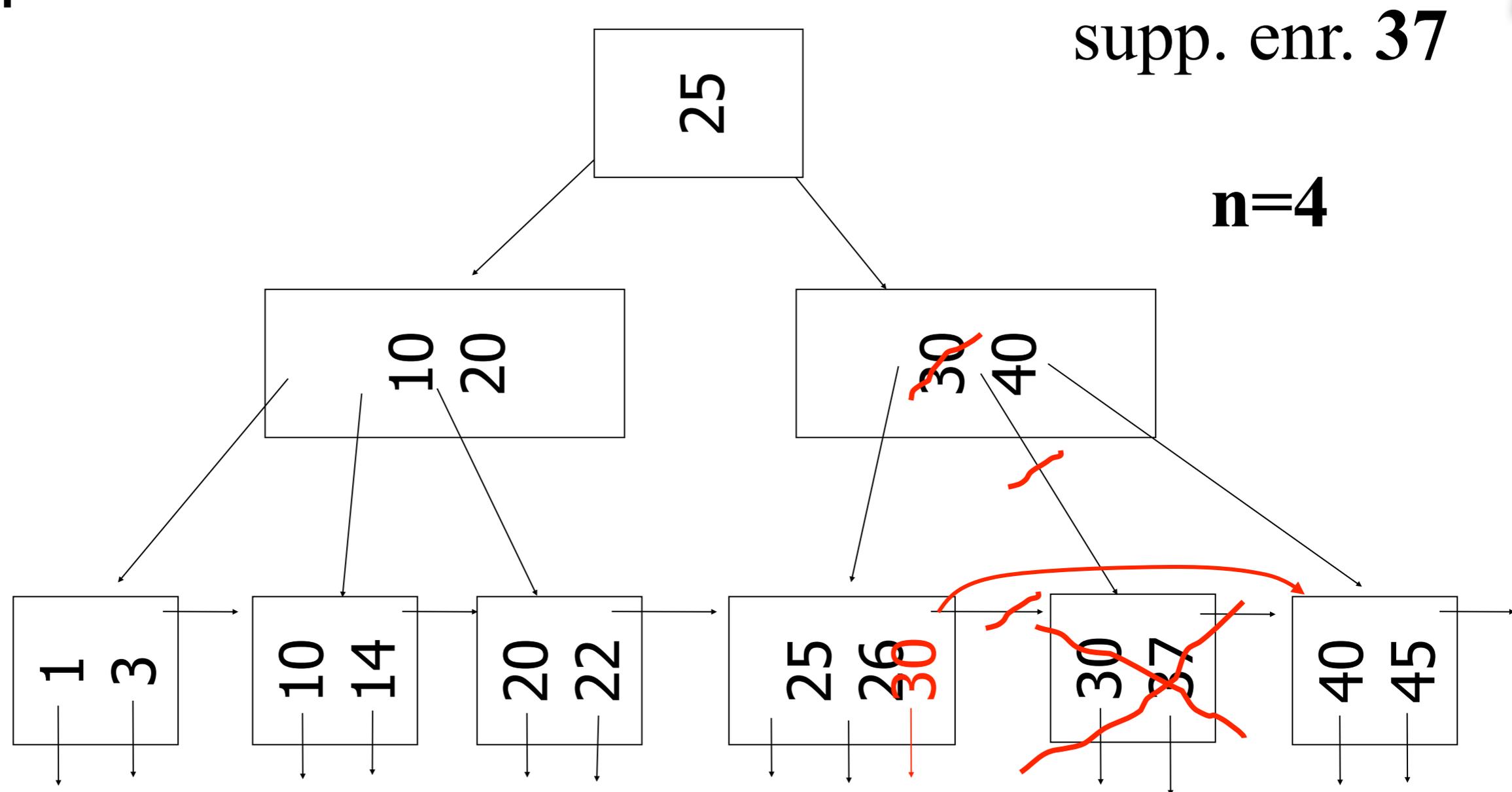
supp. enr. 37

n=4



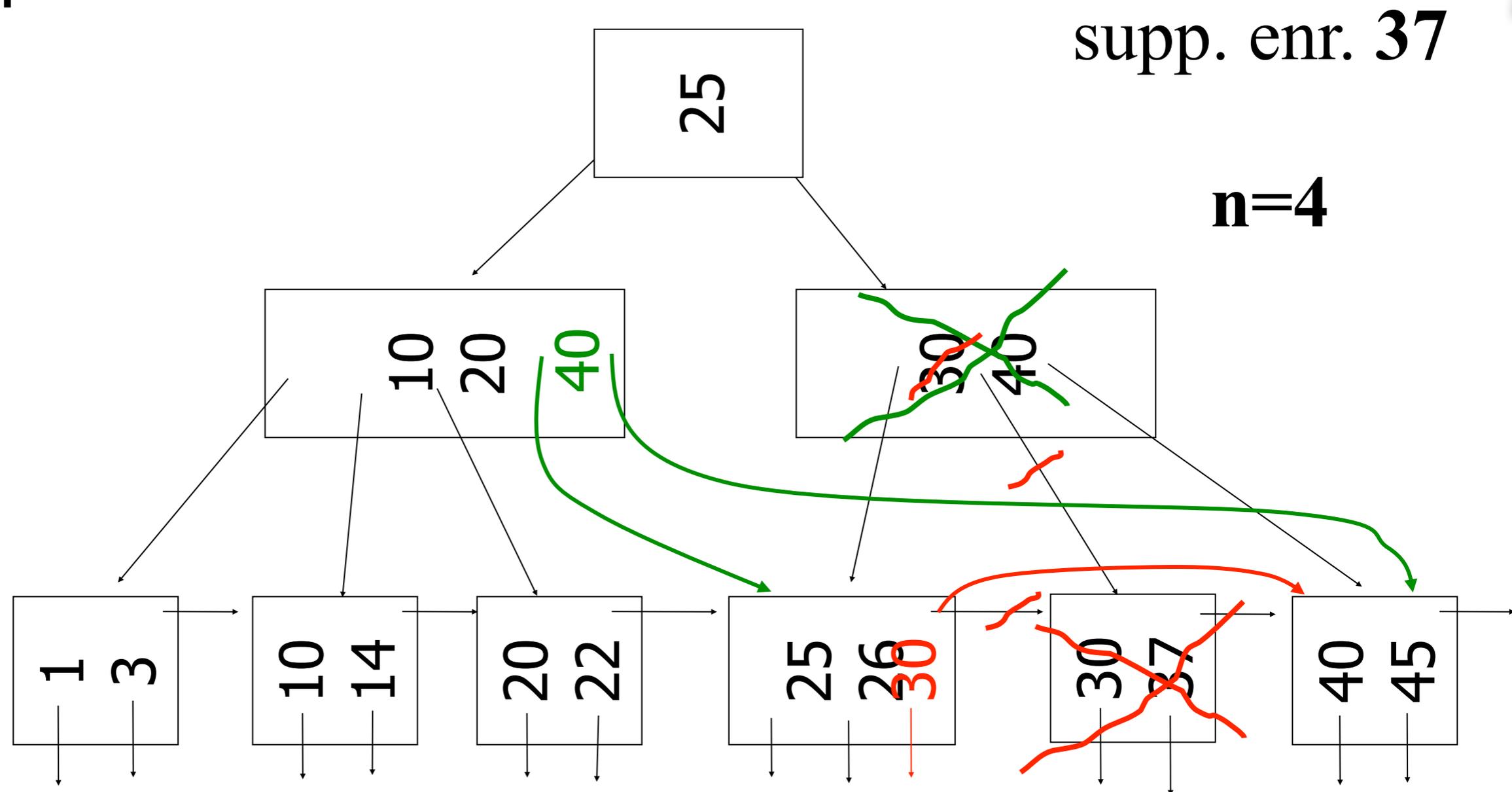
Suppression (III)

Suppression racine



Suppression (III)

Suppression racine



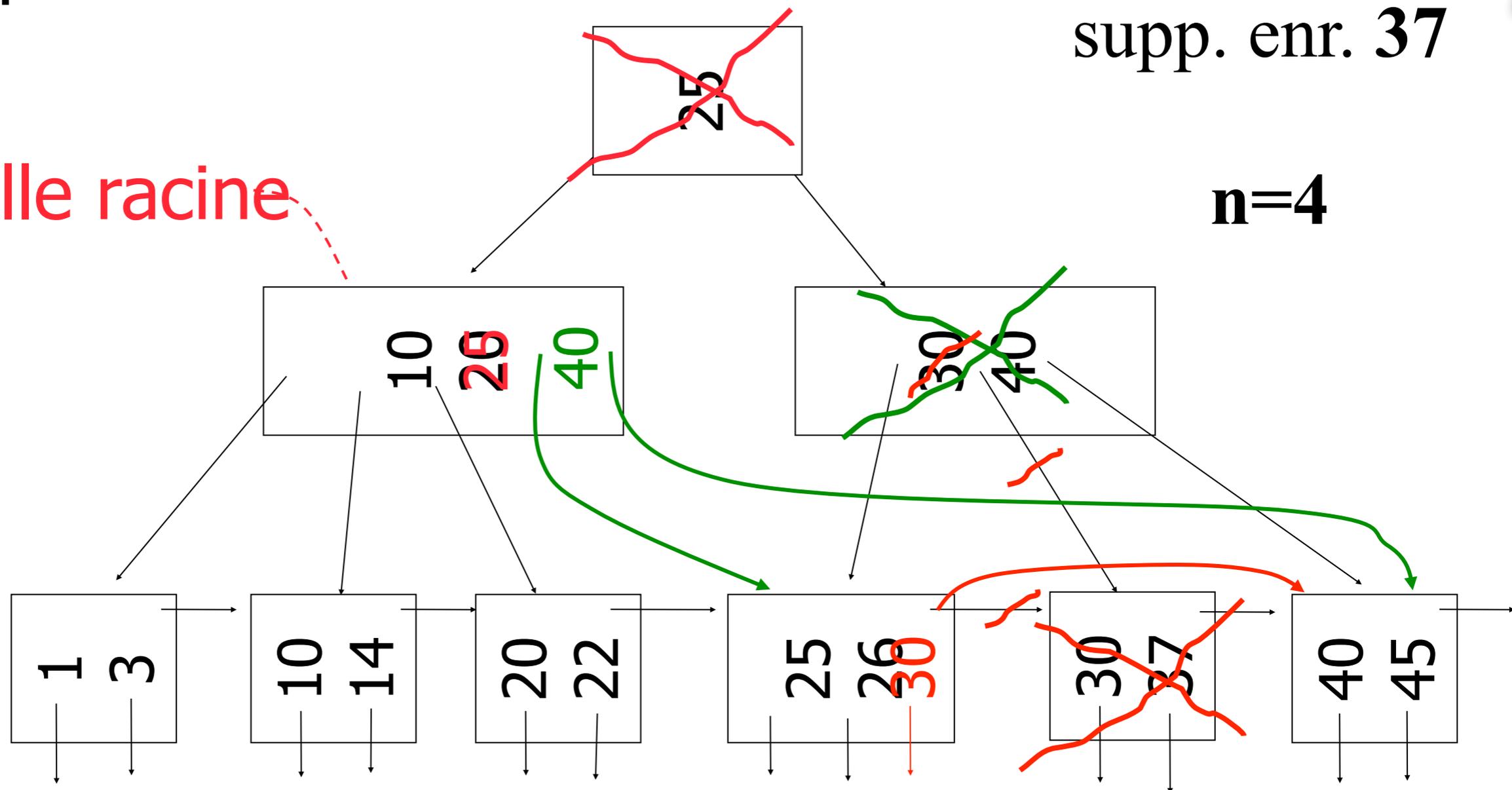
Suppression (III)

Suppression racine

supp. enr. 37

Nulle racine

n=4



En pratique

- Ordre: 200, espace utilisé : 67%. I.e., *average fanout* = 133.
- Capacités :
 - Profondeur 4: $133^4 = 312,900,700$ enregistrements,
 - Profondeur 3: $133^3 = 2,352,637$ enregistrements.
- On peut souvent charger les niveaux supérieurs en mémoire
 - Level 1 = 1 blocs = 8 Ko,
 - Level 2 = 133 blocs = 1 Mo,
 - Level 3 = 17,689 blocs = 133 Mo.

Tables de hachage

- Des structures d'index basées sur des arbres permettent de retrouver des enregistrements en fonction de leur clé de recherche via une structure arborescente (B-Tree).
- Les tables de hachage assurent aussi ce mapping Clé/Enregistrement via une **fonction de hachage**.
- Les tables "hash" sont une deuxième forme d'index qui est aussi fréquemment utilisée, mais plutôt pour des relations **temporaires conservées en mémoire**.

Tables de hachage

- Soit une clé de recherche **K**
- Une fonction de hachage **h** :
 - **$h(k) \in \{0, 1, \dots, B-1\}$**
- **B** : nombre de **buckets** (bac)

Tables de hachage

- Le choix d'une bonne fonction de hachage est cruciale pour les performances.
- Une mauvaise fonction produit trop de collisions et dégrade les performances.
- Une bonne fonction : le nombre attendu de clé doit être similaire pour tous les buckets (distribution homogène).
- C'est très difficile à accomplir pour les clés de recherche qui ont une distribution très asymétriques (e.g. noms).
- Une fonction de hachage fréquente :
 - $K = 'x_1x_2 \dots x_n'$ une chaîne de caractères de **n** octets

$$h(K) = (x_1 + \dots + x_n) \text{ MOD } B$$

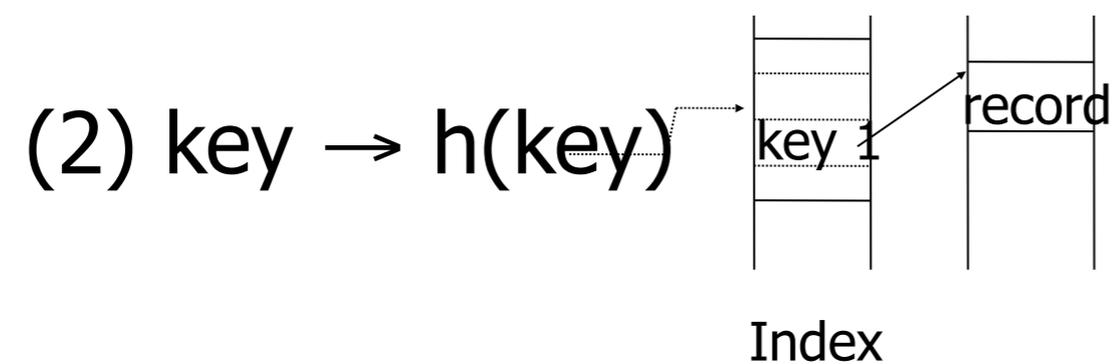
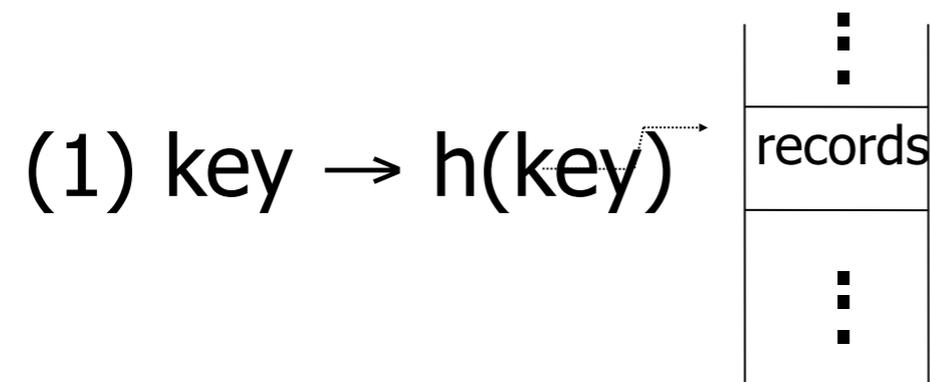
B est souvent un nombre premier.

Principe

- Les enregistrements sont répartis entre des bacs regroupés dans un tableau. Un bac peut contenir un ou plusieurs enregistrements.
- On prévoit un nombre de bacs supérieur au nombre d'enregistrements prévus, ce qui donne un nb moyen d'enregistrements par bloc < 1 .
- Le numéro de bac dans lequel un enregistrement est placé est calculé à partir de la clé de l'enregistrement par une fonction "hash". Une fonction "hash" idéale répartirait les enregistrements uniformément entre les bacs.
- Pour avoir accès à un enregistrement, il suffit de calculer son numéro de bac à l'aide de la fonction "hash".

- **Bucket**: collection de blocs.
- Initialement, le bucket se compose d'un bloc.
- Les enregistrements dont la fonction de hachage renvoie b sont stockés dans le bucket b .
- Si la capacité du bucket est atteinte, alors une chaîne de bacs de dépassement (overflow buckets) est liée.
- On suppose que l'adresse du premier bloc du bucket i peut être calculée étant donné i .

- Les tables de hachage peuvent accomplir leur mapping directement ou indirectement.



Insertions

- Insertion d'un enregistrement possédant une clé de recherche K .
- Calcul de la fonction de hachage $h(K) = i$.
- Insertion de l'enregistrement dans le premier bloc du bac i qui possède suffisamment d'espace libre.
- S'il n'y a pas de bloc avec suffisamment d'espace libre alors ajouter un nouveau bloc à la chaîne de dépassement (overflow chain) et y stocker l'enregistrement.

Insertions

INSERER:

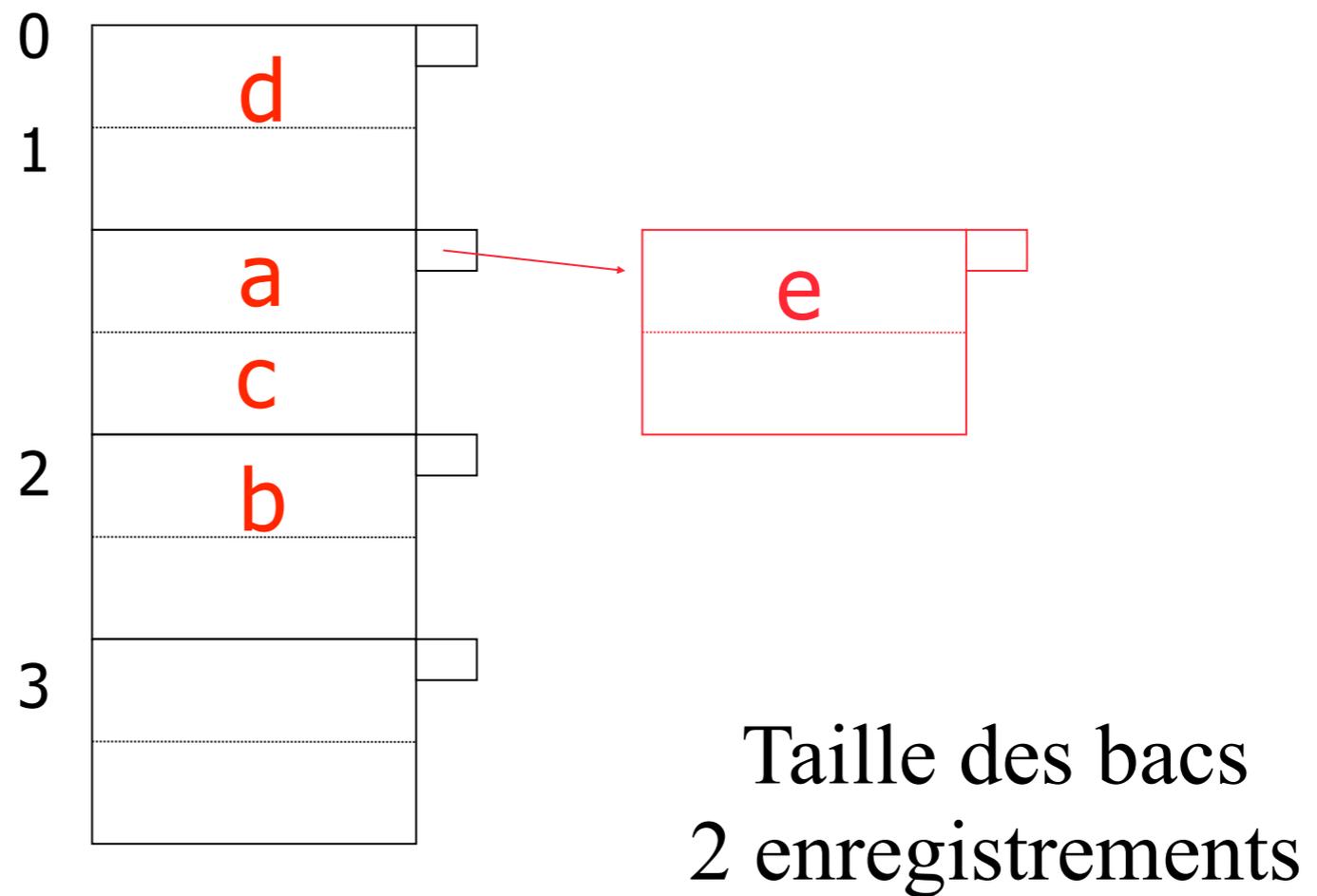
$$h(a) = 1$$

$$h(b) = 2$$

$$h(c) = 1$$

$$h(d) = 0$$

$$h(e) = 1$$



Suppressions

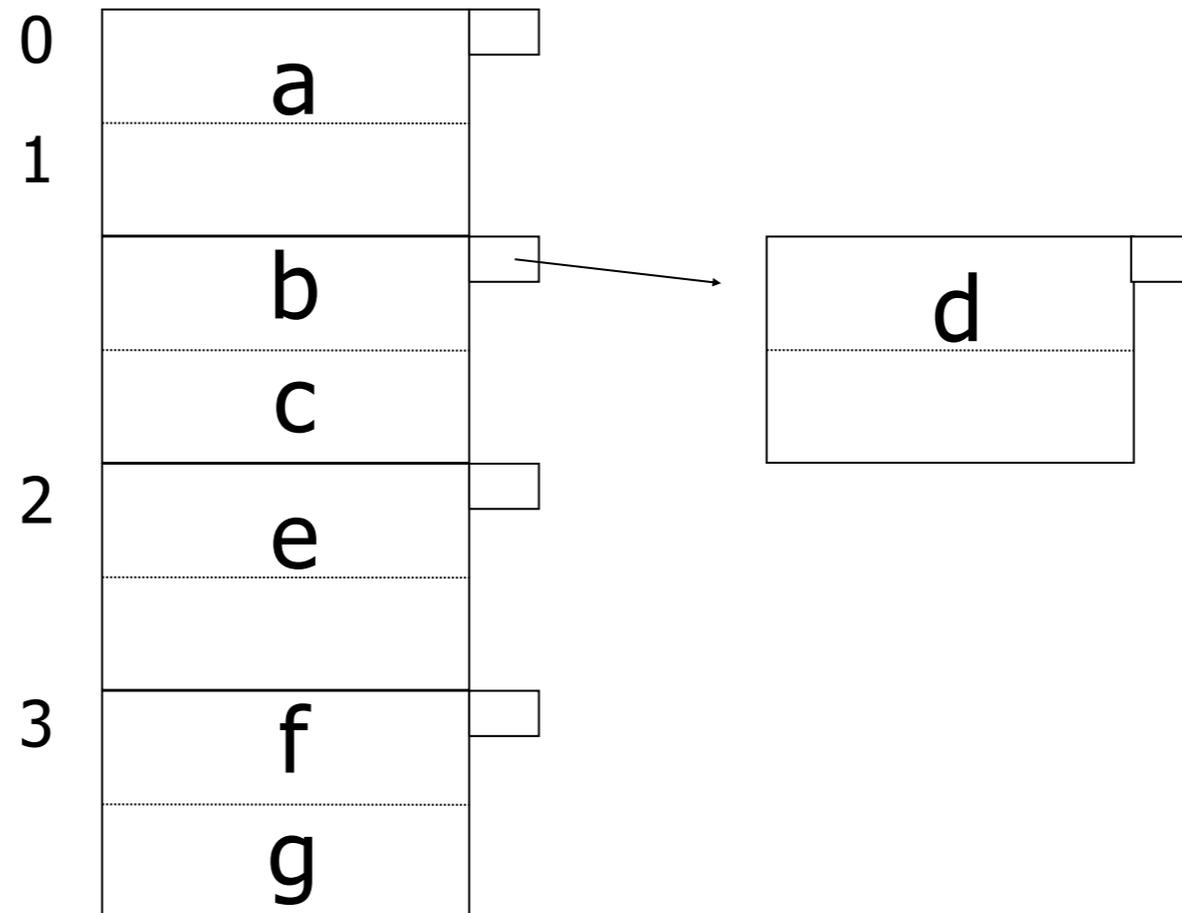
Supprimer l'enregistrement de clé de recherche K .

- Calcul de $h(K) = i$.
- Localisation dans le bac i de ou des enregistrements indexés par une clé K .
- Si possible, réorganiser les enregistrements restant dans le bloc (espace libre à la fin du bloc).
- Si possible, déplacer les enregistrements restants qui sont stockés dans la chaîne de dépassement pour libérer des blocs

Suppressions

Supprimer :

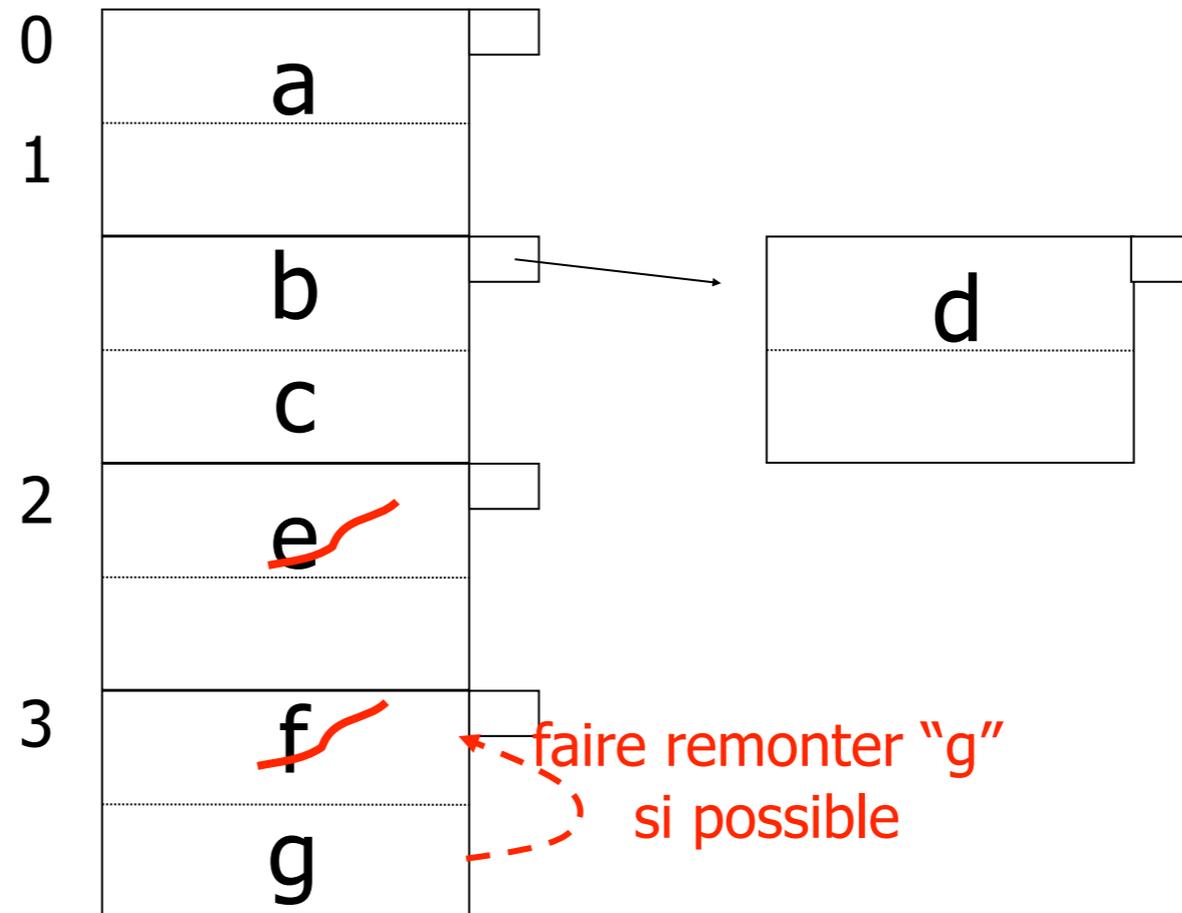
e
f



Suppressions

Supprimer :

e
f



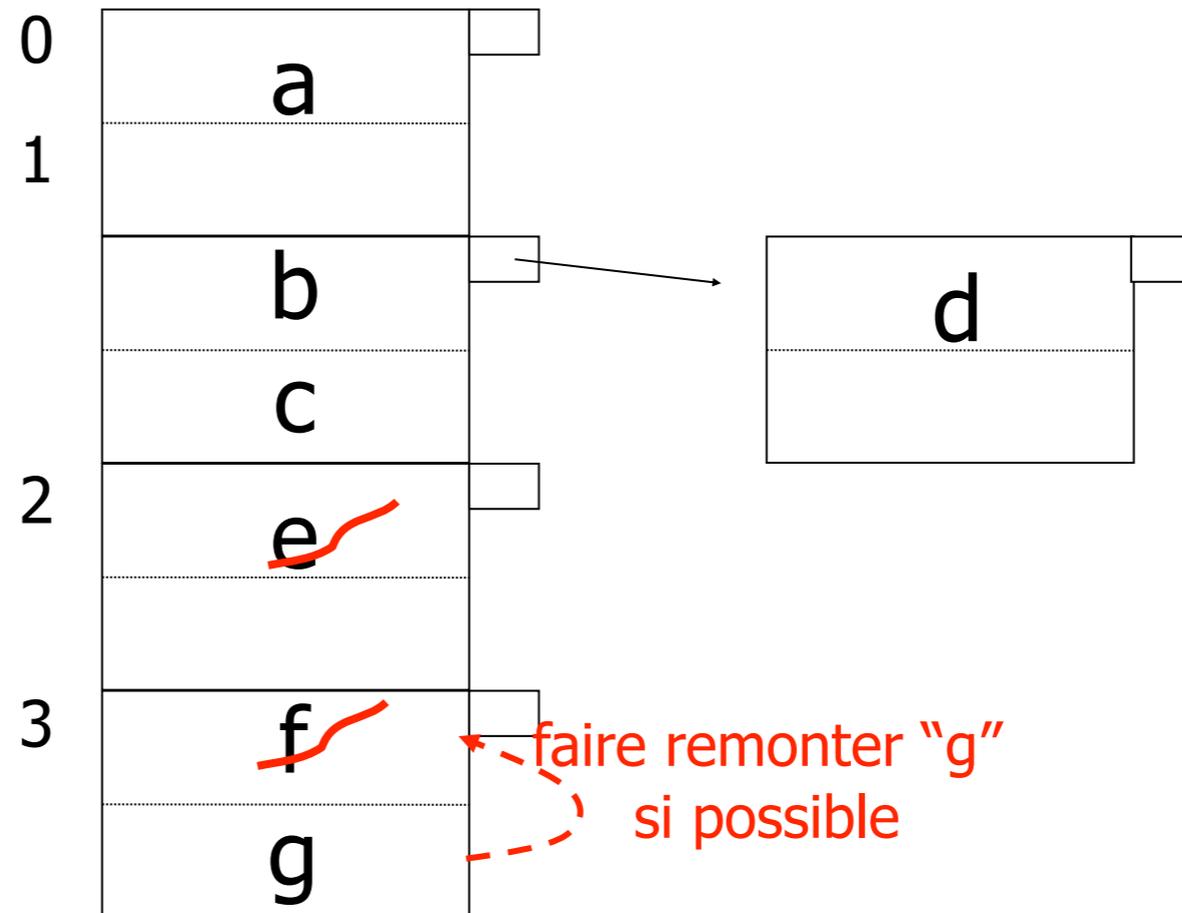
Suppressions

Supprimer :

e

f

c



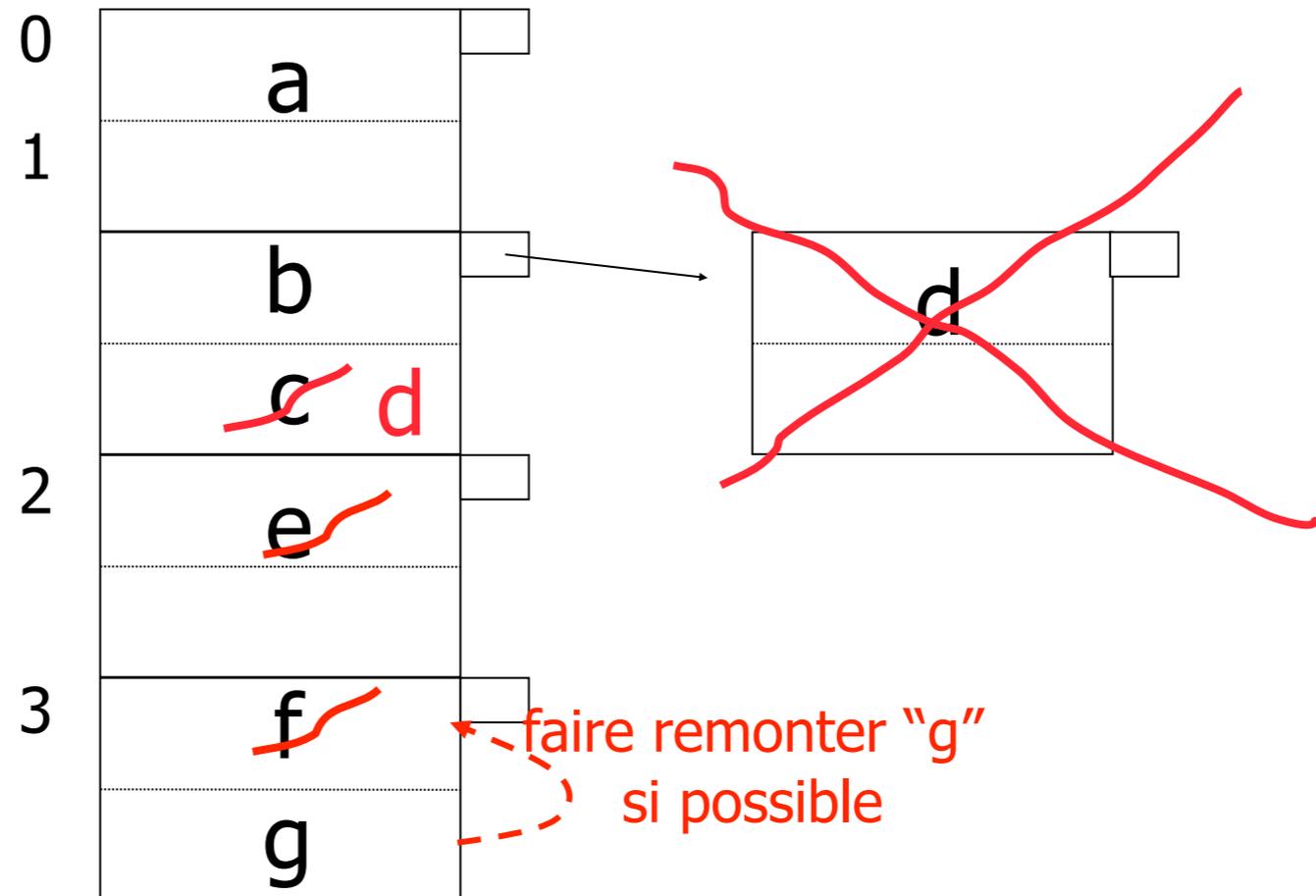
Suppressions

Supprimer :

e

f

c



Complexité des requêtes

Recherche enregistrement(s) de clé K .

- Calcul de $h(K) = i$. (Attention à la complexité du calcul de h).
- Localisation de(s) enregistrement(s) de clé K dans le bac i , et dans la chaîne de dépassement.
- En l'absence de dépassement, seulement un bloc I/O nécessaire, i.e. complexité de $O(1)$: c'est à dire borné indépendamment du nombre d'enregistrements.

Hash table vs B-Tree(+)

- Accès à un enregistrement particulier généralement plus efficace que les B-Trees.
- Par contre, les tables de hachage ne sont pas efficaces pour les requêtes reposant sur des données triées (<, >, etc.). Au contraire des B-Trees +

Utilisation d'espace

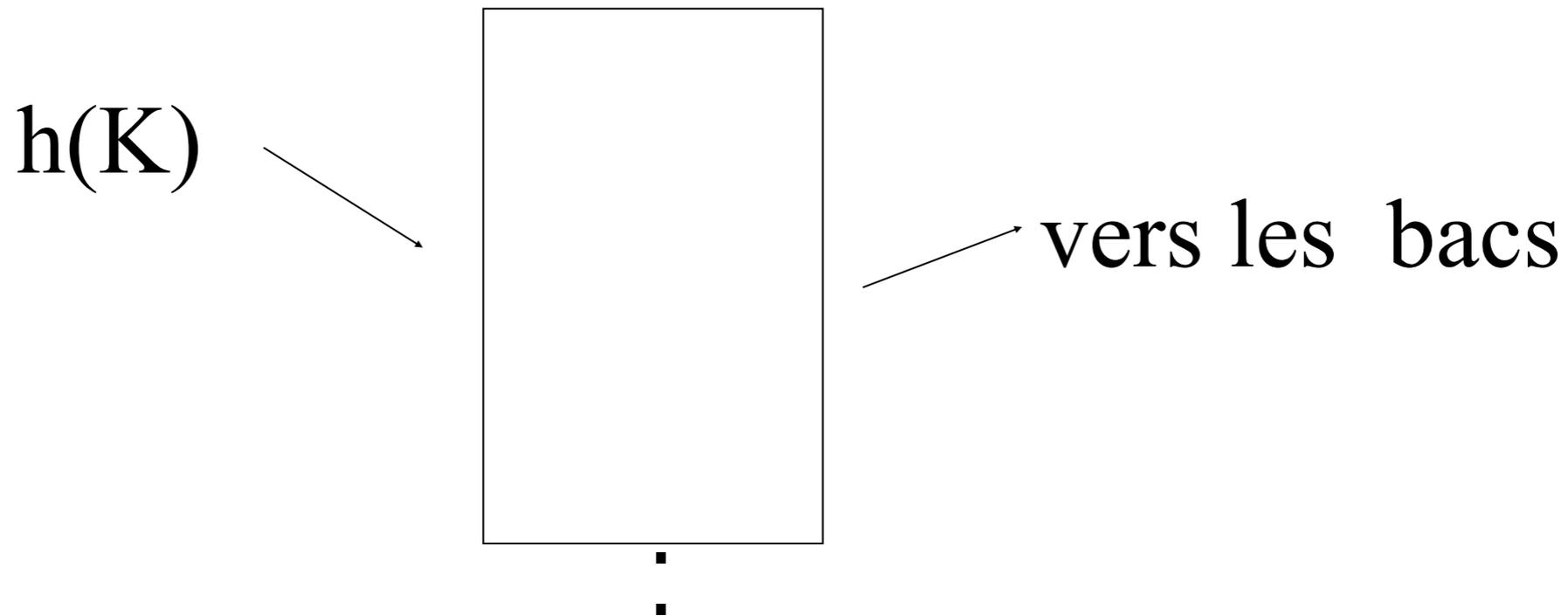
- Pour limiter la taille des chaînes de dépassement, il faut un espace d'utilisation compris entre 50% et 80%.
- $$\textit{space utilization} (b) = \frac{\# \text{ keys in bucket } b}{\# \text{ keys that fit in } b}$$
- Si $\textit{space utilization} < 50\%$: espace gaspillé.
- Si $\textit{space utilization} > 80\%$: chaînes de dépassement deviennent significatives.
- L'espace utilisé dépend de la fonction de hachage et de la capacité des bacs.

Jusqu'à présent, nous avons seulement abordé les *tables de hachage statiques* où le nombre de bacs ne change jamais.

- Quand le nombre d'enregistrements grandit, on ne peut pas garantir le maintien de l'espace utilisé entre 50% et 80%.
- *Les tables de hachage dynamiques* adaptent B en fonction du nombre d'enregistrements stockés.
- But : avoir approximativement 1 bloc par bac.
- Deux méthodes dynamiques:
 - Extensible Hashing,
 - Linear Hashing.

Extensible Hash Tables

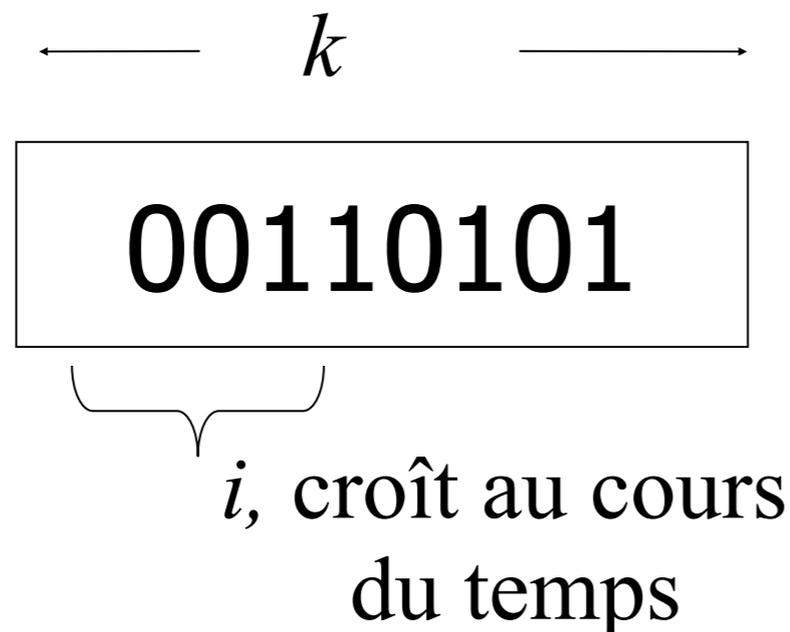
- Ajouter un niveau d'indirection pour les bacs, un *repertoire* contenant les pointeurs sur les blocs. 1 répertoire pour chaque valeur de la fonction de hachage.



La taille du répertoire double à chaque «croissance» de la table de hachage.

Extensible Hash Tables

- Plusieurs bacs peuvent partager un bloc de données s'ils ne contiennent pas trop d'enregistrements.
- La fonction de hachage calcule des séquences de k bits, mais les numéros des bacs utilisent seulement les i premiers bits. i est le *niveau* de la table de hachage.



size of directory = 2^i ,
initially $i = 0$

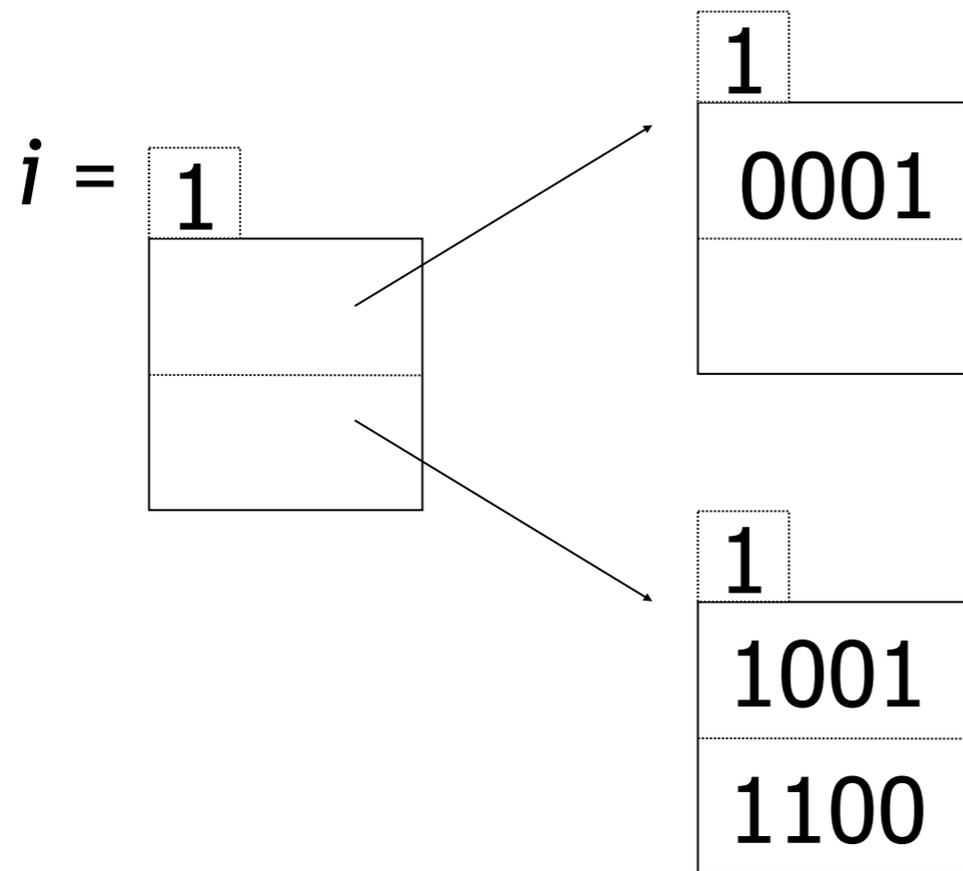
Extensible Hash Tables

- Insertion de l'enregistrement de clé K .
- Calcul de $h(K)$ et prendre les i premiers bits.
Niveau global i fait partie de la structure de données.
- Retrouver l'entrée correspondante dans le répertoire.
- Suivre le pointeur menant au bloc b . b au *niveau local* $j \leq i$.
- Si b possède suffisamment de place, y insérer l'enregistrement.
- Sinon, diviser b en 2 blocs.

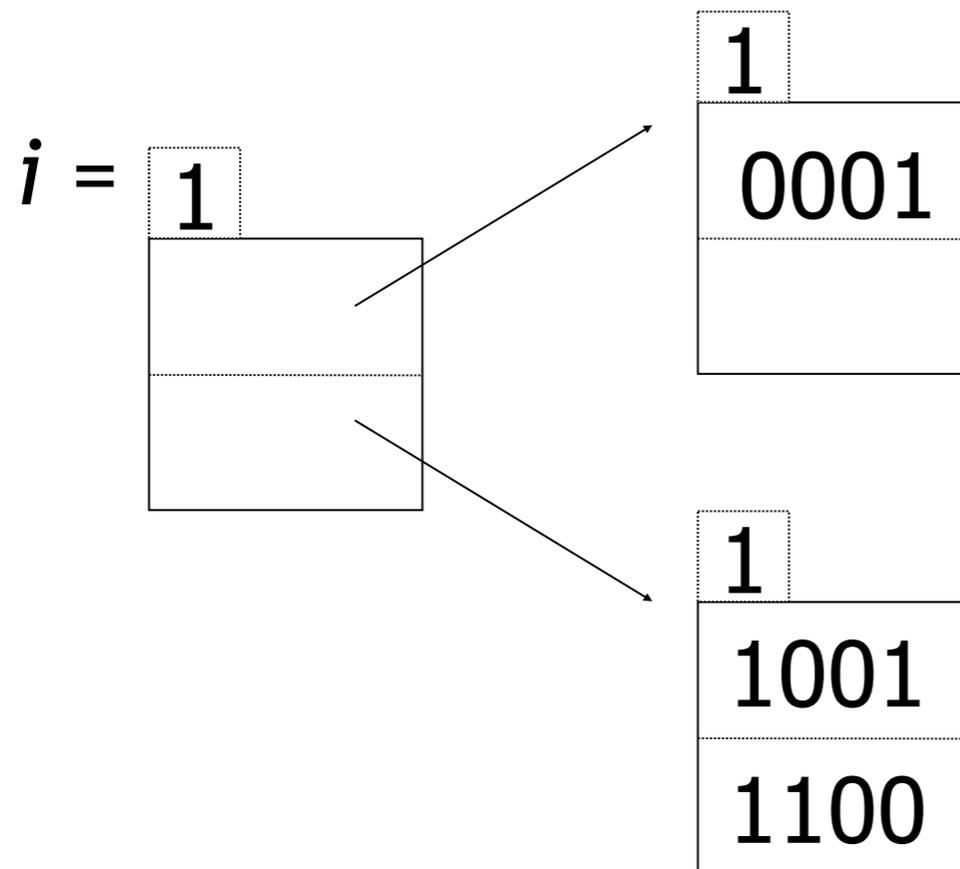
Extensible Hash Tables

- Si $j < i$, distribuer les enregistrements dans b en se basant sur le $(j+1)$ ème bit de $h(K)$: si 0, ancien bloc b , si 1 nouveau bloc b' .
- Incrémenter le niveau local de b et b' .
- Ajuster le pointeur dans le répertoire qui pointait sur b , il doit maintenant pointer sur b' .
- Si $j = i$, incrémenter i . Doubler la taille du répertoire et dupliquer toutes les entrées. Puis faire comme dans le cas où $j < i$.

Example

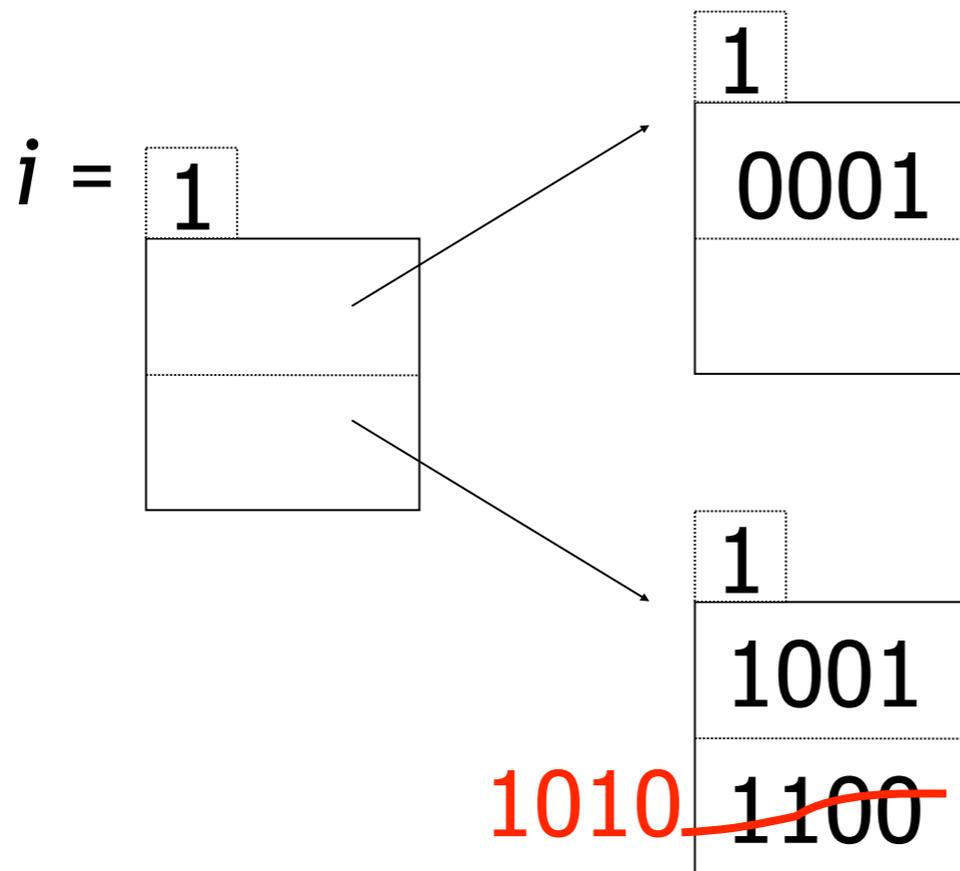


Exemple

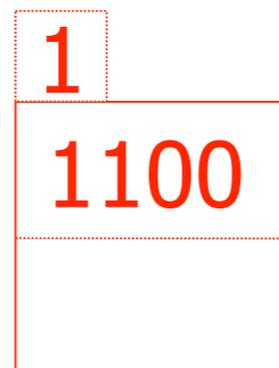


Insérer 1010

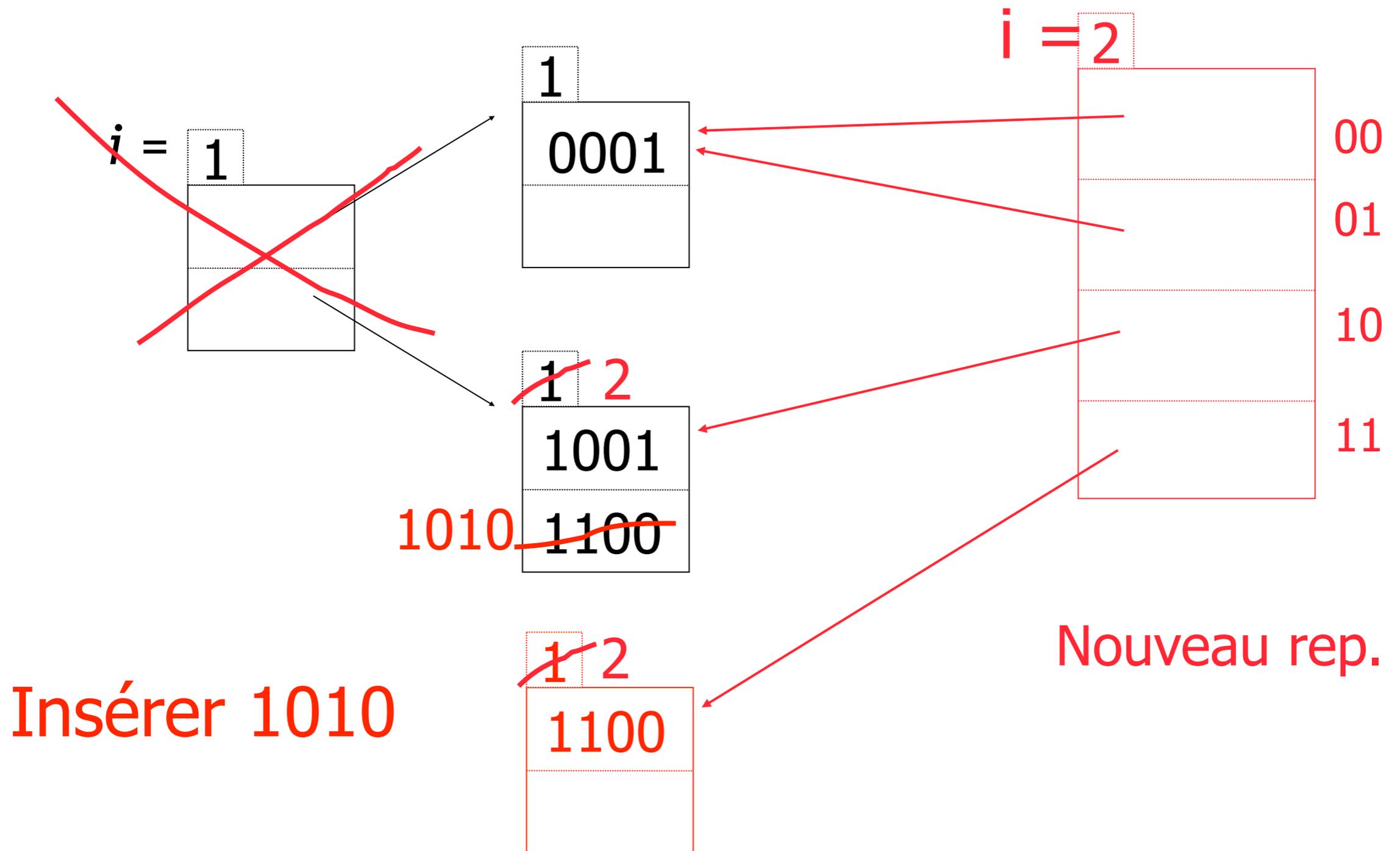
Exemple

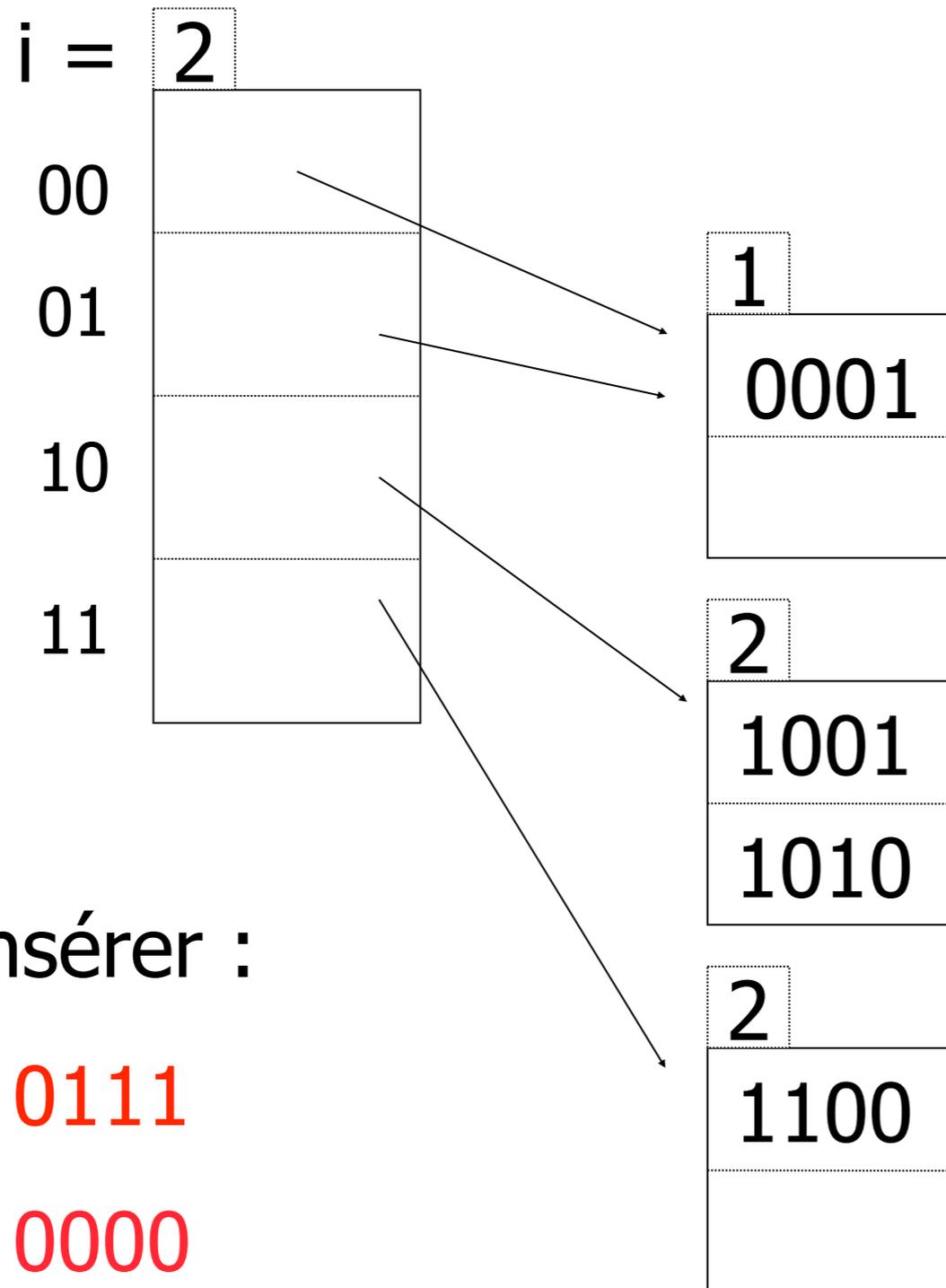


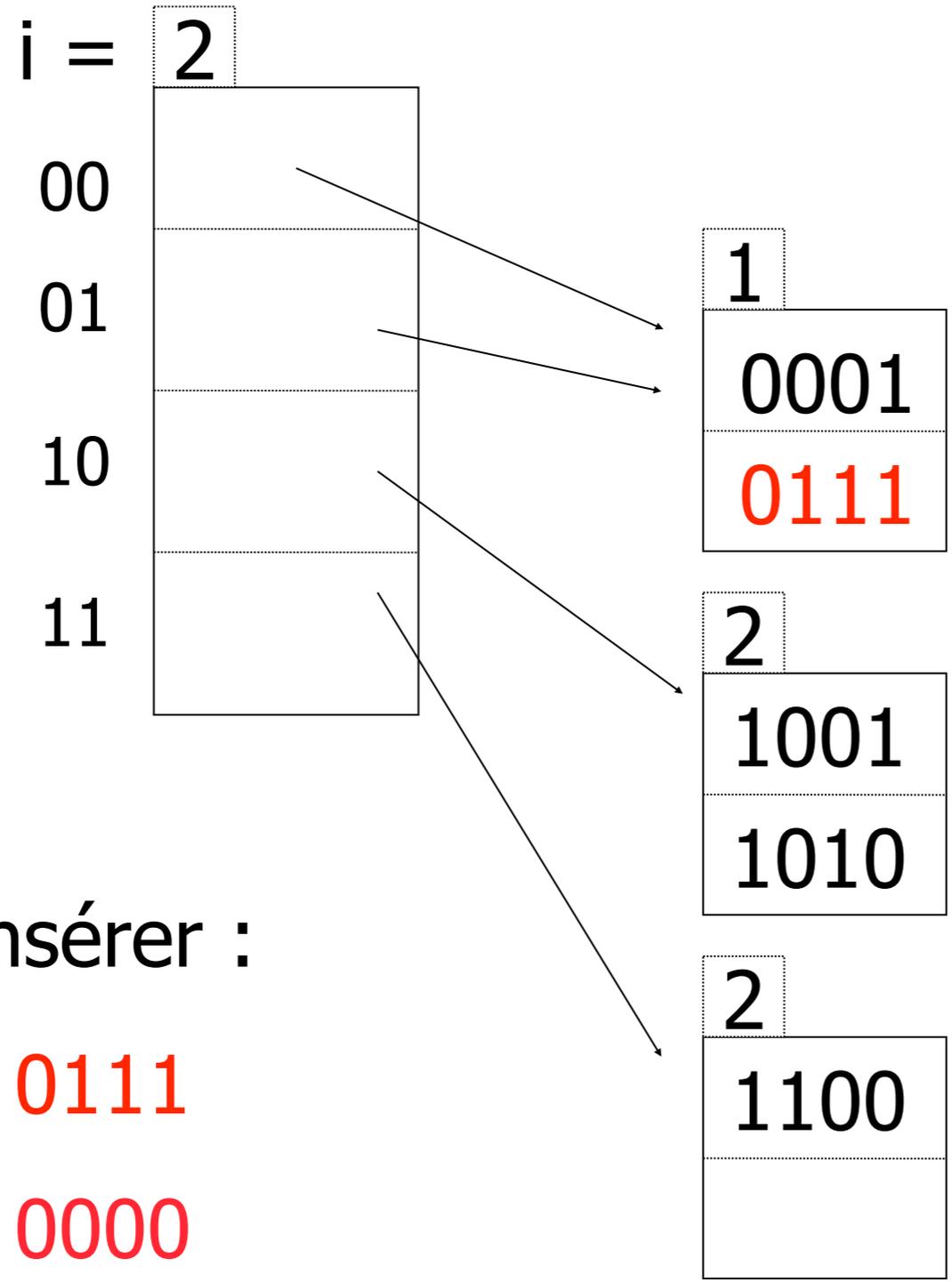
Insérer 1010

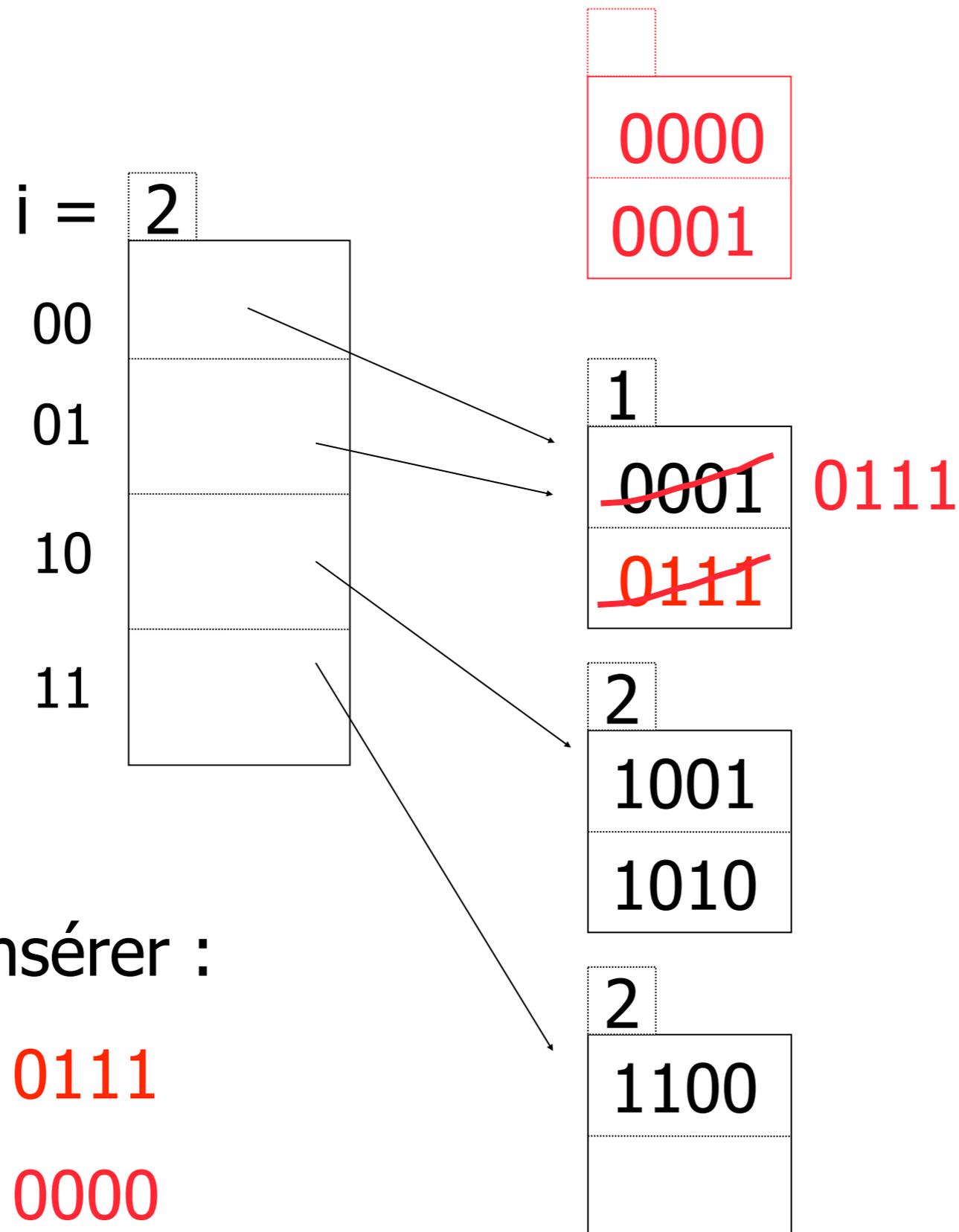


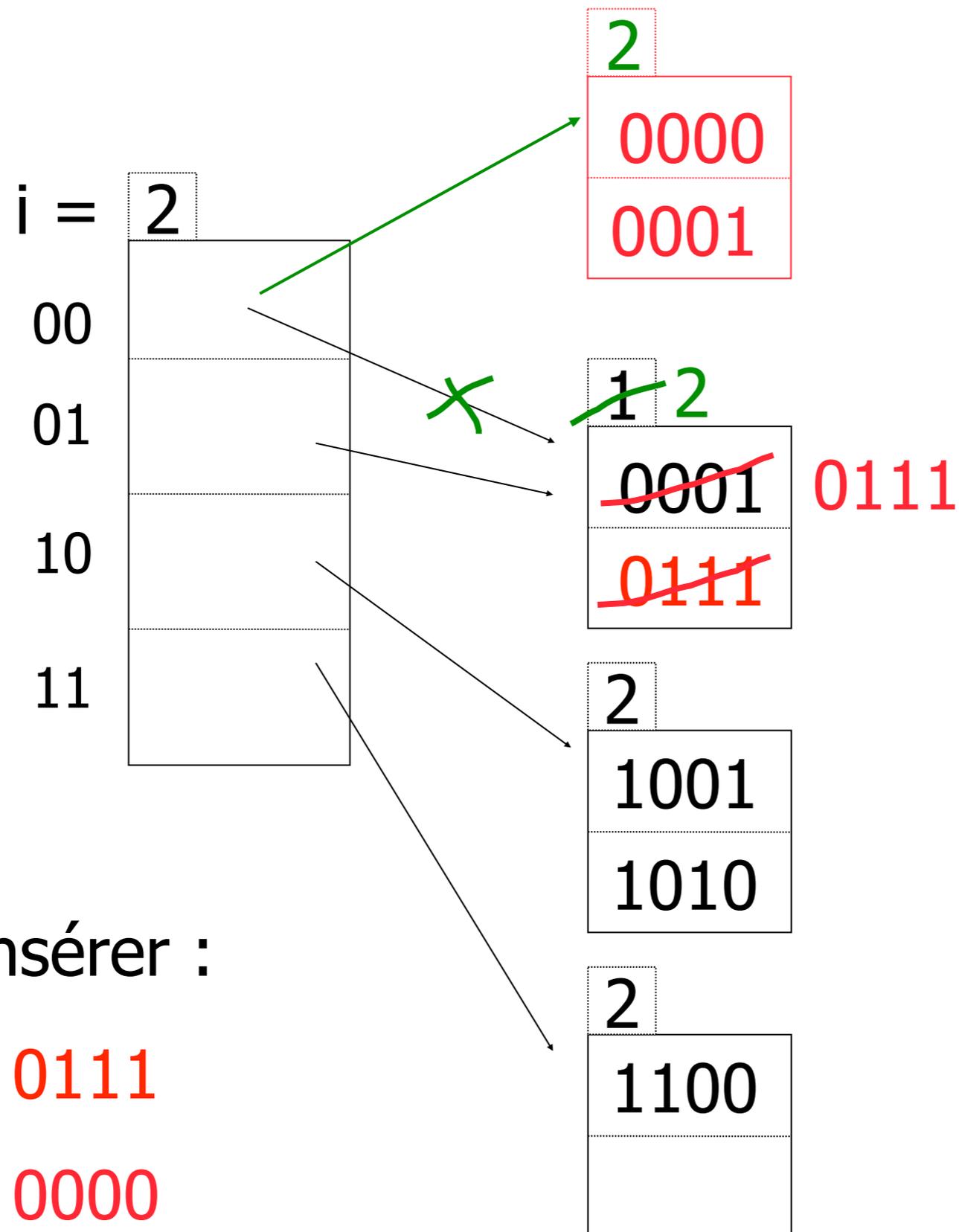
Exemple

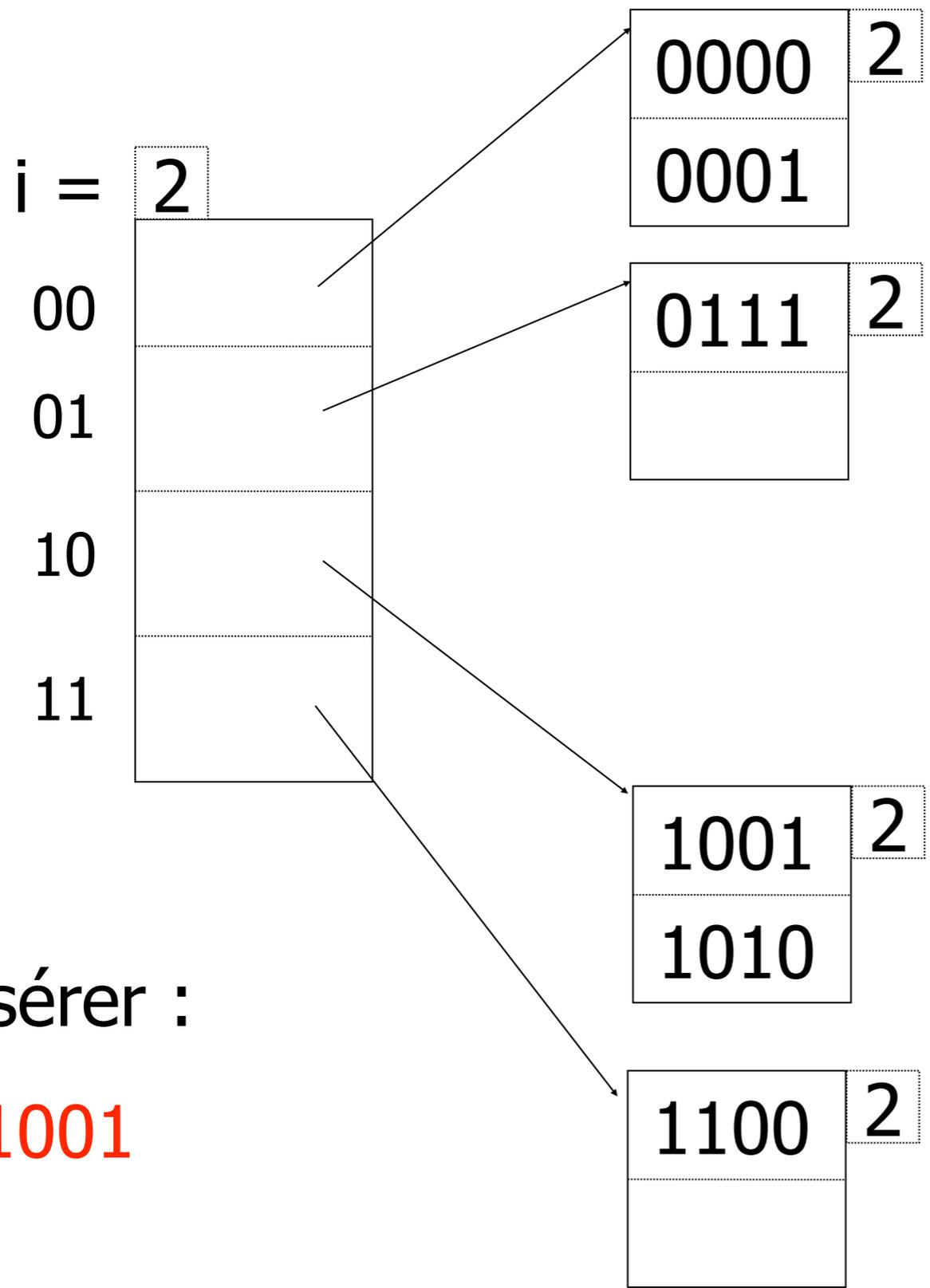






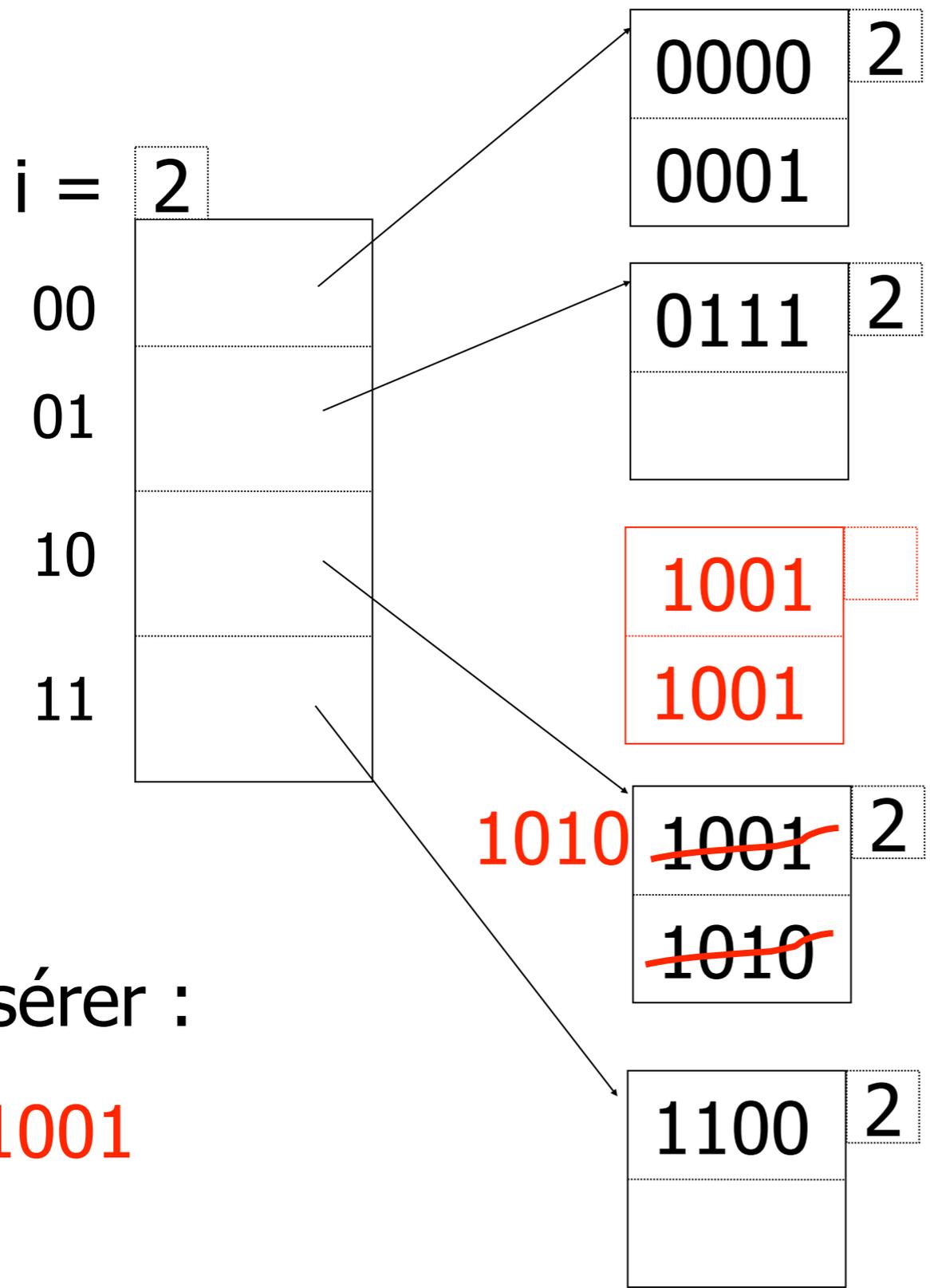






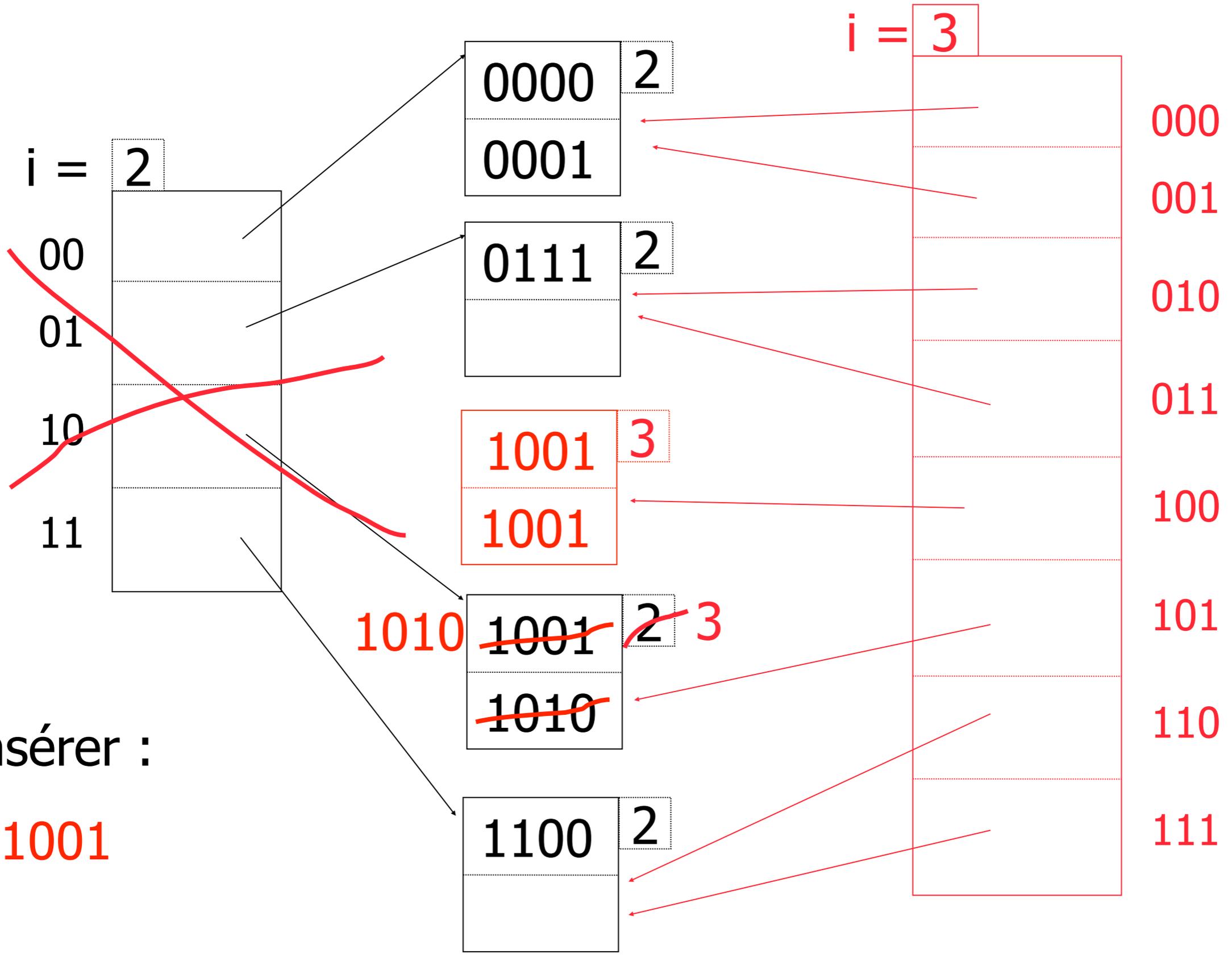
Insérer :

1001



Insérer :

1001



Insérer :

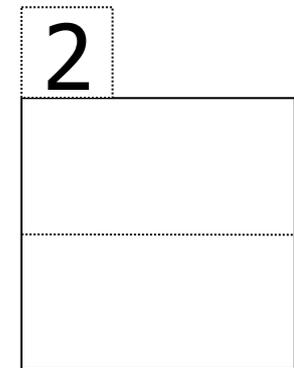
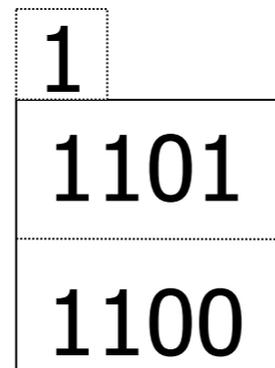
1001

Overflow

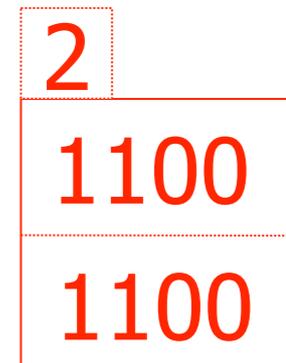
- On peut encore avoir besoin de chaînes de dépassement en présence d'un nombre trop important de duplication.

insérer 1100

Si nous divisons :

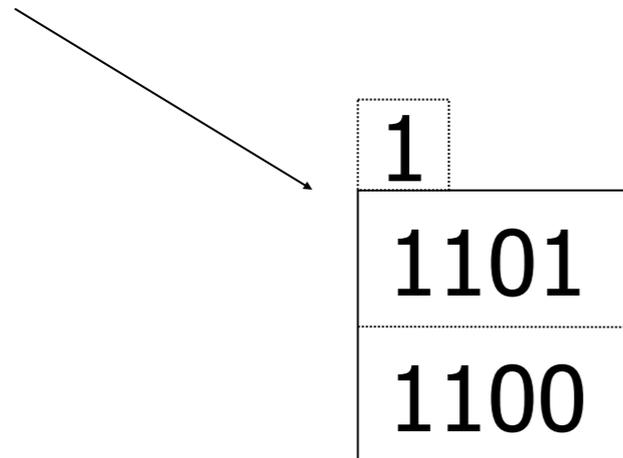


- La division n'aide pas si toutes les entrées se retrouvent dans un seul des deux blocs!

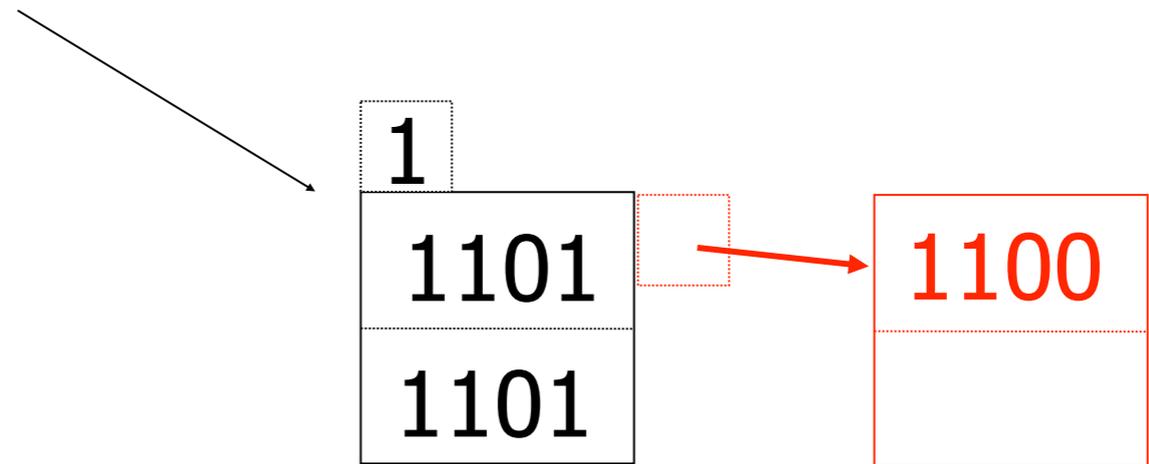


Overflow

insérer 1100



Ajout d'un bloc d'overflow :



Suppression

Suppriment enregistrement de clé K .

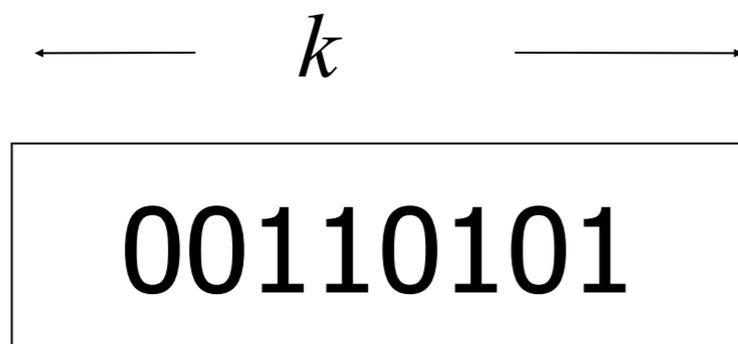
- En utilisant le répertoire, localiser le bloc b correspondant et y supprimer l'enregistrement.
- Si possible, fusionner le bloc b avec le bloc «ami» b' and ajuster les pointeurs de b et b' dans le répertoire.
- Si possible, réduire de moitié le répertoire.
→ inverse de la procédure d'insertion.

Discussion

- Gestion du nombre croissant de bacs sans gaspiller trop d'espace.
- Cela suppose que le répertoire tient en mémoire.
- Jamais d'accès à plus d'un bloc de données (si pas d'overflow) pour une requête.
- Doubler le répertoire est une opération très coûteuse qui interrompt les autres opérations et peut nécessiter un stockage sur disque.

Linear Hash Tables

- Pas de répertoire.
- La fonction de hachage calcule des séquences de k bits. Prend seulement les i derniers et les interprète comme le bac de numéro m .



i , croît au cours du temps

- n : **numéro du dernier bac**, le premier est 0.

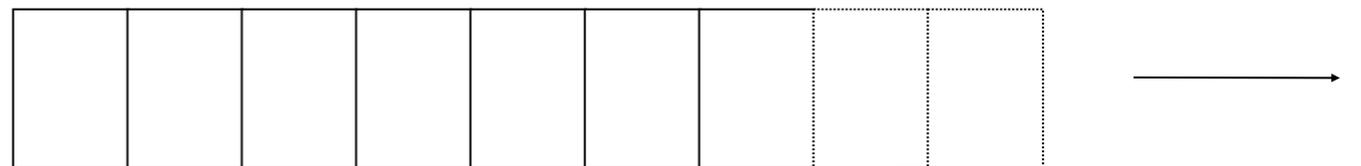
Insertion

- Si $m \leq n$, stocker dans le bac m . Sinon, stockage dans le bac de numéro $m - 2^{i-1}$
- Si overflows, ajout d'un bloc d'overflow.
- Si *space utilization* devient trop important, ajouter un bac à la fin et incrémenter n de 1.

$$\text{space utilization} = \frac{r}{(n+1) \times c}, \text{ where } r = \text{total number of records}$$

and c = bucket capacity (number records)

• → croissance linéaire

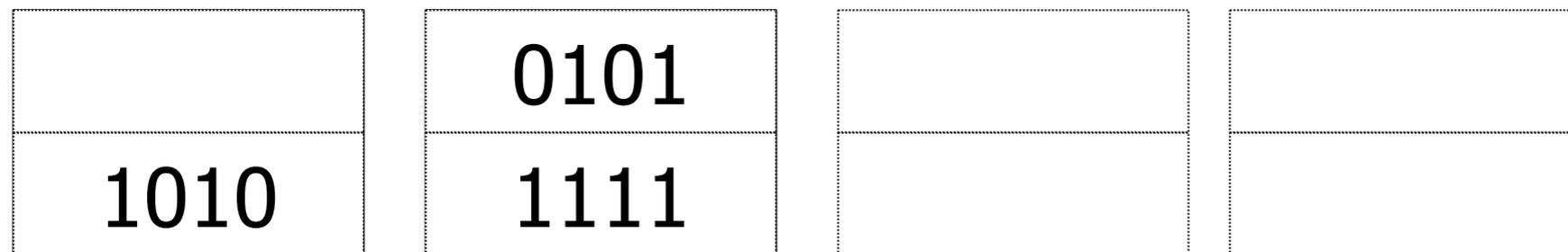


Insertion

- Le bac ajouté n'est pas généralement dans le rayon des clés où un overflow est apparu.
- Quand $n > 2^i$, incrémenter i de 1.
- i est le nombre de tours is the number of *rounds* doublant la taille de la table.
- Pas besoin de déplacer des entrées.

Exemple

$$k = 4, i = 2$$



00

01

10 11

$n = 01$

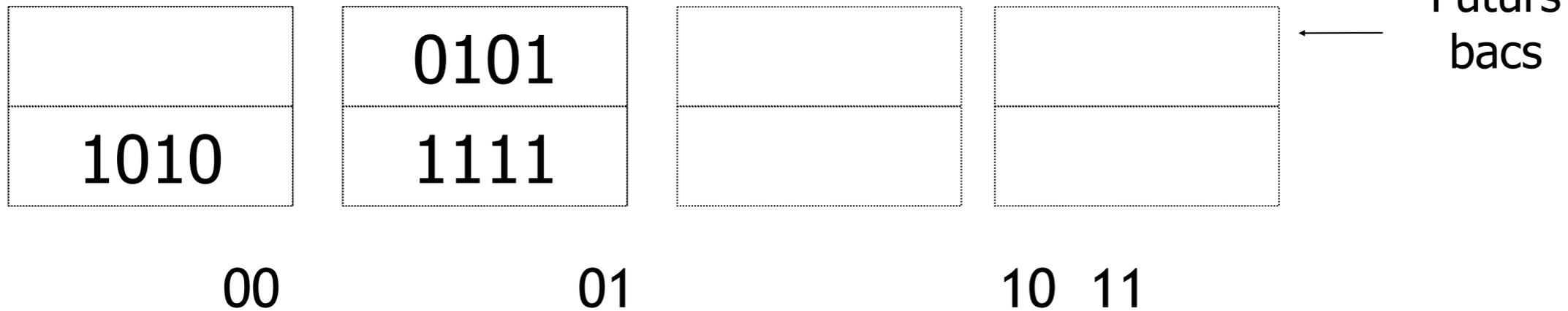
Futurs
bacs

Si $h(k)[i] \leq n$, alors
regarder bac $h(k)[i]$
sinon, regarder bac $h(k)[i] - 2^{i-1}$

Exemple

$$k = 4, i = 2$$

- insérer 0101



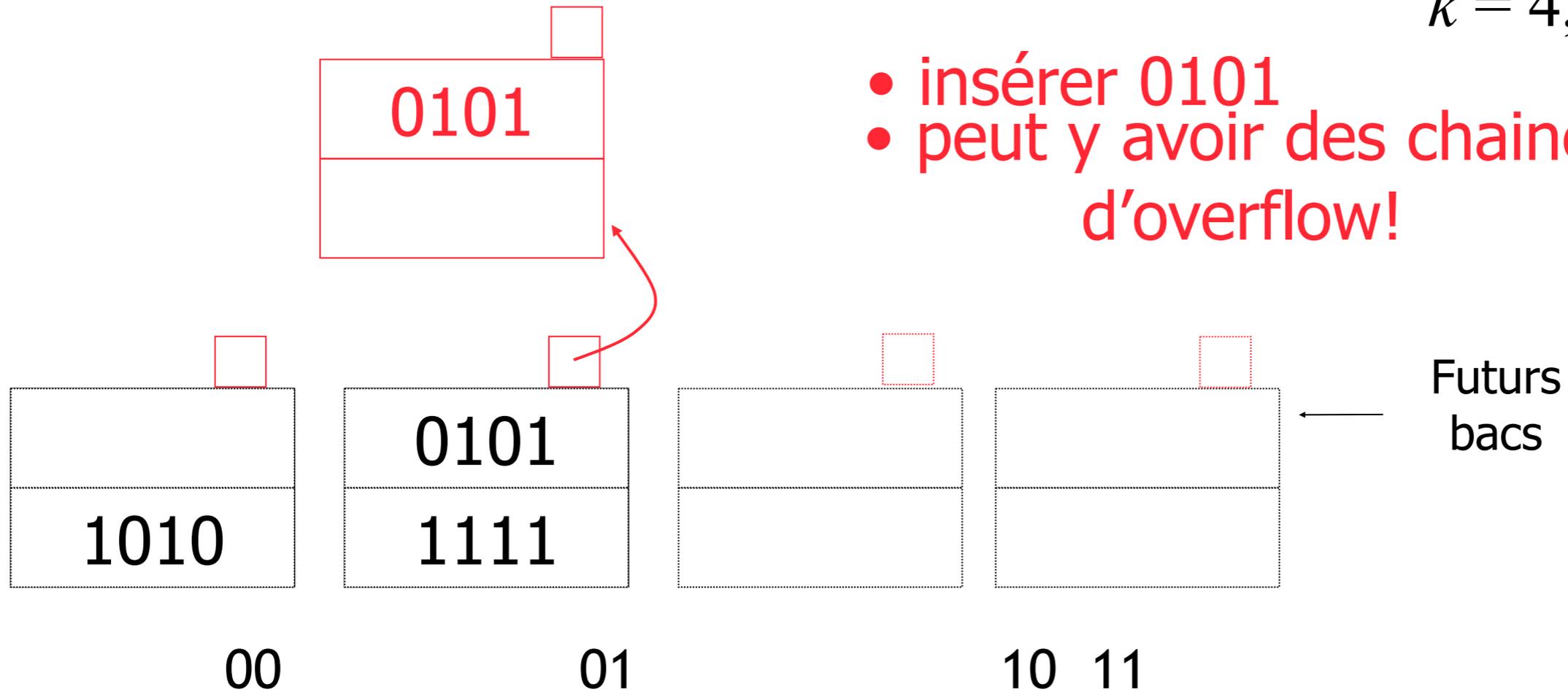
$$n = 01$$

Si $h(k)[i] \leq n$, alors
regarder bac $h(k)[i]$
sinon, regarder bac $h(k)[i] - 2^{i-1}$

Exemple

$$k = 4, i = 2$$

- insérer 0101
- peut y avoir des chaines d'overflow!

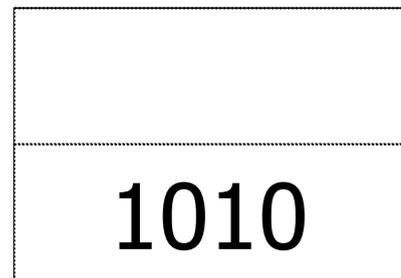


$$n = 01$$

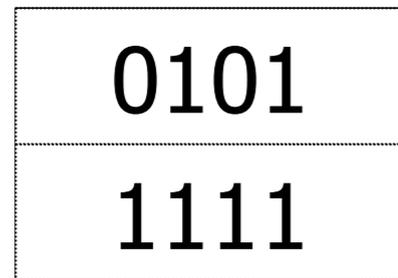
Si $h(k)[i] \leq n$, alors
regarder bac $h(k)[i]$
sinon, regarder bac $h(k)[i] - 2^{i-1}$

Exemple

$$k = 4, i = 2$$

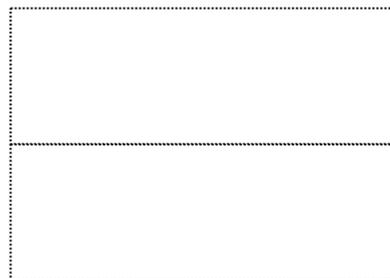
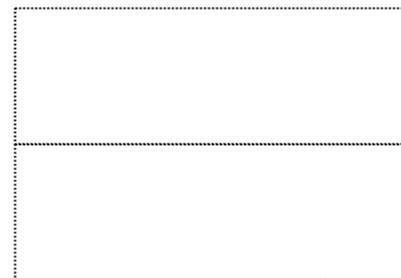


00



$n = 01$

01



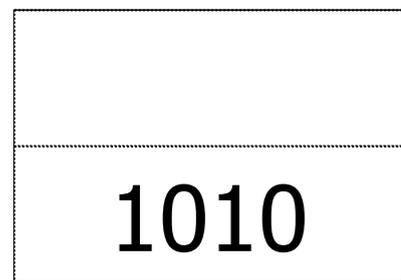
10 11



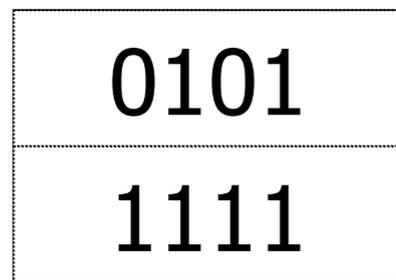
Futurs
bacs

Exemple

$$k = 4, i = 2$$



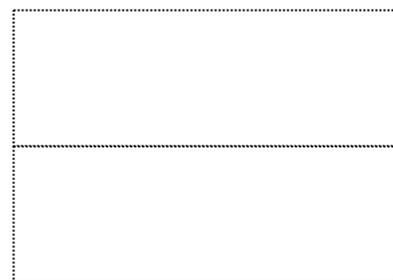
00



~~n = 01~~
10



01



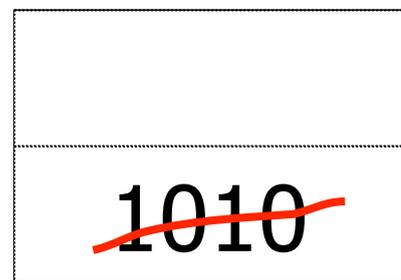
10 11

Futurs
bacs

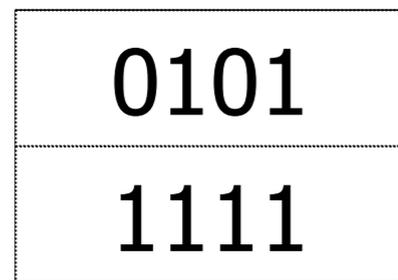


Exemple

$$k = 4, i = 2$$



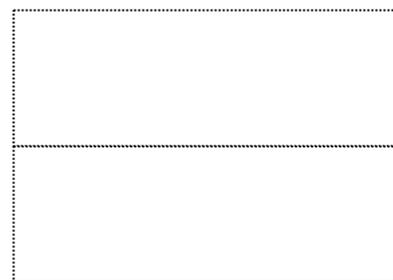
00



$n =$ ~~01~~
10



01



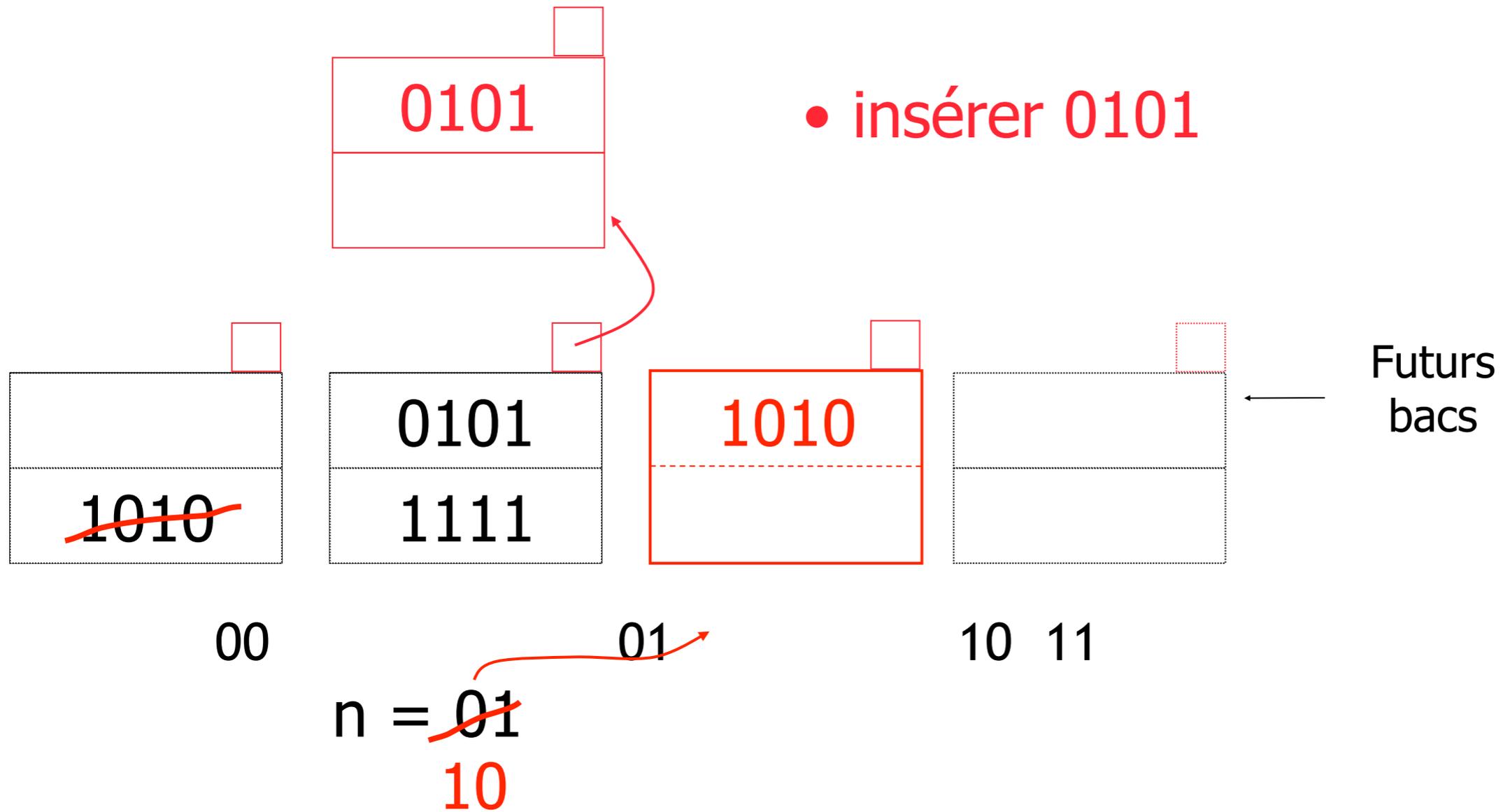
10 11

Futurs
bacs



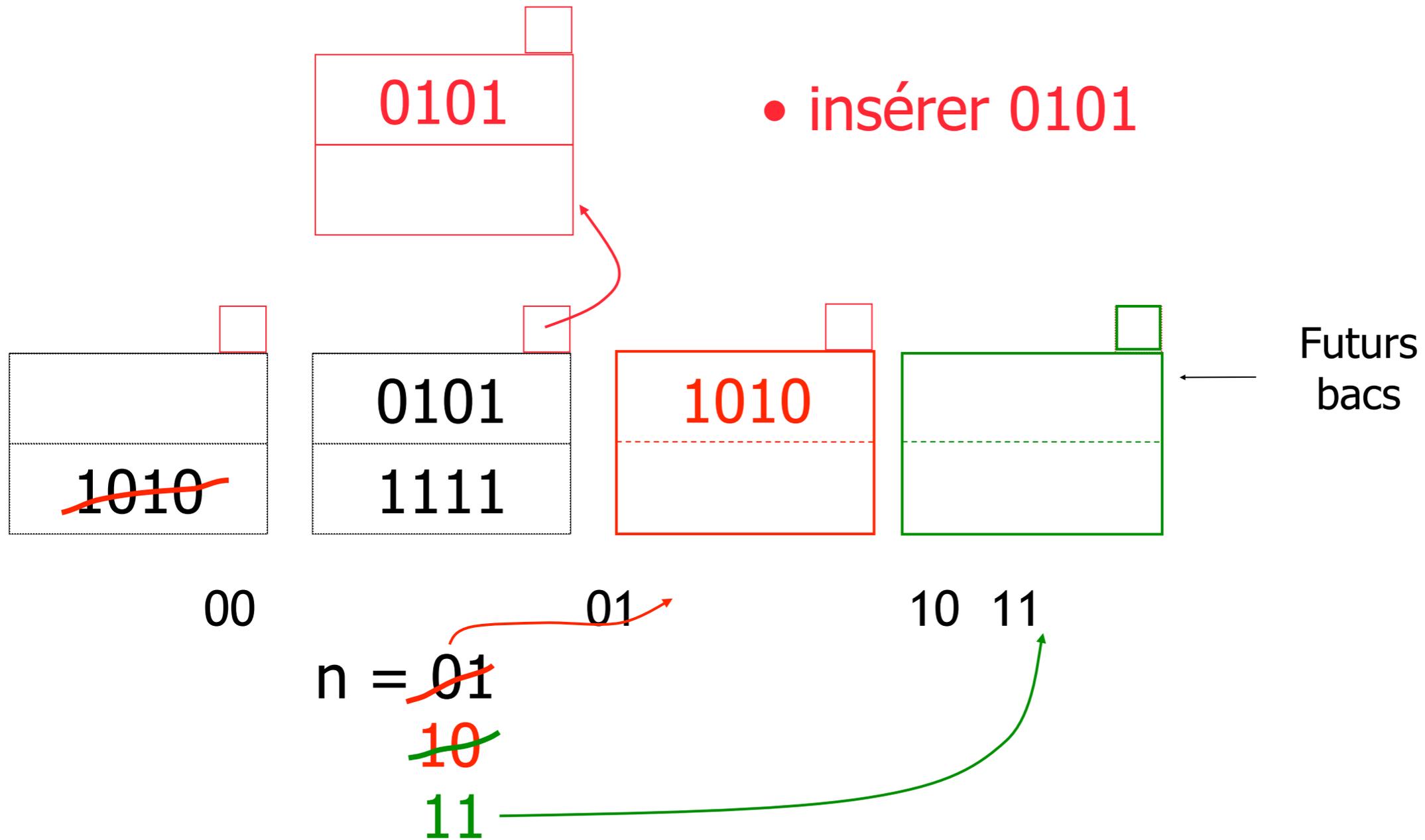
Exemple

$$k = 4, i = 2$$



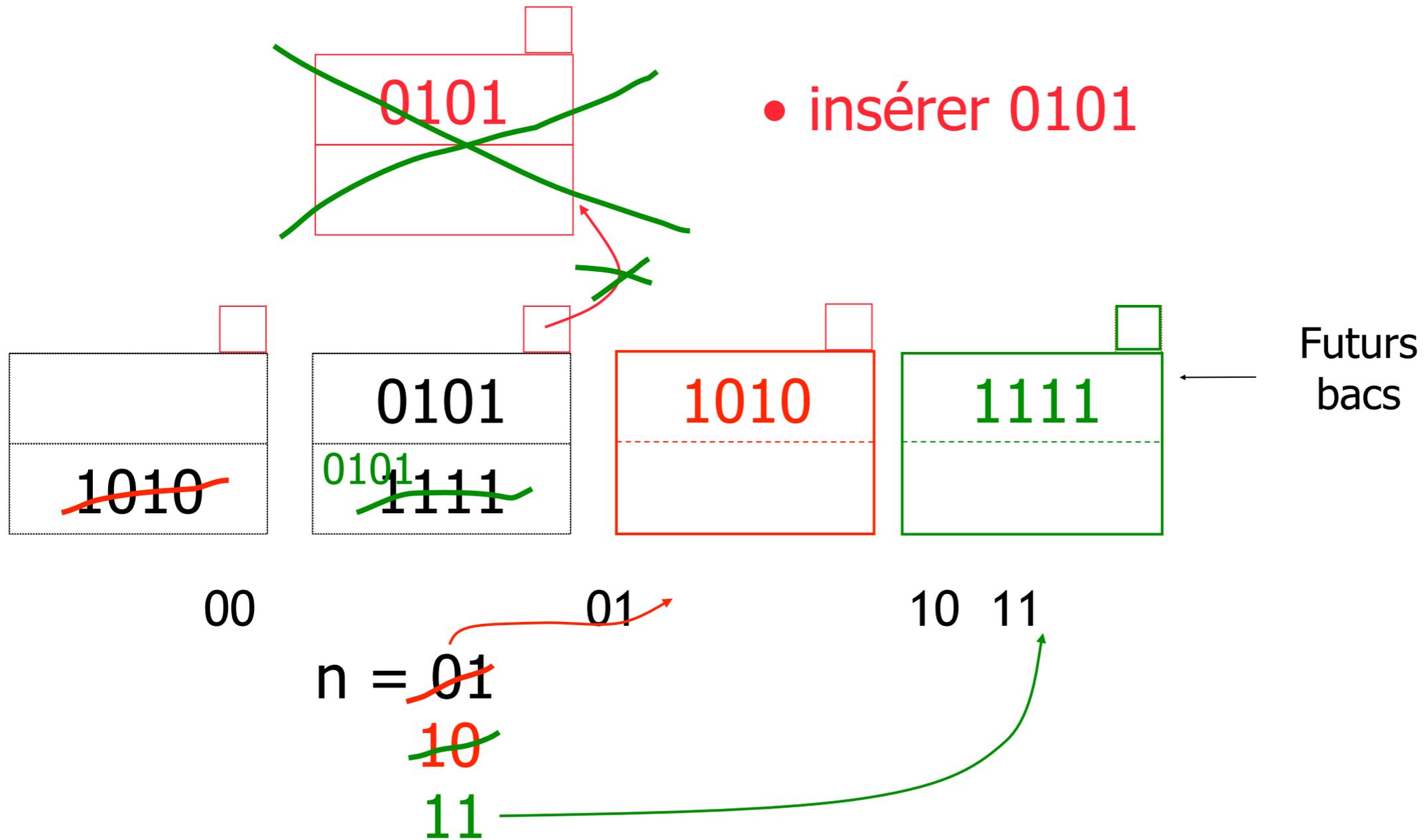
Exemple

$$k = 4, i = 2$$



Exemple

$$k = 4, i = 2$$



Example

$k = 4$

$i = 2$

	0101	1010	1111
	0101		

00

01

10 11

...

$n = 11$

Exemple

$k = 4$

$i = \cancel{2} 3$

0101
0101

1010

1111

0 00
100

0 01
101

0
110

0 11
111

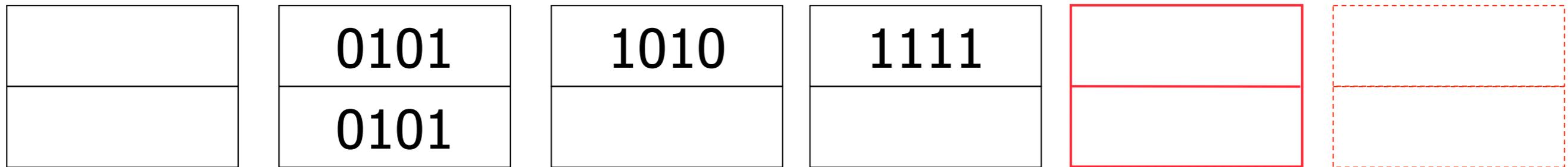
...

$n = 11$

Example

$k = 4$

$i =$ ~~2~~ 3



~~0~~ 00
~~100~~

0 01
101

0
110

~~0~~ 11
111

100

...

$n =$ ~~11~~

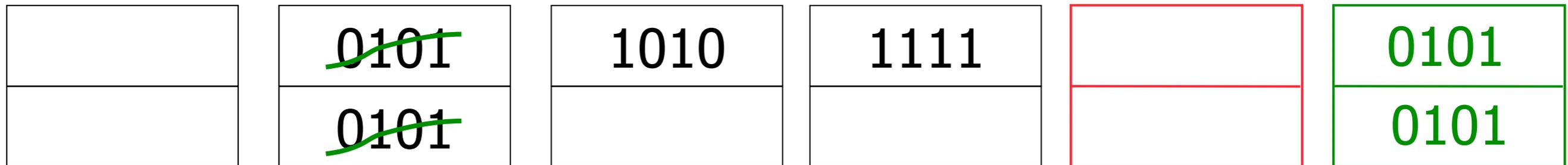
100



Exemple

$k = 4$

$i =$ ~~2~~ 3



~~0~~ 00
~~100~~

0 01
~~101~~

0
110

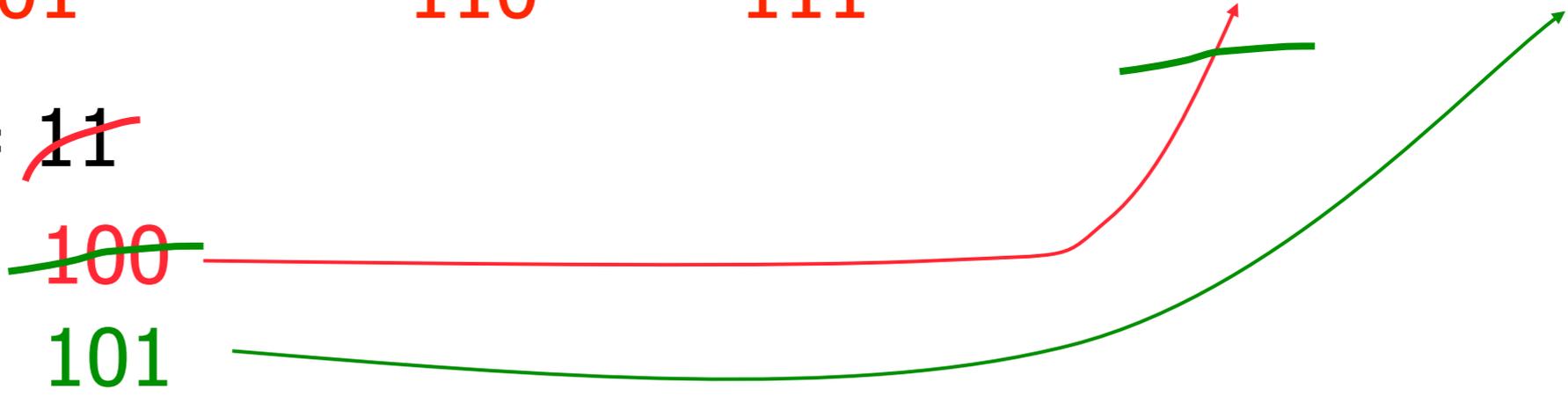
~~0~~ 11
111

100

101
...

$n =$ ~~11~~

~~100~~
101



Discussion

- Pas de gaspillage d'espace.
- Pas de répertoire, i.e. pas d'indirection d'accès et pas d'opération coûteuse pour doubler la taille.
- Besoin de chaînes de dépassement, même si pas de duplications parmi les i derniers bits des valeurs de hachage.

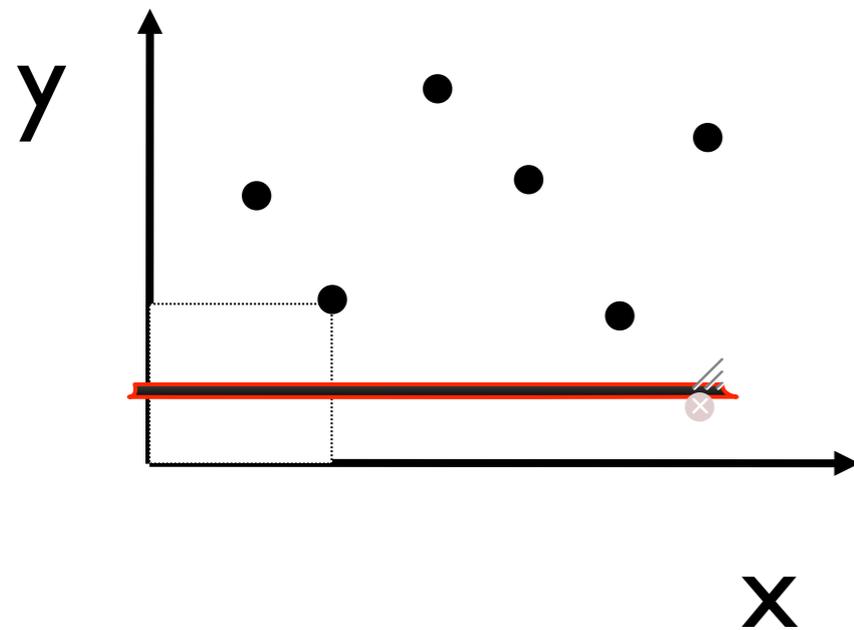
Résumé

- Tables de hachage: meilleures pour les requêtes d'égalité, ne supportent pas les autres recherches.
- Hachage statique peut provoquer de longues chaînes d'overflow.
- Extendible Hashing évite les overflows en divisant les bacs pleins quand un nouvel enregistrement est ajouté. (les overflows sont encore possibles.)
 - Répertoire double périodiquement.
 - Peut devenir très grand avec des données distribuées asymétriquement (I/O en plus si ça ne tient pas en mémoire)

- Linear Hashing évite de faire un répertoire en divisant les bacs et en utilisant des overflows.
 - Overflow chaîne ne sont pas trop longues
 - Duplications gérées facilement.
 - Space utilization peut être plus faible que les Extendible Hashing, puisque les divisions ne se concentrent pas que sur les zones denses.

Index multidimensionnel

Données géographiques



Données:

$\langle X_1, Y_1, \text{Attributs} \rangle$

$\langle X_2, Y_2, \text{Attributs} \rangle$

▪
▪
▪

Requête :

Qui est dans un rayon de 5 km
autour de $\langle X_i, Y_i \rangle$?

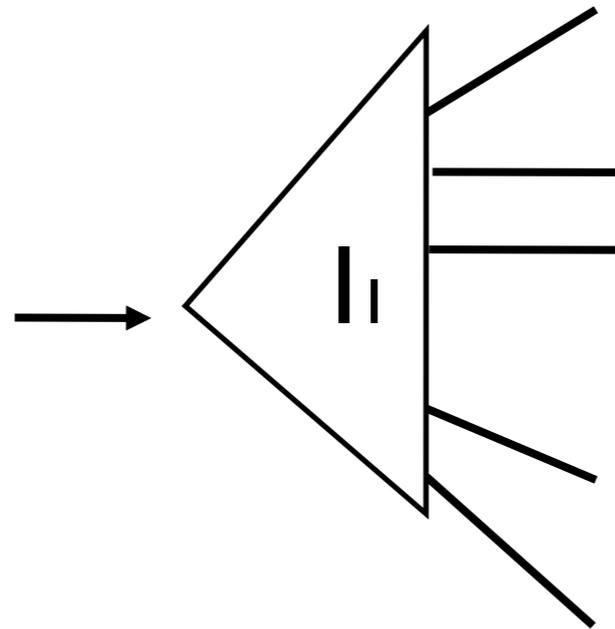
Quel est le point le proche de
 $\langle X_i, Y_i \rangle$?

Index MD

- Multi-key Index
- Grid Files
- Partitioned Hash Indexes
- R Trees
- etc.

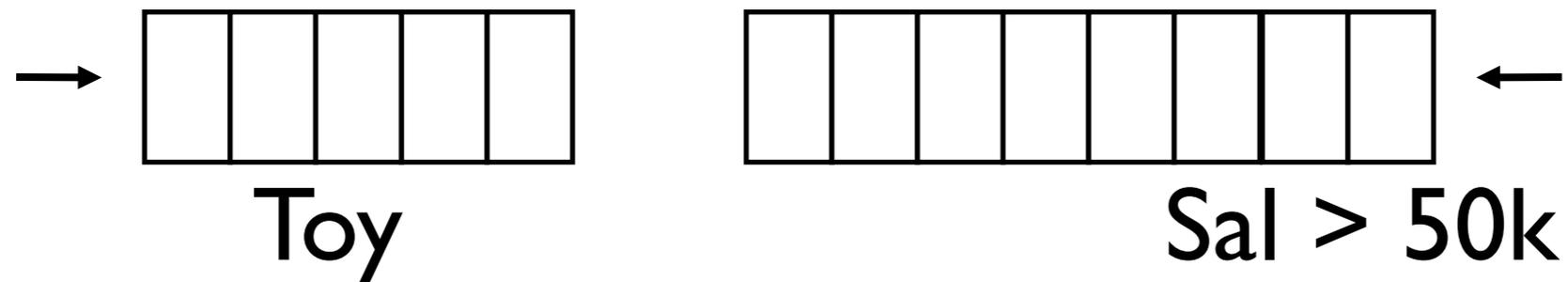
Multi-Key Index : Strategie I

- Utiliser, par exemple Dept.
- Prendre tous les enregistrements Dept = “Joy” et regarder les salaires.



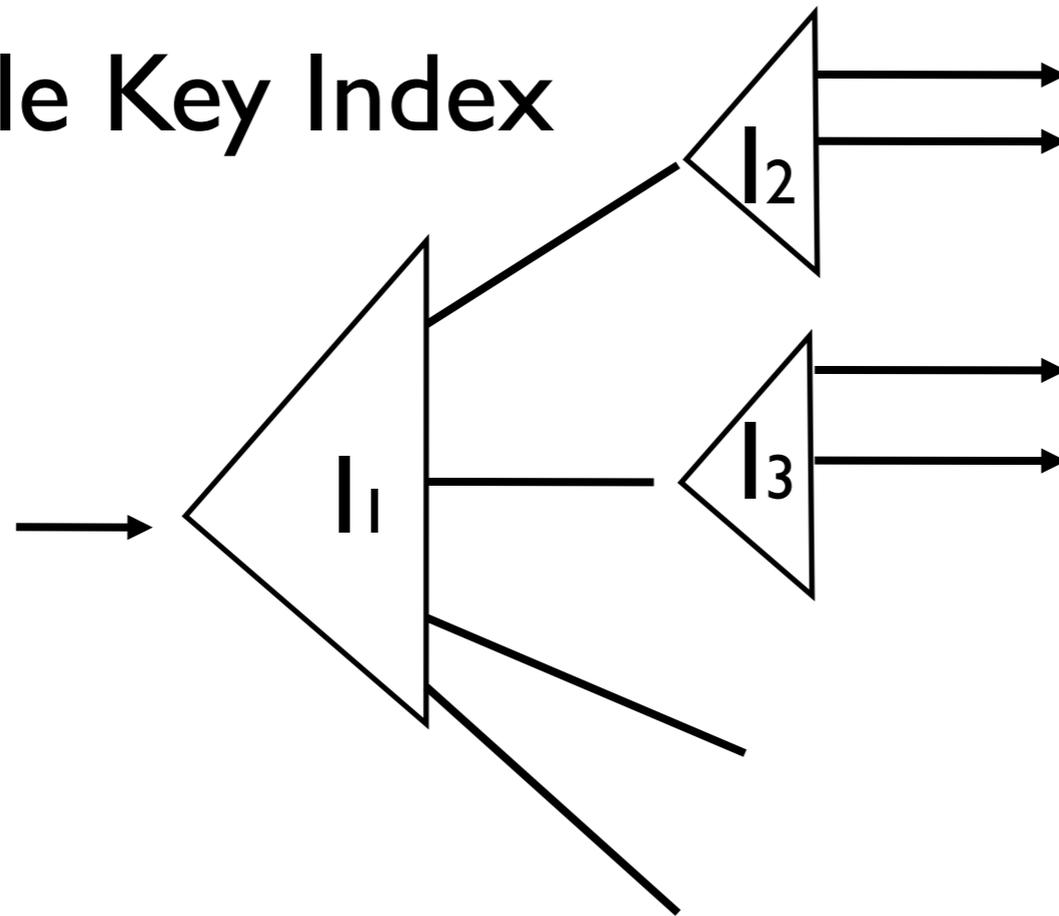
Multi-Key Index : Strategie II

- Utiliser 2 Index et manipuler des pointeurs.



Multi-key Index : Stratégie III

Multiple Key Index



Example

Art	
Sales	
Toy	

Dept

Index

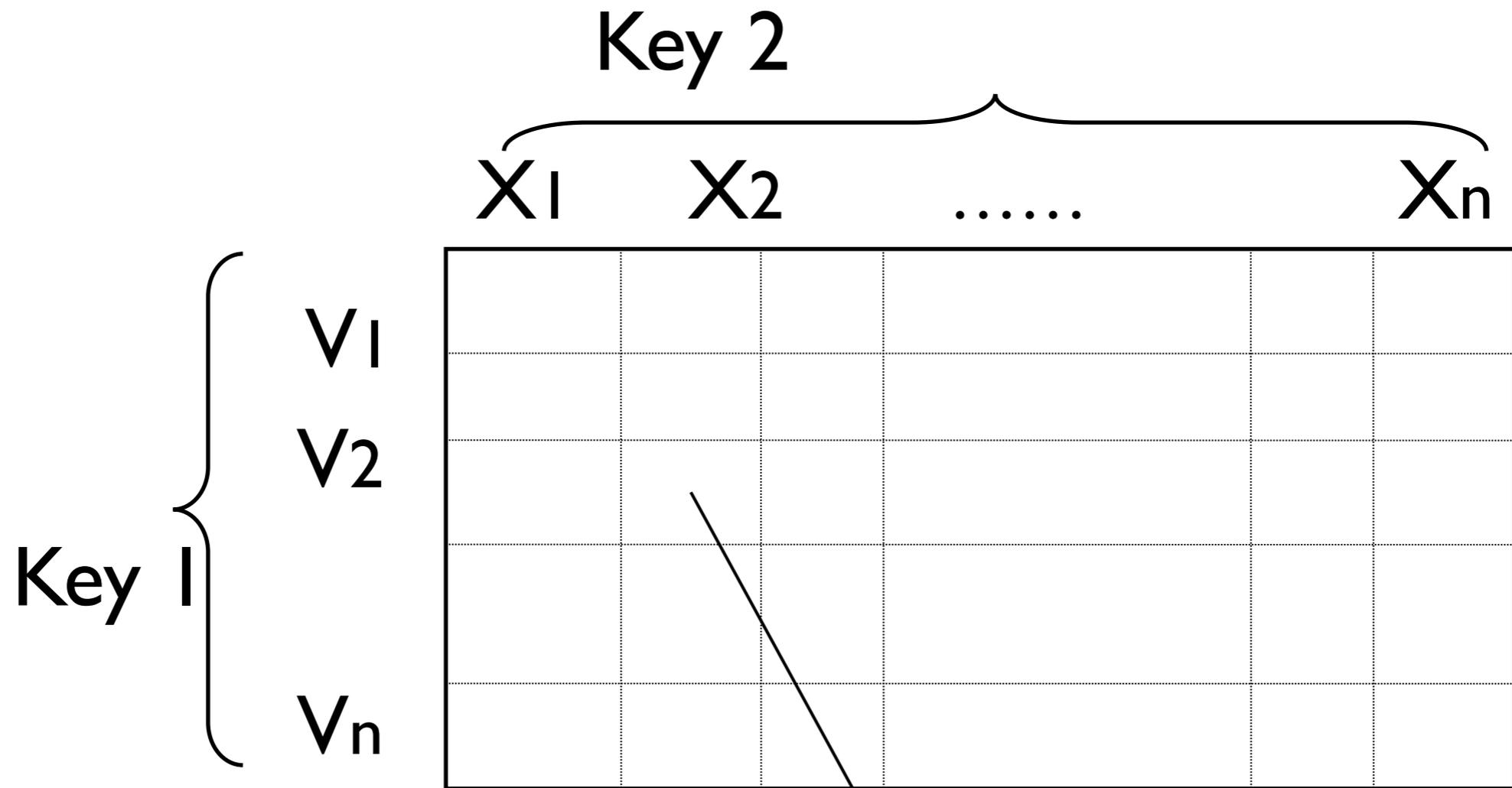
10k	
15k	
17k	
21k	

12k	
15k	
15k	
19k	

Salaire

Name=Joe
DEPT=Sales
SAL=15k

Grid-File Index



On peut rapidement retrouver les enregistrements :

key 1 = V_i \wedge Key 2 = X_j

key 1 = V_i

On peut rapidement retrouver les enregistrements :

key 1 = V_i \wedge Key 2 = X_j

key 1 = V_i

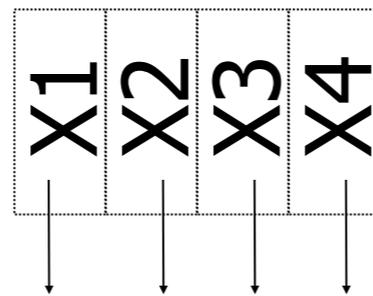
Et aussi avec des requêtes plus complexes

E.g., key 1 $\geq V_i$ \wedge key 2 $< X_j$

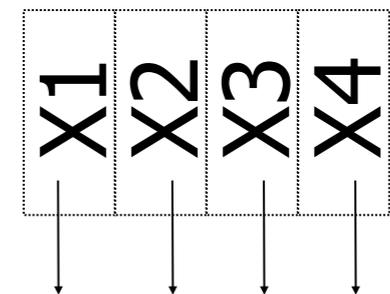
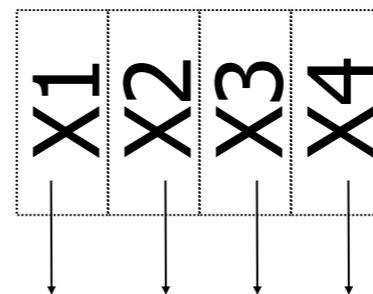
Problèmes

- Comment stocker ces fichiers sur le disque ?
- Besoin de régularité si veut calculer la position de $\langle V_i, X_j \rangle$.

Comme les
tableau

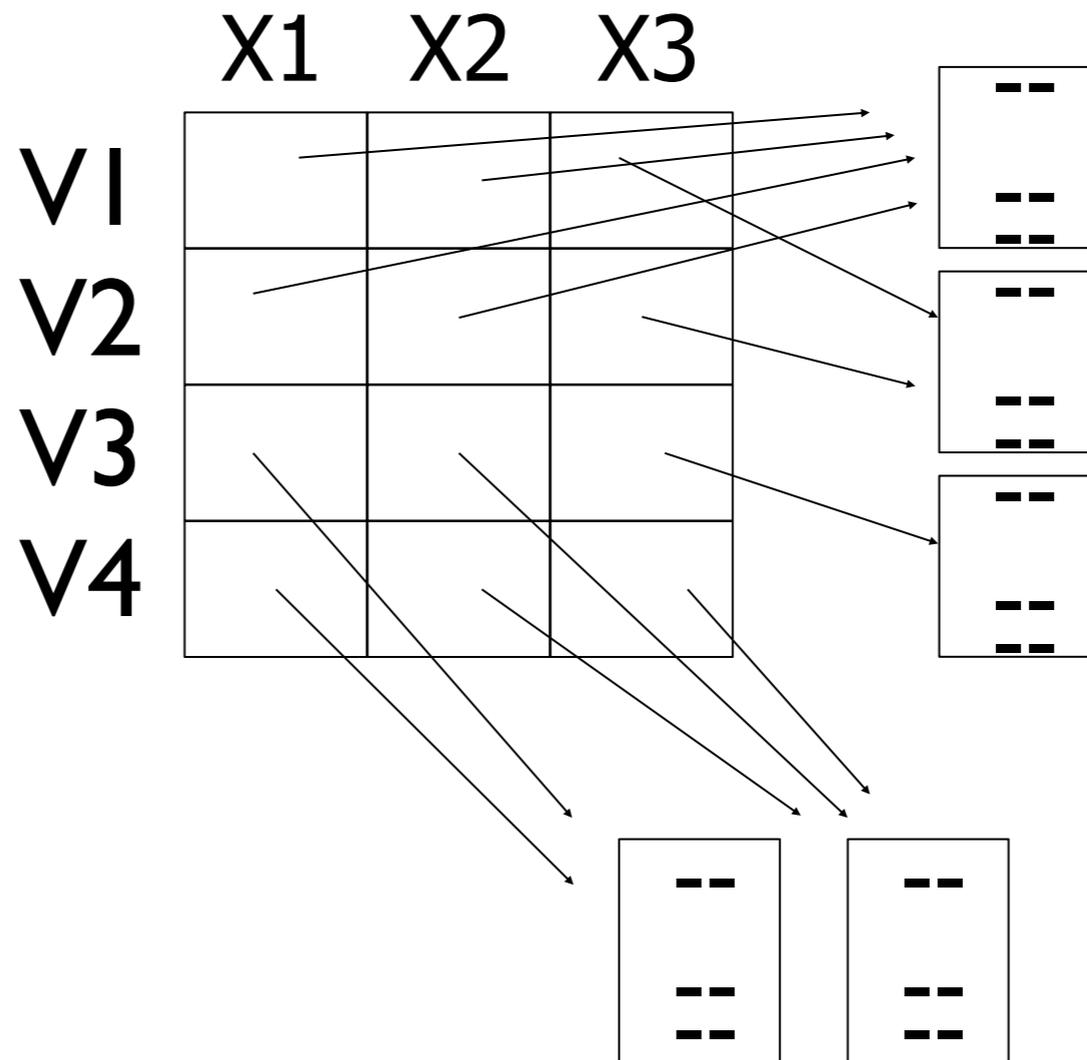


V1 V2 V3



Solutions

- La grille ne contient que des pointeurs sur des buckets.



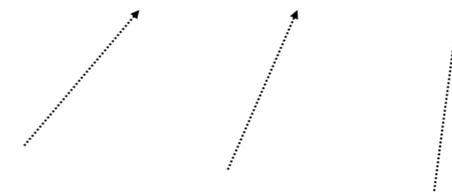
Partitionner les domaines

0-20K	1
20K-50K	2
50K- ∞	3

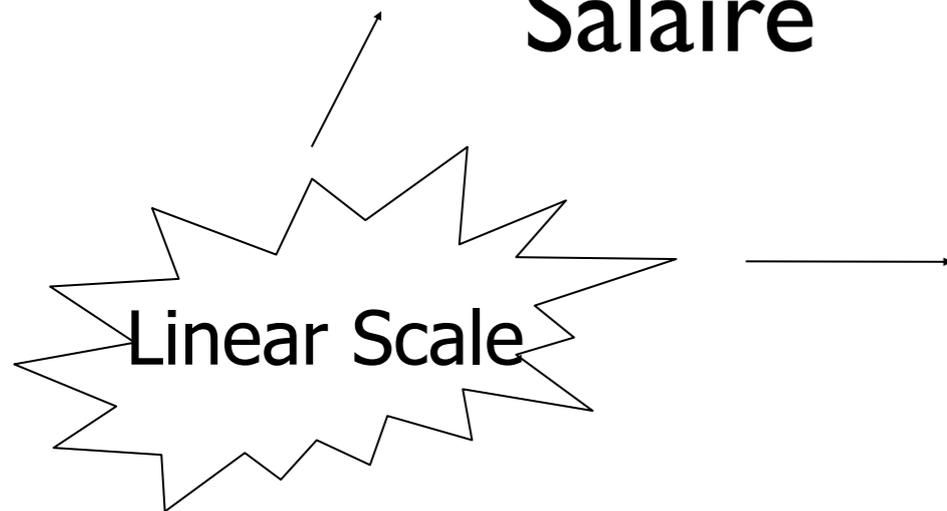
Salaire



Grid



1	2	3
Toy	Sales	Personnel



Grid files

- ⊕ Efficace pour des recherche multi-keys
- ⊖ Gestion de l'espace

- ⊖ Besoin de partitionnement qui distribue bien les clés.

Les index en SQL

- Les index sont spécifiés au moment où la table est créée.
- En général, un index est créé par défaut sur une clé primaire
- Il est possible d'ajouter ou supprimer un index d'une table : `create index`, `drop index`.
- Il est parfois possible de préciser quelle structure utilisée (B-Tree, hash)

L'implémentation des opérations de l'algèbre relationnelle

- Critère de performance : temps de calcul
- Paramètres utilisés pour une relation r :
 - nr : nombre de tuples de r
 - $V(X,r)$: *nombre de valeurs distinctes pour l'attribut X dans r*
 - Sr : *taille des tuples*

$$r_1 \cup r_2$$

- Sans index : $O(nr_1 + nr_2)$
- $O((nr_1 + nr_2) \log(nr_1 + nr_2))$ (tri)
- Avec index sur r_1 : n'ajouter à r_1 que les tuples de r_2 non présents dans r_1 :
 - $O(nr_1 + nr_2 \log(nr_1))$

$r_1 - r_2$

- trier les deux relations et les parcourir ensuite séquentiellement, éliminant de r_1 les tuples de r_2 : $O(nr_1 \log(nr_1) + nr_2 \log(nr_2))$;
- utiliser un index existant pour r_2 : considérer chaque tuple de r_1 , le chercher dans r_2 en utilisant l'index : $O(nr_1 \log(nr_2))$.

Projection

- $\pi_{\chi}r_1$:
 - En général : parcours de r_1 avec extraction des composantes nécessaires de chaque tuple : $O(nr_1)$.
 - Si l'élimination des occurrences multiples est nécessaire, alors il faut trier la relation r_1 : $O(nr_1 \log(nr_1))$

Jointure

- Supposons que r_2 possède un index pour les attributs communs X .
- On parcourt r_1 et pour chaque tuple de r_1 (et sa valeur pour X), on va chercher dans r_2 les tuples qui ont la même valeur pour X .
- Complexité : $O(nr_1(1 + \log(nr_2)))$, pour autant que $nr_2/V(X, r_2)$ soit borné

pour les attributs communs X .