

## Examen MIF06 - 26 janvier 2024 – 1h30 (+ 30 min Tiers-temps) Documents Interdits

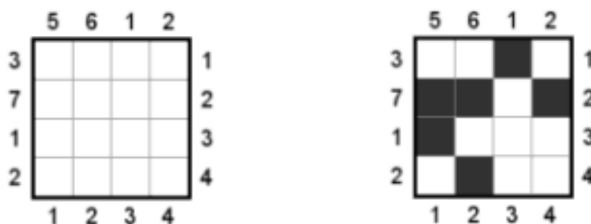
### PARTIE 1 - MODELISATION DE PROBLEMES – 5 PTS

On considère le jeu **Bokkusu** dont le but est de marquer en noir certaines cases d’une grille donnée.

Chaque case est associée à deux valeurs : une valeur A et une valeur B. **Les nombres à droite** dénotent les valeurs A des cases et représente le numéro de la ligne correspondante. **Les nombres en bas** dénotent les valeurs B des cases et représentent le numéro de la colonne correspondante. Ces valeurs vont toujours de 1 à la taille de la grille, en augmentant de 1 de gauche à droite ou du haut vers le bas. Ces valeurs sont identiques pour toutes les grilles de même taille.

**Les valeurs à gauche** indiquent la somme des valeurs B des cases noires pour chaque ligne et **les valeurs en haut** indiquent la somme des valeurs A des cases noires pour chaque colonne.

Un exemple d’une grille et de sa solution sont donnés sur la figure ci-dessous. Dans la solution de cet exemple, on a par exemple  $7 = 1 + 2 + 4$  (les cases avec valeur B de 1, 2 et 4 sont marquées en noir) et  $6 = 2 + 4$  (les cases avec valeurs A de 2 et 4 sont marquées en noir).



**Question 1 :** Modélisez le problème de l’image ci-dessus, sous forme d’un CSP afin de pouvoir le résoudre avec les algorithmes vus en cours. Il vous est demandé de **modéliser ce problème précis** et non pas tous les Bokkusu, et non pas de résoudre le problème.

**Question 2 :** Généralisez votre modélisation pour pouvoir résoudre tous les Bokkusu de taille  $4 \times 4$ .

---

#### Indices de correction

---

**Exemple de formalisation (pas la seule) :**

**(1 pt) Les variables :**

Nommons chaque case de la grille de façon matricielle

$L = [X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}]$ ,

**(1 pt) Le domaine :**

Variables binaires (blanc=0 ou noir=1) :

**(2 pts) Les contraintes :**

Pour les contraintes, il faut que la somme des variables binaires (blanc=0 ou noir=1) multiplié par les coefficients à gauche ou en haut soient égale à la valeur en face.

$$\begin{aligned}
X_{11} + 2 \cdot X_{12} + 3 \cdot X_{13} + 4 \cdot X_{14} &= 3, \\
X_{21} + 2 \cdot X_{22} + 3 \cdot X_{23} + 4 \cdot X_{24} &= 7, \\
X_{31} + 2 \cdot X_{32} + 3 \cdot X_{33} + 4 \cdot X_{34} &= 1, \\
X_{41} + 2 \cdot X_{42} + 3 \cdot X_{43} + 4 \cdot X_{44} &= 2, \\
X_{11} + 2 \cdot X_{21} + 3 \cdot X_{31} + 4 \cdot X_{41} &= 5, \\
X_{12} + 2 \cdot X_{22} + 3 \cdot X_{32} + 4 \cdot X_{42} &= 6, \\
X_{13} + 2 \cdot X_{23} + 3 \cdot X_{33} + 4 \cdot X_{43} &= 1, \\
X_{14} + 2 \cdot X_{24} + 3 \cdot X_{34} + 4 \cdot X_{44} &= 2.
\end{aligned}$$

**(1 pt) Généralisation :**

On note  $X_{0i}$  et  $X_{j0}$  les sommes des nombres A et B et on remplace les chiffres de droite sur la formule ci-dessus.

## PARTIE 2 – SYSTEME A BASE DE CONNAISSANCES – 8 PTS

Pour travailler sur les systèmes à base de connaissances, nous allons prendre des exemples jouets. Nous considérons donc des faits A, B, C... qui peuvent être soit vrais, soit faux.

Soit la base de connaissances suivante :

- |                           |                      |
|---------------------------|----------------------|
| 1. Si B et D et E alors F | 6. Si X et A alors H |
| 2. Si G et D alors A      | 7. Si C alors D      |
| 3. Si C et F alors A      | 8. Si X et C alors A |
| 4. Si B alors X           | 9. Si X et B alors D |
| 5. Si D alors E           |                      |

**Question 3 :** Avec la base de faits { B, C }, peut-on prouver H en chaînage avant ? Déroulez le fonctionnement du système en **chaînage avant**, en expliquant à chaque étape les règles utilisées et le contenu de la base de faits.

**Question 4 :** Et en **chaînage arrière** ? Justifiez votre réponse en montant le fonctionnement du système en expliquant à chaque étape les règles utilisées et le contenu de la base de faits.

Prenons une autre base de connaissances :

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 1. Si A et B alors C | 4. Si B et G alors F |
| 2. Si F et D alors A | 5. Si E et F alors D |
| 3. Si D et E alors B |                      |

**Question 5 :** Avec la base de faits { E, F }, que peut-on conclure en **chaînage avant** ? Justifiez.

**Question 6 :** Avec la même base de faits { E, F }, peut-on conclure sur C en **chaînage arrière** ? Justifiez.

Prenons une dernière base de connaissances :

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 1. Si E et B alors C | 4. Si E et F alors O |
| 2. Si B et D alors F | 5. Si I et H alors B |
| 3. Si B et D alors A | 6. Si D et E alors B |

**Question 7 :** Avec la base de faits { E, F }, peut-on conclure sur C en **chaînage arrière** ?

## ==== Indices de correction =====

**(1,5 pts) Question 3 : Chainage avant avec but**

Première boucle  
R4 : BCX  
R7 : BCDX  
R8 : ABCDX  
R9 : idem  
Nouvelle boucle  
R5 : ABCDEX  
R6 : ABCDEHX

On a prouvé le but, on s'arrête sans avoir saturé la base en entier

**(2 pts) Question 4 : Chainage arrière avec but**

H ?

R6 : X ? et A ?

X ? R4 : B ? dans la base de fait donc OK

On ajoute X dans la BF

A ? R2 : G ? et D ?

G ? pas dans BF, pas de règle, echec, on arrête R2 sans tester D

A ? R3 : C ? et F ?

C ? dans la base de fait donc OK

F ? R1 : B ? et D ? et E ?

B ? dans la base de fait donc OK

D ? R7 : C ? dans la base de fait donc OK

On ajoute D dans la BF

E ? R5 : D ? dans la base de fait donc OK

On ajoute F dans BF donc R3 OK

On ajoute A dans BF donc R6 OK

Donc H est prouvé

**(1,5 pts) Question 5 : Chainage avant sans but**

Première boucle  
R5 : DEF

Nouvelle boucle  
R2 : ADEF  
R3 : ABDEF

Nouvelle boucle

R1 : ABCDEF

Nouvelle boucle : reste R4 non utilisée mais non applicable

**(1,5 pts) Question 6 : Chainage arrière avec but**

C ?

R1 : A ? et B ?

A ? R2 : F ? et D ?

F ? dans la base de fait donc OK

D ? R5 : E ? et F ? dans la base de fait donc OK

On ajoute D dans BF donc R2 OK

On ajoute A dans BF, on continue sur R1

B ? R3 : D ? et E ? dans la base de fait donc OK

On ajoute B dans BF donc R1 OK

Donc C est prouvé

**(1,5 pts) Question 7 : Chainage arrière avec but**

C ?

R1 : E ? et B ?

E ? dans la base de fait donc OK

B ? R5 : I ? et H ?

I ? pas dans la BF, pas de règle, échec sur R5

B ? R6 : D ? et E ?

D ? pas dans la BF, pas de règle, échec sur R6

Pas d'autre règle pour prouver B donc échec de R1

Pas d'autre règle pour prouver C donc échec

**PARTIE 3 – PROLOG – 7 PTS**

On souhaite utiliser la **recherche dans un graphe d'états** pour résoudre le petit casse-tête suivant.

*Merlin l'enchanteur doit faire un filtre d'amour pour le roi. Pour cela, il lui faut 4 cl de bave de crapaud. Il ne dispose que d'un récipient de 3 cl et d'un autre de 5 cl (qui ne sont pas gradués), et de son chaudron magique. Il dispose au total de 10cl de bave de crapaud.*

*Comment peut-il faire pour mesurer ses 4 cl de bave et les mettre dans le chaudron ?*

*Indice : il peut remplir le chaudron en plusieurs fois...*

Soient les prédicats recherche et resoudre vus en TP :

```
recherche(Ef,Ef,_,[]) :- !.
recherche(Ec,Ef,Letats,[Op|Lop]) :-
    operateur(Ec,Op,Es),
    not(member(Es,Letats)), not(interdit(Es)),
    write(Ec),write(' '), write(Op),write(' '),write(Es),nl,
    recherche(Es,Ef,[Es|Letats],Lop).
resoudre(Sol) :- initial(Ei),final(Ef),recherche(Ei,Ef,[Ei],Sol).
```

**Question 8 :** Définissez les prédicats initial, final et operateur pour ce problème.

**Question 9 :** Quelle requête faut-il faire pour savoir s'il y a des solutions, combien et lesquelles ?

---

Indices de correction

---

```
/* have, recipient3, recipient5, chaudron */
(2 pt)
initial([10,0,0,0]).
final([_,_,_,4]).

(4 pt)
operateur([B,X,Y,C],remplir3L,[B1,3,Y,C]):- Place is 3-X, B1 is B-Place,
B1>=0.
operateur([B,X,Y,C],remplir5L,[B1,X,5,C]):- Place is 5-Y, B1 is B-Place,
B1>=0.

operateur([B,_,Y,C],vider3L,[B,0,Y,C]).
operateur([B,X,_,C],vider5L,[B,X,0,C]).

operateur([B,X,Y,C],vider3LdansChaudron,[B,0,Y,C1]):- C1 is C + X, C1 <5.
operateur([B,X,Y,C],vider5LdansChaudron,[B,X,0,C1]):- C1 is C + Y, C1 <5.

operateur([B,X,Y,C],transvaser3Ldans5L,[B,0,NY,C]):- Place is 5-Y, X<Place,
NY is Y+X.
operateur([B,X,Y,C],transvaser3Ldans5L,[B,NX,5,C]):- Place is 5-Y, X>Place,
NX is X-Place.

operateur([B,X,Y,C],transvaser5Ldans3L,[B,NX,0,C]):- Place is 3-X, Y<Place,
NX is X+Y.
operateur([B,X,Y,C],transvaser5Ldans3L,[B,3,NY,C]):- Place is 3-X, Y>Place,
NY is Y-Place.

(1 pt)
?- findall(S, resoudre(S), L),length(L,N).
L = [[remplir3L, remplir5L, vider3L, transvaser5Ldans3L, vider5LdansChaudron,
transvaser3Ldans5L, remplir5L, transvaser5Ldans3L|...], [remplir3L,
remplir5L, vider3L, transvaser5Ldans3L, vider5LdansChaudron,
transvaser3Ldans5L, remplir5L|...], [remplir3L, remplir5L, vider3L,
transvaser5Ldans3L, vider5LdansChaudron, transvaser3Ldans5L|...], [remplir3L,
vider3L, remplir3L, transvaser3Ldans5L, remplir3L|...], [remplir3L, vider3L,
remplir3L, transvaser3Ldans5L|...], [remplir3L, vider3L, remplir3L|...],
[remplir3L, vider3L|...], [remplir3L|...], [...|...]|...],
N = 432.
```

---