

Etude des milieux participants
en synthèse d'images

et

implémentation au sein
du programme
de lancer de rayons Yart

Martial Tola

Stage de DEA "Images"

effectué

au

laboratoire LISSE

de

l'Ecole des Mines de Saint-Etienne

Mars-Août 1997

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Bernard Péroche, directeur de l'équipe de recherche en synthèse d'images du laboratoire LISSE de l'Ecole des Mines de Saint-Etienne pour m'avoir accueilli au sein de son équipe, conseillé, suivi et aidé tout au long de mon travail.

Je remercie Gilles Mathieu pour m'avoir fait parvenir quelques articles et documents intéressants qui m'ont été très utiles pendant ma longue phase de recherche bibliographique.

Merci aussi à Marc Roelens (sans qui Yart ne serait pas Yart) pour son immense aide théorique, pratique et également technique qui m'a permis de comprendre une partie des méandres du logiciel de lancer de rayons du laboratoire. Merci aussi à lui pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa grande patience tout au long de ce stage.

Je remercie également Jean-Michel Moreau, Dominique Michelucci et les autres enseignants pour leur accueil sympathique et l'aide qu'ils ont su m'apporter.

Merci à l'ensemble des thésards et stagiaires qui se sont intéressés de près ou de loin à mon travail et qui ont partagé ma vie de tous les jours au laboratoire, notamment :

Jacques Zaninetti,
Gilles Rougeron,

Xavier Serpaggi,
Stéphane Richez,
Jean-Claude Iehl,
Zofia Stawska.

Mention particulière à Jacques Zaninetti pour son aide précieuse lors de mes premiers pas avec Yart. Merci à lui également pour ses nombreux petits outils toujours intéressants venant se greffer autour de ce même programme.

Mention spéciale également à Xavier Serpaggi pour avoir travaillé avec motivation et engouement avec moi au début de ce stage, mais aussi pendant la période de mini-projet le précédant. Merci à lui également pour m'avoir supporté dans le même local pendant tous ces longs mois. Merci pour son humour et sa bonne humeur.

Pour terminer, je tiens à remercier toute l'équipe pour m'avoir très chaleureusement reçu et guidé tout au long de ce stage.

Table des matières

REMERCIEMENTS	2
TABLE DES MATIÈRES	3
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	5
CHAPITRE 2 : INTRODUCTION À LA SYNTHÈSE D'IMAGES	7
1 DÉFINITION	7
2 PRINCIPES	7
3 PETIT HISTORIQUE DE LA SYNTHÈSE D'IMAGES	8
4 LA MODÉLISATION DES SCÈNES	8
4.1 DIFFÉRENTS TYPES DE MODÉLISATION	8
4.1.1 La modélisation "fil de fer"	8
4.1.2 La modélisation surfacique	9
4.1.3 La représentation par frontières (B-REP)	9
4.1.4 L'énumération spatiale : le principe des "voxels"	9
4.2 UN EXEMPLE DE MODÉLISATION DE SCÈNES, L'ARBRE CSG	10
5 UN EXEMPLE DE TECHNIQUE DE RENDU : LE LANCER DE RAYONS ("RAY-TRACING")	11
5.1 LE MODÈLE DE LA CHAMBRE NOIRE	11
5.2 LANCER DE RAYONS	12
5.2.1 Lancer de rayons vers l'avant ("forward ray-tracing")	12
5.2.2 Lancer de rayons vers l'arrière ("backward ray-tracing")	13
5.3 DIFFÉRENTES SORTES DE RAYONS	14
5.3.1 Les rayons d'ombre	14
5.3.2 Les rayons réfléchis	15
5.3.3 Les rayons transmis	15
5.4 LE PRINCIPE DU LANCER DE RAYONS : LA RÉCURSIVITÉ	16
CHAPITRE 3 : LES MILIEUX PARTICIPANTS	18
1 DÉFINITION	18
2 PHÉNOMÈNES PHYSIQUES MODIFIANT UN RAYONNEMENT LUMINEUX AU SEIN D'UN MILIEU PARTICIPANT	18
3 EQUATIONS RÉGISSANT CES PHÉNOMÈNES	20
3.1 L'ABSORPTION	20
3.2 L'ÉMISSION	21
3.3 LA DIFFUSION (DISPERSION ET DIFFUSION ENTRANTE)	21
3.3.1 La fonction de phase	21
3.3.2 La dispersion (out-scattering)	22
3.3.3 La diffusion entrante (in-scattering)	23
4 L'ÉQUATION DE TRANSFERT RADIATIF	24
5 PETIT TOUR D'HORIZON SUR LE RENDU DES MILIEUX PARTICIPANTS	24
CHAPITRE 4 : LA MÉTHODE DE STAM	25
1 REPRÉSENTATION (ET ÉVOLUTION) DU MILIEU	25
2 MÉTHODE DE RENDU	26
3 MODÈLE D'ILLUMINATION DU MILIEU PARTICIPANT	28
4 SCHÉMA RÉCAPITULATIF DE LA MÉTHODE DE STAM	31

CHAPITRE 5 : LES MÉTHODES EN "DEUX PASSES" DU TYPE MONTE-CARLO	32
1 INTRODUCTION	32
2 PRÉSENTATION DES MÉTHODES DE MONTE-CARLO	32
2.1 LA MÉTHODE "HIT OR MISS" (TOUCHÉ OU RATÉ)	32
2.2 PRINCIPES DES MÉTHODES DE MONTE-CARLO	33
3 SOLUTION DE BLASI	33
3.1 INTRODUCTION	33
3.2 FONCTIONS DE PHASE : APPROXIMATION, FONCTION D'ÉCHANTIL- LONNAGE	34
3.3 DESCRIPTIF DE LA MÉTHODE	35
3.3.1 Première passe	35
3.3.2 Deuxième passe	37
4 SOLUTION IMPLÉMENTÉE	37
4.1 INTRODUCTION	37
4.2 PREMIÈRE PASSE	38
4.2.1 Boucle de lancer de rayons depuis les sources	38
4.2.2 Propagation des rayons au sein du milieu participant	41
4.3 DEUXIÈME PASSE	41
4.4 SCHÉMA RÉCAPITULATIF DE LA MÉTHODE	42
CHAPITRE 6 : MODÈLE DE TURBULENCES DE STAM	43
1 INTRODUCTION	43
2 TRAVAUX PRÉCÉDENTS	43
3 UN MODÈLE DE "WIND-FIELD" MULTI-ECHELLES ("MULTIPLE-SCALE")	43
4 "SMOOTH MOTION FIELDS" (CHAMPS DE MOUVEMENT LISSE)	45
5 "TURBULENT WIND FIELDS" (CHAMPS TURBULENTS)	46
5.1 DÉFINITION	46
5.2 RÉALISATION	46
5.2.1 Bruit blanc	46
5.2.2 Noyau-filtre	47
5.3 ALGORITHME DE GÉNÉRATION DE "TURBULENT WIND-FIELD" PROPOSÉ PAR STAM	48
6 IMPLÉMENTATION	49
CHAPITRE 7 : RÉSULTATS	53
CHAPITRE 8 : CONCLUSION	56
ANNEXE A : FONCTIONS DE PHASE ET APPROXIMATION	57
1 FONCTION DE PHASE DE RAYLEIGH	57
2 FONCTION DE PHASE DE MIE HAZY	58
3 FONCTION DE PHASE DE MIE MURKY	59
4 REPRÉSENTATION DES FONCTIONS DE PHASES DE RAYLEIGH, DE MIE HAZY ET DE MIE MURKY À LA MÊME ÉCHELLE	60
ANNEXE B : CALCUL DES DISTANCES r_{\min} ET s_{\min}	61
ANNEXE C : CALCUL DU RAYON D'UNE SPHÈRE PROJÉTÉE	63
ANNEXE D : INTERPOLATION QUADRI-LINÉAIRE	64
BIBLIOGRAPHIE	66

Chapitre 1

Introduction

Ce stage s'est déroulé de Mars à Août 1997 à l'Ecole des Mines de Saint-Etienne, au centre de recherche SIMADE. Ce centre regroupe plusieurs laboratoires, dont le LISSE (Laboratoire d'Images de Synthèse de Saint-Etienne), qui m'a accueilli par l'intermédiaire de son directeur, Mr. Bernard Péroche.

Le sujet concernait l'étude des milieux participants en synthèse d'images ainsi qu'une implémentation de ces derniers au sein du logiciel de tracé de rayons Yart, développé par Marc Roelens. Ce sujet, loin d'être clos de nos jours, a pour but de prendre en compte les phénomènes d'absorption, d'émission et de dispersion de la lumière se produisant dans l'air. On entend en fait par milieu participant, l'ensemble des particules présentes dans la vapeur d'eau, l'atmosphère, la brume, le brouillard, les nuages, le feu, la fumée et la pollution...

Les différents travaux effectués pendant ce stage ont été de modéliser le milieu participant par un ensemble de blobs (c'est à dire ici, de sphères de densités non-constantes), d'implémenter un modèle de rendu autorisant uniquement la dispersion simple, d'en proposer un nouveau permettant de gérer les diffusions multiples (Cf. chapitre 3 pour les différents types de dispersions). L'implémentation d'un modèle de turbulences a permis "d'animer" ce milieu. Les travaux et essais effectués pendant ce stage s'appliquent principalement aux milieux participants confinés dans une enceinte close, c'est à dire, principalement la fumée et la vapeur d'eau.

Ce document est divisé en cinq grandes parties :

- Le chapitre 2 constitue une introduction au monde de la Synthèse d'Images. Une importance toute particulière est donnée à la description de la technique du "Lancer de Rayons".
- Le chapitre 3 décrit les phénomènes physiques et lumineux intervenant au sein des milieux participants. Un petit tour d'horizon sur le rendu de milieux participants y figure également.
- Le chapitre 4 présente la méthode de Stam qui aborde les problèmes de la modélisation du milieu et du rendu gérant la diffusion simple, première méthode de rendu implémentée au sein de Yart. Le chapitre 5 présente succinctement le principe des méthodes dites de "Monte-Carlo", ainsi que la méthode de rendu de Blasi qui autorise la diffusion multiple. Ce chapitre regroupe également les travaux effectués pour mettre en place une nouvelle méthode de rendu en deux passes, inspirée de celle de Blasi.
- Le chapitre 6 décrit les principes des turbulences de l'air de Stam ainsi que leur implémentation dans Yart.
- L'annexe A contient les représentations de trois fonctions de phase Rayleigh, Mie Hasy et Mie Murky.
- Les annexes B, C et D présentent des points de calculs mathématiques qui ne sont pas développés (par souci de clarté) au sein du rapport lui-même.

Les notions de luminance, d'angle solide et de BRDF (Bidirectionnal Reflectance Distribution Function) abordées cette année en cours de DEA [Péroche97] ne seront pas reprises dans ce présent rapport.

Ce document présente surtout les aspects théoriques des travaux effectués. La mise en œuvre pratique au sein du logiciel de lancer de rayon Yart, bien qu'étant une tâche très longue et très lourde, ne reste en fait que peu évoquée car elle rentre moins dans le cadre d'un rapport dédié à l'initiation à la recherche.

Chapitre 2

Introduction à la synthèse d'images

1 Définition

La synthèse d'images est rattachée au domaine de l'infographie (computer graphics) formée en 1974 par le rapprochement des mots "informatique" et "graphique" : son but est de convertir la description symbolique d'une scène en une image affichable sur un écran. Cette sous-branche de l'informatique englobe donc les domaines et les applications utilisant ou produisant des graphiques, dessins, schémas ou images.

Les premiers pas de l'infographie se situent vers 1950, lorsque le MIT (Massachusetts Institute of Technology) développa un écran graphique vectoriel contrôlé directement par l'ordinateur. L'avènement de la synthèse d'images semble quant à elle remonter à l'année 1963 avec le premier logiciel graphique, Sketchpad, développé par Ivan Sutherland (toujours au MIT). Cette époque vit le développement des systèmes de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) chez General Motors, Lockheed Aircrafts et Bell Telephone principalement.

Dès lors, les progrès n'ont cessé tant du point de vue matériel que du point de vue logiciel. L'abaissement du prix des mémoires permit de réaliser des écrans matriciels et la couleur put enfin être adjointe à ces derniers. Vers 1982, le développement de stations de travail graphiques entraîna l'épanouissement de la CAO (Conception Assistée par Ordinateur).

Depuis, les formidables évolutions de l'informatique ont permis à la synthèse d'images d'envahir les domaines de la mécanique, de l'électronique, de l'architecture, de l'urbanisme mais aussi ceux du cinéma, de l'audiovisuel, des jeux vidéos et de la publicité.

2 Principes

Le processus de création d'une image de synthèse peut se décomposer en deux grandes étapes :

- la modélisation, qui concerne les méthodes de description de la scène : c'est à dire la description de la géométrie des objets mais également leur emplacement et leurs différentes propriétés (couleur, transparence...), la description des différentes sources lumineuses, le point de vue (que l'on appellera œil) et la direction de visée (l'endroit où l'on regarde)...

- le rendu, qui permet de déterminer pour chaque point de la future image la couleur de l'objet visible en ce point.

Ces principes seront évoqués en détail au sein des paragraphes 4 et 5.

3 Petit historique de la synthèse d'images

Les premières images de synthèse ne représentaient que des objets simples, le plus souvent sous forme de représentations en "fil de fer"¹. A cette époque, le réalisme importait peu, seul comptait le fait de pouvoir visualiser de nouvelles pièces sans avoir à réaliser des maquettes très coûteuses dont la réalisation était plutôt longue.

Cependant, peu à peu, les objets sont devenus de plus en plus compliqués et les images donc rapidement "illisibles", compte tenu de la multitude de segments de droite visibles à l'écran. Les premiers progrès consistèrent à éliminer les parties cachées des objets et à colorier de manière différente ces derniers afin de bien pouvoir les différencier. Les images devinrent plus "compréhensibles" mais pas pour autant plus réalistes.

L'avènement des modèles d'éclairage fut un pas important dans le domaine de la synthèse d'images. Même si au début, les méthodes utilisées étaient empiriques, les résultats étaient pour le moins intéressants. Des algorithmes de lissage firent leur apparition notamment par le biais de Gouraud [Gouraud71] et de [Phong75] afin de limiter les effets de "cassure" visibles entre les différentes facettes des objets. Les ombres portées restaient cependant absentes et les objets avaient encore à cette époque tous un aspect "plastique".

L'apparition de la technique du "Lancer de rayons" [Whitted80] (Cf. paragraphe 5) ou encore de la "Radiosité" [GTGB84] amenèrent des images beaucoup plus réalistes : le bond venait d'être franchi avec notamment l'apparition des effets d'ombres portées et le caractère beaucoup plus réaliste des différents matériaux des objets. Les domaines du cinéma, de l'audiovisuel et de la publicité furent comblés et adoptèrent rapidement ces nouvelles techniques.

De nos jours, les travaux en matière de synthèse d'images visent à analyser les comportements physiques de la lumière en détail, afin de les imiter au mieux, notamment pour satisfaire les besoins des architectes : il ne suffit plus qu'une image soit "belle", il faut qu'elle soit fidèle à la scène réelle ! Les travaux effectués pendant ce stage s'inscrivent parfaitement dans cette optique en s'attachant plus particulièrement à analyser les phénomènes lumineux intervenants au sein des milieux participants (Cf. chapitre 3).

4 La modélisation des scènes

Les méthodes décrites ci-dessous sont parmi les plus importantes du domaine, cependant la liste n'est pas exhaustive. Un paragraphe entier sera consacré à la modélisation par arbre CSG (Constructive Solid Geometry) du fait même que c'est ce type de modélisation qui a été retenu au sein du logiciel Yart.

4.1 Différents types de modélisation

4.1.1 La modélisation "fil de fer"

C'est le premier modèle imaginé par l'homme. Il est donc par conséquent très simple. Chaque objet est représenté par la liste de ses sommets puis la liste des arêtes joignant ces derniers. Même si la visualisation des objets représentés par ce modèle est très rapide, ce dernier présente quelques inconvénients relativement importants :

- il peut être parfois difficile de distinguer le plein du vide,
- l'élimination des parties cachées n'est pas simple à mettre en œuvre avec ce modèle.

¹ Simple visualisation des arêtes des objets (Cf. paragraphe 4.1.1).

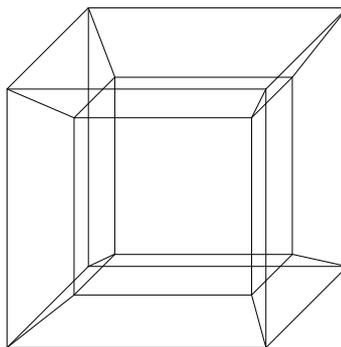


Figure 1 : objet en représentation "fil de fer".

4.1.2 La modélisation surfacique

Ce modèle peut être vu comme l'extension du modèle "fil de fer" puisqu'il permet de définir des objets en associant des éléments de surfaces à des contours délimités par les arêtes. Plusieurs types de surfaces peuvent être utilisés : les surfaces planes et les surfaces gauches (Ex. : surfaces de Bézier, B-SPLINES...). Certaines représentations, par souci de simplification, n'utilisent d'ailleurs que des triangles. Cette méthode, simple à mettre en œuvre, peut présenter cependant des problèmes d'intégrité et de cohérence entre les faces de l'objet décrit.

4.1.3 La représentation par frontières (B-REP)

Les B-REP (Boundary REPresentation) ont été introduites en 1972 par Baumgardt avec la structure d'arête-aillée ("winged-edge"). Avec ce type de modélisation, l'objet est défini par la description de ses frontières. Une frontière peut être constituée par des faces planes ou gauches, des arêtes (rectilignes ou courbes), et des sommets. L'objet est donc défini par le biais d'une topologie entre ces éléments (notion d'incidence, de contiguïté et d'inclusion). Malgré une description assez simple et une facilité de visualisation pour les faces planes, le problème majeur de la modélisation B-REP reste celui de la validité de l'objet décrit.

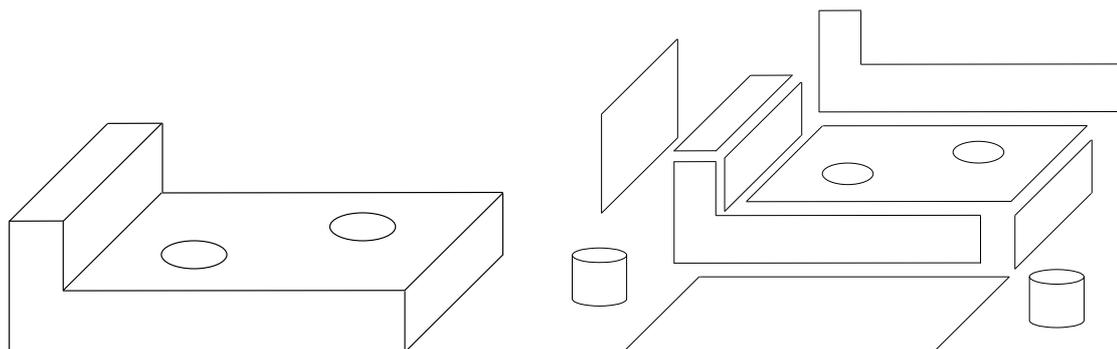


Figure 2 : un objet et sa représentation B-REP.

4.1.4 L'énumération spatiale : le principe des "voxels"

Les voxels ("volume element") sont à la 3D ce que le pixel ("picture element") est à la 2D. Un voxel est donc simplement un cube élémentaire de petite taille. Une représentation d'un solide sous forme de voxels consiste donc à fournir une liste de cubes, chacun étant repéré par son centre. Cette représentation est

simple et évidente : elle est notamment utilisée dans certains simulateurs de vols pour représenter les reliefs de terrain. Son principal défaut est que ce type de modélisation exige un espace mémoire considérable. Afin d'améliorer ce handicap, des compressions de données ont été rapidement mises en œuvre, notamment par le biais de la structure d'octree. L'octree est une structure d'arbre octal (donc à huit branches) : si l'objet décrit est un cube homogène, la racine de cet arbre n'a pas de fils, sinon, l'octree a huit fils, chacun représentant un octant du cube précédent. Le découpage continue ainsi de manière récursive.

Les avantages de ce type de modélisation sont principalement la facilité de réalisation des opérations booléennes sur les objets créés ainsi que la facilité de visualiser ces derniers.

4.2 Un exemple de modélisation de scènes, l'arbre CSG

L'arbre CSG (Constructive Solid Geometry) permet de combiner des solides élémentaires à l'aide d'opérations ensemblistes (union, intersection, différence...). La puissance de cet outil de modélisation repose sur la récursivité : de nouvelles opérations peuvent intervenir sur des objets déjà créés. La structure de cet outil est donc un arbre dont les feuilles sont les objets élémentaires, et les nœuds, les opérations booléennes binaires. On trouve également des nœuds de type unaire afin de représenter les transformations appliquées à toute la descendance de l'arbre (homothétie, affinité, rotation, translation...).

Les avantages de ce type de modélisation sont :

- la facilité de création des objets,
- la facilité pour les opérations géométriques,
- la facilité de réalisation des opérations booléennes,
- la validité,
- la concision.

Cette modélisation est celle que nous utilisons au sein de Yart pour décrire les scènes. Marc Roelens [Roelens93], a amélioré cette technique arborescente et l'a transposée sous forme de graphe sans circuit. Ainsi, des chemins transversaux peuvent exister entre les nœuds afin d'éviter la duplication d'objets identiques permettant ainsi une grande économie au niveau mémoire.

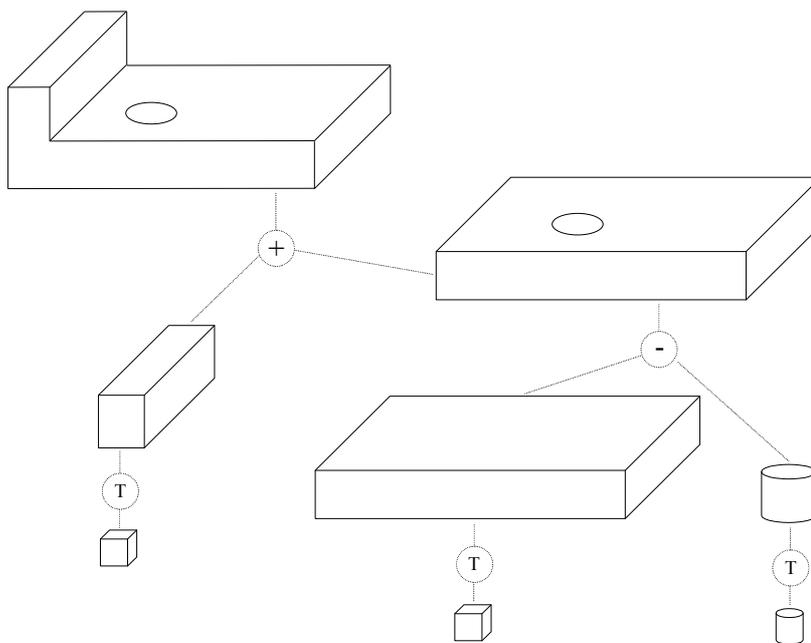


Figure 3 : un exemple de modélisation CSG.

5 Un exemple de technique de rendu : le lancer de rayons ("ray-tracing")

Le lancer de rayons (ray-tracing) est une des techniques de synthèse d'images qui permet de créer des images 2D d'une scène 3D. Afin de comprendre les différents rouages de cette technique, nous allons exposer rapidement les principes de fonctionnement de l'appareil photographique lui-même étant donné que l'action "prendre une photo" correspond à ce que nous désirons reproduire. Ce paragraphe n'a pas pour but d'expliquer au lecteur tous les détails physiques et techniques intervenant dans le processus du lancer de rayons, son but principal est plutôt d'exposer toutes les bases de la technique.

Le lancer de rayons reste l'une des techniques les plus utilisées dans le domaine de la synthèse d'images, c'est celle que nous utilisons au sein du logiciel Yart. Nous n'évoquerons donc pas au sein de ce présent rapport la technique de "Radiosité" qui vise, quant à elle, à simuler les échanges lumineux entre objets au sein d'enceintes fermées.

5.1 Le modèle de la chambre noire

C'est sans aucun doute le modèle d'appareil photographique existant le plus simple (Cf. figure 4 ci-dessous). L'appareil est constitué d'une boîte rectangulaire. Un morceau de film photographique est placé sur le fond de celle-ci, le côté opposé de la boîte est percé d'un petit trou (appelé "trou d'épingle") recouvert d'une bande opaque.

Lorsque l'on désire prendre une photo, il suffit (après avoir dirigé l'appareil vers la scène désirée) d'enlever le morceau de bande opaque pendant un instant. La lumière entre par le trou et vient "frapper" le film photographique, ce qui a pour but de provoquer un changement chimique au sein même de ce dernier, c'est l'émulsion. Quand le temps d'exposition est écoulé, il suffit de recouvrir à nouveau le trou avec la bande opaque. En dépit de sa simplicité, l'appareil décrit ici, fonctionne très bien : les rayons de lumière passent de la scène au film par l'intermédiaire du petit trou et viennent tour à tour constituer l'image 2D de la scène. Si l'on grossit le trou de la boîte, la photo devient beaucoup plus lumineuse ainsi que floue.

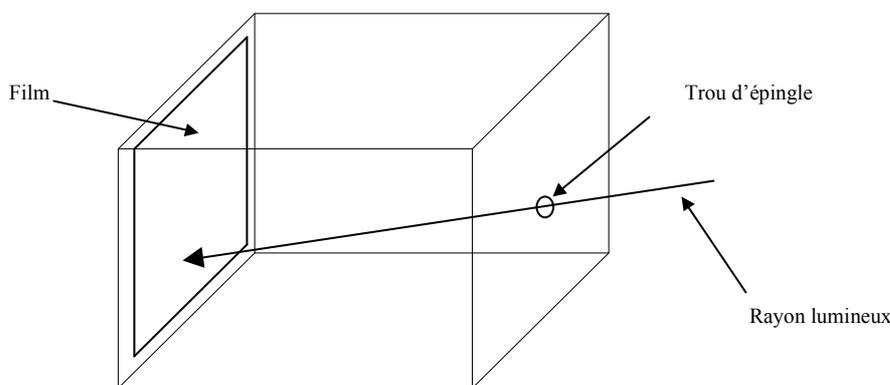


Figure 4 : schéma d'une chambre noire.

Même si des modèles plus sophistiqués ont été utilisés dans le domaine de la synthèse d'images, le modèle de la chambre noire reste très populaire compte tenu de sa simplicité. La version "informatisée" de ce modèle est quasi identique au modèle décrit ici en dépit du fait que le plan où se trouve le "film virtuel", (appelé plan image), est déplacé en dehors, et devant la boîte et que le trou est appelé œil.

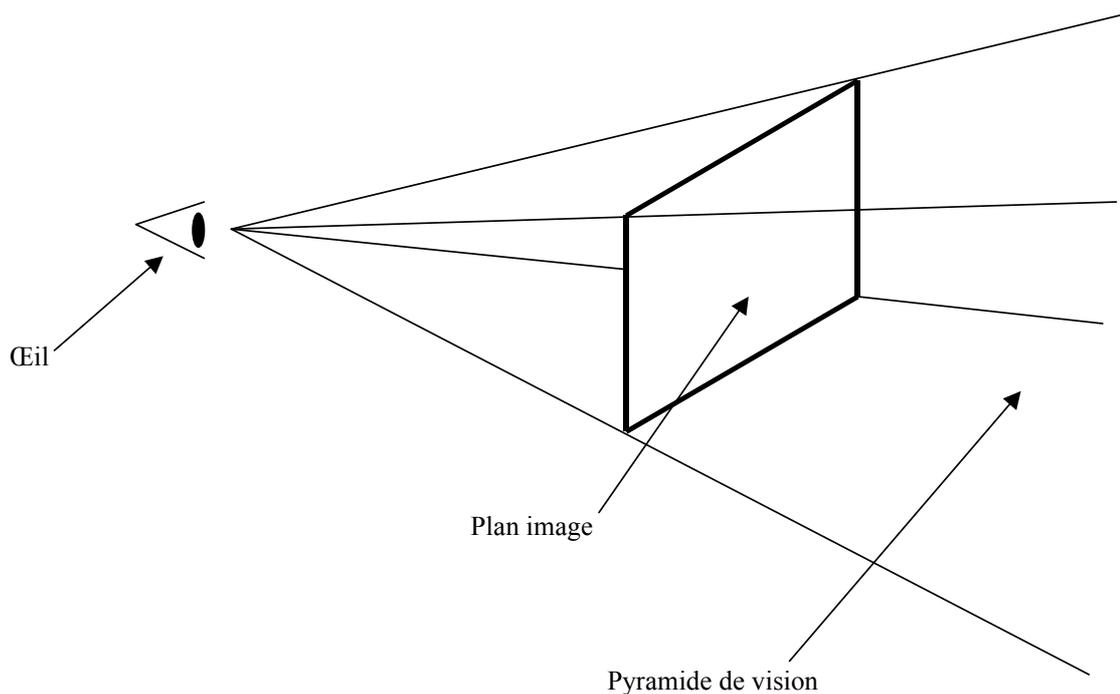


Figure 5 : modèle de la chambre noire en synthèse d'images.

Le principe reste le même que précédemment, sauf que, dans ce modèle là, on considère les rayons qui partent de l'œil en direction de la scène, et non plus les rayons qui partent de la scène et passent par le trou. L'image vue par ce modèle est donc déterminée par la position de l'œil et la direction de visée. Les seuls objets que ce modèle est capable de voir sont les objets inscrits dans la pyramide de vision infinie qui se situe devant le plan image (il s'agit donc d'une pyramide tronquée), et dont le sommet est l'œil.

Par analogie entre les deux modèles, chaque pixel de l'écran dans le modèle utilisé en synthèse d'images correspond directement à une région du film du modèle de la chambre noire.

5.2 Lancer de rayons

5.2.1 Lancer de rayons vers l'avant ("forward ray-tracing")

Dans le modèle de la chambre noire décrit précédemment, chaque rayon apporte sa contribution en énergie sur une région précise du film. Il en est de même pour le modèle utilisé en synthèse d'images : la couleur d'un pixel de l'image correspond à une "somme" des couleurs (ou somme énergétique) arrivant sur ce pixel. La question est de savoir quels sont les rayons qui contribuent à tel ou tel pixel ? Pour répondre à cette question, considérons l'exemple de la scène suivante constituée d'une pièce dans laquelle se trouve une lampe, une table ronde et un miroir (Cf. figure 6 page suivante).

L'énergie arrivant en un pixel de l'image provient des rayons lumineux émis par la source de lumière, c'est à dire la lampe. Pour déterminer où viennent "frapper" ces rayons, il suffit simplement de suivre leur trajet au sein même de la scène. Dans notre exemple, nous allons considérer quatre rayons (A, B, C et D) émis par la lampe.

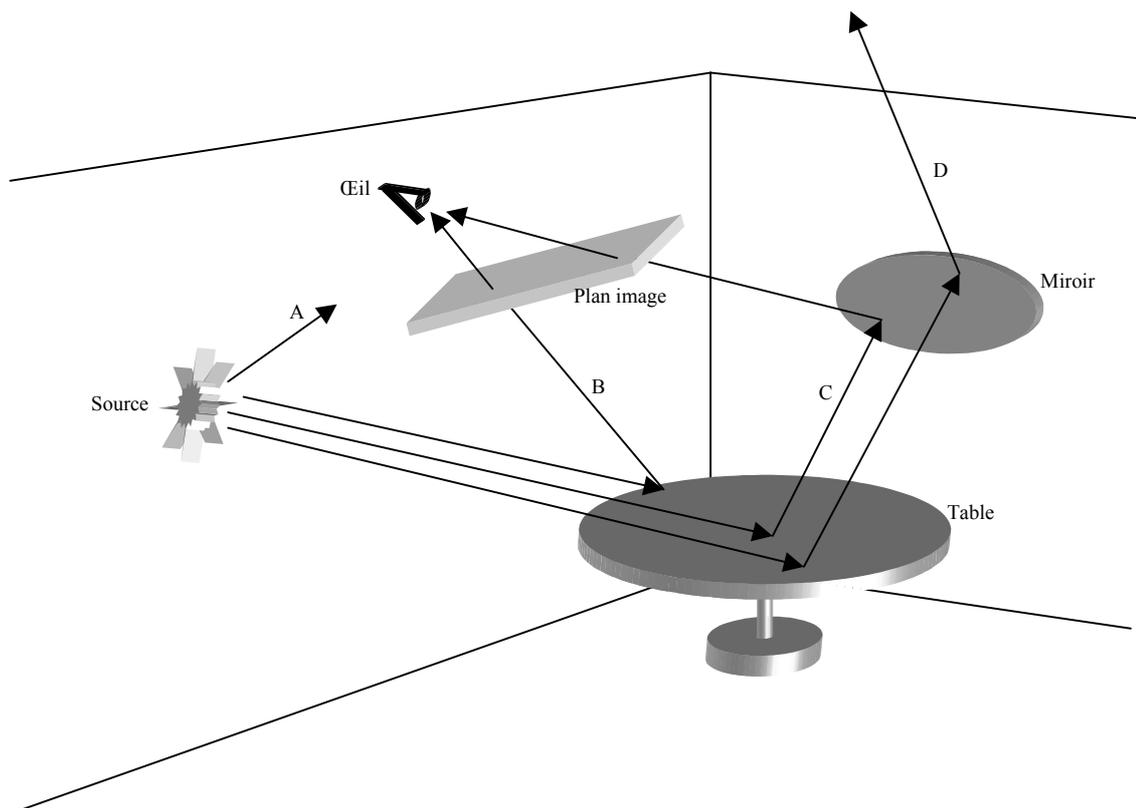


Figure 6 : exemple de scène simple et trajet de quatre rayons.

- Le rayon A quitte la lampe en direction du mur. Nous allons ici considérer que la totalité de l'énergie de ce rayon est absorbée par le mur (la réalité physique est différente, mais cela ne change rien à notre explication).

- Le rayon B quitte la lampe en direction de la table. Sur la table une partie de l'énergie du rayon est absorbée, puis le rayon est réfléchi en direction de notre œil sur le plan image, amenant en ce point une certaine quantité d'énergie (donc en fait, une certaine information colorimétrique).

- Le processus de réflexion peut-être plus compliqué, le rayon C est réfléchi sur la table puis sur le miroir. Son chemin est donc : la lampe, la table, le miroir, le plan image, et l'œil. Le rayon D suit un chemin très similaire mais ne vient pas "frapper" le plan image. D'autres rayons peuvent suivre des chemins plus compliqués.

En définitive, seuls les rayons venant "frapper" le plan image et passant par l'œil contribuent à l'image. L'explication précédente constitue ce que l'on a coutume d'appeler le "lancer de rayons vers l'avant" ("forward ray-tracing"), c'est à dire le fait de suivre les rayons depuis les sources.

5.2.2 Lancer de rayons vers l'arrière ("backward ray-tracing")

La technique du "lancer de rayons vers l'avant" décrite ci-dessus constitue une première approximation de qui se passe en réalité. On peut penser que cette technique puisse permettre de réaliser des images, le seul problème serait le temps nécessaire pour parvenir à calculer celles-ci. La solution à notre problème est donc de retourner le problème, et de suivre les rayons dans le sens inverse. Posons-nous une nouvelle question : où vont, dans la scène, les rayons partant de l'œil et passant par un pixel donné du plan image ? Ce renversement de situation, à toute première vue anodin, nous permet cependant de nous concentrer uniquement sur les rayons qui nous intéressent réellement, et donc de gagner un temps en calcul

relativement important. Dans cette approche, nous ne suivons plus les rayons depuis les sources, vers les objets puis vers l'œil, mais depuis l'œil, vers les objets et enfin vers les sources. Nous appelons les rayons ainsi décrits, des "rayons depuis l'œil". Le lancer de rayons utilisé s'appelle le lancer de rayons vers l'arrière ("backward ray-tracing").

5.3 Différentes sortes de rayons

Afin d'affiner notre explication, nous allons présenter ici les différentes catégories de rayons existants.

- Les "rayons depuis l'œil", sont les rayons qui partent depuis l'œil en direction de la scène : c'est ceux que nous venons d'étudier.

- Les "rayons d'ombre" sont les rayons qui partent de la surface d'un objet vers les sources de lumière.

- Les "rayons réfléchis" sont les rayons qui partent d'un objet vers un autre.

- Les "rayons transmis" sont les rayons qui passent aux travers d'un objet si ce dernier présente des caractéristiques de transparence.

5.3.1 Les rayons d'ombre

Considérons un point sur une surface d'un objet et posons-nous la question suivante : est-ce que de l'énergie arrive en ce point depuis les sources de lumière ? Une manière simple de répondre à cette question est de regarder en direction de chaque source à partir de ce point. Si la source est visible, alors une partie de l'énergie de celle-ci arrive en ce point. Dans le cas contraire (c'est-à-dire s'il existe un objet opaque entre le point en question et la source), on peut dire que la source en question ne contribue pas à l'éclairage de ce point. On dit que le point est à l'ombre vis à vis de cette source.

Cette opération peut être simulée de manière simple : il suffit de lancer un rayon (que nous appellerons rayon d'ombre) à partir de ce point en direction de chaque source de lumière présente dans la scène.

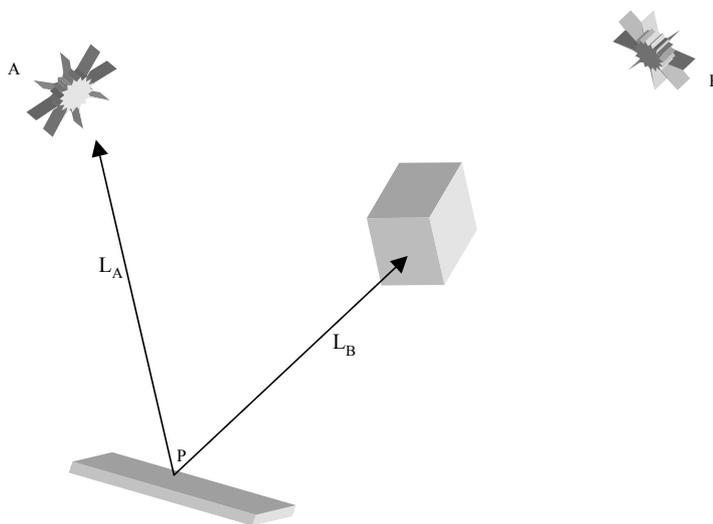


Figure 7 : rayons d'ombre.

L'exemple ci-dessus nous permet donc de calculer la contribution de la source A sur le point P, mais pas celle de la source B.

Les rayons d'ombres constituent la première catégorie de rayons fournissant de l'énergie dans la scène.

5.3.2 Les rayons réfléchis

Si nous considérons une table parfaitement plate et brillante, nous pouvons y voir la réflexion d'autres objets sur sa surface supérieure. Ce phénomène s'explique par le fait que les rayons lumineux provenant des autres objets viennent "frapper" la table, changent de direction et finissent par venir "frapper" notre œil.

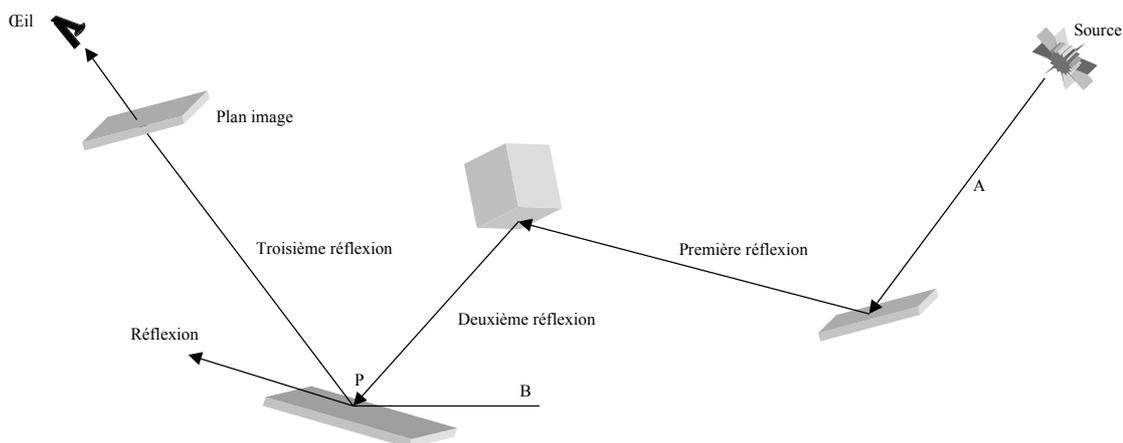


Figure 8 : rayons réfléchis.

Par exemple, dans la figure ci-dessus, le rayon A se réfléchit dans la scène d'objet en objet et finit par passer par le plan image puis par l'œil. Le rayon B, quant à lui, se réfléchit également en P mais dans une direction différente de celle de notre œil. Ainsi, seul le rayon A est réfléchi dans notre direction d'intérêt.

Ainsi, quand nous désirons connaître quelle est l'énergie lumineuse qui est réfléchie à partir d'un point particulier dans la direction d'un rayon incident, nous cherchons à évaluer le rayon réfléchi en ce point et cette direction. Il s'agit du rayon qui amène de l'énergie au point en question. Ce rayon est dans la direction parfaitement réfléchi au rayon incident (Cf. figure 10 page suivante).

Note : la manière dont la lumière se comporte sur une surface dépend de la surface du matériau en question.

5.3.3 Les rayons transmis

Un rayon transmis est un rayon qui passe au travers d'un objet plus ou moins transparent : sa direction en est donc changée.

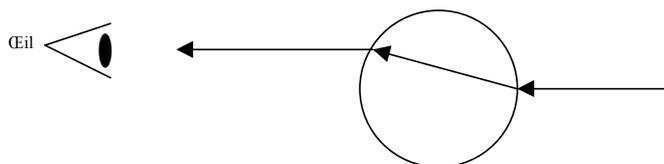


Figure 9 : principe du phénomène de transmission au sein d'un objet transparent.

La loi physique régissant ce phénomène est explicitée sur la figure 10 ci-dessous.

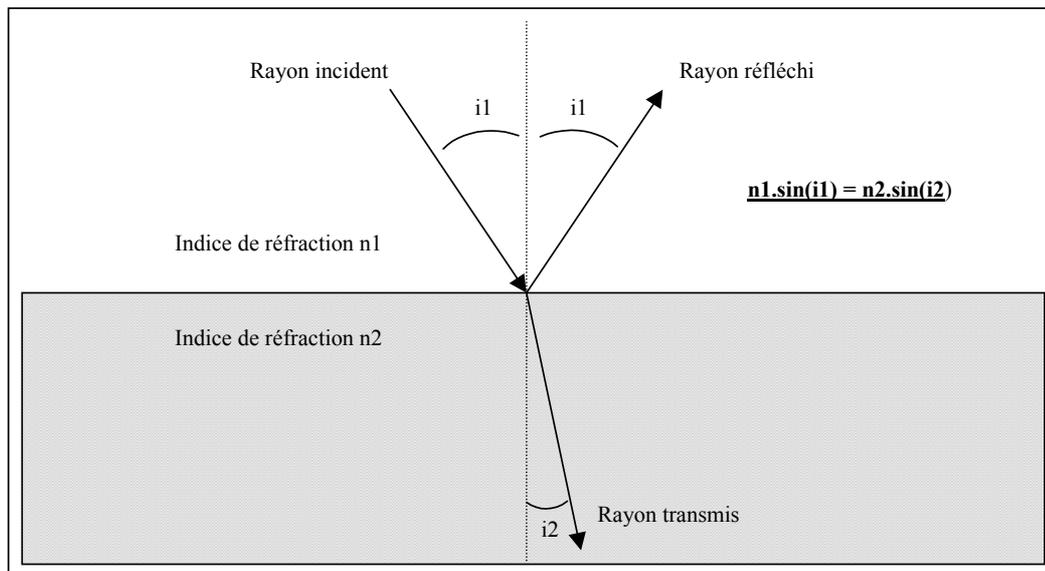


Figure 10 : détermination du rayon réfléchi et réfracté à partir du rayon incident.

Le principe est le même que pour les rayons réfléchis. En effet, pour connaître l'énergie arrivant en un point donné, nous cherchons à déterminer quels sont les rayons amenant de l'énergie en ce point en tenant compte du phénomène de transmittance.

5.4 Le principe du lancer de rayons : la récursivité

Le processus de lancer de rayons commence par un rayon qui part de l'œil, c'est un "rayon depuis l'œil". Si nous considérons la figure 11 page suivante, le rayon en question vient frapper l'objet 1, dont les caractéristiques du matériau qui le constitue présentent d'abord, un caractère réfléchissant, mais également un caractère transparent.

Nous avons deux sources de lumière dans notre scène : nous allons donc commencer par lancer deux rayons d'ombre (S1 et S2) vers chacune de ces sources afin de déterminer la quantité d'énergie directe émanant de ces sources. Le rayon S1 atteint la source A, nous savons donc que l'objet 1 reçoit de l'énergie provenant de cette source. Le rayon S2 frappe l'objet 2 avant de venir frapper la source B : cette source ne contribue donc pas à l'éclairage de l'objet 1. Comme nous l'avons évoqué précédemment, comme l'objet 1 est transparent et réfléchissant, nous devons tenir compte de l'énergie arrivant selon la transparence et la réflexion : il nous faut donc lancer les rayons T1 et R1.

Le principe même du lancer de rayon vient d'être décrit ici, nous allons nous poser les mêmes questions pour les rayons R1 et T1 que pour les rayons émanant de l'œil.

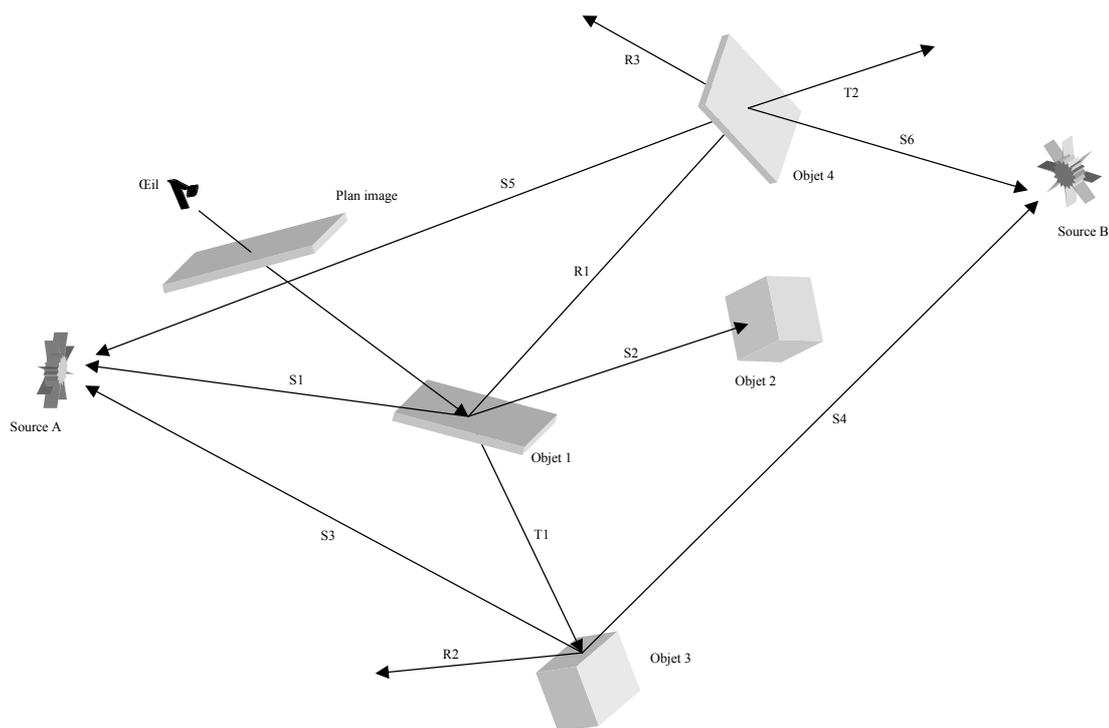


Figure 11 : principe du lancer de rayons : la récursivité.

La figure ci-dessous présente le processus entier sous forme schématique : elle représente ce que nous avons l'habitude d'appeler l'arbre des rayons.

Une question persiste encore cependant : quand faut-il arrêter le processus de lancer de rayons ? La technique la plus utilisée consiste à stopper le processus de lancer de rayons après un certain niveau de récursivité. On peut également décider de le faire quand tous les rayons sont sortis de la scène² ou quand leur contribution énergétique devient trop faible.

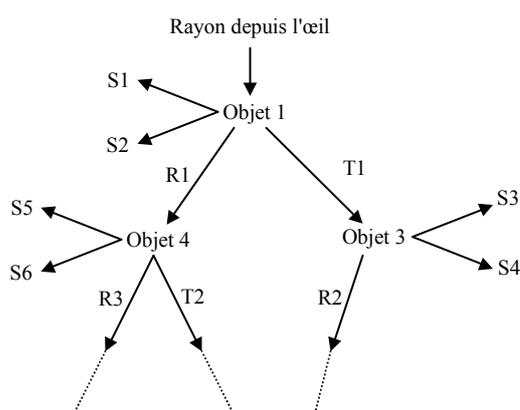


Figure 12 : arbre des rayons.

² Pour cette solution, le problème est résolu en considérant que les rayons sortis de la scène adoptent une couleur de fond, c'est à dire une énergie prédéfinie par l'utilisateur lors de la modélisation de la scène.

Chapitre 3

Les milieux participants

1 Définition

Il n'est pas toujours exact de considérer que la lumière se déplace entre les surfaces dans le vide. Pourtant, cette hypothèse est le plus souvent faite au sein des programmes de lancer de rayons classiques.

Afin de prendre en compte les phénomènes d'absorption, d'émission et de dispersion de la lumière se produisant dans l'air, il nous faut introduire ici le terme de milieu participant. On entend par milieu participant, l'ensemble des particules présentes dans la vapeur d'eau, l'atmosphère, la brume, le brouillard, les nuages, le feu, la fumée et la pollution.

Note : ce chapitre s'appuie en partie sur la thèse de Languénou [Languénou94b], celle-ci constituant mes premiers pas lors de ma découverte des milieux participants.

2 Phénomènes physiques modifiant un rayonnement lumineux au sein d'un milieu participant

L'absorption : une partie du rayonnement incident peut être absorbée.



Figure 1 : phénomène d'absorption.

L'absorption est due au passage d'un atome ou d'une molécule, d'un état excité E_i à un état plus excité E_j .

L'émission : phénomène intervenant pour les gaz chauds ou pour les particules de carbone dans les flammes lumineuses.

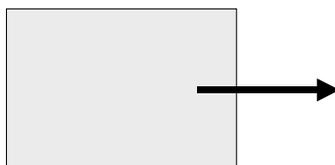


Figure 2 : phénomène d'émission.

L'émission est le phénomène dual de l'absorption. Elle est due au passage d'un atome ou d'une molécule, d'un état excité E_j à un état moins excité E_i .

La diffusion ou dispersion (out-scattering) : une partie du rayonnement incident peut être déviée dans une autre direction (ex. : brouillard).

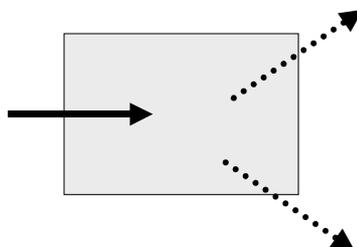


Figure 3 : phénomène de diffusion (ou dispersion).

La diffusion est la résultante de trois phénomènes optiques au niveau microscopique : la réflexion, la réfraction et la diffraction. La diffusion est variable suivant les propriétés du milieu participant considéré (corps constituant le milieu, densité des particules). On dit qu'un milieu diffuse de manière isotrope si le rayonnement diffusé est le même (en terme de luminance) dans toutes les directions. Par opposition, un milieu est dit anisotrope si le rayonnement diffusé diffère selon les directions de diffusion. La fonction quantifiant le rayonnement diffusé pour une direction donnée est appelée fonction de phase (Cf. paragraphe 3.3.1).

La diffusion entrante (in-scattering) : les rayonnements incidents peuvent être déviés vers une direction considérée.

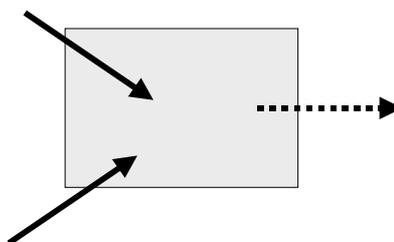


Figure 4 : phénomène de diffusion entrante.

L'absorption et la diffusion sont donc directement responsables d'une diminution de l'amplitude du rayonnement. D'autre part, l'émission et la diffusion entrante augmentent cette même amplitude.

Diffusion simple et multiple

Dans le cas de la diffusion simple (Cf. figure 5a page suivante), on ne tient compte que d'un seul phénomène de diffusion en un point donné du milieu. En revanche, pour la diffusion multiple (Cf. figure 5b page suivante), on doit prendre en compte tous les phénomènes de diffusions que la lumière a effectivement subies avant d'arriver en ce même point.

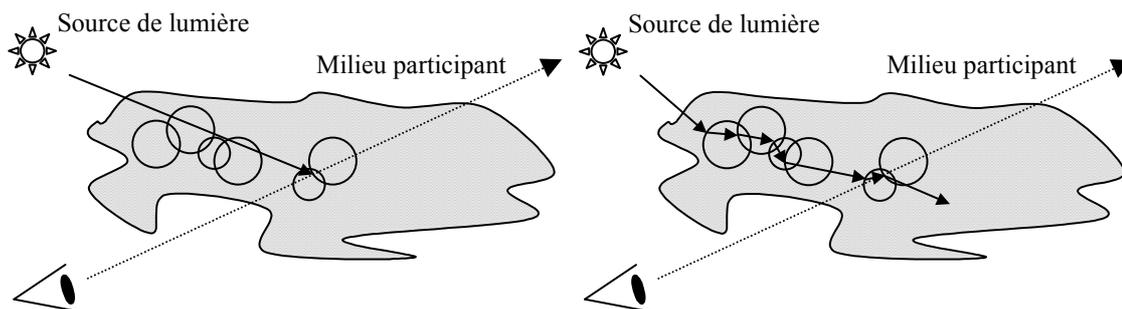


Figure 5a : diffusion simple.

Figure 5b : diffusion multiple.

3 Equations régissant ces phénomènes

Considérons la direction D_S du rayon lumineux de longueur d'onde λ . On étudie le long de cette direction les variations dL_λ de la luminance $L_\lambda(S)$, c'est à dire l'énergie rayonnée par unité de temps, par unité d'angle solide et par unité de surface dans la direction donnée D_S lorsque le rayon traverse un élément de volume dV de longueur dS et de surface dA .

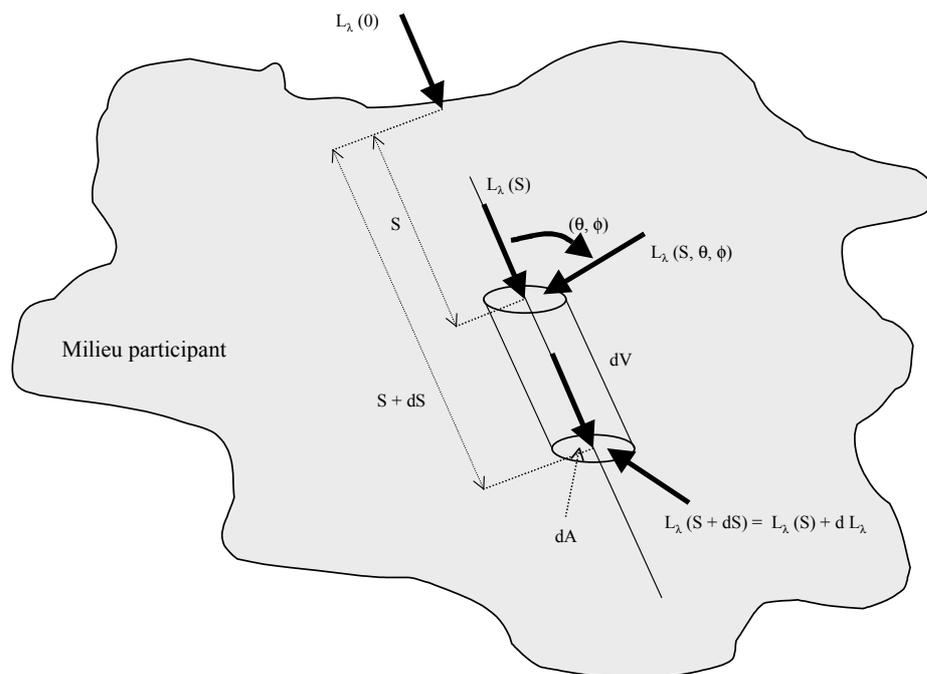


Figure 6 : schéma explicatif des phénomènes physiques intervenant au sein d'un milieu participant.

3.1 L'absorption

L'absorption se caractérise par le coefficient d'absorption a_λ qui peut s'exprimer de deux manières :

- en fonction de la longueur, l'unité est alors le m^{-1} (le coefficient est alors dit linéaire),
- sous forme massique, dans ce cas l'unité est le m^2 / Kg . Ce coefficient massique est alors multiplié par la densité du constituant (Kg / m^3) pour obtenir le coefficient linéaire.

Le coefficient d'absorption dépend de la température et de la pression du milieu, de la longueur d'onde de la radiation incidente et des concentrations des différents constituants du milieu.

La définition de ce coefficient nous donne la relation suivante :

$$dL_{\lambda} = - a_{\lambda} L_{\lambda}(S) dS.$$

3.2 L'émission

La variation de luminance due à l'émission est :

$$dL_{\lambda} = a_{\lambda} L_{\lambda b}(T) dS,$$

où $L_{\lambda b}(T)$ est la luminance émise par un élément de volume, supposé être un corps noir, à une température T et en équilibre avec le milieu environnant (cette luminance est donnée par la loi de Planck).

3.3 La diffusion (dispersion et diffusion entrante)

Ce phénomène est grandement dépendant des propriétés optiques de la particule constituant le milieu ainsi que de sa taille par rapport à la longueur d'onde du rayonnement incident.

En pratique, on pose les hypothèses suivantes :

- les particules constituant le milieu participant sont assimilées à des sphères,
- les diffusions successives sont considérées comme indépendantes.

Cette dernière hypothèse est valide pour le brouillard, les nuages, les fumées, les particules de carbone dans les flammes lumineuses ainsi que pour la quasi-totalité des suspensions colloïdales³.

3.3.1 La fonction de phase

Un des paramètres important pour caractériser la diffusion au niveau particulaire est la fonction de phase $\Phi(V, V')$. Elle exprime le rapport d'énergie propagée dans la direction V par rapport à l'énergie arrivant dans la direction V' . La fonction de phase est souvent symétrique autour de la direction d'incidence V et ne s'exprime donc qu'en fonction de l'angle θ entre V et V' appelé angle de phase θ .

Fonction de phase isotrope

L'expression la plus simple pour Φ est lorsqu'on suppose une diffusion constante dans toutes les directions. Dans ce cas :

$$\Phi(\theta) = 1.$$

Fonction de phase de Rayleigh

Pour des particules dont la taille est inférieure à 0.05λ (particules de fumée de cigarette, de poussière ou molécules atmosphériques), on a une dispersion moléculaire ou diffusion dite de Rayleigh :

$$\Phi(\theta) = 3/4 (1 + \cos^2 \theta).$$

³ Substances étant de nature de la colle de gélatine.

Fonction de phase de Mie

Pour des particules dont la taille est de l'ordre du vingtième de la longueur d'onde (particules du brouillard, des nuages et du ciel pollué), on a une dispersion particulière ou diffusion dite de Mie.

Dans une situation de brume légère, on a la fonction suivante (Mie Hazy) :

$$\Phi(\theta) = 1/2 + 9/2 \left((1 + \cos \theta) / 2 \right)^8,$$

et dans une atmosphère plus sombre, plus épaisse, on a la fonction suivante (Mie Murky) :

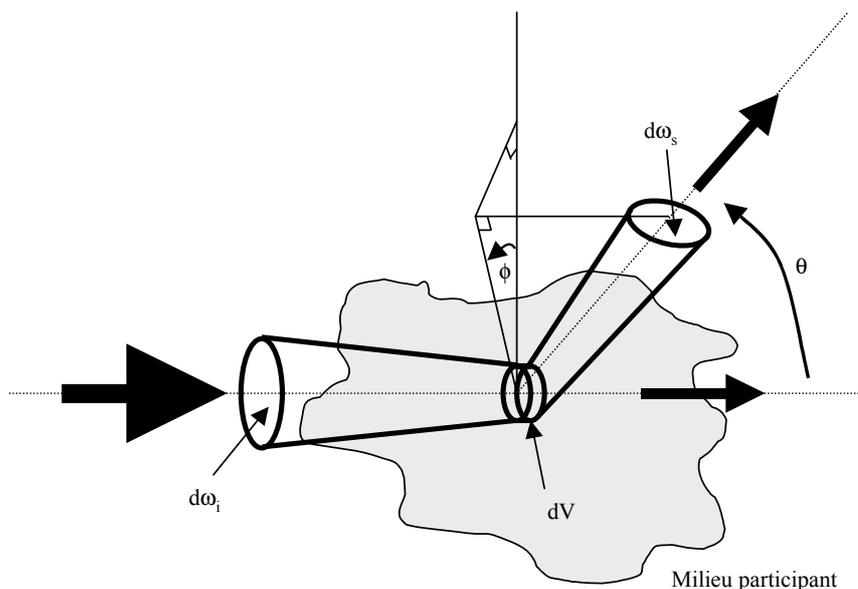
$$\Phi(\theta) = 1/2 + 33/2 \left((1 + \cos \theta) / 2 \right)^{32}.$$

Note : les fonctions de phase de Rayleigh, de Mie Hazy et Mie Murky sont visibles en Annexe A.

3.3.2 La dispersion (out-scattering)

Rappel : elle disperse le rayonnement incident en le déviant dans toutes les directions et donc contribue à la diminution de la luminance dans la direction D_s .

Le calcul de la quantité de lumière diffusée dans chaque direction se fait à travers l'utilisation de la fonction de phase. En fait, dans le cas de la dispersion, seule la diminution totale de luminance, dans la direction considérée nous intéresse.



Cette diminution s'exprime par le coefficient de dispersion σ_λ .

Comme le coefficient d'absorption, le coefficient de diffusion peut s'exprimer de deux manières différentes. Il dépend également de la température et de la pression du milieu, de la longueur d'onde de la radiation incidente et des concentrations des différents constituants du milieu.

On obtient une variation de luminance pour la diffusion du rayonnement incident, égale à :

$$dL_\lambda = - \sigma_\lambda L_\lambda(S) dS.$$

Il existe un coefficient d'extinction K_λ contenant simultanément l'absorption et cette diffusion (dispersion).

On a alors :

$$K_\lambda = a_\lambda + \sigma_\lambda,$$

d'où

$$dL_\lambda = -K_\lambda L_\lambda(S) dS.$$

Si l'on intègre cette équation le long de S, on obtient la loi de *Bouguer* :

$$L_\lambda(S) = L_\lambda(0) e^{-\tau(0,S)}.$$

La profondeur optique entre les points 0 et S vaut :

$$\tau(0,S) = \int_0^S K_\lambda(s) ds.$$

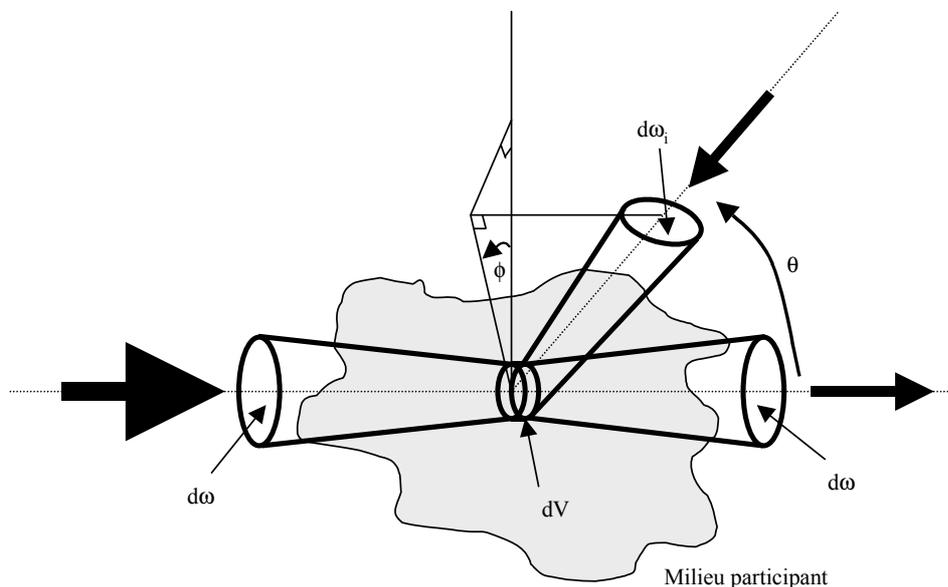
Le rapport

$$\Omega_\lambda = \sigma_\lambda / K_\lambda = \sigma_\lambda / (a_\lambda + \sigma_\lambda),$$

est la réflectivité ou albédo du milieu participant.

3.3.3 La diffusion entrante (in-scattering)

Rappel : les particules de dV diffusent dans la direction D_S des rayonnements provenant d'autres directions de l'espace englobant dV. Ces derniers augmentent ainsi la luminance dans la direction D_S .



Soit un rayonnement de luminance $L_\lambda(S, \theta, \phi)$, tel que la direction incidente de ce rayon soit repérée par les angles θ et ϕ en coordonnées sphériques par rapport à D_S au point S. En considérant tout le volume englobant, nous pouvons exprimer la contribution de cette diffusion à $L_\lambda(S + dS)$:

$$dL_\lambda = (\sigma_\lambda dS / 4\pi) \int_{\omega_i=4\pi} L_\lambda(S, \theta, \phi) \Phi(\theta) d\omega_i.$$

4 L'équation de transfert radiatif

En intégrant tous les phénomènes décrits précédemment, on obtient l'équation de transfert radiatif pour un milieu participant exprimant la variation de luminance le long de la direction D_s :

$$dL_\lambda / dS = - a_\lambda L_\lambda(S) + a_\lambda L_{\lambda b}(T) - \sigma_\lambda L_\lambda(S) + (\sigma_\lambda / 4\pi) \int_{\omega_i=4\pi} L_\lambda(S, \theta, \phi) \Phi(\theta) d\omega_i.$$

5 Petit tour d'horizon sur le rendu des milieux participants

[Blinn82] a mis en place un modèle de rendu utilisant une résolution analytique du problème au prix de certaines hypothèses simplificatrices. Son but était de simuler les anneaux de Saturne. Pour ce faire, il a donc considéré que le milieu possédait un faible albédo et n'a traité que la diffusion simple. Ses travaux sont importants car ils sont les premiers sur ce sujet en synthèse d'images.

[Pattanaik93] et [Blasi93] ont utilisé une méthode de Monte-Carlo (Cf. chapitre 5) afin de réaliser la simulation totale des échanges radiatifs dans le milieu et la scène. Cette méthode en deux passes correspond à un lancer stochastique de rayons depuis les sources de lumière et à une passe plus classique depuis l'œil. La méthode de Blasi est à l'origine de la nouvelle méthode exposée au chapitre 5.

[Rushmeier87] a adapté la méthode de radiosité aux volumes pour traiter les milieux participants. Ses domaines d'application sont les environnements diffus. Elle a aussi étendu la notion de facteur de forme (surface à surface) aux calculs d'échanges entre volume et volume, mais également entre volume et surface. Rushmeier a obtenu de bons résultats au niveau de la qualité des images. En revanche les temps de traitement sont très grands.

[Patmore93], [Languéno94a] et [Max94] utilisent la méthode des ordonnées discrètes. Celle-ci a pour but de discrétiser l'espace en sous-volumes et l'espace angulaire en angles solides où la luminance est supposée constante. Le bilan énergétique est réalisé pour chaque sous-volume et chaque direction (provenant de la discrétisation angulaire). L'algorithme réalise une propagation de la lumière suivant chaque direction, en calculant les diffusions ainsi que la luminance propagée en utilisant l'extinction et l'émission des sous-volumes traversés.

[Stam93] propose une approche simple et efficace pour le rendu de milieux participants modélisés par des blobs (Cf. chapitre 4). Sa méthode, en une passe, se "greffe" sur un lancer de rayons classique : elle ne gère que la diffusion simple. Cette méthode a été implémentée pendant ce stage (Cf. chapitre 4).

Chapitre 4

La méthode de Stam

Ce chapitre présente la technique développée par Stam en 1993 pour intégrer les milieux participants au sein d'un logiciel de lancer de rayons classique [Stam93] [Stam95]. Il est à noter que seule la diffusion simple (Cf. chapitre 3, paragraphe 2) est prise en compte au sein de ce modèle de rendu.

La méthode proposée par Stam repose sur un modèle de blobs⁴ (ici en l'occurrence, on parlera de sphères de densité variable) évoluant au cours du temps sous l'action de turbulences de l'air. Le modèle de turbulences lui-même ne faisant pas partie à proprement parler de ce chapitre, il sera expliqué en détail au sein du chapitre 6. La méthode de Stam est à l'origine des développements effectués pendant ce stage, c'est la première méthode de rendu qui a été implémentée.

1 Représentation (et évolution) du milieu

Physiquement, un gaz est composé d'une multitude de particules. Cependant, représenter toutes ces particules au sein d'un modèle reste purement et simplement impossible compte tenu de leur taille et de leur nombre.

A la place, nous allons considérer la densité de ces particules à un instant donné \mathbf{t} pour un point de l'espace \mathbf{x} , c'est à dire $\rho = (x, t)$. Soit un ensemble de n points $x_i(t)$, avec $x_i(t)$ le centre du blob (ici, la sphère de densité) de rayon \mathbf{r} et de masse $m_i(t)$, créé à l'instant t_i .

Stam définit la densité $\rho = (x, t)$ comme la somme pondérée d'une distribution simple \mathbf{f} évoluant au cours du temps :

$$\rho(x, t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(x, t) = \sum_{i=1}^n m_i(t) f(\|x - x_i(t)\|, t - t_i). \quad (1)$$

En d'autres termes, la densité de l'ensemble des particules peut être vue comme un ensemble de blobs dont la densité est dépendante de la fonction \mathbf{f} .

Le mouvement du blob est obtenu en intégrant le centre de sa masse par le "wind-field" $u(x, t)$ du modèle de turbulence (Cf. chapitre 6) :

$$x_i(t) = x_i(t_i) + \int_{t_i}^t u(x_i(s), s) ds, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

⁴ On peut définir de manière simple un blob comme un ensemble de points de référence et de fonctions de densité. La valeur de la densité de cet objet en un de ses points est définie par les fonctions de densité qui peuvent, par exemple, être dépendantes de la distance des points de référence.

L'évolution de la densité du blob est quant à elle donnée par la fonction :

$$f(r, t - t_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_i^3(t)} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_i^2(t)}\right) \quad (3)$$

avec $\sigma_i^2(t) = \sigma_0^2 + \text{diff}(t - t_i)$.

r est le rayon du blob et σ_0^2 la variance de la fonction Gaussienne. L'évolution de cette variance au cours du temps se fait par le biais du coefficient de diffusion *diff*.

Le terme $\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_i^3(t)}$ est appelé facteur de normalisation : il garantit que la masse du blob reste invariante sous l'action de la diffusion.

Le coefficient de dissipation *diss* agit sur l'évolution de la masse initiale du blob qui tend à diminuer au cours du temps en suivant la loi ci-dessous :

$$m_i(t) = m_0 \exp(-\text{diss}(t - t_i)). \quad (4)$$

2 Méthode de rendu

Dans la plupart des programmes de lancer de rayons classiques, les interactions entre les rayons lumineux et les objets se font le plus souvent uniquement à la frontière de ces derniers, la lumière n'étant donc modifiée qu'en ces points. En présence d'un milieu participant, la lumière "acheminée" par un rayon peut être atténuée ou augmentée : l'atténuation est le résultat du phénomène d'absorption mais également de la diffusion, ou dispersion (out-scattering). Une augmentation de l'intensité lumineuse peut être le résultat d'une diffusion entrante (in-scattering) ou encore d'une émission propre du gaz (Cf. chapitre 3).

Tous ces effets peuvent être obtenus dans un programme de lancer de rayons classique en modifiant la valeur de l'intensité de chaque rayon dans l'arbre des rayons lui-même. La technique consiste à calculer pour chaque rayon "intersectant" le milieu participant, tous les points d'intersections de ce même rayon avec les blobs (donc les sphères). Cette opération a pour but de subdiviser le rayon en N intervalles

disjoints $I_i = [s_i, s_{i+1}]$ ($i = 0, \dots, N - 1$) comme illustré sur la figure ci-dessous, avec $s_0 = 0$

l'origine du rayon et les s_i , les points d'intersections avec les tous les blobs.

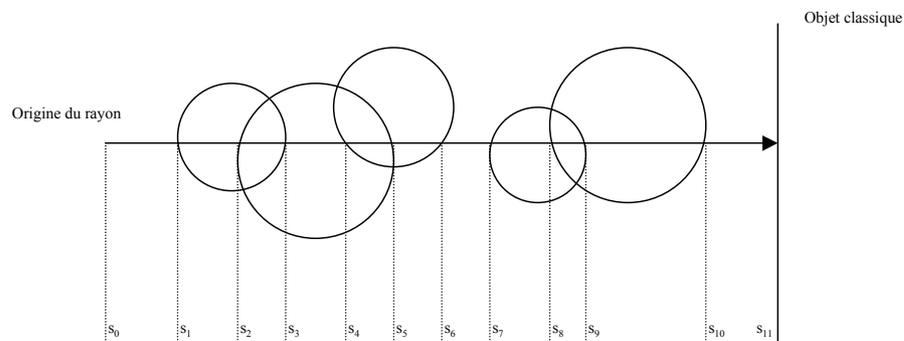


Figure 1 : subdivision du rayon en intervalles.

Une fois que la liste des blobs "intersectant" le rayon est calculée, l'intensité lumineuse C arrivant à l'origine du rayon est calculée avec un parcours "front to back" de la liste des intervalles, suivant l'algorithme ci-dessous :

```

 $\tau_{total} = 1$ 
 $C = 0$ 
Pour  $i = 1$  jusqu'à  $N - 2$  faire
     $C = C + \tau_{total} (1 - \tau_i) C_i$ 
     $\tau_{total} = \tau_{total} \tau_i$ 
Fin pour
 $C = C + \tau_{total} C_N$ 

```

ou τ_i est la transparence de la densité sur l'intervalle I_i et C_i est l'intensité de la lumière émise sur cet intervalle par la densité. Ces valeurs sont définies au paragraphe suivant. C_N est l'intensité retournée par le lancer de rayons classique. Dans le cas où le rayon est un rayon d'ombre, seulement τ_{total} doit être retournée.

La transparence le long d'un intervalle I_i due à un seul blob est fonction uniquement de la distance du rayon au centre du blob et des points s_i et s_{i+1} de l'intervalle (Cf. figure ci-dessous). Une manière simple et efficace de calculer ces distances est donnée en Annexe B.

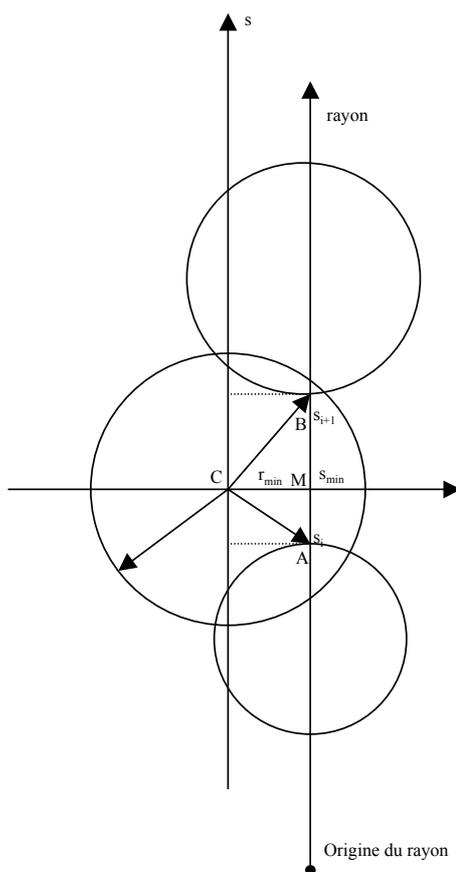


Figure 2 : calcul des transparences τ_i .

La transparence τ_i de l'intervalle est ensuite calculée en combinant les différentes valeurs de transparence de chacun des blobs "intersectant" le rayon sur cet intervalle (Cf. paragraphe ci-dessous).

3 Modèle d'illumination du milieu participant

Considérons un rayon $x_s = O + sD$, d'origine O et de direction D . Soit C_N l'intensité lumineuse arrivant en O à partir du point x_b en l'absence de milieu participant (Cf. figure ci-dessous).

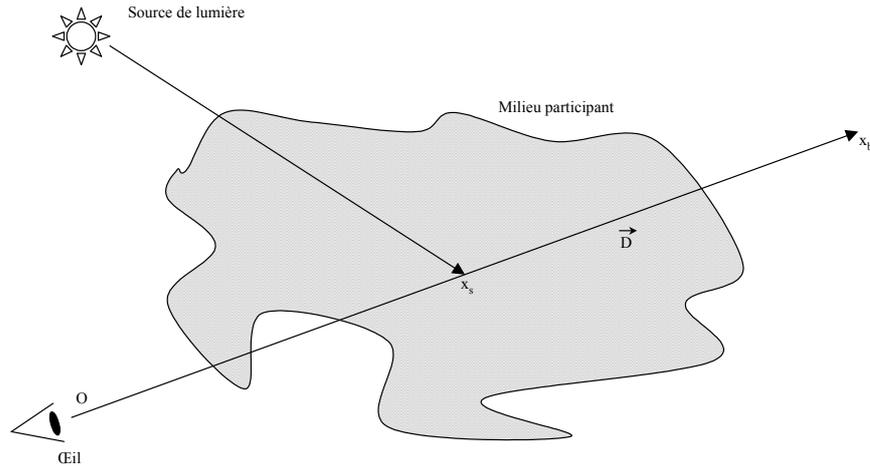


Figure 3 : principe du modèle d'illumination.

Si nous ignorons les effets de la diffusion multiple (donc, en ne considérant que la diffusion simple), alors l'éclairement C_0 arrivant en O pour chaque longueur d'onde⁵ λ est :

$$C_0^\lambda = \int_0^b \tau^\lambda(0, s) \rho(x_s) K_t^\lambda C^\lambda(x_s) ds, \quad (5)$$

où

$$\tau^\lambda = (s', s'') = \exp\left(-K_t^\lambda \int_{s'}^{s''} \rho(x_s) ds\right), \quad (6)$$

et

$$C^\lambda(x_s) = \Omega^\lambda L^\lambda(x_s) + (1 - \Omega^\lambda) Q^\lambda(x_s), \quad (7)$$

où K_t est le coefficient d'extinction, et Ω est l'albedo (Cf. chapitre 3). Le terme $Q^\lambda(x_s)$ permet de tenir compte de l'émission propre (Cf. chapitre 3). Le terme $L^\lambda(x_s)$ représente la contribution lumineuse des N_l sources de lumière présentes dans la scène, c'est à dire :

⁵ Dans l'implémentation actuelle, compte tenue du fait que Yart ne dispose pas de fonctions traitant la totalité du spectre de la lumière, le calcul est effectué seulement trois fois, c'est à dire, pour chaque composante de la couleur : R, G et B.

$$L^\lambda(x_s) = \sum_{k=1}^{N_j} \Phi^\lambda(\cos \theta_k(x_s)) S_k(x_s) L_k^\lambda, \quad (8)$$

où Φ est la fonction de phase caractérisant les propriétés de dispersion du milieu, θ_k est l'angle entre le rayon et les vecteurs pointant vers les sources de lumière. S_k détermine si la source est visible ou non du point en question. L_k est la contribution lumineuse de la source de lumière elle-même.

Si nous supposons que $C^\lambda(x_s) = C_i^\lambda$ est constante sur chaque intervalle I_i , ce qui est raisonnable dans le cas de plusieurs petits blocs, alors l'équation (5) devient :

$$\begin{aligned} C_0^\lambda &= \sum_{i=0}^{N-1} C_i^\lambda \int_{s_i}^{s_{i+1}} \tau^\lambda(0, s) \rho(x_s) K_i^\lambda ds \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} C_i^\lambda (\tau^\lambda(0, s_i) - \tau^\lambda(0, s_{i+1})). \end{aligned} \quad (9)$$

Si nous définissons $\tau_i^\lambda = \tau^\lambda(s_i, s_{i+1})$ comme la transparence le long de l'intervalle I_i alors l'équation (9) devient :

$$C_0^\lambda = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\prod_{j=0}^{i-1} \tau_j^\lambda \right) C_i^\lambda (1 - \tau_i^\lambda). \quad (10)$$

Stam montre comment l'intégrale intervenant dans le calcul des transparences τ_i^λ peut être calculée efficacement. Supposons que les blocs $\rho_{j_1}, \dots, \rho_{j_{n_i}}$ "intersectent" le rayon sur l'intervalle I_i . La transparence sur l'intervalle I_i est alors :

$$\tau_i^\lambda = \exp \left(-K_i^\lambda \sum_{k=1}^{n_i} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \rho_{j_k}(x_s) ds \right). \quad (11)$$

Comme nous effectuons le rendu pour une image à un instant donné, nous pouvons définir $\sigma_j^2 = \sigma_0^2 + \text{diff}(t - t_j)$ et $m_j = m_j(t)$. En utilisant ces définitions, chaque intégrale dans l'équation (11) peut s'écrire comme ceci :

$$\begin{aligned} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \rho_j(x_s) ds &= \frac{m_j}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_j^3} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \exp \left(-\frac{r_{\min}^2 + (s - s_{\min})^2}{2\sigma_j^2} \right) ds \\ &= \frac{m_j}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_j^2} \exp \left(-\frac{r_{\min}^2}{2\sigma_j^2} \right) \left(T \left(\frac{s_{i+1} - s_{\min}}{\sigma_j} \right) - T \left(\frac{s_i - s_{\min}}{\sigma_j} \right) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

La première égalité résulte de la géométrie de la figure 2.

La fonction **T** est l'intégrale suivante :

$$T(s) = \int_0^s \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du. \quad (13)$$

Le logiciel Mapple donne pour cette intégrale la formule suivante :

$$T(s) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \sqrt{2} \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2} \sqrt{2} s\right), \quad (14)$$

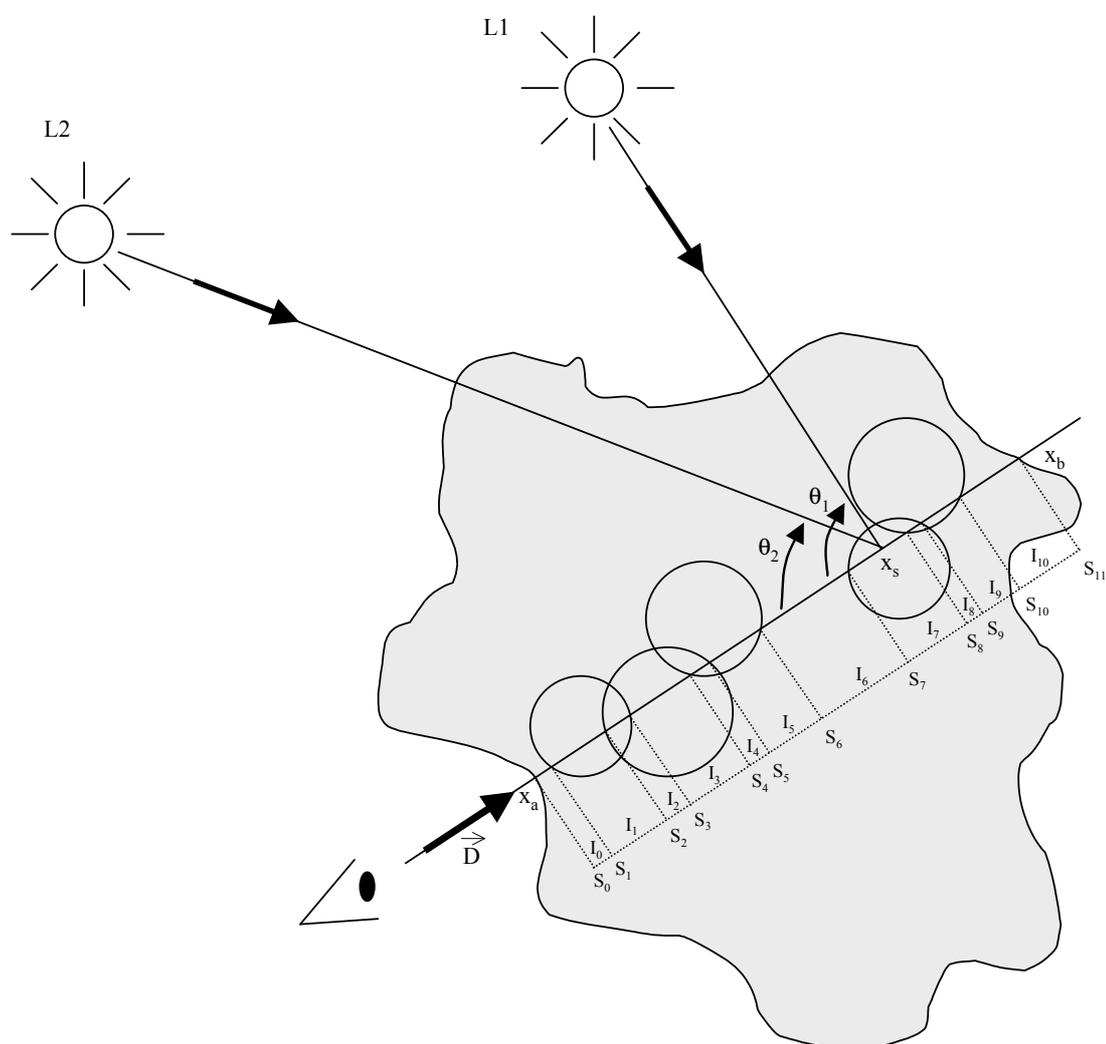
avec la fonction **erf** définie sur la plupart des systèmes par :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt. \quad (15)$$

Stam propose dans [Stam95] une approximation linéaire de cette fonction :

$$\operatorname{lap_erf}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < -\frac{1}{2} \\ 2x & \text{si } |x| \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (16)$$

4 Schéma récapitulatif de la méthode de Stam



Chapitre 5

Les méthodes en "deux passes" du type Monte-Carlo

1 Introduction

Ce chapitre est découpé en trois parties. Après avoir présenté succinctement la philosophie des méthodes dites de "Monte-Carlo", nous présenterons une solution au rendu de milieux participants proposée par Blasi dans [Blasi93]. Cette solution, en deux passes, permet la gestion de la diffusion multiple (Cf. chapitre 3, paragraphe 2) et s'applique à des objets à densité volumique, c'est à dire à des objets modélisés par exemple par des voxels (Cf. chapitre 2) de densité constante. Enfin, la troisième et dernière partie présentera un nouvel essai de modèle mis en place pendant ce stage (s'inspirant en partie de la méthode de Blasi) qui lui aussi autorise la gestion de la diffusion multiple, mais s'applique au modèle de blobs de Stam et donc à un modèle de densité à priori non constante.

2 Présentation des méthodes de Monte-Carlo

Les progrès actuels dans le domaine de la synthèse d'images ont permis d'apporter un réalisme beaucoup plus important aux images par rapport au passé. Cette amélioration du réalisme n'a pu se faire sans l'arrivée de formulations mathématiques multidimensionnelles très complexes. Pour simplifier ces lourds calculs, le monde de la synthèse d'images est allé puiser dans celui des méthodes numériques basées sur la moyenne ou sur l'échantillonnage aléatoire. Même si les fondements de ces méthodes sont connus depuis très longtemps, celles-ci n'ont pu être que peu utilisées auparavant.

Ce n'est que l'avènement de l'informatique et la puissance grandissante des machines qui a permis de constater leur formidable intérêt. Elles sont donc, de nos jours, grandement utilisées notamment dans le domaine de la synthèse d'images, afin d'améliorer certains calculs trop compliqués avec des approches classiques. Sans rentrer dans les détails de ces méthodes, nous allons essayer d'en évoquer les grandes lignes afin de comprendre leur fonctionnement.

2.1 La méthode "hit or miss" (touché ou raté)

Cette méthode est la plus utilisée afin d'expliquer les bases des méthodes de Monte-Carlo.

Le problème consiste à calculer l'aire sous la courbe $f(x)$, $0 \leq x \leq 1$ (Cf. figure page suivante). Pour

cela, choisissons de manière aléatoire N points à l'intérieur du carré unitaire C et désignons par M ceux qui se trouvent sous la courbe. Nous savons alors que l'aire est donnée par le ratio M / N . Bien sûr, cette valeur n'est qu'une approximation, mais elle s'affine au fur et à mesure que N croît.

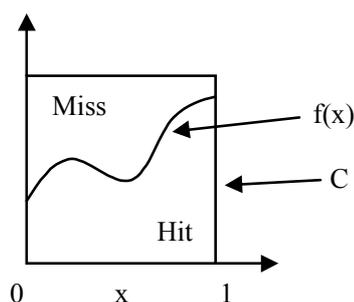


Figure 1 : La méthode "hit or miss".

2.2 Principes des méthodes de Monte-Carlo

La méthode précédente "hit or miss" met en avant les deux caractéristiques principales des méthodes de Monte-Carlo, qui sont les suivantes.

- Un algorithme est écrit pour effectuer un "essai" aléatoire. Cet essai est répété N fois, chaque essai étant indépendant des autres. En utilisant les résultats de tous les essais une solution au problème est estimée.

- La mesure statistique de l'erreur dans le précédent calcul est proportionnelle à $\sqrt{\frac{D}{N}}$ où D dépend de la technique et N est le nombre d'essais. Cette formule montre qu'il est nécessaire d'augmenter de **100** le nombre N afin de réduire par un facteur de **10** l'erreur estimée, ce qui implique qu'une très grande précision ne peut pas être atteinte avec une telle approche. Cependant, il existe d'autres méthodes de Monte-Carlo avec des valeurs pour D différentes, permettant ainsi une précision beaucoup plus importante quand D diminue.

Dans le monde de l'informatique, la première caractéristique (Cf. ci-dessus) de ces méthodes présente un réel intérêt. En effet, la répétition d'un algorithme simple fait de la solution de Monte-Carlo un outil idéal pour une implémentation parallèle. De plus, le fait d'obtenir, après un certain nombre d'essais, une solution au problème qui devient de plus en plus précise au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente, permet une application présentant des raffinements progressifs (dans le monde de l'image, cela signifie que l'image s'améliore en fonction du nombre d'essais effectués, ce qui est très intéressant !).

Quoi qu'il en soit, les méthodes de Monte-Carlo ne s'appliquent pas uniquement aux problèmes à nature stochastique, mais plutôt à tous les problèmes qui peuvent être formulés de telle sorte que des nombres aléatoires peuvent être utilisés pour en estimer la solution.

3 Solution de Blasi

3.1 Introduction

Blasi et al. présentent dans leur article [Blasi93] une nouvelle méthode (Cf. schéma page suivante) pour simuler les effets de la lumière traversant des objets volumiques (tels que la brume, le brouillard, les nuages...) le plus souvent modélisés sous formes de voxels de densité constante, appartenant à une grille tridimensionnelle de l'espace. Cette méthode est une méthode en deux passes autorisant ainsi la gestion des phénomènes de diffusion multiple. L'originalité de cette méthode consiste à utiliser la fonction de phase comme fonction d'échantillonnage afin de modifier la direction du rayon pendant la première passe du processus, c'est à dire pendant la phase de lancer de rayons depuis les sources.

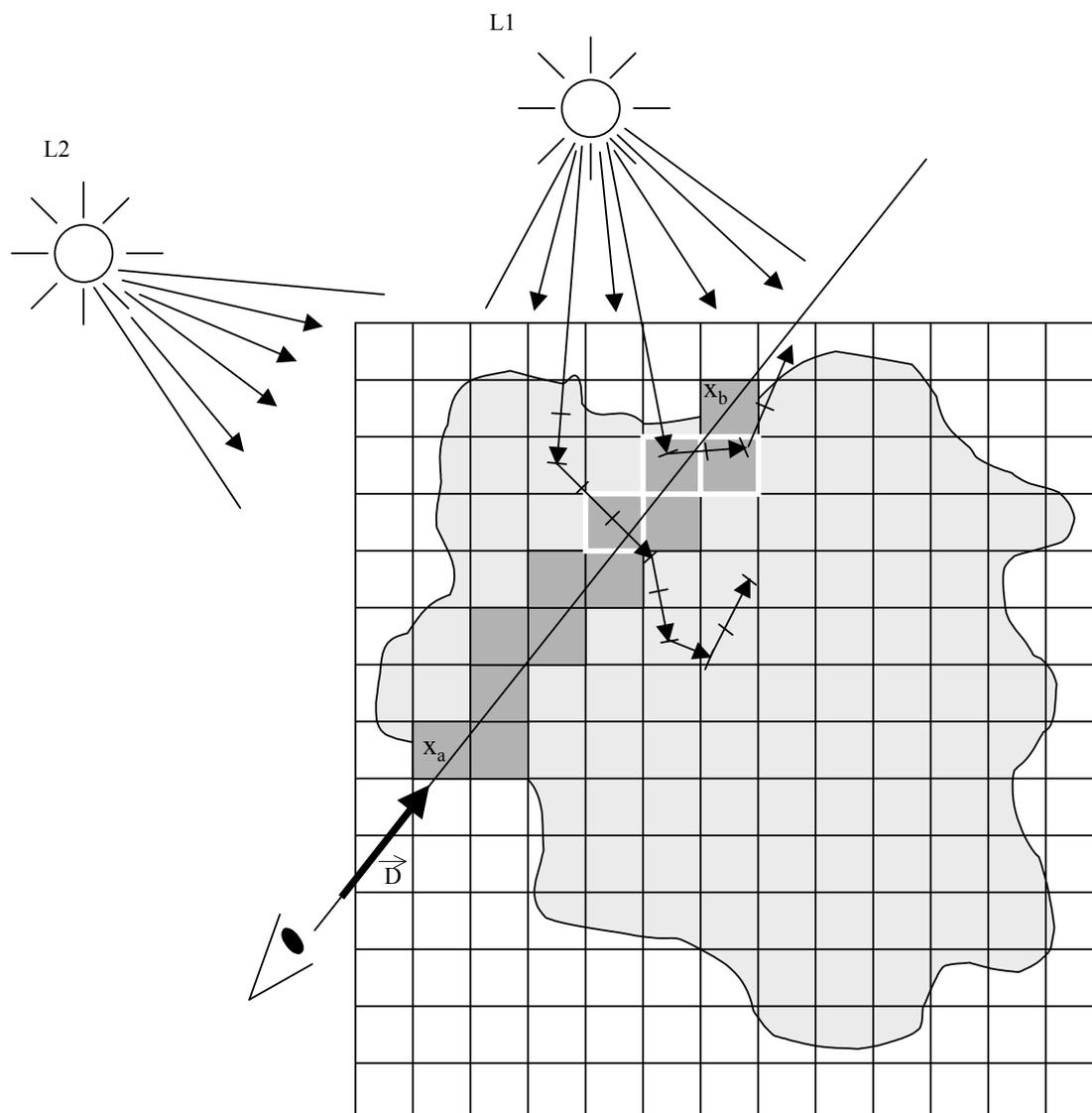


Schéma récapitulatif de la méthode de Blasi.

Blasi propose également dans son article des approximations des fonctions de phase (Cf. chapitre 3) les plus classiques par le biais de la technique des approximations par fractions rationnelles présentées dans [Schlick92].

3.2 Fonctions de phase : approximation, fonction d'échantillonnage

La définition des fonctions de phase a été vue au sein du chapitre 3. En utilisant la technique des approximations par fractions rationnelles, Schlick propose dans [Schlick92] (ici par l'intermédiaire de Blasi) une nouvelle famille de fonctions de phase définies par la fonction suivante :

$$\varphi_k(t) = \frac{1-k^2}{(1-kt)^2} \quad \text{où } k \in]-1,1[\text{ avec } t = \cos(\theta), \quad (1)$$

avec θ l'angle de phase (Cf. chapitre 3, paragraphe 3.3.1).

Cette nouvelle formulation ne permet pas uniquement de définir de nouvelles fonctions de phase. Elle présente en effet également deux autres avantages.

Elle permet ainsi d'approximer d'autres fonctions de phase en utilisant une somme normalisée de deux fonctions de phase indépendantes φ_k et $\varphi_{k'}$, par le biais de la fonction $\varphi_{r,k,k'(t)}$:

$$\varphi_{r,k,k'(t)} = r\varphi_k(t) + (1-r)\varphi_{k'}(t) \quad \text{où } r \in [0,1] \quad k \in [-1,1] \quad k' \in [-1,1] \quad . \quad (2)$$

ce qui permet d'approximer, par exemple, les fonctions de phase de Rayleigh, de Mie Hazy et de Mie Murky (Cf. chapitre 3). Le tableau ci-dessous donne l'ensemble des valeurs pour ces approximations : des graphes, visibles en Annexe A, permettent de comparer les fonctions de phase originales avec leur approximation par le biais de cette technique.

	r	k	k'
Rayleigh	0,50	-0,46	0,46
Mie Hazy	0,12	-0,50	0,70
Mie Murky	0,19	-0,65	0,91

Figure 2 : valeurs des paramètres pour les approximations des fonctions de phase.

Le deuxième avantage de cette nouvelle formulation des fonctions de phase provient de l'utilisation originale que l'on peut en faire. En effet, au lieu que $\varphi(\theta)$ soit comme à l'accoutumée utilisée pour exprimer le ratio de l'énergie diffusée dans une direction donnée par l'angle θ , Schlick l'utilise pour exprimer la déviation de la lumière en un point donné.

Plus précisément, la fonction de phase est utilisée comme fonction de pondération pour le processus de Monte-Carlo qui génère une nouvelle direction du rayon après diffusion. Ainsi, pour les fonctions de phase de Schlick, une valeur d'échantillonnage pondérée $t \in [-1,1]$ peut être obtenue à partir d'un échantillonnage uniforme à valeur dans $[0,1]$ par le biais de l'équation suivante⁶ :

$$t = \frac{2u + k - 1}{2ku - k + 1} \quad \text{où } u \in [0,1] \quad . \quad (3)$$

3.3 Descriptif de la méthode

3.3.1 Première passe

Durant la première passe, les rayons sont envoyés de manière stochastique à partir des sources de lumière et progressent de manière incrémentale au travers de la densité volumique en utilisant des pas d'échantillonnage uniformes (distance sampling). Un rayon est propagé dans la scène aussi longtemps que la luminance qu'il porte est au-dessus d'un certain seuil. A chaque pas, une probabilité de dispersion ω (Cf. page suivante) est utilisée afin de déterminer si le rayon change de direction en ce point. Quand il n'y a pas de diffusion, le rayon est simplement atténué par un coefficient d'atténuation volumique K_V (Cf. page suivante) et est ensuite propagé dans la même direction. Par contre, quand il y a diffusion, une partie

⁶ Cette équation est la réciproque de l'équation (1) avec $\varphi_k(t) = u$.

de l'énergie du rayon, appelée énergie résultante de la diffusion isotrope⁷ est stockée au sein du voxel où vient d'avoir lieu l'échantillonnage, puis le rayon (diminué de l'énergie résultant de cette diffusion) est propagé dans une autre direction en utilisant les équations (3), (2) et (1), ainsi de suite. Le processus s'arrête quant le seuil de luminance a été atteint ou quand le rayon est sorti du milieu.

Coefficient d'atténuation volumique

Il représente le ratio de luminance entre deux points de dispersion \mathbf{P} et \mathbf{P}' et résulte en fait des deux plus importants phénomènes physiques intervenant au sein des milieux participants : l'absorption et la diffusion (ou dispersion). Comme nous l'avons déjà vu, la loi de Bouguer (Cf. chapitre 3) exprime l'atténuation $\mathbf{A}(\mathbf{P}, \mathbf{P}')$ entre deux points \mathbf{P} et \mathbf{P}' :

$$A(P, P') = e^{-\tau(P, P')} \quad (4)$$

où $\tau(P, P')$ représente la profondeur optique entre les points \mathbf{P} et \mathbf{P}' . La profondeur optique peut être définie (Cf. chapitre 3) par un coefficient d'absorption α_0 et par un coefficient de dispersion σ_0 :

$$\tau(P, P') = \int_P^{P'} \alpha_0(P'') dP'' + \int_P^{P'} \sigma_0(P'') dP''. \quad (5)$$

Dans le cas d'objets à densité volumique, il est plus intéressant d'exprimer les coefficients d'absorption et de diffusion en fonction de la densité du matériau traversé ρ :

$$\sigma = \sigma_0 / \rho \quad \text{et} \quad \alpha = \alpha_0 / \rho, \quad (6)$$

ce qui permet de réécrire cette fois-ci la formule de la profondeur optique en fonction de la densité de l'objet :

$$\tau(P, P') = \int_P^{P'} (\alpha + \sigma) \rho(P'') dP'' \quad (7)$$

Cependant, dans la solution proposée ici, $K_V(P, P')$ exprime uniquement l'absorption qui se produit entre deux points \mathbf{P} et \mathbf{P}' d'où :

$$K_V(P, P') = e^{-\int_P^{P'} \alpha \rho(P'') dP''}. \quad (8)$$

Dans le cas particulier où la densité entre les points \mathbf{P} et \mathbf{P}' est constante, l'équation précédente devient :

$$K_V(P, P') = e^{-\alpha \rho \delta}, \quad (9)$$

où ρ est la densité et δ la distance entre les points \mathbf{P} et \mathbf{P}' .

⁷ La diffusion isotrope correspond à la quantité d'énergie qui résulte de la diffusion locale et interne à la particule et non à la diffusion classique qui elle est directionnelle.

Probabilité de dispersion

La probabilité de dispersion augmente en fonction de la densité du matériau, du coefficient de dispersion et de la distance parcourue par le rayon depuis le dernier point de dispersion. Dans la loi de Bouguer vue précédemment, le coefficient de dispersion exprime la fraction d'énergie qui est perdue par le phénomène de dispersion. Il semble donc naturel de définir la probabilité de dispersion $\omega(P, P')$ comme ceci :

$$\omega(P, P') = 1 - e^{-\int_P^{P'} \sigma \rho(P'') dP''} . \quad (10)$$

L'inconvénient majeur de cette probabilité est qu'elle est dépendante de la longueur d'onde car le coefficient de dispersion σ est lui-même dépendant de celle-ci. Il semble donc préférable et beaucoup plus judicieux d'utiliser ici un coefficient de dispersion moyen noté $\bar{\sigma}$ en lieu et place du précédent.

Comme précédemment, dans le cas particulier où la densité entre les points \mathbf{P} et \mathbf{P}' est constante, l'équation précédente devient :

$$\omega(\delta) = 1 - e^{-\bar{\sigma} \rho \delta} . \quad (11)$$

On peut d'ores et déjà noter que lorsque $\rho = 0$, ce qui se produit lorsque nous nous trouvons à l'extérieur de l'objet en question, la probabilité de dispersion est nulle, ce qui est, somme toute, l'effet pour le moins attendu.

3.3.2 Deuxième passe

Pendant la deuxième passe, les rayons sont lancés depuis l'œil au travers de tous les pixels de l'écran. Ici, le rayon progresse de manière incrémentale, mais cette fois-ci de voxel en voxel (voxel sampling). Lorsque le rayon traverse un voxel, il "récolte" la luminance stockée lors de la première passe tout en tenant compte du phénomène d'absorption $K_v(P, P')$, une fois encore. Cette luminance s'ajoute à la luminance de l'objet final (autre qu'un milieu participant) sur lequel le rayon aboutit dans la scène.

4 Solution implémentée

4.1 Introduction

Comme nous l'avons déjà évoqué, cette méthode présente une méthode de rendu de milieux participants (modélisés par des blobs) qui autorise la diffusion multiple (Cf. chapitre 3). Elle repose sur une méthode en deux passes et sur un principe de Monte-Carlo. La première passe consiste en un lancer de rayons depuis les sources. Ces rayons se propagent ensuite au sein du milieu participant et y "déposent" de l'énergie. La deuxième passe, beaucoup plus classique, est une passe "depuis l'œil". Elle a pour but de "récolter" l'énergie déposée initialement. Le modèle de milieu participant utilisé repose sur celui de Stam (Cf. chapitre 4), c'est-à-dire, un modèle de blobs autorisant ainsi des densités non constantes au sein du milieu lui-même.

4.2 Première passe

4.2.1 Boucle de lancer de rayons depuis les sources ⁸

• La technique utilisée et implémentée dans notre algorithme consiste dans un premier temps à générer des rayons depuis chaque source de lumière dans toutes les directions possibles. Pour ce faire, on associe à chaque source une sphère virtuelle que l'on découpe ensuite suivant les angles θ et φ , formant ainsi un ensemble de cellules ayant des angles solides constants. On lancera un rayon par cellule. L'utilisateur, en fournissant un pas de division selon l'angle θ et φ , est d'ores et déjà maître du nombre de cellules initiales que présentera la sphère virtuelle, choix qui influera sur la précision du rendu mais bien évidemment aussi sur le temps pris par le processus pour mener sa tâche à bien. Dans notre cas, le pas selon l'angle θ et φ est le même, on le note Δ .

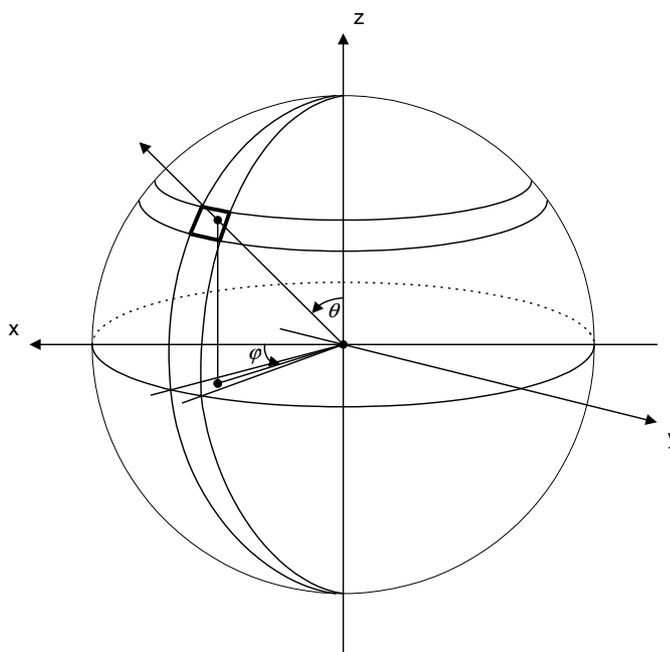


Figure 3 : principe d'échantillonnage de la sphère virtuelle.

Ainsi, les valeurs $n\theta = 180/\Delta$ (nombre de découpages selon l'angle polaire) et $n\varphi = 360/\Delta$ (nombre de découpages selon l'angle azimutal) vont nous permettre d'échantillonner la totalité de la sphère virtuelle.

Comme notre découpage se fait à angle solide constant, une cellule (\mathbf{i}, \mathbf{j}) est donc repérée par :

$$\theta_i = \cos^{-1}\left(\frac{n\theta - 2i}{n\theta}\right) \text{ et } \varphi_j = \left(\frac{2\pi}{n\varphi}\right) j.$$

⁸ La technique explicitée au sein de ce paragraphe a été développée conjointement avec Xavier Serpaggi pour le rendu de caustiques [Serpaggi97].

Durant cette étape, la direction du rayon est déterminée de manière aléatoire au sein de chaque cellule. Ces perturbations ont pour but d'améliorer statistiquement les performances de la méthode de Monte-Carlo.

Si X et Y sont des variables aléatoires uniformes dans $[0,1[$, on détermine les perturbations au sein même de la cellule de la manière suivante :

$$\theta_i = \cos^{-1}\left(\frac{n\theta - 2(i + X)}{n\theta}\right) \text{ et } \varphi_j = \left(\frac{2\pi}{n\varphi}\right) (j + Y).$$

Lorsqu'un rayon touche un objet ayant les propriétés du milieu participant (dans notre cas, une sphère de densité), on sauvegarde en mémoire au sein d'une structure de liste les informations relatives au point d'impact du rayon, mais également à la cellule de la sphère virtuelle à laquelle le rayon appartient. Ces informations sont : l'indice θ_i de la cellule suivant l'angle θ , l'indice φ_i de la cellule suivant l'angle φ , le nombre de cellules selon l'angle θ ($n\theta$), le nombre de cellules selon l'angle φ ($n\varphi$), ainsi que les coordonnées (x, y, z) du point d'impact. Ces informations seront utiles, par la suite, pour affiner le processus de lancer de rayons de manière récursive.

- Dans un deuxième temps, les cellules à partir desquelles un rayon a touché une sphère du milieu participant sont divisées à angle solide constant en quatre sous-cellules (Cf. figure ci-dessous) Cette opération a pour but de transcrire toutes les informations de la précédente liste (qui correspondait au niveau de récursivité zéro) en informations qui vont correspondre à un niveau de récursivité supérieur (donc ici, au niveau 1). Par cette opération, les indices θ_i et φ_i des cellules sont mis à jour ainsi que le nombre de cellules selon ces deux même angles ($n\theta$ et $n\varphi$). Chaque "angle se voit donc découpé" deux fois plus que précédemment, entraînant ainsi sur la sphère virtuelle une précision quatre fois plus grande (Cf. figure ci-dessous).

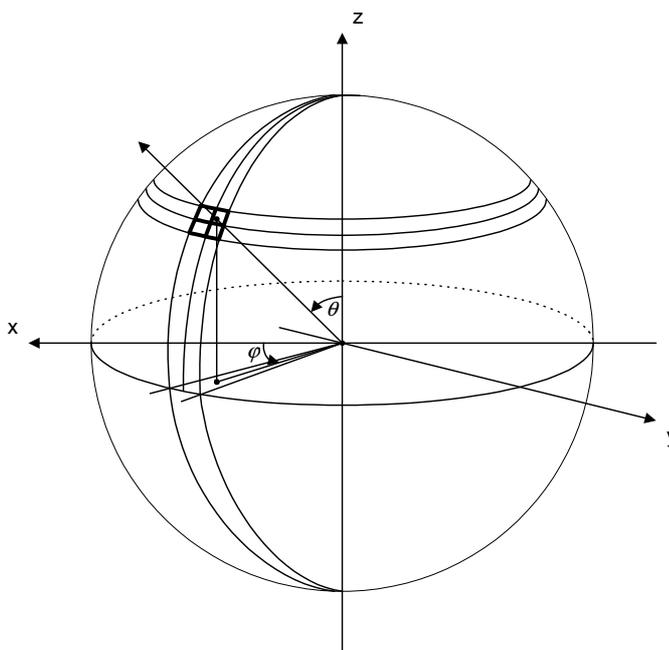


Figure 4 : principe de l'affinage de la cellule initiale.

On relance ensuite dans les trois cellules nouvellement créées un rayon afin de tester d'éventuelles nouvelles intersections avec le milieu participant. On aura bien évidemment auparavant pris soin de repérer la nouvelle sous-cellule à laquelle appartient le rayon où s'est produit l'impact initial ceci afin de ne pas y relancer de rayons. Si un nouvel impact a lieu avec le milieu participant, les mêmes informations que précédemment (l'indice θ_i de la cellule suivant l'angle θ , l'indice φ_i de la cellule suivant l'angle φ , le nombre de cellules selon l'angle θ ($n\theta$), le nombre de cellules selon l'angle φ ($n\varphi$), ainsi que les coordonnées (x, y, z) du point d'impact) seront ajoutées au sein de la liste. Ces informations seront relatives au niveau de récursivité en cours tout comme les informations de la liste qui a, comme nous l'avons vu, préalablement été mise à jour.

- La dernière étape du processus vise à lancer des rayons dans les 8*4 sous-cellules voisines, c'est à dire dans le voisinage des huit cellules voisines de la cellule à partir de laquelle a eu lieu l'impact initial, afin de tester, une fois de plus, d'éventuelles nouvelles intersections avec le milieu (Cf. figure ci-dessous).

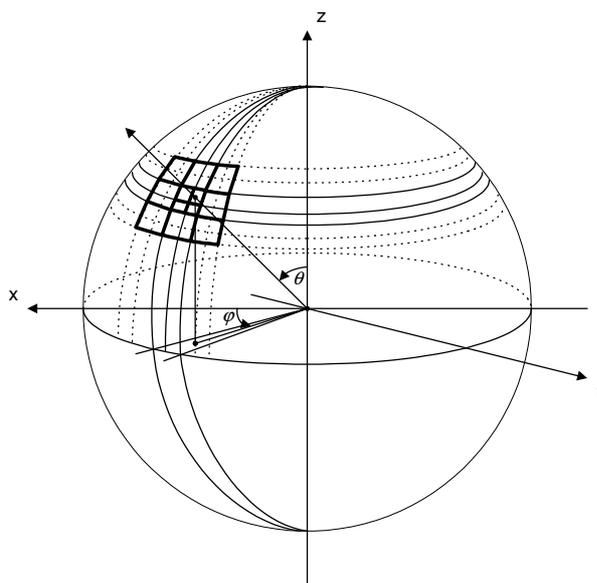


Figure 5 : principe de l'affinage des cellules voisines.

Note :

Que se soit lors de l'affinage de la cellule initiale ou bien lors de l'affinage des 8 cellules voisines, chaque nouveau lancer de rayon n'est effectué que si la cellule en cours n'a pas déjà été traitée par un autre affinage, précaution à prendre compte tenu du caractère récursif du processus.

La grille ci-dessous est ici pour expliquer ce phénomène. Bien entendu, cette grille correspond à la grille des cellules de la sphère virtuelle déjà évoquée.

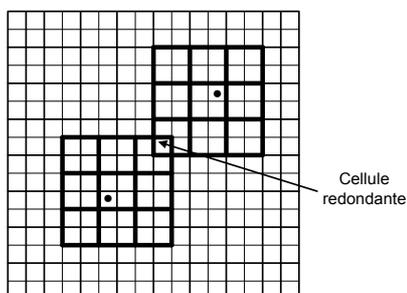


Figure 6 : exemple de cellule redondante durant la phase d'affinage des 8 cellules voisines.

- Le processus décrit ici s'arrête quand le niveau de récursivité maximal fixé par l'utilisateur a été atteint. Vient alors la deuxième grande étape de la méthode : la propagation des rayons au sein du milieu participant.

4.2.2 Propagation des rayons au sein du milieu participant

Quand la boucle de lancer de rayons depuis les sources est terminée, nous sommes en présence d'une liste qui contient tous les points d'impacts qui ont eu lieu sur la "frontière externe" du milieu participant.

Contrairement à la solution proposée par Blasi (Cf. paragraphe 3), nous n'allons pas utiliser de probabilité de dispersion mais plutôt considérer qu'il y a dispersion en chaque point d'intersection entre le rayon qui se propage dans le milieu et les éléments du milieu (dans notre cas les sphères), ceci, compte tenu de la modélisation que nous avons adoptée pour le milieu. Blasi a été contraint d'utiliser cette probabilité de dispersion du fait que le milieu utilisé était modélisé par des voxels de densité constante et qu'il utilisait une méthode de "distance sampling" comme fonction d'échantillonnage.

Ainsi, pour chaque point d'impact, une nouvelle direction de propagation du rayon est choisie selon la méthode d'échantillonnage de fonction de phase proposée précédemment par Blasi (Cf. paragraphe 3.2). Il est tout à fait possible, à ce moment précis, de considérer que le rayon puisse se propager en ligne droite dans le milieu, solution plus simple semblant, au moment où je rédige ce présent rapport, fournir des résultats plus convaincants. Quoi qu'il en soit, une fois ce choix effectué, il reste encore à appliquer un coefficient d'atténuation volumique similaire à celui proposé par Blasi (Cf. paragraphe 3.3.1) afin de tenir compte du phénomène d'absorption et donc d'atténuer l'énergie transportée par le rayon. Compte tenu de notre modélisation, nous n'utiliserons pas le coefficient K_V proposé par Blasi qui ne s'applique qu'à des objets de densité constante, mais celui proposé par Stam (Cf. chapitre 4) :

$$\tau_i^\lambda = \exp\left(-K_t^\lambda \sum_{k=1}^{n_i} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \rho_{j_k}(x_s) ds\right). \quad (12)$$

L'énergie résultant de cette atténuation d'énergie "portée" par le rayon sera stockée dans une structure de tableau dynamique, chaque élément de ce dernier correspondant à une sphère du milieu. Cette énergie sera récoltée lors de la deuxième passe du processus (Cf. paragraphe suivant).

Le principe décrit ci-dessus se répète d'intersection en intersection et se termine quand tous les rayons ont fini d'être propagés (c'est-à-dire lorsqu'ils ont tous traversés le milieu) ou lorsque le nombre maximal de propagations (fixé par l'utilisateur) à ne pas dépasser a été atteint.

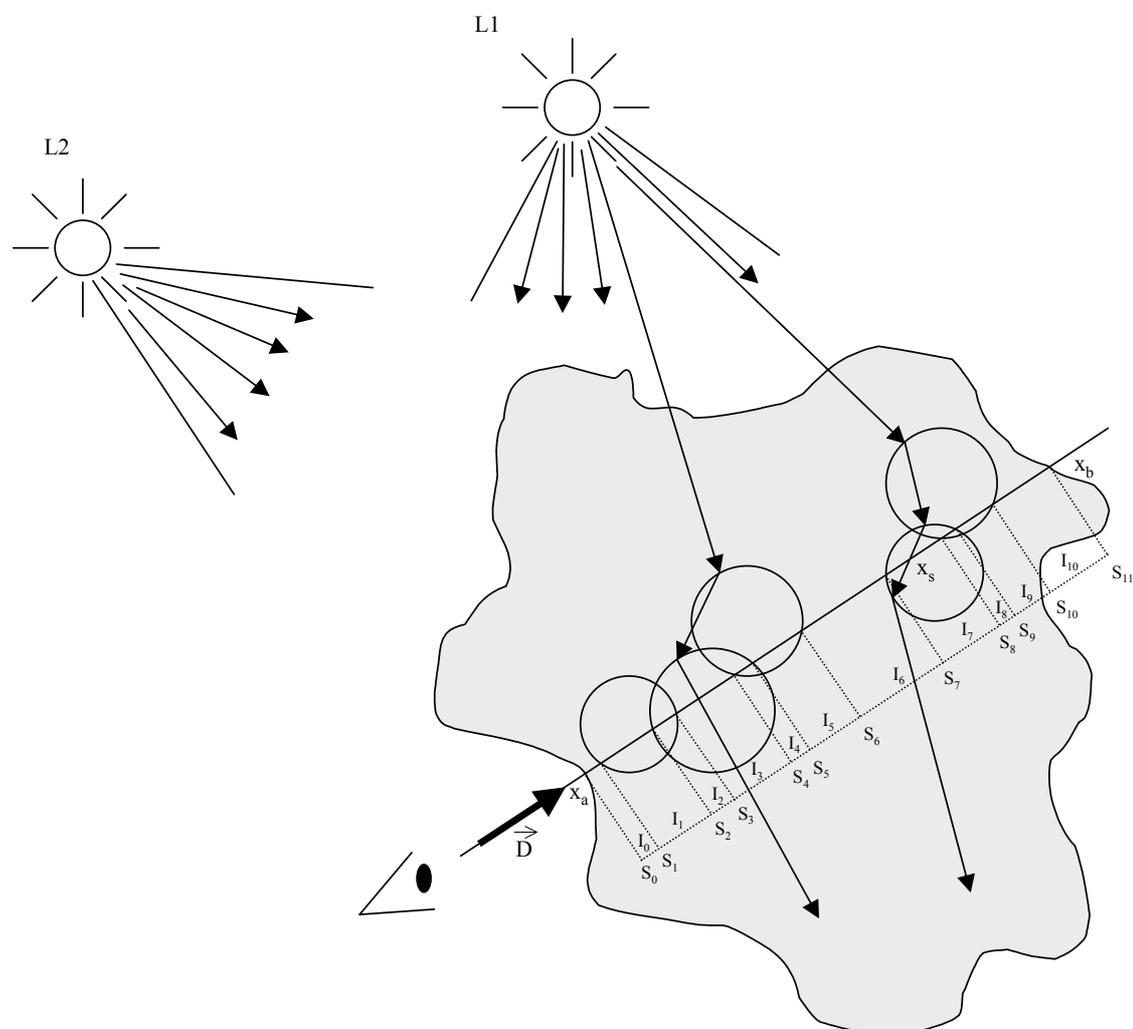
4.3 Deuxième passe

La deuxième passe reste très similaire à celle proposée par Blasi : c'est une passe classique de lancer de rayons "depuis l'œil" qui vise, en plus, à récolter l'énergie présente dans les sphères du milieu que le rayon "intersecte" sur son trajet. Cependant, nous n'utilisons pas dans notre cas précis, à l'instar de Blasi, de méthode d'échantillonnage dite de "voxel sampling". Une fois de plus, et comme pour la première passe, nous utilisons à la place, les caractéristiques géométriques de notre milieu, c'est à dire la géométrie des sphères afin de déterminer s'il y a intersection ou non.

Cette passe est donc très similaire (voire identique) à la passe de rendu de Stam (Cf. chapitre 4) : les intervalles d'intersections du milieu (donc de l'ensemble des blobs) et du rayon sont dans un premier temps calculés. Un parcours "front to back" est également réalisé afin d'évaluer l'intensité lumineuse C arrivant à l'origine du rayon. Comme dans la solution de Stam, la transparence τ_i relative à la densité sur tous les intervalles I_i est calculée afin de mener ce calcul à bien (Cf. chapitre 4, paragraphe 2). La différence réside simplement dans le fait qu'aucun calcul d'intensité lumineuse C_i provenant des sources

n'est effectué. On utilise à la place pour évaluer cette intensité, les valeurs d'énergie stockées au sein des sphères lors de la première passe de la méthode.

4.4 Schéma récapitulatif de la méthode



Chapitre 6

Modèle de turbulences de Stam

1 Introduction

En prenant le temps d'observer la nature qui nous entoure, une évidence vient à nous : l'irrégularité joue un rôle très important dans la forme des objets naturels. On retrouve également cette irrégularité dans le domaine du vent (mais aussi des fluides) sous le terme de turbulence. Les effets que ce phénomène apporte sont plus qu'essentiels dans l'évolution et le déplacement des phénomènes gazeux : ondulation de la fumée, gaz d'échappement, vapeur émanant d'une tasse de café, tourbillon de poussière... Ces effets sont le résultat de l'interaction d'objets par ce que nous appellerons désormais un "champ vectoriel" ("wind-field") ou plus simplement un "champ".

2 Travaux précédents

Sims [Sims90], ainsi que Wejchert et Haumann [WH91] ont modélisé leur "wind-field" comme la superposition de champs déterministes. Cependant, modéliser un "wind-field" convaincant reste avec cette méthode plutôt quelque chose de laborieux.

Ebert [Ebert90] modélise quant à lui les gaz comme des textures solides. Malheureusement, ce n'est qu'au prix de beaucoup d'expérience et d'efforts humains, que des animations réalistes peuvent être obtenues.

Sakas [Sakas93] modélise les gaz comme des champs 3D de densité aléatoire en utilisant une technique de synthèse spectrale. Bien que la synthèse spectrale soit une idée intéressante pour générer des "wind-fields" (ce que fait ici Stam), cette technique n'est pas idéale pour générer directement des champs de densité : des artefacts visuels apparaissent. Ils sont dus à la périodicité même du champ aléatoire.

3 Un modèle de "wind-field" multi-échelles ("multiple-scale")

Dans son article [Stam93], Stam modélise les "wind-fields" selon un processus stochastique donc aléatoire. Le modèle est empiriquement plausible.

Un "wind-field" est généré en deux étapes. Un déplacement "large-scale" définissant un "smooth motion field" est d'abord défini selon différents modèles de primitives relativement simples. On obtient ainsi des champs directionnels, radiaux, coniques ou encore de type "vortex" (Cf. paragraphe 4). Vient ensuite la génération d'une turbulence "small-scale" définissant le "turbulent wind-field" venant se superposer au premier déplacement. Cette turbulence est modélisée par un champ vectoriel tridimensionnel variant selon l'espace et le temps.

Ce principe reste analogue au processus de modélisation de terrain qui consiste à fournir tout d'abord une forme globale puis une certaine rugosité au terrain.

Plus simplement, on peut dire qu'un "wind-field" est une fonction qui assigne un vecteur tridimensionnel à chaque point de l'espace-temps, c'est à dire, une fonction de la forme :

$$u(x, t) = \begin{pmatrix} u_1(x_1, x_2, x_3, t) \\ u_2(x_1, x_2, x_3, t) \\ u_3(x_1, x_2, x_3, t) \end{pmatrix} .$$

Le "wind-field" est défini dans un système de coordonnées local. Des instances particulières de celui-ci sont donc obtenues à partir de transformations affines (donc de produits matriciels). Plus précisément, si M est la matrice relative à ces transformations affines, pour évaluer le champ vectoriel en un point donné de la scène, nous devons nous positionner dans le système de coordonnées local (par le biais de la transformation M^{-1}) et évaluer la primitive. Le vecteur ainsi évalué, doit à son tour être transformé dans le système de coordonnées d'origine, chose faite grâce à la partie linéaire L ⁹ de la transformation affine M (Cf. figure ci-dessous). Précisément, une instance u_i est obtenue à partir d'une primitive u_p comme ceci :

$$u_i(x, t) = Lu_p(M^{-1}x, t).$$

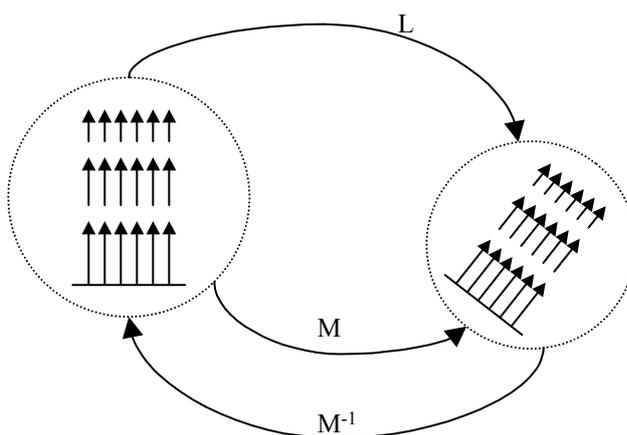


Figure 1 : transformation affine d'un "wind-field".

Le "turbulent wind-field" présente deux particularités intéressantes : le caractère périodique de la turbulence et le fait que cette dernière soit calculée sur une grille régulière discrète. La périodicité du "turbulent wind-field" permet d'avoir un champ défini pour toutes les positions de l'espace et du temps. Même un petit champ a une structure suffisante pour générer des déplacements complexes. Encore plus intéressant, la périodicité n'est pas perceptible par l'observateur, parce qu'au lieu d'observer directement le "turbulent wind-field", nous observons ces effets sur d'autres systèmes, d'autres objets. Les valeurs du "turbulent wind-field" étant calculées dans une grille régulière¹⁰, ce dernier présente enfin l'avantage de pouvoir être utilisé n'importe où dans la scène très simplement, uniquement par le biais d'une interpolation quadri-linéaire. Une description de l'interpolation implémentée est disponible en Annexe D.

Stam fait de plus, par souci de simplification, l'hypothèse peu plausible que les deux composants du "wind-field" sont indépendants, c'est à dire que le "large-scale" n'influe pas sur le "small-scale" et vice-versa.

⁹ Bloc 3x3 en haut à gauche de la matrice M (exprimée en coordonnées homogènes).

¹⁰ Dans notre cas, il s'agit d'une grille à 4 dimensions : x , y , z et t .

Ainsi, nous écrirons que :

$$u(x, t) = u_l(x, t) + u_s(x, t),$$

avec u_l le "large-scale" et u_s le "small-scale". Cette hypothèse permet de contrôler complètement indépendamment les effets des deux "wind-fields".

4 "Smooth motion fields" (champs de mouvement lisse)

Stam modélise le "smooth motion field" comme la superposition de plusieurs primitives simples.

Stam propose dans [Stam95], quatre grands types de primitives. Elles sont toutes centrées à l'origine et ont en principe une composante directionnelle qui est pointée dans la direction positive de l'axe z. Un facteur d'atténuation $W(d, \sigma)$ dépendant de la "distance" à laquelle on se trouve de la "source" du "smooth motion field" est défini afin de limiter les effets du champ. Ce facteur est généralement défini à partir d'un noyau Gaussien comme celui-ci :

$$W(r, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma^3} \exp\left(-\frac{|r|^2}{2\sigma^2}\right).$$

Exemple : modélisation de champs directionnels

Beaucoup de phénomènes, comme la vapeur émanant d'une tasse de café, sont caractérisés par une composante directionnelle importante. Stam définit dans [Stam95] un champ directionnel qui décroît en fonction de la distance à une surface. Dans le système de coordonnées local, la direction de ce champ est vers le haut sur l'axe des z. Sa valeur vaut zéro en dehors de la colonne semi-infinie définie par le cube unitaire sur le plan xy.

$$u_{dir}(x, y, z) = W(z, \sigma)(0, 0, 1)^T \quad \text{si } (x, y) \in [-1, +1] \times [-1, +1] \quad \text{et } z > 0, \quad 0 \quad \text{sinon.}$$

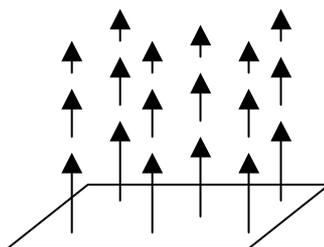


Figure 2 : une exemple de champ directionnel.

C'est le champ qui a été implémenté dans le logiciel actuel gérant les "wind-fields" (Cf. paragraphe 6). Il peut donc être aisément remplacé par un champ radial, conique ou encore de type vortex.

5 "Turbulent wind fields" (champs turbulents)

5.1 Définition

Stam propose dans [Stam95] une technique stochastique de génération de turbulences. Cette technique repose sur une méthode de synthèse spectrale. Ce choix s'explique par le fait que la majeure partie des phénomènes naturels présente un niveau de complexité très élevé, mais en pratique cette irrégularité est difficile à simuler en utilisant le domaine de la physique. La modélisation stochastique reste un outil particulièrement naturel et plus adapté pour l'animation de phénomènes dits "irréguliers" : cette technique présente d'ailleurs l'avantage de pouvoir être générée par un processus automatique.

De plus, la justification de l'utilisation de modèles stochastiques ou déterministes est entièrement pratique. En effet, même si les principes physiques sous-jacents sont déterministes, Stam préfère utiliser un modèle stochastique afin de pouvoir obtenir des solutions beaucoup plus viables et rapides.

Le modèle stochastique défini par Stam fait partie de la théorie probabiliste des fonctions aléatoires qui est une extension de la théorie probabiliste des variables aléatoires. Dans le cas des "wind-fields", la fonction est dite fonction aléatoire quadri-dimensionnelle ayant des valeurs dans un espace tridimensionnel, c'est à dire, une fonction de la forme :

$$u(x, t) = \begin{pmatrix} u_1(x_1, x_2, x_3, t) \\ u_2(x_1, x_2, x_3, t) \\ u_3(x_1, x_2, x_3, t) \end{pmatrix} .$$

La théorie probabiliste des fonctions aléatoires n'étant pas quelque chose de simple et du fait même que la quasi-totalité de la thèse de Stam [Stam95] repose principalement sur cette théorie, nous n'allons pas y pénétrer plus profondément, ceci ne faisant pas l'objet du présent rapport. Nous allons plutôt nous attacher à montrer comment obtenir un modèle de turbulence valide pour l'obtention du "turbulent wind-field" désiré.

5.2 Réalisation

Stam montre que, pour obtenir une fonction aléatoire présentant des caractéristiques propres à un phénomène de turbulences périodiques, il faut filtrer une fonction aléatoire appelée "bruit blanc" par un "noyau-filtre" présentant des propriétés particulières en rapport avec le phénomène attendu.

5.2.1 Bruit blanc

Un bruit blanc est une fonction aléatoire caractérisée par un manque total de cohérence, représentant cependant un état de chaos absolu. Plus précisément, un bruit blanc w a une fonction moyenne nulle et une fonction de corrélation correspondant à une distribution. Par conséquent, les propriétés du bruit blanc sont entièrement définies par cette probabilité de distribution. Ainsi, dans le cas où la distribution est une distribution Gaussienne, nous pouvons parler de "bruit blanc Gaussien".

Dans le domaine spectral, une approximation de la réalisation d'un bruit blanc peut être obtenue par une somme de N variables complexes aléatoires. Une réalisation pour chacune de ces variables est calculée en générant une variable aléatoire Gaussienne A et une variable uniformément distribuée ψ afin de former le nombre complexe $Ae^{i2\pi\psi}$.

Génération d'une variable uniformément distribuée

Elle peut se faire sans problème sur la majorité des systèmes. Sur un système UNIX par exemple, cette réalisation se fait par le biais de la fonction **drand48**.

Génération d'une variable aléatoire Gaussienne

Un algorithme simple proposé par Stam pour générer une réalisation d'une variable aléatoire Gaussienne consiste dans un premier temps à générer **N** réalisations non corrélées d'une variable aléatoire uniformément distribuée **X**. La somme $S_\omega = X_{1,\omega} + \dots + X_{N,\omega}$ de ces réalisations est alors approximativement une réalisation d'une variable aléatoire Gaussienne avec une moyenne **N / 2** et une variance **N / 12**. Une variable aléatoire Gaussienne avec une moyenne de zéro et une variance unitaire est obtenue comme ceci :

$$S'_\omega = \frac{S_\omega - N/2}{\sqrt{N/12}} = \sqrt{\frac{12}{N}} \left(S_\omega - \frac{1}{2} \right) .$$

5.2.2 Noyau-filtre

Le filtrage reste une technique très puissante pour la construction de fonctions aléatoires. Un filtre linéaire a pour but de transformer une fonction aléatoire d'entrée **g** en une fonction aléatoire de sortie **f**. Cette dernière étant entièrement spécifiée par la forme du noyau-filtre et par le modèle stochastique de la fonction d'entrée. En d'autres termes, l'utilisateur peut contrôler l'aspect et la qualité de la turbulence en spécifiant lui-même la forme du filtre. L'opération de filtrage se fera donc dans le domaine de Fourier.

Stam donne dans [Stam95] le noyau-filtre suivant afin d'obtenir la densité spectrale désirée :

$$\Phi_3(k, \kappa) = \left(\frac{E_\kappa(k) G_\kappa(\kappa)}{4\pi k^2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

avec

$$E_\kappa(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k < 1/L \\ C_\kappa \varepsilon^{2/3} k^{5/3} & \text{Sinon} \end{cases}, \quad \text{le spectre d'énergie de Kolmogorov}$$

et

$$G_\kappa(\kappa) = \frac{1}{\sqrt{2\pi k \sigma}} \exp\left(-\frac{\kappa^2}{2k^2 \sigma^2}\right), \quad \text{la fonction d'expansion temporelle.}$$

Le spectre d'énergie de Kolmogorov résulte d'une cascade d'énergie : l'énergie introduite à la fréquence $1/L$ (en bougeant la main ou en soufflant, par exemple) est propagée vers des fréquences plus élevées à une vitesse constante \mathcal{E} . C_k est une constante déterminée de manière expérimentale : elle vaut, d'après Stam, le plus souvent 1.5.

La fonction d'expansion temporelle modélise l'évolution du spectre d'énergie selon le temps. Elle permet que les "eddies"¹¹ de petites tailles tournoient plus vite que les "eddies" de tailles plus grandes. Ce comportement peut être observé lorsque l'on regarde une fumée de cigarette par exemple. La fonction d'expansion temporelle est donc une fonction Gaussienne avec une déviation standard proportionnelle à k .

La taille du plus grand "eddie" détermine la structure spatiale de la turbulence. Le fait de changer la taille des "eddies" est en fait équivalent au paramètre de rugosité utilisé dans la génération d'un terrain fractal. De grandes valeurs de L correspondent à des turbulences avec des structures spatiales assez importantes (inversement pour des valeurs plus petites de L).

Le paramètre σ de la fonction d'expansion temporelle permet d'agir sur la variation du fluide au cours du temps. De grandes valeurs pour σ correspondent à un mouvement chaotique très important. Inversement, pour de plus petites valeurs de σ , la turbulence devient plus calme, plus douce.

5.3 Algorithme de génération du "turbulent wind-field" proposé par Stam

Nous supposons que le "wind-field" est défini sur une grille régulière de taille $M^3 \times M_t$, c'est à dire que la résolution spatiale est donnée par M et que la résolution temporelle est donnée par M_t .

Une réalisation pour chaque échantillon $\hat{u}_{i,j,k,l}$ est obtenue en générant trois réalisations non corrélées de variables complexes aléatoires Gaussienne qui sont multipliées ensuite par le noyau-filtre :

```

Pour  $i, j, k \in \{0, \dots, M-1\}$  faire
  Pour  $l = 0, \dots, M_t/2$  faire
    Calculer  $\hat{u}_{i,j,k,l}$ 
     $\hat{u}_{M-i, M-j, M-k, M_t-l} = \hat{u}_{i,j,k,l}^*$  * signifie conjugué
  Fin pour
Fin pour

Pour  $i, j, k \in \{0, M/2\}$  faire
  Positionner la partie imaginaire de  $\hat{u}_{i,j,k,0}$  et de  $\hat{u}_{i,j,k,M_t/2}$  à zéro
Fin pour

```

Le "turbulent wind-field" est finalement obtenu en effectuant trois FFT 4D (Fast Fourier Transform) inverses, une pour chaque composante de $\hat{u}_{i,j,k,l}$, c'est à dire $\left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_1, \left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_2$ et $\left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_3$.

¹¹ Un "eddie" peut être vu comme une structure visible d'une certaine taille dans un fluide.

Avec la fonction :

Calculer $\hat{u}_{i,j,k,l}$:

Génère trois variables aléatoires Gaussiennes A_1, A_2, A_3 et trois variables aléatoires uniformément distribuées ψ_1, ψ_2, ψ_3 .

$$v_1 = A_1 e^{i2\pi\psi_1}, v_2 = A_2 e^{i2\pi\psi_2}, v_3 = A_3 e^{i2\pi\psi_3}$$

$$k_1 = 2i / M, k_2 = 2j / M, k_3 = 2k / M, \kappa = 2l / M,$$

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}$$

$$\left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_1 = \Phi_3(k, \kappa) \left(\left(1 - \frac{k_1^2}{k^2} \right) v_1 - \frac{k_1 k_2}{k^2} v_2 - \frac{k_1 k_3}{k^2} v_3 \right)$$

$$\left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_2 = \Phi_3(k, \kappa) \left(-\frac{k_2 k_1}{k^2} v_1 + \left(1 - \frac{k_2^2}{k^2} \right) v_2 - \frac{k_2 k_3}{k^2} v_3 \right)$$

$$\left(\hat{u}_{i,j,k,l} \right)_3 = \Phi_3(k, \kappa) \left(-\frac{k_3 k_1}{k^2} v_1 - \frac{k_3 k_2}{k^2} v_2 + \left(1 - \frac{k_3^2}{k^2} \right) v_3 \right)$$

6 Implémentation

Afin de faciliter la création de scènes avec présence de milieux participants pour le logiciel Yart, j'ai décidé, en cours de stage, de créer une application permettant de mettre en œuvre plus facilement ce type d'élément. L'intérêt de cette application réside dans le fait que l'on peut placer où on le désire dans la scène, le milieu participant, les turbulences, paramétrer le tout, et pré-visualiser de manière simple, l'évolution du milieu au cours du temps.

Descriptif de l'application, principes de fonctionnement

L'application créée est du type X11 / Motif. La fenêtre principale de l'application permet d'accéder à toutes les fonctionnalités du logiciel (Cf. page suivante).

La mise en place d'un milieu participant au sein d'une scène se fait en deux étapes. Dans un premier, temps, il faut positionner une zone de naissance des particules appelée "source". Cette zone est initialement un cube unitaire. L'utilisateur a la possibilité de lui appliquer les transformations suivantes :

- translation x, y et z,
- rotation x, y et z,
- homothétie x, y et z,

afin de la positionner et de la dimensionner à son gré au sein de la future scène.

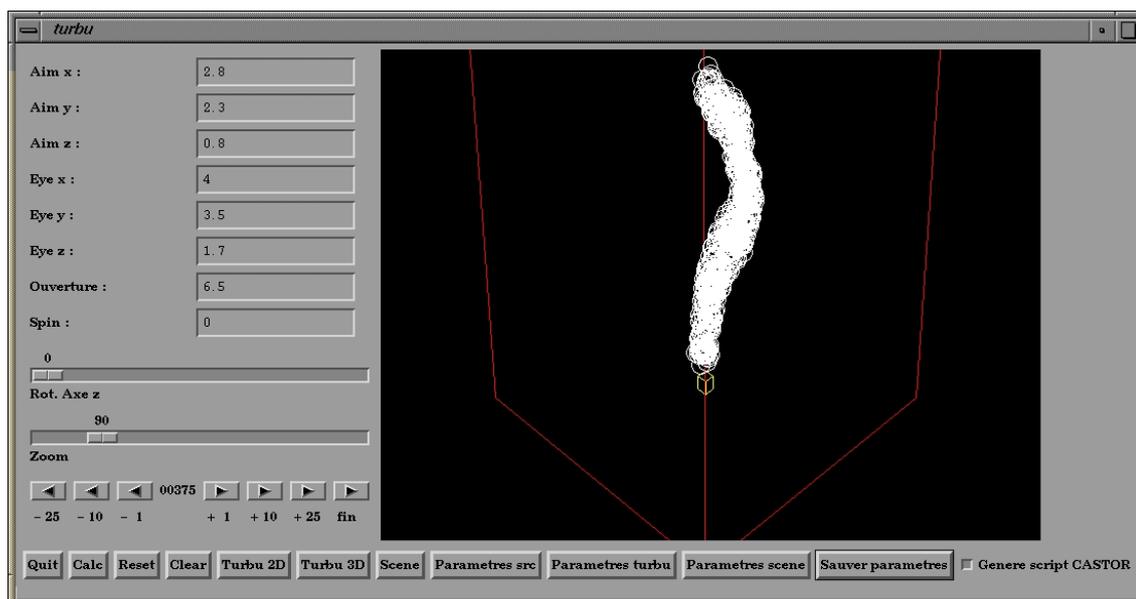
Dans un second temps, par le même principe que ci-dessus, l'utilisateur définit un volume correspondant à la zone de turbulence. Cette zone est appelée "turbulence". Les paramètres permettant de régler ces deux zones sont accessibles à partir des boîtes de dialogue "activables" elles-mêmes à partir des boutons "paramètres src" et "paramètres turbu".

Pour que les particules du milieu participant évoluent correctement au cours du temps, il faut, dans la version actuelle, placer la "source" à l'intérieur de la "turbulence".

A tout moment, l'utilisateur a la possibilité de positionner le "point de vue" et la "direction de visée" au sein de la scène elle-même par le biais des zones de saisie ci-dessous :

- aim x, y et z,
- eye x, y et z.

L'angle d'ouverture du modèle de perspective ainsi que l'angle de roulis (spin) autour de la direction de visée sont eux aussi accessibles. Les ascenseurs "rot. axe z" et "zoom" permettent d'autres réglages intéressants.



Capture d'écran 1 : fenêtre principale de l'application.

Comme nous l'avons déjà évoqué au sein du paragraphe 4, le "smooth motion field" repose pour le moment sur un vent directionnel dont la force est paramétrable au sein de la boîte de dialogue accessible à partir du bouton "paramètre scène".

Le paramètre 1 / L (Cf. paragraphe 5.2.2) de la turbulence elle-même, c'est-à-dire le "turbulent wind field" (Cf. paragraphe 5), ainsi que la force de celle-ci est paramétrable à partir de la même boîte de dialogue. Chaque modification du paramètre 1 / L entraîne la régénération de la turbulence par le biais d'un algorithme similaire à celui présenté au paragraphe 5.3.

Une visualisation 3D (c'est-à-dire, toute la grille de turbulence) ou 2D (c'est-à-dire un plan de la grille) est accessible à partir des boutons "turbu 3D" et "turbu 2D" (Cf. captures d'écran 2 et 3 pages suivantes), le retour à la vue actuelle de la scène se faisant par le biais du bouton "scène".

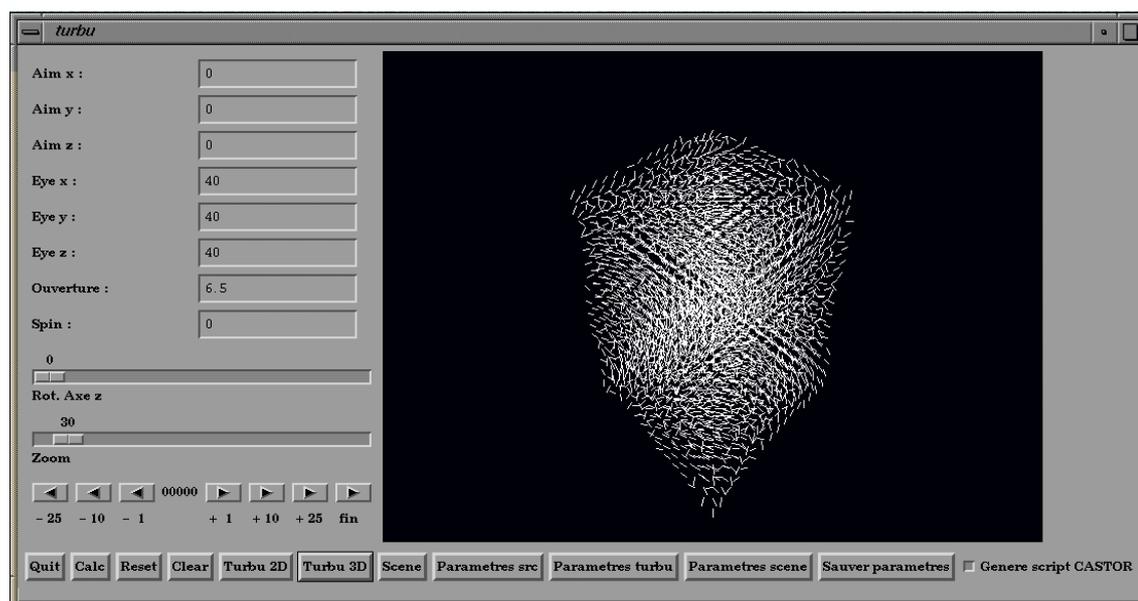
L'évolution de la turbulence au cours du temps est possible grâce aux "boutons flèches" "-25", "-10", "-1", "+1", "+10", "+25" et "fin". Chaque unité de temps correspond pour le moment à une future image de l'animation qui sera créée. L'appui sur ces mêmes "boutons flèches" (uniquement les boutons "+1", "+10", "+25" et "fin", cette fois-ci) alors que le logiciel visualise la scène a pour but de pré-visualiser l'évolution du milieu au cours du temps, c'est-à-dire, de voir les particules naître et se déplacer. Si le "toggle button" "génère script CASTOR" est actif à ce moment précis, des fichiers CastorC¹² seront générés pendant cette pré-visualisation.

¹² Les fichiers CastorC correspondent au format de description de scènes de Yart en langage C. Cette surcouche au langage CASTOR lui-même permet une plus grande souplesse pour concevoir les scènes.

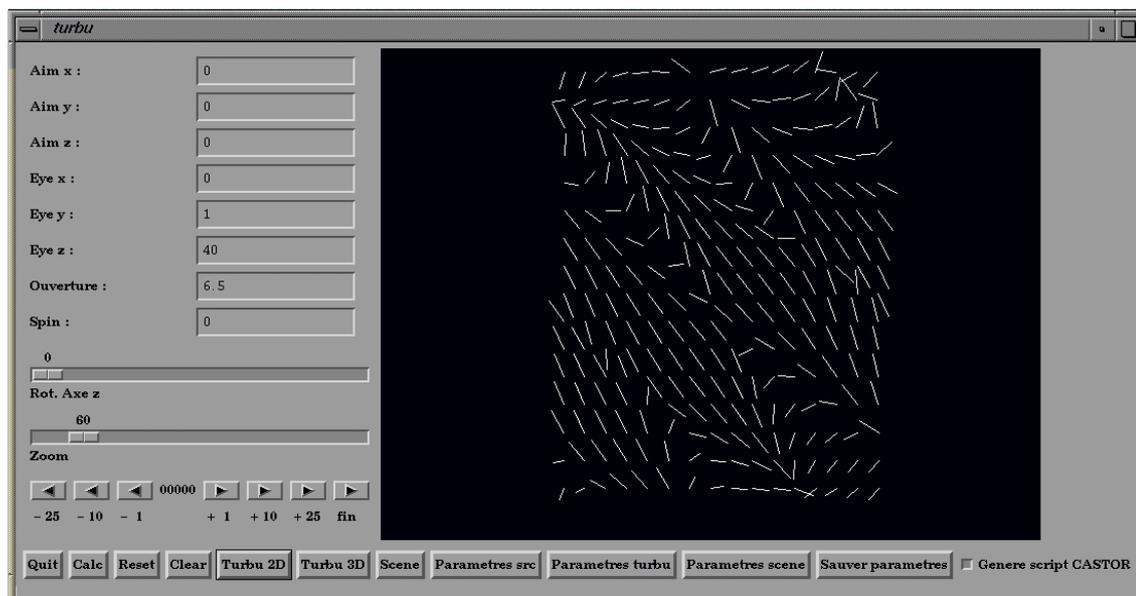
Les boutons "quit", "calc", "reset" et "clear" permettent respectivement de quitter l'application, de réactualiser la vue (après modification de la direction de visée), de revenir aux paramètres par défaut de l'application et d'effacer la zone graphique.

A tout moment l'utilisateur peut décider de sauvegarder dans un fichier texte les paramètres correspondants à la boîte de dialogue "paramètres scène" afin d'en garder trace. Ces paramètres sont :

- le paramètre $1/L$ de la turbulence (Cf. chapitre 6, paragraphe 5.2.2),
- la force de la turbulence,
- la force du vent,
- la masse volumique de référence des particules (kg / m^3),
- le diamètre des particules (m),
- le coefficient de diffusion (Cf. chapitre 4, paragraphe 1),
- le coefficient de dissipation (Cf. chapitre 4, paragraphe 1),
- le nombre maximal de particules,
- le nombre de nouvelles particules naissant par unité de temps,
- le nombre d'images de l'animation,
- le nom des fichiers scripts CastorC (ces fichiers seront suivis du numéro de l'image en question) et du fichier texte de sauvegarde des paramètres ici présents,
- paramètre sigma (σ_0), (Cf. chapitre 4, paragraphe 1),
- paramètre sigma (σ_0) (Cf. chapitre 4, paragraphe 1) utilisé pour la passe depuis les sources dans la nouvelle méthode de rendu (Cf. chapitre 5, paragraphe 4),
- les coefficients d'extinction pour le rouge, le vert et le bleu (Cf. chapitre 4, paragraphe 3),
- l'albedo (Cf. chapitre 4, paragraphe 3).



Capture d'écran 2 : vue 3D de la turbulence.



Capture d'écran 3 : vue 2D de la turbulence.

Note : l'affichage des particules dans la vue "scène" correspond à une projection des particules présentes dans l'espace. La méthode utilisée pour projeter ces sphères est décrite au sein de l'Annexe C.

Chapitre 7

Résultats

Voici quelques images réalisées pendant ce stage. Les deux premières sont présentes deux fois, une pour chaque modèle de rendu.



Image 1 : modèle de Stam (1 min 43 s).

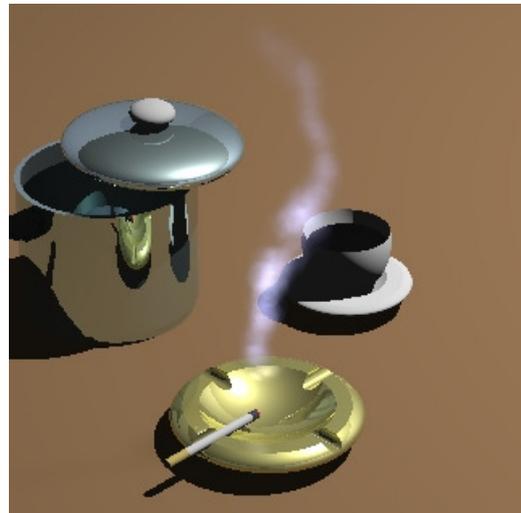


Image 1a : nouvelle méthode (7 min 30 s).

Paramètres "fumée cigarette" :

- turbulence (1/L) : 3.17
- masse volumique de référence (kg / m³) : 3.2325
- diamètre des particules (m) : 0.025
- coeff. de diffusion : 0
- coeff. de dissipation : 0
- nombre de particules : 700
- sigma : 0.035
- extinction rouge : 8
- extinction vert : 8
- extinction bleu : 9.5
- albedo : 0.9



Image 2 : modèle de Stam (5 min 31 s).

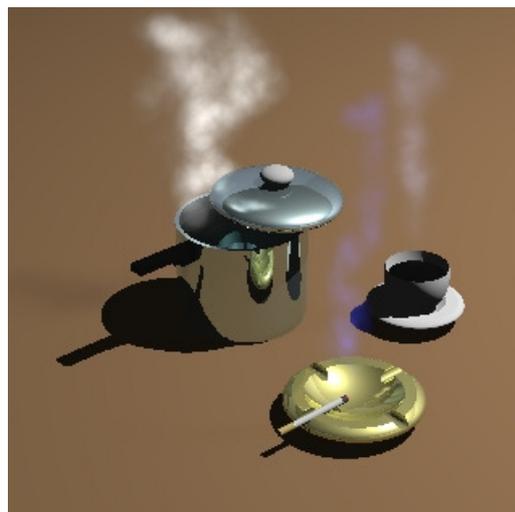


Image 2a : nouvelle méthode (1 h 16 min).

Paramètres "fumée cigarette" :

- turbulence (1/L) : 3.17
- masse vol. (kg / m³) : 3.2325
- diam. des particules (m) : 0.026
- coeff. de diffusion : 0
- coeff. de dissipation : 0
- nombre de particules : 700
- sigma : 0.05
- extinction rouge : 6.5
- extinction vert : 6.5
- extinction bleu : 11.5
- albedo : 0.9

Paramètres "café" :

- turbulence (1/L) : 3.17
- masse vol. (kg / m³) : 3.2325
- diam. des particules (m) : 0.026
- coeff. de diffusion : 0
- coeff. de dissipation : 0
- nombre de particules : 700
- sigma : 0.045
- extinction rouge : 6.5
- extinction vert : 6.5
- extinction bleu : 7.5
- albedo : 0.7

Paramètres "cocotte minute" :

- turbulence (1/L) : 3.17
- masse vol. (kg / m³) : 3.2325
- diam. des particules (m) : 0.04
- coeff. de diffusion : 0
- coeff. de dissipation : 0
- nombre de particules : 700
- sigma : 0.05
- extinction rouge : 10
- extinction vert : 10
- extinction bleu : 10
- albedo : 0.9



Image 3 : une seule fumée.

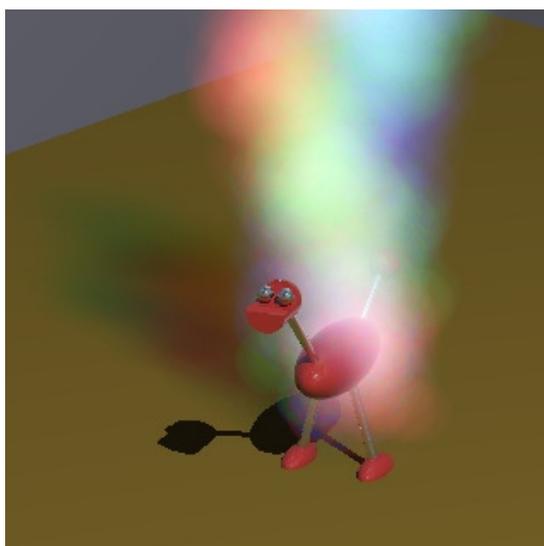


Image 4 : "mélange" de trois fumées à dominante respective rouge, vert et bleu.

Chapitre 8

Conclusion

Ce stage m'a permis, dans un premier temps, de réellement découvrir le fonctionnement d'un logiciel de lancer de rayons et de mieux comprendre cette technique de synthèse d'images. L'ajout de la gestion des milieux participants au sein de Yart n'a pas toujours été simple, surtout au début du stage, même si j'avais déjà eu la chance de travailler deux mois sur ce logiciel avec Xavier Serpaggi pour l'implantation des sources de lumière surfaciques [TS97].

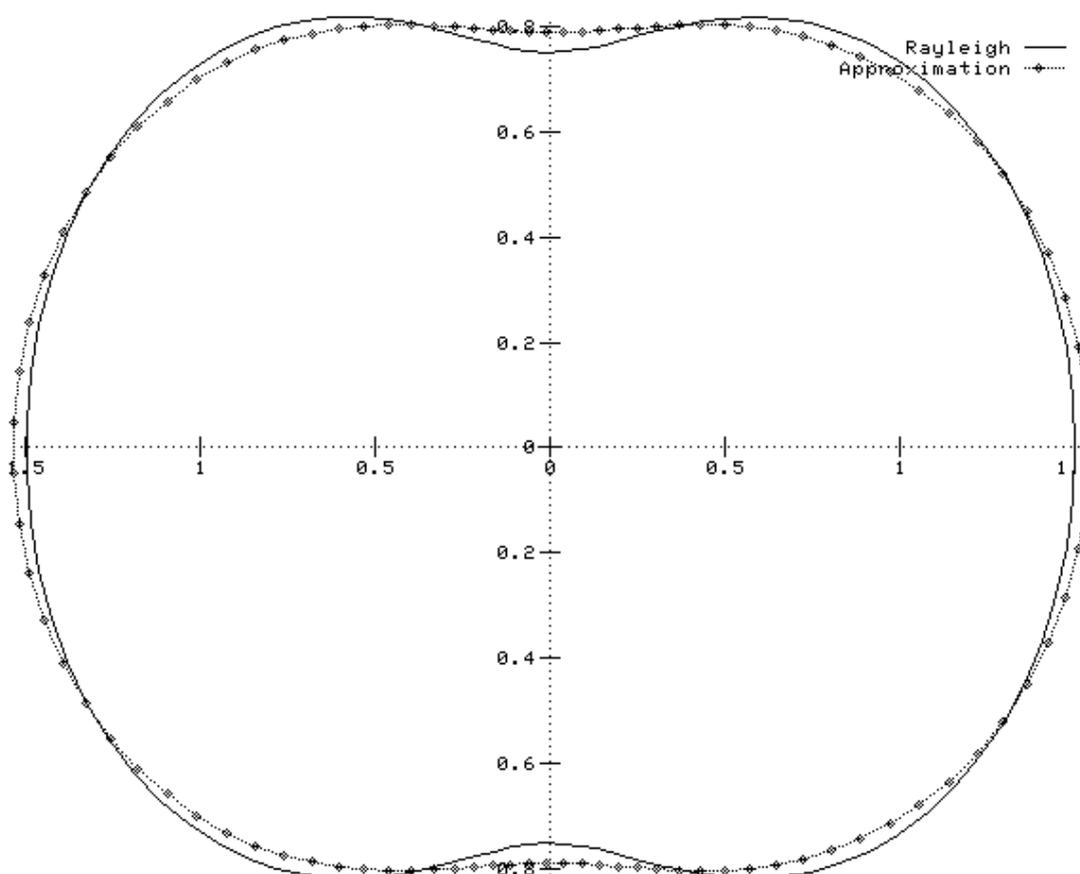
Les milieux participants n'étant à l'heure actuelle toujours pas un sujet clos, une thèse sera proposée à l'Ecole des Mines de Saint-Etienne, l'an prochain. La méthode de rendu en deux passes proposée ici mériterait d'être améliorée notamment en ce qui concerne les temps de calcul (des calculs de points d'intersection inutiles sont fait pendant la phase de propagation des rayons au sein du milieu), ce qui devrait être le cas avec les nouvelles fonctionnalités de la prochaine version de Yart (notamment au niveau de "l'intersecteur"). Une autre solution pour répartir l'énergie au sein du milieu lui-même serait peut-être à envisager.

L'application gérant les turbulences de l'air peut, je pense, désormais constituer un point de départ à un logiciel plus puissant, permettant d'autres fonctionnalités, telles que le choix de différents "smooth motion fields"...

Annexe A

Fonctions de phase et approximation

1 Fonction de phase de Rayleigh

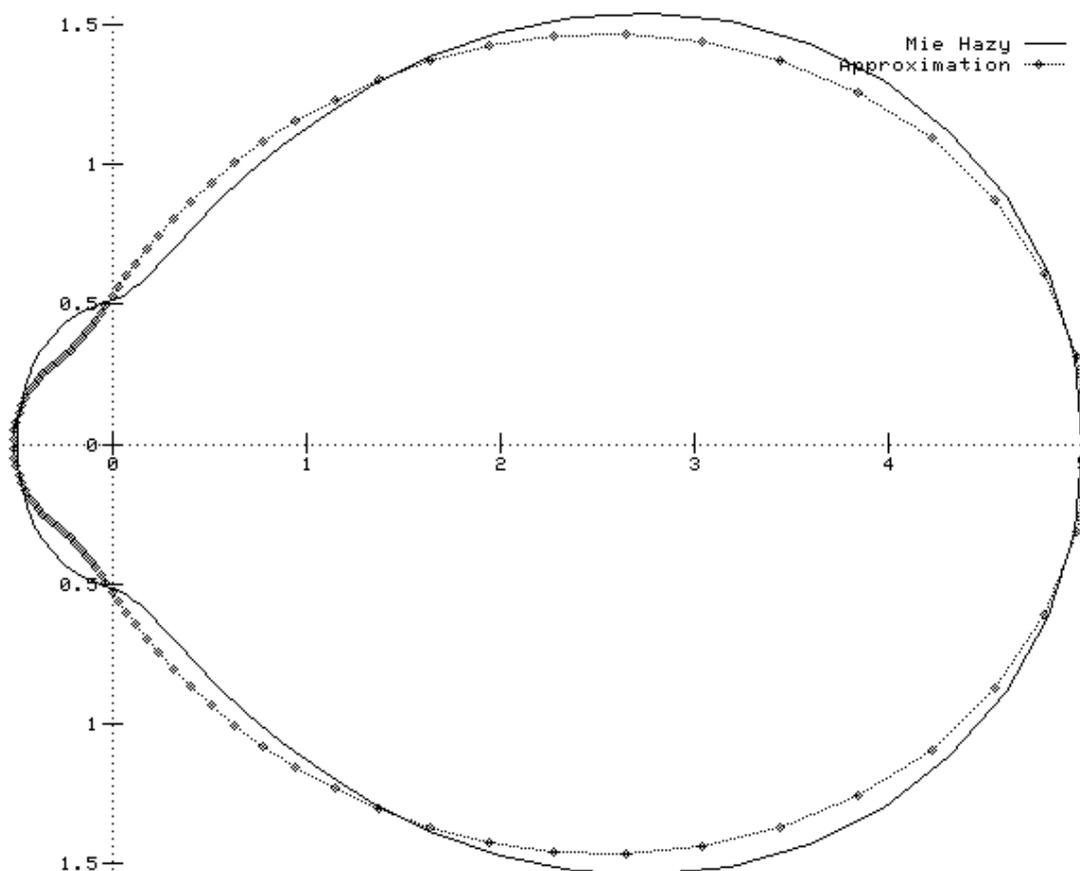


Equation : $\Phi(\theta) = 3/4 (1 + \cos^2 \theta)$.

Approximation : $\varphi_{r,k,k'}(t) = r\varphi_k(t) + (1-r)\varphi_{k'}(t)$ où $r = 0.50$ $k = -0.46$ $k' = 0.46$,

avec $\varphi_k(t) = \frac{1-k^2}{(1-kt)^2}$ et $t = \cos(\theta)$, avec θ l'angle de phase (Cf. chapitre 3, paragraphe 3.3.1).

2 Fonction de phase de Mie Hazy

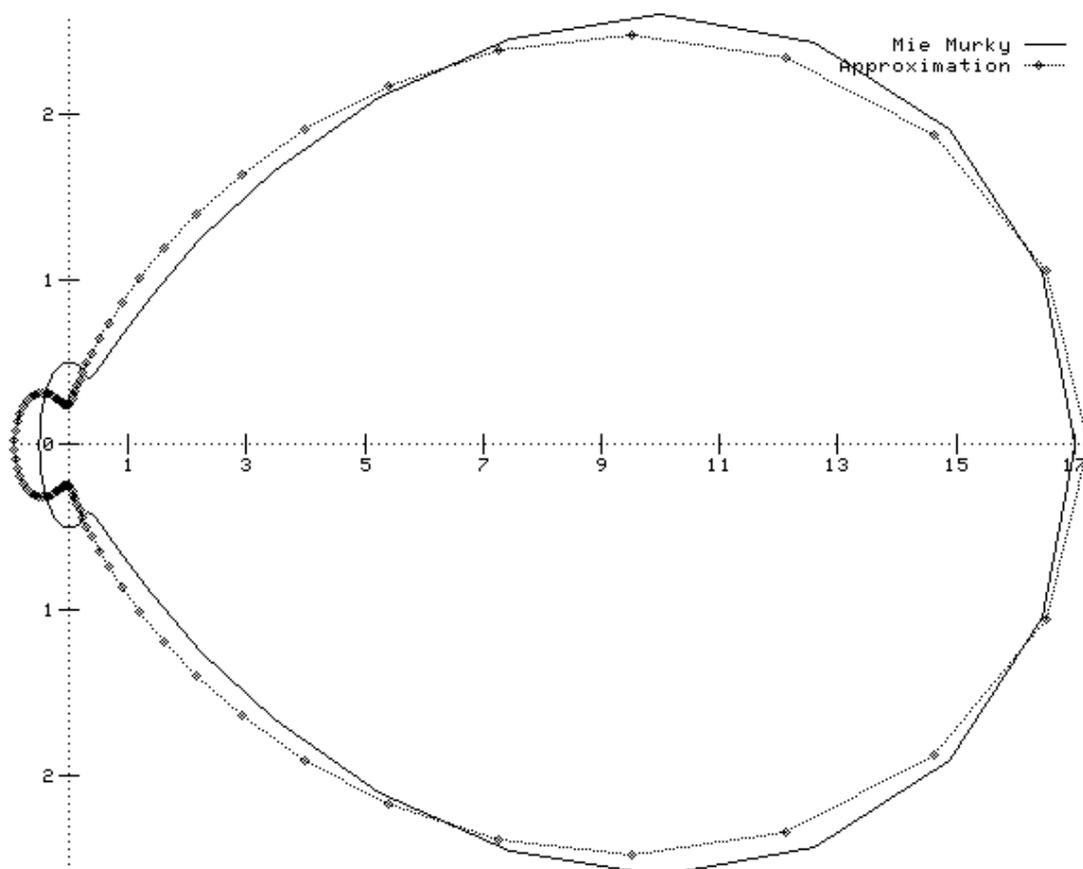


Equation : $\Phi(\theta) = 1/2 + 9/2 \left((1 + \cos \theta) / 2 \right)^8$.

Approximation : $\varphi_{r,k,k'}(t) = r\varphi_k(t) + (1-r)\varphi_{k'}(t)$ où $r = 0.12$ $k = -0.50$ $k' = 0.70$,

avec $\varphi_k(t) = \frac{1-k^2}{(1-kt)^2}$ et $t = \cos(\theta)$, avec θ l'angle de phase (Cf. chapitre 3, paragraphe 3.3.1).

3 Fonction de phase de Mie Murky

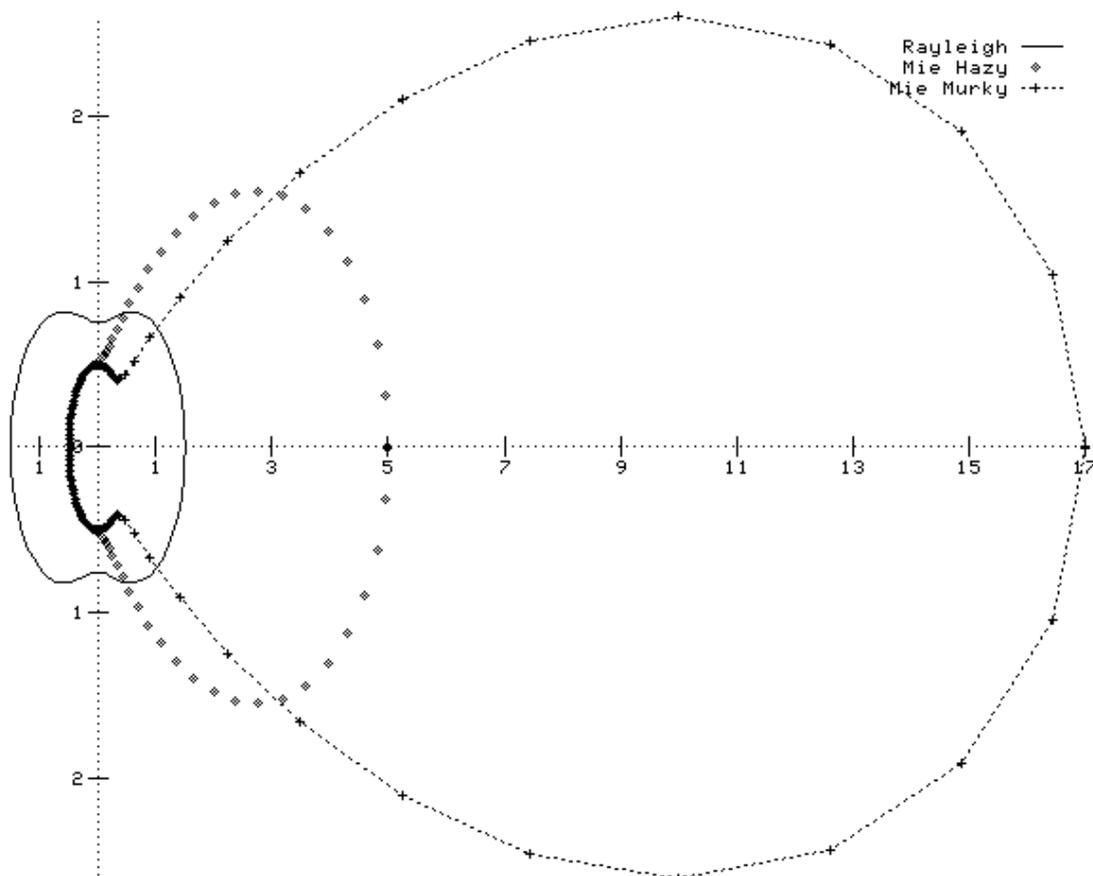


Equation : $\Phi(\theta) = 1/2 + 33/2 \left((1 + \cos \theta) / 2 \right)^{32}$.

Approximation : $\varphi_{r,k,k'(t)} = r\varphi_k(t) + (1-r)\varphi_{k'}(t)$ où $r = 0.19$ $k = -0.65$ $k' = 0.91$,

avec $\varphi_k(t) = \frac{1-k^2}{(1-kt)^2}$ et $t = \cos(\theta)$, avec θ l'angle de phase (Cf. chapitre 3, paragraphe 3.3.1).

4 Représentation des fonctions de phases de Rayleigh, de Mie Hazy et de Mie Murky à la même échelle



Annexe B

Calcul des distances r_{\min} et s_{\min}

Cette annexe se rapporte au rendu du modèle de Stam (Cf. chapitre 4, paragraphe 2). Le but de celle-ci est de calculer les distances r_{\min} et s_{\min} (Cf. figure ci-dessous). Pour ce faire, il suffit de calculer les coordonnées du point M, car les coordonnées du point C (centre de la sphère touchée), les composantes du vecteur directeur du rayon $\vec{R} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et les coordonnées des points A et B sont déjà connues.

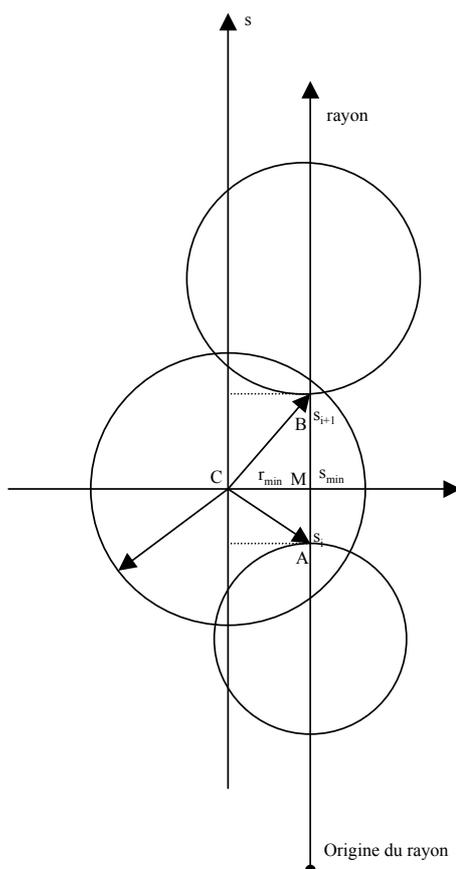


Figure : vue 2D du problème.

Soit le C centre de la sphère touchée : $C \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix}$. Soit un point quelconque $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

D'où $\overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x - x_c \\ y - y_c \\ z - z_c \end{pmatrix}$.

Soit le rayon $\overrightarrow{R} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ ayant comme origine : $O \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}$.

D'où, l'équation paramétrique du rayon : $\begin{cases} x = x_o + ka \\ y = y_o + kb \\ z = z_o + kc \end{cases}$ avec $k \in [0,1]$.

L'idée est de calculer le point d'intersection entre le plan perpendiculaire au rayon \overrightarrow{R} passant par le centre C de la sphère et le rayon lui-même passant par les points A et B.

Soit $a(x - x_c) + b(y - y_c) + c(z - z_c) = 0$ l'équation du plan en question,
 $\Leftrightarrow ax + by + cz - d = 0$ avec $d = ax_c + by_c + cz_c$.

On introduit l'équation paramétrique du rayon dans l'équation précédente,

$$\Leftrightarrow a(x_o + ka) + b(y_o + kb) + c(z_o + kc) - d = 0$$

$$\Leftrightarrow ax_o + ka^2 + by_o + kb^2 + cz_o + kc^2 - d = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{d - ax_o - by_o - cz_o}{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{d'où } k = \frac{a(x_c - x_o) + b(y_c - y_o) + c(z_c - z_o)}{\|\overrightarrow{R}\|},$$

ce qui nous permet de calculer les coordonnées du point M et donc d'évaluer sans problème les distances désirées.

Annexe C

Calcul du rayon d'une sphère projetée

Cette annexe se rapporte au modèle de turbulences de Stam (Cf. chapitre 6, paragraphe). Le but de celle-ci est de calculer le rayon de la sphère une fois projetée. Pour parvenir à ce but, l'idée est de calculer les coordonnées d'un des points d'intersections entre le plan perpendiculaire à la direction de visée \vec{V} passant par le centre C de la sphère de rayon R et la sphère elle-même, avec la restriction suivante sur la troisième composante du point à trouver : $z = z_c$ afin de n'obtenir que deux points d'intersection (et non l'équation d'un cercle).

$$\text{Soit } \vec{V} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ la direction de visée.} \quad \text{Soit un point quelconque } M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\text{Soit } C \text{ le centre de la sphère : } C \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix}. \quad \text{D'où } \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x - x_c \\ y - y_c \\ z - z_c \end{pmatrix}.$$

Nous avons soumis à Mupad, le système d'équations suivant qui correspond au but défini ci-dessus :

$$\begin{cases} a(x - x_c) + b(y - y_c) + c(z - z_c) = 0 \\ (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2 \\ z = z_c \end{cases}$$

Les solutions trouvées à ce système sont les deux points suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(x = -\frac{by - ax_c - by_c}{a}, y = \frac{\sqrt{2a^2y_c + 2b^2y_c + 2(a^4r^2 + a^2b^2r^2)}}{2(a^2 + b^2)} \right) \\ \left(x = -\frac{by - ax_c - by_c}{a}, y = \frac{\sqrt{2a^2y_c + 2b^2y_c - 2(a^4r^2 + a^2b^2r^2)}}{2(a^2 + b^2)} \right) \end{array} \right\}.$$

Il suffit d'en choisir un. La distance entre ce point une fois projeté et le centre de la sphère lui aussi projeté nous donne la valeur du rayon de la sphère projetée.

Annexe D

Interpolation quadri-linéaire

Rappel : nous supposons que le "wind-field" est défini sur une grille régulière de taille $M^3 \times M_t$, c'est à dire que la résolution spatiale est donnée par M et que la résolution temporelle est donnée par M_t .

On suppose les données de cette grille accessibles de la manière suivante : $d = [i] [j] [k] [l]$ est la

valeur de la grille pour le point 4D $\begin{pmatrix} i \\ j \\ k \\ l \end{pmatrix}$.

Soit le point $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ avec x, y, z et $t \in [0,1]$, un point n'appartenant pas à cette grille 4D, tel que

$0 \leq x \leq M$, $0 \leq y \leq M$, $0 \leq z \leq M$, et $0 \leq t \leq M_t$.

Le but de cette annexe est d'obtenir une valeur interpolée du "wind-field" $\begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix}$ en ce point.

Vous trouverez ci-dessous un petit algorithme simple, reposant sur une interpolation quadri-linéaire qui n'est autre qu'une extension d'une interpolation bilinéaire classique de Gouraud ou Phong.

On suppose les indices du tableau d variant de 0 à M pour x , y et z et de 0 à M_t pour t .

$$\begin{array}{lll}
x_2 = x^* M & x_3 = \lfloor x_2 \rfloor & t = x_2 - x_3 \\
y_2 = y^* M & y_3 = \lfloor y_2 \rfloor & u = y_2 - y_3 \\
z_2 = z^* M & z_3 = \lfloor z_2 \rfloor & v = z_2 - z_3 \\
t_2 = t^* M_t & t_3 = \lfloor t_2 \rfloor & w = t_2 - t_3
\end{array}$$

si $x_3 = M - 1$ alors $xp_3 = 0$ sinon $xp_3 = x_3 + 1$

si $y_3 = M - 1$ alors $yp_3 = 0$ sinon $yp_3 = y_3 + 1$

si $z_3 = M - 1$ alors $zp_3 = 0$ sinon $zp_3 = z_3 + 1$

si $t_3 = M_t - 1$ alors $tp_3 = 0$ sinon $tp_3 = t_3 + 1$

$$d_1 = [x_3] [y_3] [z_3] [t_3] \quad d_2 = [xp_3] [y_3] [z_3] [t_3] \quad d_3 = [xp_3] [yp_3] [z_3] [t_3]$$

$$d_4 = [x_3] [yp_3] [z_3] [t_3]$$

$$d_5 = [x_3] [y_3] [zp_3] [t_3] \quad d_6 = [xp_3] [y_3] [zp_3] [t_3] \quad d_7 = [xp_3] [yp_3] [zp_3] [t_3]$$

$$d_8 = [x_3] [yp_3] [zp_3] [t_3]$$

$$d_9 = [x_3] [y_3] [z_3] [tp_3] \quad d_{10} = [xp_3] [y_3] [z_3] [tp_3] \quad d_{11} = [xp_3] [yp_3] [z_3] [tp_3]$$

$$d_{12} = [x_3] [yp_3] [z_3] [tp_3]$$

$$d_{13} = [x_3] [y_3] [zp_3] [tp_3] \quad d_{14} = [xp_3] [y_3] [zp_3] [tp_3] \quad d_{15} = [xp_3] [yp_3] [zp_3] [tp_3]$$

$$d_{16} = [x_3] [yp_3] [zp_3] [tp_3]$$

et enfin, l'interpolation en elle-même :

$$\begin{aligned}
w_x = & (1-t)(1-u)(1-v)(1-w)d_1x + t(1-u)(1-v)(1-w)d_2x + tu(1-v)(1-w)d_3x + \\
& (1-t)u(1-v)(1-w)d_4x + \\
& (1-t)(1-u)v(1-w)d_5x + t(1-u)v(1-w)d_6x + tuv(1-w)d_7x + \\
& (1-t)uv(1-w)d_8x + \\
& (1-t)(1-u)(1-v)wd_9x + t(1-u)(1-v)wd_{10}x + tu(1-v)wd_{11}x + \\
& (1-t)u(1-v)wd_{12}x + \\
& (1-t)(1-u)vwd_{13}x + t(1-u)vwd_{14}x + tuvwd_{15}x + \\
& (1-t)uvwd_{16}x.
\end{aligned}$$

Les valeurs w_y et w_z sont calculées avec la même interpolation que ci-dessus : il suffit de remplacer les $d_i x$ respectivement par $d_i y$ et $d_i z$.

Bibliographie

[Blasi93]

P. Blasi, B.L. Saëc and C. Schlick. A rendering algorithm for discrete volume density objects. In EUROGRAPHICS'93 Conference Proceeding, 1993, pages 201-210.

[Blinn82]

J.F. Blinn. Light reflection functions for simulation of clouds and dusty surfaces. In SIGGRAPH'82 Conference Proceeding, Volume 16, Number 3, August 1982, pages 21-29.

[Ebert90]

D.S. Ebert and R.E. Parent. Rendering and animation of gaseous phenomena by combining fast volume and scanline A-buffer techniques. In SIGGRAPH'90 Conference Proceeding, Volume 24, Number 4, August 1990, pages 357-366.

[Gouraud71]

Henri Gouraud. Continuous shading of curved surfaces. IEEE Transactions on Computers 20 (1971), no. 6, 623-629.

[GTGB84]

Cindy M. Goral, Kenneth E. Torrance, Donald P. Greenberg, and Bennett Battaile. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. Computer Graphics. Proceedings SIGGRAPH'84 in Minneapolis 18 (1984), no. 3, 213-222.

[Languénoù94a]

E. Languénoù, K. Bouatouch and M. Chelle. Global illumination in presence of participating media with general properties. In 5th Eurographics Workshop on Rendering, June 1994, pages 69-85.

[Languénoù94b]

Eric Languénoù. Radiosité hiérarchique et transfert radiatif dans les milieux semi-transparents. Ph. D. Thesis, Université de Rennes 1, Octobre 1994.

[Max94]

N. Max. Efficient light propagation for multiple anisotropic volume scattering. In 5th Eurographics Workshop on Rendering, June 1994, pages 87-104.

[Patmore93]

C. Patmore. Simulated multiple scattering for cloud rendering. In ICCG'93 Conference Proceeding, February 1993, pages 59-71.

[Pattanaik93]

S.N. Pattanaik and S.P. Mudur. Computation of global illumination in a participating medium by Monte Carlo Simulation. In *The Journal Of Visualization And Computer Animation*, Volume 4, 1993, pages 133-152.

[Péroche97]

Bernard Péroche. *Physique pour les modèles d'éclairage*. Cours de DEA "Images", 1997.

[Phong75]

Bui Tuong Phong, Illumination for computer generated picture, *Communications of the ACM* 18 (1975), no. 6, 311-317.

[Roelens93]

Marc Roelens, Un environnement pour le tracé de rayons utilisant une modélisation par arbre de construction, Ph. D. Thesis, Ecole des Mines de Saint-Etienne, February 1993.

[Rushmeier87]

H.E. Rushmeier and K.E. Torrance. The zonal method for calculating light intensities in the presence of a participating medium. In *SIGGRAPH'87 Conference Proceeding*, Volume 21, Number 4, July 1987, pages 293-302.

[Rushmeier94]

H. Rushmeier. Rendering participating media : problems and solutions from application areas. In *5th Eurographics Workshop on Rendering*, June 1994, pages 35-56.

[Sakas93]

G. Sakas. Modeling and Animating Turbulent Gaseous Phenomena Using Spectral Synthesis. *The Visual Computer*, 9:200-212, 1993.

[Schlick92]

Christophe Schlick. Divers éléments pour une synthèse d'images réalistes. Ph. D. Thesis. Université Bordeaux 1, November 1992.

[Serpaggi97]

Xavier Serpaggi, Etude des caustiques en lancer de rayons et implémentation au sein du programme de lancer de rayons Yart, rapport de DEA, Ecole des Mines de Saint-Etienne, Septembre 97.

[Sims90]

K. Sims. Particle Animation and Rendering Using Data Parallel Computation. *ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'90)*, 24(4):405-413, August 1990.

[Stam93]

J. Stam and E. Fiume. Turbulent wind fields for gaseous phenomena. In *SIGGRAPH'93 Conference Proceeding*, August 1993, pages 369-376.

[Stam95]

Jos Stam. Multi scale stochastic modelling of complex natural phenomena. Ph. D. Thesis. Department of Computer Science, University of Toronto, 1995.

[TS97]

Martial Tola & Xavier Serpaggi, Etude des sources de lumière surfaciques en lancer de rayons et implantation au sein du "ray-tracer" YART, rapport de "mini-projet", Ecole des Mines de Saint-Etienne, Février 97.

[WH91]

J. Wejchert and D. Haumann. Animation Aerodynamics. ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'91), 25(4):19-22, July 1991.

[Whitted80]

Turner Whitted. An improved illumination model for shaded display. Communications of the ACM 23 (1980), 343-349.