

**Exercice 1 - Algorithme du Simplexe** On suppose que l'on est en train d'utiliser l'algorithme du Simplexe. A un certaine étape, on a le programme linéaire suivant:

$$\max 12 - 3x_3 + 2x_4$$

soumis à

$$x_1 = 3 + 2x_3 - 3x_4$$

$$x_2 = 12 - 6x_3 + x_4$$

$$x_5 = 2 + 4x_3 + x_4$$

(a) Quelle sont les coordonnées du point courant? Quelle est sa valeur?

(b) Le point courant est-il optimal?

Si non, quelle variable sortira de la base à la prochaine étape? Quelle variable y rentrera?

**Exercice 2 - Modélisation** Considérons le problème suivant dit "de transport". Soit  $D$  un ensemble de dépôts,  $G$  un ensemble de biens différents et  $C$  un ensemble de clients. On suppose que les trois ensembles sont finis. Soit  $s_{ij} \geq 0$  la quantité de bien  $i \in G$  disponible dans le dépôt  $j \in D$ . Et  $d_{ik} \geq 0$  la quantité du bien  $i \in G$  désirée par l'utilisateur  $k \in C$ . On suppose que le coût de transport du dépôt  $j \in D$  d'une unité de bien  $i \in G$  au client  $k \in C$  est  $c_{ijk}$ .

Toutes les quantités sont entières et on suppose que le coût est linéaire en le nombre de biens transportés et les biens ne peuvent pas être divisés (les quantités transportées doivent être entières).

Le but est de minimiser le coût total de transport en respectant les demandes des clients et les contraintes de stock des dépôts.

Modéliser ce problème comme un Programme Linéaire en Nombre Entier.

**Exercice 3 - Clique** Soit  $G = (V, E)$  un graphe. Une *clique* de  $G$  est un ensemble  $X \subseteq V$  de sommets tels que, pour toute paire  $u, v$  de sommets de  $X$ ,  $(u, v)$  est une arête du graphe  $G$ . La taille d'une clique est son nombre de sommets.

(a) Montrer que  $X$  est une clique si et seulement si, pour toute paire  $(u, v)$  de sommets qui n'est pas une arête du graphe, alors  $u$  ou  $v$  ne sont pas dans  $X$ .

(b) Ecrire la problème de la clique maximum comme un programme linéaire en nombre entier.

(c) (Question plus difficile, faites la seulement si vous avez fini le reste !) Quel est son dual? Interpréter le problème comme un problème de graphes.