Complexité paramétrée pour des problèmes de séparation de graphes

Nicolas Bousquet

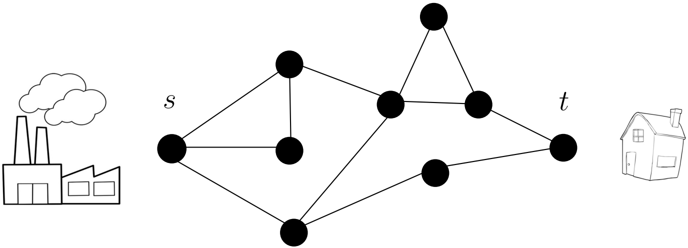
Journées Nationales du GDR IM 2014

Laboratoire
Informatique
Robotique
Microélectronique
Montpellier

UNIVERSITÉ MONTPELLIER 2
SCIENCES ET TECHNIQUES

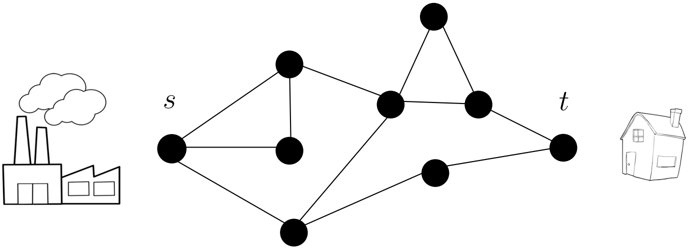
Flots et coupes

- Une source, une destination.
- **Question :** Comment maximiser le flot entre s et t ?



Flots et coupes

- Une source, une destination.
- **Question :** Comment maximiser le flot entre s et t ?

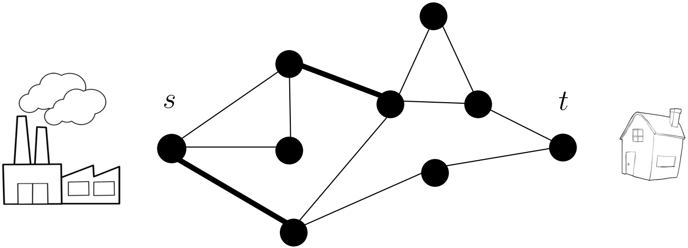


Théorème Menger

Le nombre maximal de chemin disjoints est égal à une coupe minimale.
Et une coupe minimale peut être trouvée en temps polynomial.

Flots et coupes

- Une source, une destination.
- **Question :** Comment maximiser le flot entre s et t ?

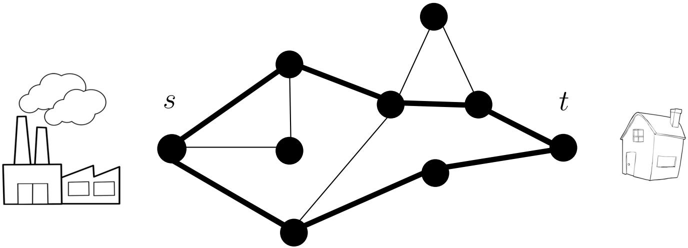


Théorème Menger

Le nombre maximal de chemin disjoints est égal à une coupe minimale.
Et une coupe minimale peut être trouvée en temps polynomial.

Flots et coupes

- Une source, une destination.
- **Question :** Comment maximiser le flot entre s et t ?

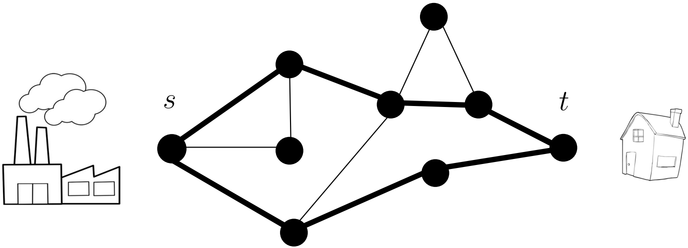


Théorème Menger

Le nombre maximal de chemin disjoints est égal à une coupe minimale.
Et une coupe minimale peut être trouvée en temps polynomial.

Flots et coupes

- Une source, une destination.
- **Question :** Comment maximiser le flot entre s et t ?



Théorème Menger

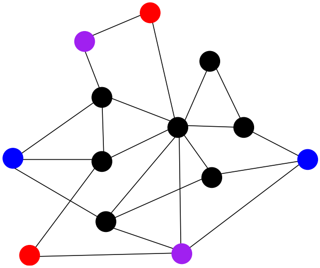
Le nombre maximal de chemin disjoints est égal à une coupe minimale.
Et une coupe minimale peut être trouvée en temps polynomial.

Question : Que se passe-t-il quand on a plusieurs sources et plusieurs destinations ?

Multicoupe

Entrée : Un graphe, un ensemble de paires de sommets, un entier k.

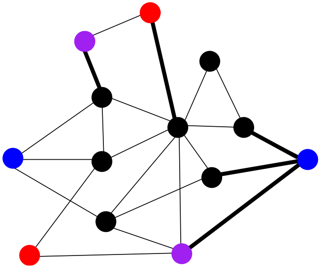
Sortie : VRAI si il existe k arêtes dont la suppression sépare simultanement toutes les paires de sommets.



Multicoupe

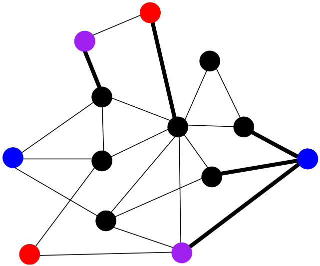
Multicoupe

Entrée : Un graphe, un ensemble de paires de sommets, un entier k.
Sortie : VRAI si il existe k arêtes dont la suppression sépare simultanement toutes les paires de sommets.



Multicoupe

Entrée : Un graphe, un ensemble de paires de sommets, un entier k.
Sortie : VRAI si il existe k arêtes dont la suppression sépare simultanement toutes les paires de sommets.



Théorème (Dalhaus *et al.* '91)

Le problème de la Multicoupe est NP-complet si on a au moins 3 paires de sommets.

Attaquer des problèmes NP-complets

- Algorithmes exponentiels exacts.
- Algorithmes d'approximation.
- Heuristiques.
- Complexité paramétrée.

Attaquer des problèmes NP-complets

- Algorithmes exponentiels exacts.
- Algorithmes d'approximation.
- Heuristiques.
- **Complexité paramétrée.**

Attaquer des problèmes NP-complets

- Algorithmes exponentiels exacts.
- Algorithmes d'approximation.
- Heuristiques.
- **Complexité paramétrée.**

Definition FPT

Un problème est FPT (Fixed Parameter Tractable) pour un paramètre k si il peut décidé en temps $f(k) \cdot poly(n)$.

Attaquer des problèmes NP-complets

- Algorithmes exponentiels exacts.
- Algorithmes d'approximation.
- Heuristiques.
- **Complexité paramétrée.**

Definition FPT

Un problème est FPT (Fixed Parameter Tractable) pour un paramètre k si il peut décidé en temps $f(k) \cdot poly(n)$.

Quels paramètres pour la Multicoupe ?

- Nombre de paires de terminaux ?
- Taille de la solution ?

Multicoupe est FPT

Question

Le problème de la Multicoupe est-il FPT paramétré par la taille de la solution ?

Multicoupe est FPT

Question

Le problème de la Multicoupe est-il FPT paramétré par la taille de la solution ?

Théorème B., Daligault, Thomassé (STOC'11)

Le problème de la Multicoupe est FPT paramétré par la taille de la solution.

Merci pour votre attention