

Dépendances fonctionnelles et Normalisation

Exercice 1

Soit R1 (A, B, C, D, E, F) une relation avec l'ensemble de dépendances suivant :

$$\{AB \rightarrow C, AB \rightarrow D, AB \rightarrow E, AB \rightarrow F, B \rightarrow C, D \rightarrow E, D \rightarrow F\}$$

1. Donner le graphe(ensemble) minimum de dépendances. Quelles est la clé de R1 ?
2. Quelle est la forme normale de R1 ?
3. On décompose la relation R1 en R11 et R12 : R11(A, B, D, E, F) et R12(B,C). Quelles sont les formes normales des relations R11 et R12 ?
4. Proposer une décomposition sans perte d'information de R11.

Exercice 2

Soit le schéma de la relation R(A, B, C, D, E, G) et un ensemble donné de dépendances fonctionnelles pour cette relation:

- $A \rightarrow B, C$
- $A, C \rightarrow E$
- $A, D, E \rightarrow B, G$
- $C, G \rightarrow D$
- $B, G \rightarrow C$
- $C \rightarrow B$

1. Donner le graphe minimal des dépendances fonctionnelles de R
2. Donner une décomposition de R en relations 3NF sans perte d'informations et sans perte de dépendances.
3. Précisez l'identifiant de chaque relation obtenue.

Exercice 3

On considère une relation R construite sur les attributs Propriétaire, Occupant, Adresse, Noapt, Nbpièces, Nbpersonnes, un nuplet (p, o, a, n, nb1, nb2) ayant la signification suivante :

la personne o habite avec nb2 personnes l'appartement de numéro n ayant nb1 pièces dont le propriétaire est p.

Une analyse de cette relation nous fournit un ensemble initial E de dépendances fonctionnelles :

occupant --> adresse ; occupant --> noapt ; occupant --> nbpersonnes ; adresse, noapt --> propriétaire ; adresse, noapt --> occupant ; adresse, noapt --> nbpièces

1- Donner l'ensemble des dépendances fonctionnelles élémentaires engendrées par E.

2- Quelles sont les clés potentielles de R ?

3- R est elle en 3ème forme normale ?

Exercice 4 :

On considère le schéma relationnel R défini sur les attributs suivants :

C : cours ; P : professeur ; H : heure ; S : salle ; E : étudiant ; N : note

un nuplet (c, p, h, s, e, n) a pour signification que le cours c est fait par le professeur p à l'heure h dans la salle s par l'étudiant e qui a reçu la note n.

L'ensemble E des dépendances fonctionnelles initiales est le suivant :

C --> P ; H, S --> C; H, P --> S; C, E --> N; H, E --> S

1- Donner l'ensemble des dépendances fonctionnelles élémentaires engendrées par E.

2- Quelle est la clé de la relation R ? Montrer qu'elle est unique.

3- Quelle est la forme normale de la relation R ? Si elle n'est pas en 3FN proposer une décomposition en 3FN.

Corrigé Exercice 1 :

1. L'ensemble minimum de dépendances fonctionnelles de R1 est le suivant :

$$\{AB \rightarrow D, B \rightarrow C, D \rightarrow E, D \rightarrow F\}$$

2. La clé de cette relation est (A,B). Cette relation est en première forme normale mais pas en deuxième forme normale car il y a un attribut qui ne fait pas partie de la clé(C) qui dépend d'une partie de la clé(B).

3. La relation R11 est en deuxième forme normale et pas en troisième normale car il subsiste une dépendance transitive. La relation R12 est en BCNF.

4. On peut décomposer R11 en R112(D, E, F) et R112(A,B,D) sans perte d'information.

Corrigé Exercice 2

Avec $A \twoheadrightarrow C$ et $A, C \twoheadrightarrow E$, on constate que $A, C \twoheadrightarrow E$ n'est pas élémentaire et que l'on peut la remplacer par $A \twoheadrightarrow E$ sans perte de dépendance.

Avec $A \twoheadrightarrow E$ et $A, D, E \twoheadrightarrow B, G$, on constate que $A, D, E \twoheadrightarrow B, G$ n'est pas élémentaire et que l'on peut la remplacer par $A, D \twoheadrightarrow B, G$ sans perte de dépendance.

Avec $A \twoheadrightarrow B$ et $A, D \twoheadrightarrow B$, on constate que $A, D \twoheadrightarrow B$ est redondante et que l'on peut la supprimer.

Avec $A \twoheadrightarrow B$, $C \twoheadrightarrow B$ et $A \twoheadrightarrow C$, on constate que $A \twoheadrightarrow B$ peut être déduite et que l'on peut donc la supprimer.

L'ensemble minimum des dépendances fonctionnelles de R est donc le suivant :

- $A \rightarrow C, E$
- $A, D \rightarrow G$
- $C, G \rightarrow D$
- $B, G \rightarrow C$
- $C \rightarrow B$

Voici une décomposition sans perte de dépendance ni d'information :

- R1 (A, E, C) (BCNF)
- R2 (A, D, G) (BCNF)
- R3 (C, G, D) (BCNF)
- R4 (B, G, C) (3FN)

Corrigé 3 et 4

Exercice 3

1- Fermeture transitive de E :

occupant --> adresse et occupant --> noapt donc

occupant --> adresse, noapt

Par transitivité on a donc :

occupant --> propriétaire

occupant --> nbpièces

On a donc :

occupant --> adresse, noapt, nbpersonnes, propriétaire, nbpièces

adresse, noapt --> propriétaire, occupant, nbpièces, nbpersonnes

La DF adresse, noapt --> nbpersonnes est obtenue par transitivité avec occupant

2- Clés potentielles de R?

Une clé est un (ensemble d') attribut qui dérive tous les autres. Si on regarde la fermeture transitive de E, on voit que :

occupant ainsi que adresse, noapt sont dans ce cas. Il y a donc deux clés potentielles.

3- Forme normale de R :

Pour déterminer la forme normale de R, il faut d'abord distinguer les attributs clés des attributs non clés :

Attributs clés : adresse, occupant, noapt

Attributs non clés : nbpersonnes, propriétaire, nbpièces

Une relation est forcément en 1ere forme normale. Elle est en 2eme forme normale si tous les attributs non clés dépendent pleinement des clés. Ici c'est le cas, aucun attribut non clé ne dépend que de adresse ou noapt.

Une relation est en 3eme forme normale s'il n'existe pas de dépendance fonctionnelle entre deux attributs non clés. C'est le cas ici. R est donc en 3eme forme normale.

Exercice 4 :

1- Fermeture transitive de E :

$C \twoheadrightarrow P$ et $H, P \twoheadrightarrow S$ donc $H, C \twoheadrightarrow S$

$H, S \twoheadrightarrow C$ et $C \twoheadrightarrow P$ donc $H, S \twoheadrightarrow P$

$H, P \twoheadrightarrow S$ et $H, S \twoheadrightarrow C$ donc $H, P \twoheadrightarrow C$

$H, E \twoheadrightarrow S$ et $H, S \twoheadrightarrow C$ donc $H, E \twoheadrightarrow C$ donc $H, E \twoheadrightarrow P$

$H, E \twoheadrightarrow C$ et $C, E \twoheadrightarrow N$ donc $H, E \twoheadrightarrow N$

En résumé on a :

$C \twoheadrightarrow P$

$H, C \twoheadrightarrow S$

$H, S \twoheadrightarrow C, P$

$H, P \twoheadrightarrow S, C$

$C, E \twoheadrightarrow N$

$H, E \twoheadrightarrow S, C, P, N$

2- Clé de R :

De la fermeture transitive on déduit que H, E est une clé potentielle (dérive tous les autres attributs).

Elle est unique car H, E sont les seuls attributs qui ne sont pas en partie droite de DF. Donc ils appartiennent forcément à toutes les clés. Comme H, E est déjà une clé, il ne peut y en avoir d'autres (critère de minimalité).

3- Décomposition de R :

R1, R2, R3 et R4 sont obtenues en décomposant R selon [l'arbre suivant](#).

R1 est obtenue en décomposant le schéma initial selon la DF $C, E \twoheadrightarrow N$.

C'est la seule DF de R1 donc la clé est C, E. R1 est bien évidemment en 3eme forme normale (une seule DF).

R2 est obtenue par la DF $C \twoheadrightarrow P$. Là encore une seule DF, donc C est la clé de R2 et R2 est en 3eme forme normale.

R3 est obtenue par la DF $H, S \twoheadrightarrow C$ ou la DF $H, C \twoheadrightarrow S$. Deux clés possibles H, S ou bien H, C. R3 est aussi en 3eme forme normale.

R4 est obtenue par la DF $H, E \twoheadrightarrow C$. La clé est donc H, E et R4 est en 3eme forme normale.