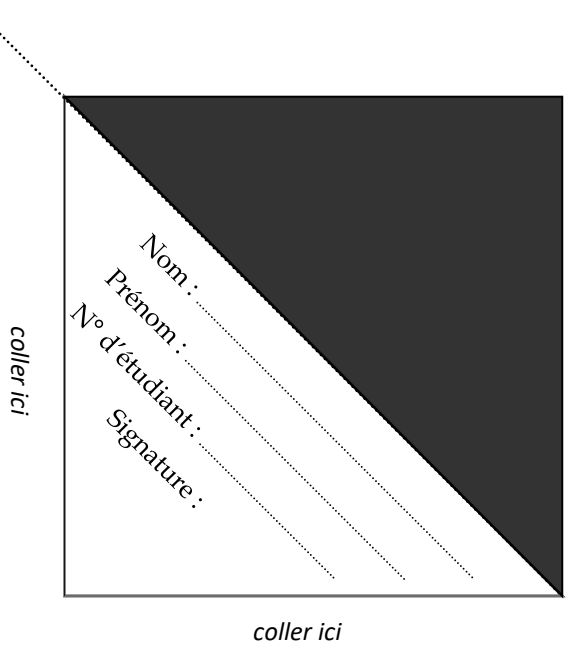
Université Claude Bernard Lyon 1

Année universitaire : 2016 / 2017

LIFAP3 : Algorithmique et programmation avancée

Contrôle mi-parcours
20 mars 2017
Durée : 1h30

Note : / 20



Documents et téléphones portables interdits. Le barème est donné à titre indicatif. Répondez dans les emplacements prévus à cet effet. Travaillez au brouillon d'abord de sorte à rendre une copie propre – nous ne pouvons pas vous garantir une copie supplémentaire. **Il sera tenu compte de la présentation et de la clarté de vos réponses**.

Exercice 1 : Trace mémoire (6 points)

Question 1.1 : Supposons la classe **Etudiant** et le programme principal donnés ci-dessous. Dessiner l'état de la mémoire aux deux endroits indiqués en commentaires, et donner la trace écran. Vous utiliserez le modèle théorique de pile vu en cours et en TD. Vous supposerez que la valeur de retour du main est stockée à l'adresse 3 987 546 988.

```
1   #include <iostream>
2   using namespace std;
3
4   class Etudiant {
5   public:
6      int numero;
7      char * prenom;
8
9      Etudiant (int n, char * p) {numero = n; prenom = p;}
10     void afficher () const {
11        cout << "Prenom : " << prenom << "\nNumero : " << numero << endl;
12     }
13     char initiale () const {
14        /* Dessinez l'état de la mémoire #1 */
15        return prenom[0];
16     }
17  };
18
19  int main () {
20     Etudiant * e = new Etudiant(100,"Jean");
21     e->afficher();
22     if (e->initiale() == 'J') {
23        char * nvPrenom = "Denis";
24        e->prenom = nvPrenom;
25     }
26     /* Dessinez l'état de la mémoire #2 */
27     return 0;
28  }
```

Etat de la mémoire #1

	PILE		TAS		
VR main		3 987 546 988			
e	1 000	3 987 546 984			
	'\0'	3 987 546 983			
	'n'	3 987 546 982			
	'a'	3 987 546 981	(e.prenom)	3 987 546 979	1 004
	'e'	3 987 546 980	(e.numero)	100	1 000
	'J'	3 987 546 979			
	appel à e.initiale()				
VR initiale		3 987 546 978			
this	1 000	3 987 546 974			

Etat de la mémoire #2

	PILE		TAS		
VR main		3 987 546 988			
e	1 000	3 987 546 984			
	'\0'	3 987 546 983			
	'n'	3 987 546 982			
	'a'	3 987 546 981	(e.prenom)	3 987 546 969	1 004
	'e'	3 987 546 980	(e.numero)	100	1 000
	'J'	3 987 546 979			

Trace écran :
Prenom : Jean
Numero : 100

Question 1.2 : Citer deux choses qui ne vont pas dans ce code.

1. L'affectation `e->prenom = nvPrenom;` donne une valeur d'adresse sur la pile à prenom qui est dépilé en sortant du si. La donnée prénom n'est donc plus valide en sortant du bloc conditionnel des lignes 22 à 25.

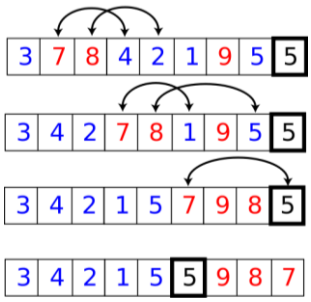
2. Il manque la libération mémoire de e (`delete e`) en fin de programme.

Exercice 2 : Tri rapide (9 points)

Dans cet exercice, nous allons étudier l'algorithme de tri dit rapide (quick sort). Cette méthode de tri consiste à placer un élément du tableau (appelé pivot) à sa place définitive, en permutant tous les éléments de telle sorte que tous ceux qui sont inférieurs au pivot soient à sa gauche et que tous ceux qui sont supérieurs au pivot soient à sa droite. Cette opération s'appelle le partitionnement. Pour chacun des sous-tableaux (le gauche et le droit), on définit un nouveau pivot et on répète l'opération de partitionnement. Ce processus est répété récursivement, jusqu'à ce que l'ensemble des éléments soit trié.

Concrètement, pour partitionner un **sous-tableau** :

- on définit le pivot comme étant le dernier élément (valeur 5 ci-contre)
- on déplace tous les éléments inférieurs ou égaux au pivot vers le début du tableau (étapes 1 et 2 ci-contre)
    - en échangeant chaque élément plus petit ou égal au pivot avec un élément plus grand (celui le plus à gauche)
- on place le pivot à la fin des éléments déplacés (étapes 3 et 4 ci-contre)
    - en échangeant avec la première valeur plus grande que le pivot



Question 2.1 : Compléter la procédure suivante qui échange deux éléments du tableau donnés par leurs indices.

```
void echangeValeur (int * tab, unsigned int indice1, unsigned int indice2) {
   int temp = tab[indice1];
   tab[indice1] = tab[indice2];
   tab[indice2] = temp;
}
```

Question 2.2 : Traduire la fonction **`partitionner`** suivante en C++. Cette fonction partitionne le sous-tableau entre les indices premier et dernier, et elle retourne l'indice de la valeur pivot à la fin du partitionnement.

Fonction partitionner (tab : tableau d'entiers, premier : entier positif, dernier : entier positif) : entier positif
Préconditions : le tableau est initialisé, premier et dernier sont tous deux compris entre 0 et la taille du tableau - 1
Postconditions : le tableau est partitionné
Résultat : l'indice de la valeur pivot à la fin du partitionnement
Paramètres en mode donnée : premier et dernier
Paramètres en mode donnée-résultat : tab
Variables locales : i, j : entiers
Début
  j ← premier
  Pour i allant de premier jusqu'à dernier-1 par pas de 1 faire
    Si tab[i] ≤ tab[dernier] alors
      echangeValeur(tab,i,j)
      j ← j + 1
    Fin si
  Fin pour
  echangeValeur(tab,j,dernier)
  retourne j
Fin partitionner

```
unsigned int partitionner (int * tab, unsigned int premier, unsigned int dernier) {
    unsigned int j = premier;
    for (unsigned int i = premier; i < dernier; i++) {
        if (tab[i] <= tab[dernier]) {
            echangeValeur(tab,i,j);
            j++;
        }
    }
    echangeValeur(tab,j,dernier);
    return j;
}
```

Question 2.3 : Donner la complexité en notation O de cet algorithme en fonction de n le nombre d'éléments entre les indices premier et dernier. Vous n'avez pas besoin de compter le nombre exact d'opérations réalisées mais vous devez justifier votre réponse.

La fonction partitionner est de complexité linéaire $O(n)$. En effet, dans le pire des cas il faudra, pour tous les éléments entre premier et dernier (boucle pour), faire l'échange entre tab[i] et tab[j] (quand tous les éléments sont plus petits que le dernier). Or cet échange est de coût constant (cf. fonction echangeValeur), donc le coût de partitionner est $O(n \times 1 + 1) = O(n)$.

Question 2.4 : Compléter la procédure récursive **`triRapideRecursif`** suivante qui trie le tableau en paramètre entre les indices premier et dernier.
Indication : trier le tableau consiste à le partitionner en deux sous-tableaux autour d'un pivot et de trier récursivement les deux sous-tableaux.

```
void triRapideRecursif (int * tab, unsigned int premier, unsigned int dernier) {
    if (premier < dernier) {
        unsigned int pivot = partitionner(tab,premier,dernier);
        triRapideRecursif(tab,premier,pivot-1);
        triRapideRecursif(tab,pivot+1,dernier);
    }
}
```

Question 2.5 : Donner la complexité en notation O de cette procédure récursive en fonction de n le nombre d'éléments entre les indices premier et dernier. Vous n'avez pas besoin de compter le nombre exact d'opérations réalisées mais vous devez justifier votre réponse.

La procédure est de complexité $O(n \times \log(n))$. En effet, à chaque appel récursif le tableau est décomposé en deux (de premier à pivot-1 et de pivot+1 à dernier), ce qui fait qu'il y aura $\log n$ appels récursifs. Chaque appel récursif appelle une fois la fonction partitionner qui est en $O(n)$ (cf. question 2.3), ce qui produit la complexité $O(n \times \log(n))$.

Question 2.6 : Ecrire l'entête et le code C++ de la procédure **`triRapide`** qui trie un tableau passé en paramètre. La taille du tableau est aussi passée en paramètre.

```
void triRapide (int * tab, unsigned int taille) {
    triRapideRecursif(tab,0,taille-1);
}
```

Exercice 3 : Classe et complexité (5 points)

Dans cet exercice, on souhaite associer un tableau de réels en simple précision avec sa taille dans une classe que l'on nommera **`Tableau`**. Cette classe contiendra les membres suivants :

- Une donnée membre **`tab`** qui contient l'adresse mémoire du premier élément du tableau
- Une donnée membre **`taille`** valant le nombre d'éléments du tableau
- Un constructeur qui initialise un tableau vide, et un destructeur qui libère la mémoire allouée sur le tas
- Des fonctions membres de manipulation du tableau (non précisées ici)

Question 3.1 : Donner le code C++ de la classe **`Tableau`** (données membres, constructeur et destructeur).

```
class Tableau {
public :
   float * tab;
   unsigned int taille;
   Tableau() {
      tab = NULL;
      taille = 0;
   }
   ~Tableau() {
      if (tab != NULL) delete [] tab;
      taille = 0;
   }
};
```

Soit la fonction membre **`appartient`** suivante donnée en notation algorithmique :

```
    Fonction appartient (Tableau t) : booléen
    Résultat : vrai si le tableau t apparaît dans le tableau de
    l'instance, faux sinon
    Paramètre en mode donnée : t
    Variables locales : i : entier
    Début
1     i ← 0
2     Tant que i ≤ taille – t.taille faire
3         Si egal(t,i,i+t.taille-1) alors
4             retourne vrai
5         FinSi
6         i ← i + 1
7     Fin tant-que
8     retourne faux
    Fin partitionner
```

Vous supposerez connue la fonction membre **`egal`** qui teste l'égalité entre le tableau **`t`** passé en paramètre et le sous-tableau de l'instance entre les indices donnés en paramètre. La fonction **`egal`** fait **`t.taille`** comparaisons de réels.

Question 3.2 : Donner le nombre de comparaisons de réels faites lors de l'exécution de la fonction **`appartient`** dans le pire des cas, en fonction de la taille du tableau en paramètre et la taille du tableau de l'instance. En conclure sur la complexité de la fonction.

Le pire des cas est celui où on fait le plus grand nombre de passages dans la boucle tant-que, et cela se produit lorsque le tableau t n'apparait pas dans le tableau de l'instance.

A chaque passage de boucle, on fait t.taille comparaisons de réels (appel à egal).

On fait la boucle de 0 à taille-t.taille inclus, donc on exécute le corps de la boucle taille-t.taille+1 fois.

Donc au total, on fait $(taille - t.taille + 1) \times (t.taille)$ comparaisons de réels.

La complexité de la fonction est donc $O(t.taille \times (taille - t.taille))$.