Numéro d'ordre : 26-2000
Année 2000

THÈSE

présentée devant

L'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD - LYON 1

pour l'obtention

du DIPLÔME DE DOCTORAT
(arrêté du 30.03.92)
spécialité : INFORMATIQUE

par

Raphaëlle CHAINE

SEGMENTATION D'ENSEMBLES NON ORGANISES DE POINTS 3-D D'UNE SURFACE :

PROPAGATION ANISOTROPE D'ETIQUETTES BASEE SUR LES GRAPHES

Soutenue le 25 01 2000, devant le jury composé de :

Rapporteurs :	Marc BERTHOD
	Roger MOHR
	Nickolas S. SAPIDIS
Examinateurs :	Saïda BOUAKAZ
	Jean-Michel JOLION
	Francis SCHMITT
	Denis VANDORPE

Remerciements

Ce manuscrit marque l'achèvement d'un travail de trois ans réalisé au sein du Ligim. Je remercie le Professeur Denis Vandorpe pour m'avoir accueillie dans ce laboratoire qu'il dirige, et pour avoir accepté de m'encadrer. Sans lui et sans le Professeur Luc Bougé, alors responsable de la formation doctorale du DIL, cette thèse n'aurait probablement pas eu lieu et je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont alors accordée.

Je tiens ensuite à exprimer toute ma reconnaissance à Mme Saïda Bouakaz, Maître de Conférences, pour m'avoir encadrée et accompagnée tout au long de ce travail de recherche. Plus particulièrement, j'ai beaucoup apprécié sa volonté de ne jamais tomber dans une vision étroite et définitive des choses. Ainsi, les conseils qu'elle m'a prodigués m'ont toujours permis d'aller de l'avant. Je la remercie également pour l'intérêt qu'elle a toujours porté à mes travaux.

Enfin, c'est un grand honneur pour moi de remercier le Professeur Marc Berthod, directeur de l'unité de recherche de l'INRIA Sophia-Antipolis, le Professeur Roger Mohr et Mr. Nickolas S. Sapidis, Special Scientist et Senior Researcher, d'avoir accepté de rapporter cette thèse. Leur expérience et leur compétence m'ont été très précieuses. Je leur suis très reconnaissante du temps et de l'attention qu'ils ont consacrés à mon travail, permettant ainsi son amélioration. Cette remarque s'étend à l'ensemble des membres du jury, dont le Professeur Jean-Michel Jolion et le Professeur Francis Schmitt. Leurs remarques ont été très constructivess et ont permis la mise en place d'une véritable discussion. Je les en remercie très vivement.

D'autres personnes ont contribué, dans l'ombre, à la réussite de ce travail. Une mention spéciale et plus qu'un merci vont en particulier à Manu pour son aide et son immense soutien. Je tiens ensuite à remercier le Professeur Jean-Marc Fouet pour le temps qu'il n'a pas hésité de consacrer à la correction de ma composition en anglais. Cette dernière était systématiquement truffée de "permit to" qu'il a savamment redressé à coup de "allow + ing". Je ne peux résister au plaisir de partager ici cette anecdote linguistique. Enfin, les discussions avec Eric Tosan et l'équipe Image m'ont permis de corriger l'exposé oral de ma thèse avant le "grand jour". Je les en remercie. Merci à Ludovic et à Eric qui m'ont beaucoup aidée ce jour là.

Merci à Anne-Lise pour sa grande disponibilité et sa gentillesse, ainsi qu'à tous les membres de l'équipe des administrateurs. Merci aussi à Sandrine qui assure vaillamment le secrétariat du Ligim, du Lisi et de Prisma.

Que tous les occupants du bâtiment 710 trouvent ici l'expression de l'affection que j'ai pour eux. Dans ce bâtiment, j'ai trouvé une ambiance qui ne m'a jamais laissée indifférente et où je me suis sentie bien. Je remercie plus particulièrement Fabrice, Serge, Mabboubeh, Gauthier, Yannick, Joëlle, Denis et Mohammed qui ont été mes compagnons de route de la vie de thésard. Sans Samir Akkouche, je n'aurais jamais fait la connaissance des précédents. Je n'oublierais pas le jour où il m'a présentée au Ligim et je le remercie pour son soutien et son amitié. Par ailleurs, je garderais un souvenir très vif du coin café et de ses Grands Jacques.

Enfin, je tiens à exprimer ma gratitude à tous ceux qui, de prêt ou de loin, m'ont aidé et encouragé au cours de ces 3 dernières années. Merci "aux parents", à Jacques, à Ludo et Yoyo, Yoyo et Yeyette, Fanny et Antoine, la Choralhal, et la SEDIAP-Compagnie. Merci à Jeez pour sa présence imperturbable dans ma boîte à e-mail.

Table des matières

Table des figures

Notations

$\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset I\!R^3$: Ensemble de points échantillonnés à partir de la surface d'un objet.
S : Surface à partir de laquelle sont échantillonnés les points de $\mathcal{P}$.
$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: Repère global dans lequel sont exprimées les coordonnées des points de $\mathcal{P}$.
V_s : ensemble des voisins sur S du point P_s.
v_s : ensemble des indices des points voisins de P_s.
Γ : graphe de voisinage.
$A(\Gamma)$: ensemble des arêtes de Γ.
$\vec{N_s}$ ou N_s : estimation de la normale à S au point P_s.
$k_1(s)$ et $k_2(s)$: courbures minimales et maximales au point P_s.
$\overrightarrow{P_1(s)}$ et $\overrightarrow{P_2(s)}$: directions principales au point P_s.
$h_\epsilon(P_s, P_r)$: mesure de l'homogénéité locale entre deux points voisins P_S et P_r.
l_s : étiquette au point P_s.
$U(l|\mathcal{P}) = \sum_{(s,r)\in A(\Gamma)} V(s,r)$: énergie associée au modèle markovien de l'étiquetage des points.
$V(s,r) = (1_{l_s \neq l_r} - 1_{l_s = l_r}) * h_\epsilon(P_s, P_r)$
AE_{min} : arbre d'escarpement minimal.
AE_{max} : arbre d'escarpement maximal.

Introduction générale

En C.F.A.O.[1], des outils de conception interactifs permettent le développement de prototypes virtuels pour la création, la représentation puis la fabrication d'objets manufacturés. L'utilisateur qui désire concevoir le modèle géométrique d'un objet dispose pour cela d'un ensemble de primitives prédéfinies ainsi que d'un ensemble d'opérations pour les combiner et les transformer. La mise en place de ces outils a fait l'objet d'études et de recherches depuis une trentaine d'années environ. Désormais, le modèle géométrique d'un objet peut s'appuyer sur différents types de représentations présentant chacune des intérêts spécifiques.

Le problème inverse (« reverse engineering ») consiste à passer directement de l'exemplaire d'un objet physique à son modèle géométrique. Ce problème suscite un vif intérêt dans le domaine de l'industrie, car il répond à un besoin d'outils de prototypage rapide. En effet, le passage d'une maquette physique à un prototype virtuel permet sa manipulation par les systèmes de C.A.O.[2], offrant diverses possibilités de correction, de visualisation, d'ajout d'informations et de simulation.

Dans cette optique, certains produits ont d'ores et déjà été développés pour répondre à un souci de numérisation surfacique des objets. Ainsi, un nombre croissant de techniques d'acquisition permettent de passer d'un objet physique à une représentation simple de celui-ci, sous forme d'un ensemble de points $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset I\!R^3$ échantillonnés à sa surface. Quand l'objet est complexe, cet ensemble de points peut résulter de la fusion de plusieurs opérations de saisie. Dans ce cas, $\mathcal{P}$ est un ensemble de points non organisé. Les points ne sont pas ordonnés en grille régulière et la densité n'est pas constante.

Avec l'utilisation de ces outils, le problème du « reverse engineering » se ramène à la construction du modèle géométrique d'un objet à partir d'une représentation numérique simple de ce dernier. La qualité de l'opération de modélisation réside dans sa capacité à respecter la forme de l'objet traité et à préserver ses caractéristiques géométriques et topologiques. En pratique, cet objectif pose de nombreux problèmes qui peuvent s'expliquer par les difficultés à extraire une information géométrique pertinente des données fournies. L'évolution des techniques de modélisation vers des systèmes flexibles et autonomes nécessite des systèmes de vision capables de fournir une analyse automatique préalable des caractéristiques de l'objet. Naturellement, cette phase d'analyse dépend étroitement des modèles ou des méthodes de reconstruction utilisées en aval. Mais, dans tous les cas, elle se révèle indispensable pour pouvoir généraliser les méthodes existantes à tous les types d'objets, en évitant une

1. Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur.
2. Conception Assistée par Ordinateur.

explosion des coûts combinatoires.

Dans ce cadre, nous nous intéressons au problème général de l'analyse géométrique des objets représentés par des ensembles de points 3-D non organisés. Plus précisément, cette thèse propose un nouveau processus de segmentation qui assure la répartition d'un ensemble de points au sein de régions présentant une certaine régularité géométrique et bordées par les non-homogéinéités locales de la surface qu'il représente.

A l'instar des données traitées, nous voulons privilégier une approche basée sur l'aspect 3-D de l'objet et qui respecte au mieux la forme de cet objet. Dans la méthode proposée, nous effectuons une coordination d'informations surfaciques locales sans recourir à un modèle contraignant pour les régions. Le point essentiel de cette méthode réside dans le choix d'un ordre de traitement des points qui dépend de caractéristiques intrinsèques à l'objet numérisé, et qui demeure significatif aux différents niveaux de l'analyse. Le résultat de la segmentation est donc indépendant de l'ordre de saisie des points pendant la phase d'acquisition. Plus précisément, les points sont explorés selon des opérations de propagation d'étiquettes qui sont étroitement liées à l'anisotropie locale de la forme de la surface.

Dans la première partie de cette thèse, nous présentons brièvement le problème de l'analyse dans la modélisation 3-D. Tout d'abord, nous effectuons un bref rappel sur les principes permettant d'extraire des informations 3-D d'une scène. Ces principes sont mis en œuvre par les techniques d'acquisition existantes. Nous présentons également l'intérêt et la spécificité des nuages de points non organisés (notion de « trace » de la surface d'un objet). Ensuite, nous évoquons les principaux types de représentations utilisés pour décrire le modèle géométrique d'un objet. La plupart de ces représentations ont été développées dans le cadre de la C.A.O. Notre travail porte sur la phase d'analyse qui intervient dans le passage des données d'entrée $\mathcal{P}$ à un modèle géométrique fiable de la surface S représentée par $\mathcal{P}$. Dans ce contexte, nous présentons les principes de base de la segmentation et nous montrons que les méthodes existantes peuvent être réparties en plusieurs classes suivant le prédicat d'uniformité qu'elles mettent en œuvre. La notion de prédicat d'uniformité permet de sanctionner la validité d'une région. Elle est importante car c'est sur elle que s'appuie la notion de forme. Plus précisément, nous mettons l'accent sur les approches qui n'utilisent pas de forme contraignante du prédicat d'uniformité. Ces méthodes correspondent à une auto-organisation d'informations locales, permettant l'émergence d'une interprétation consistante des données d'entrée.

La seconde partie est consacrée à la description des méthodes mises en œuvre pour obtenir une description surfacique locale d'un objet représenté par un ensemble de points traces. Pour cela, il est indispensable de pouvoir définir une topologie sur l'ensemble des points $\mathcal{P}$ d'une surface numérisée (voir II.1). Ensuite, nous exposons les différentes techniques utilisées pour obtenir une description locale de la surface S en termes de propriétés différentielles (voir II.2). Nous obtenons ainsi une information partielle et distribuée en tout point de la surface, sans cohérence d'un point à un autre. Cette information permet de définir des critères dits d'homogénéité locale (voir II.3). L'objet de l'analyse et de la segmentation consiste à utiliser ce type de critère pour comparer et organiser les descriptions locales, de manière à faire émerger une interprétation de la surface.

Dans la troisième partie, nous formulons le problème de la segmentation de $\mathcal{P}$ comme un problème d'étiquetage répondant à un modèle markovien. Cette formulation a pour but la coordination d'informations surfaciques locales sans recourir à des modèles globaux contraignants pour les régions. Dans la résolution de ce problème, le pouvoir de représentation associé aux graphes joue un rôle essentiel. Nous montrons que le concept d'arbre couvrant, conjugué à une notion d'énergie de déformation locale permet la mise en place d'opérations de propagation simples et peu gourmandes en temps de calcul. Les « arbres d'escarpement extrémaux » introduits dans le chapitre III.2 modélisent des contraintes directionnelles et permettent une auto-organisation des points en régions grâce à un double processus de transmission et de blocage des étiquettes caractérisant les régions (chapitre III.3). Ce processus permet de lever certaines ambiguïtés locales, de telle sorte que les contraintes habituellement exploitées par les techniques de segmentation sont satisfaites de façon implicite. En cela, notre approche se rapproche des méthodes d'étiquetage par relaxation, à la différence qu'elle permet de réduire la complexité des opérations de mise à jour des étiquettes, tout en respectant l'esprit d'auto-organisation locale mis en œuvre par ces algorithmes.

Au niveau de l'implantation, nous montrons que l'avantage des arbres d'escarpement extrémaux s'étend au delà des seuls objectifs d'organisation des données en vue de la segmentation. En effet, ces deux représentations peuvent évoluer à chacune des étapes de l'analyse, en restant significatives, de manière à intégrer l'émergence, puis l'évolution de la notion de région. Le processus de segmentation s'accompagne ainsi de la construction hiérarchique d'une description symbolique de la surface. Cette description est intéressante au sens où elle dépend de caractéristiques intrinsèques à l'objet et où elle correspond à une réduction dimensionnelle importante par rapport à la représentation initiale par les données d'entrée. Comme on le soulignera dans la conclusion, ces propriétés peuvent être utiles pour les tâches de modélisation et de reconnaissance d'objet. En effet, les techniques actuelles de reconnaissance d'objet basées sur des mises en correspondance de graphes sont très sensibles à la dimension des graphes traités.

Nous présentons les résultats de notre méthode sur quelques ensembles de points non-organisés, mais aussi sur des ensembles de points structurés en grille de profondeur. La littérature est riche en méthodes permettant de segmenter ce type de données. Il est ainsi possible de mesurer les avantages et les inconvénients de notre méthode par rapport aux approches existantes.

Première partie

Problème de l'analyse pour la modélisation 3-D

Dans cette partie, nous situons le problème de l'analyse d'une surface au passage entre les différents niveaux de représentation qui peuvent intervenir dans un système de vision 3-D. En effet, les tâches d'un tel système peuvent se décomposer en plusieurs étapes, depuis l'acquisition de données jusqu'à la construction du modèle d'un objet ou d'une scène.

Dans un premier temps, nous évoquons les principes mis en œuvre pour extraire des informations géométriques 3-D d'une scène. Les techniques d'acquisition permettent ainsi de passer d'un objet physique à une représentation numérique simple de ce dernier.

Dans le second chapitre, nous poursuivons avec la présentation de quelques représentations de plus haut niveau qui permettent de représenter un objet avec respect de sa forme, si possible sans ambiguïté ni redondance.

Le passage d'une représentation simple à un modèle de plus haut niveau n'est pas une opération facile, comme en témoignent les difficultés d'analyse de la forme d'un objet numérisé. Dans le chapitre 3, nous présentons ce problème de l'analyse sous l'angle de la segmentation. Nous rappelons brièvement la définition du problème de la segmentation, puis nous passons en revue quelques méthodes traitant de ce problème. En particulier, nous évoquons les méthodes qui correspondent à une auto-répartition des points ou des pixels en régions, grâce à un processus d'optimisation globale basé sur des interactions locales.

1 Les techniques d'acquisition 3-D

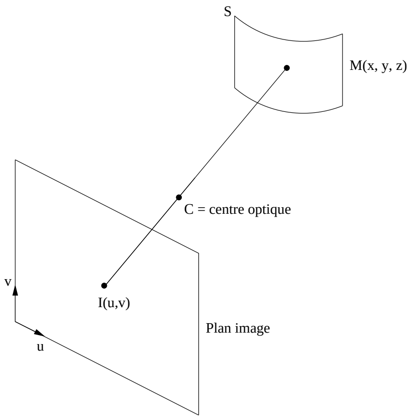
Le premier objectif d'un système de vision consiste à pouvoir extraire des données relatives au monde qui nous entoure. Pour cela, on utilise généralement des images fournies par un dispositif photographique. Ce type d'image peut être interprété comme un tableau bidimensionnel de pixels. Chaque pixel correspond à la valeur d'intensité lumineuse reçue localement par une unité de surface du plan de formation de l'image. L'information 3-D n'est donc pas fournie directement, et nous mettons l'accent sur les techniques qui permettent de retrouver cette information à partir d'une ou plusieurs images numériques 2-D.

Parmi les techniques existantes, on distingue généralement les approches passives et les approches actives. Dans l'approche passive, l'inférence du relief est effectuée en exploitant les propriétés de réflexion de la lumière qui est présente dans l'environnement. Au contraire, les approches actives jouent sur l'introduction de sources d'énergie extérieures dans le processus de formation de l'image. Cette intervention permet de contrôler la luminosité sur certaines zones de l'image et de faciliter le retour à une information 3-D [AA93].

1.1 Approches passives

Dans tout processus de formation d'une image, il y a 3 éléments en présence : un observateur (œil, appareil photographique ou caméra), une scène et un ensemble de sources lumineuses. On rapporte l'espace physique à un repère orthonormé $Oxyz$. De même, on rapporte le plan de l'image à un repère orthonormé Ωuv centré sur l'axe optique. Le processus de formation de l'image fait correspondre un pixel $I(u, v)$ à chacun des points $P(x, y, z)$ de l'espace physique. En coordonnées projectives, il s'agit d'une transformation linéaire dont l'expression matricielle T est aussi appelée matrice perspective de la caméra [AYA91] (voir figure 1.1). T est une matrice 4×3 à coefficients réels.

Les coefficients de T dépendent des caractéristiques optiques du dispositif. En pratique, les paramètres nécessaires à leur calcul ne sont pas connus *a priori*. On procède à leur estimation au cours d'une phase de calibrage. Pour cela, on utilise l'image d'un ensemble de points étalonnés sur une mire. Dans tout ce qui suit, on considère donc connues les caractéristiques des caméras.



$$\begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec T matrice 3*4}$$

FIG. 1.1 – *Expression matricielle du processus de formation d'une image*

1.1.1 Reconnaissance du relief à partir de l'éclairement

Dans certains cas, il est possible de calculer le relief des parties visibles d'un objet fixe à partir d'une seule image lumineuse. Ceci implique la connaissance des caractéristiques du dispositif et des sources lumineuses, mais aussi des caractéristiques photométriques de la surface. Le problème à résoudre est un problème inverse communément appelé « reconnaissance du relief à partir de l'éclairement » ou « shape from shading » [DD99]. En pratique, les méthodologies existantes nécessitent des montages optiques spécifiques et les hypothèses du « shape from shading » s'appliquent difficilement à toutes les zones de l'image. Dans le cas le plus général, une image n'est donc pas suffisante pour reproduire le relief d'une scène.

1.1.2 Stéréovision

Afin de pouvoir remonter sans ambiguïté des coordonnées d'un point image I_1 aux coordonnées du point physique P correspondant, il est nécessaire d'utiliser son image I_2 selon un point de vue différent (voir figure 1.2). Le problème est de savoir identifier les couples de points (I_1, I_2) qui peuvent être mis en correspondance dans des images différentes [1], on dit que ces couples de points sont homologues.

Pour cela, on peut utiliser les caractéristiques géométriques $T1$ et $T2$ des dispositifs ayant permis d'obtenir les deux vues [AYA91, FAU93]. Ces contraintes géométriques permettent d'écarter certaines possibilités de faux appariements, mais elles ne permettent malheureusement pas de lever toutes les ambiguïtés [2].

En pratique, on procède à une extraction d'indices visuels [MMG92] dans chacune des images et on tente d'établir des correspondances entre ces indices (sous réserve qu'il s'agit

1. Il s'agit des couples de points correspondant aux images d'un même point de la scène (sans occlusion).

2. Le lieu des points I_2 homologues à un point I_1 correspond à une demi-droite dite épipolaire (ou une droite dans le cas dégénéré d'épipoles rejetés à l'infini). Pour choisir parmi ces points, il est nécessaire de disposer d'une information supplémentaire.

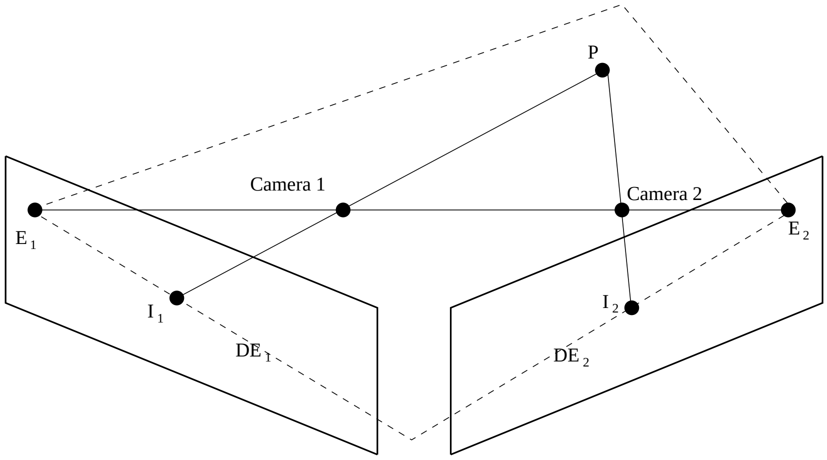


FIG. 1.2 – *Calcul du relief à partir de deux images (Stéréovision)*

d'éléments invariants par changement de point de vue[3]). L'ensemble des méthodes existantes est regroupé sous le nom de stéréovision. Il faut y ajouter les méthodes apparentées, comme le calcul du relief à partir du mouvement [AM90].

La stéréovision permet de calculer le relief de certaines zones visibles sur deux images différentes, mais la stabilité des résultats obtenus augmente avec le nombre et la nature des vues utilisées [OM98]. Malheureusement, la quantité de données volumiques qu'il est possible d'extraire varie avec la nature de l'objet traité[4]. Du coup, les milieux industriels ont préféré se tourner vers l'utilisation de méthodes dite actives.

1.2 Approches actives

L'extraction d'une information volumique peut également s'opérer avec l'apport de sources d'énergies extérieures. Ainsi, l'utilisation de faisceaux lasers permet l'introduction d'indices visuels dont la formation est contrôlée par le dispositif d'acquisition [AA93].

Les méthodes d'acquisition active peuvent être réparties en plusieurs classes suivant la manière dont elles exploitent l'introduction d'énergie dans une scène. De manière générale, les approches actives de digitalisation 3-D sont très sensibles aux phénomènes de spécularité de la lumière. Il est souvent indispensable de peindre uniformément un objet avec une peinture mate avant de procéder à sa numérisation. L'utilisation des capteurs actifs ne peut donc pas

3. Les contours d'occultation ne sont pas stables par changement de point de vue et peuvent entraîner une mauvaise interprétation de la scène.

4. En général, l'information de relief peut être retrouvée dans le cas d'images fortement texturées (appariement dense correspondant à un appariement point par point) ou dans le cas d'objets présentant de fortes particularités de type « arête vive » (appariement non dense et mise en correspondance de contours) . En revanche, les zones de l'image correspondant à des surfaces régulières non texturées se prêtent mal à la stéréovision. Ce type de zone convient justement aux traitements de type « shape from shading ». Un sujet actuel de recherche consiste à faire coopérer ces deux types d'approches.

être généralisée à tous les types d'objets.

1.2.1 Méthodes actives basées sur un principe de triangulation

Les points de la scène sont tour à tour éclairés par un faisceau lumineux et on observe la position de la tache lumineuse correspondante à travers un cliché de la scène [5].

En utilisant les caractéristiques géométriques du dispositif composé de l'émetteur laser et du récepteur photographique, il est facile de retrouver la position volumique du point éclairé. Pour cela, on utilise un principe de triangulation décrit dans la figure 1.3 .

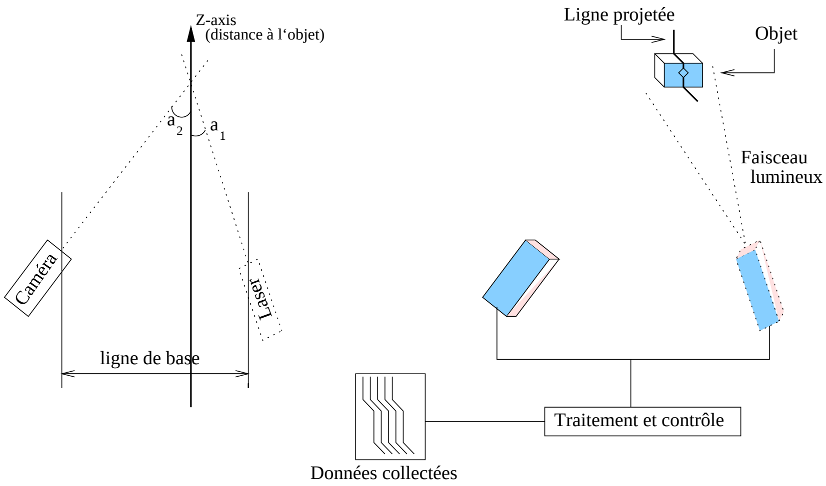


FIG. 1.3 – *Calcul du relief d'une scène par triangulation active (tiré de [AA93])*

En pratique, on réduit le temps d'acquisition en éclairant simultanément plusieurs zones de la scène (utilisation de grilles lumineuses). Cette amélioration technique peut s'accompagner de l'apparition d'ambiguïtés entre les images des différents points éclairés. Pour lever ces ambiguïtés, il est nécessaire de savoir quelle source de lumière est projetée en quel pixel de l'image. Ce problème peut être résolu de différentes manières avec l'utilisation de motifs et/ou de faisceaux lumineux d'intensités et de couleurs variables.

1.2.2 Méthodes actives basées sur le temps de retour d'un faisceau lumineux

Ce second type de méthode n'exploite pas le principe géométrique de formation de l'image. Dans cette approche, on considère le retour d'un faisceau lumineux dans la direction d'émission, après réflexion en un point de la scène. On évite ainsi les problèmes d'occlusion au récepteur ou à la source, mais pas les problèmes d'occlusion aux deux.

Le principe de la méthode consiste à mesurer le temps de retour du faisceau [AA93], puis

5. L'avantage du laser est qu'il est facilement repérable, même en présence de lumière ambiante.

de calculer la distance parcourue en utilisant la vitesse du faisceau ou ses caractéristiques fréquentielles[6].

L'utilisation de ces capteurs implique généralement l'utilisation de matériel électronique complexe entraînant des coûts de fabrication prohibitifs.

1.2.3 Méthodes acoustiques

La mesure du temps écoulé entre l'émission et la réception d'un signal fréquentiel peut également être exploitée dans le domaine des technologies acoustiques, avec l'utilisation de trains d'impulsions ultrasonores [BES89]. Le principe de ces méthodes est similaire à celui présenté ci-dessus. En revanche, les signaux envoyés sont caractérisés par un domaine de fréquence faible entraînant des temps d'acquisition élevés.

1.2.4 Moiré

On peut également mentionner les méthodes à base de moirés, qui consistent à projeter des grilles sinusoïdales lumineuses de haute fréquence sur l'objet à numériser [BES89]. La différence de phase entre l'information émise et l'information réfléchie provoque la création de franges d'interférence. L'analyse de ces franges permet de retrouver le relief de la scène mais nécessite un appareillage spécifique et coûteux. Ce type de méthode n'est valable qu'en absence de discontinuités de profondeur de la scène par rapport à la direction de numérisation.

1.3 Autres méthodes

Il existe également d'autres méthodes permettant de retrouver des informations 3-D relatives à une scène. Ces méthodes utilisent des technologies diverses et sont parfois conditionnées par le type d'objet numérisé [BES89].

1.3.1 Capteurs mécaniques sensibles

L'utilisation de capteurs sensibles permet d'opérer la numérisation d'un objet physique point par point. On met le point à numériser en contact avec l'extrémité d'un stylet tactile associé à un capteur de Polhemus [HDD+92]. Grâce à un dispositif électronique, il est alors possible de mesurer les déplacements effectués par rapport à une position de référence et de remonter aux coordonnées du point désigné.

6. Dans le cas de longueurs d'ondes grandes devant la distance à mesurer.

1.3.2 Image de résonance magnétique (IRM)

Dans le domaine médical, on utilise des outils non invasifs spécifiques qui exploitent les propriétés magnétiques des différents tissus. L'espace à numériser est subdivisé en unités de volume (voxels) dont on mesure l'activité magnétique en réponse à différentes formes d'excitation. Les tissus organiques étant caractérisés par des activités différentes, on obtient ainsi une carte des différents organes. A la différence des méthodes citées plus haut, l'IRM est une méthode de numérisation volumique. Dans le cas où on s'intéresse à la surface, il est nécessaire d'interpréter les données afin de remonter à une information surfacique.

1.4 Présentation des données, nuages de points 3-D non structurés

Pendant longtemps, les techniques développées en analyse d'image ont porté sur le traitement d'une information d'intensité lumineuse (ou de couleur) structurée en grille rectangulaire 2-D. Certaines de ces techniques peuvent également être utiles au traitement d'une information de relief. Il faut pour cela que les ensembles de points fournis par les techniques d'acquisition puissent être interprétés comme une grille rectangulaire d'information de profondeur[7] (voir figure 1.4). On parle alors d'« image de profondeur » (*range image*).

L'avantage d'une structuration en grille des données d'entrée est qu'elle fournit directement une information de voisinage des points à la surface de l'objet. Les points qui correspondent à des positions voisines de la grille de données peuvent être considérés comme voisins sur la surface numérisée.

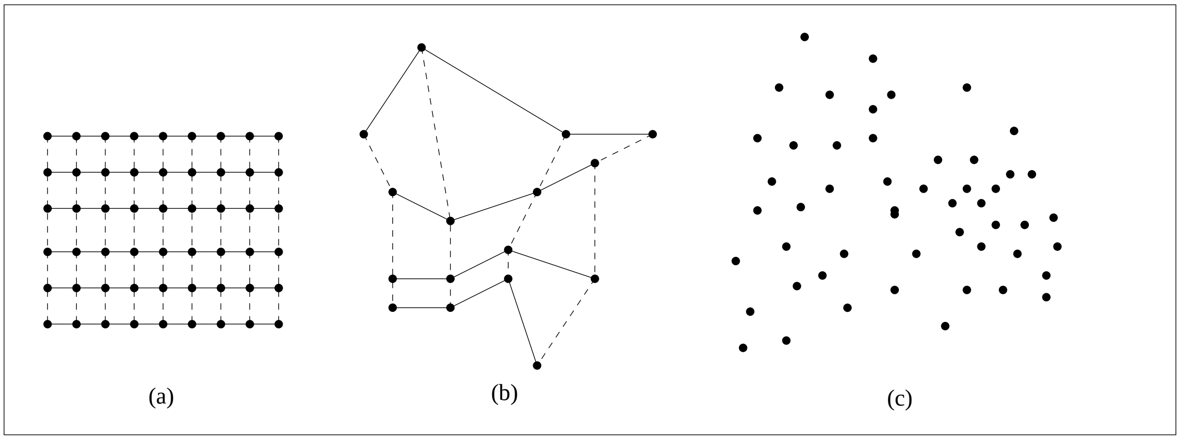


FIG. 1.4 – *Particularité des ensembles structurés en grille par rapport aux nuages de points non organisés : a) données structurées en grille régulière et rectangulaire, b) données structurées en grille, c) nuage sans structure ni orientation.*

En pratique, la structuration en grille des données est une contrainte forte dont il n'est

7. Les techniques d'acquisition active se prêtent bien à cette contrainte de format global des données.

pas toujours possible de s'accommoder, notamment avec les techniques d'acquisition passive. Le volume de données fourni par ce type de numérisation peut être totalement inorganisé et de densité variable selon les zones de l'image [LSGC99].

D'autre part, il est parfois nécessaire de saisir un objet dans sa totalité et sans partie cachée. De manière générale, la surface d'un objet correspond à une variété de dimension 2 et cette variété peut être de géométrie et de topologie complexe. Cela signifie que l'objet peut être composé de plusieurs parties, comporter des trous et présenter des discontinuités d'ordre variable. L'image de profondeur rassemble une information géométrique relative à une seule vue dans une représentation bidimensionnelle et structurée. L'utilisation d'une unique image de profondeur est donc insuffisante pour saisir toute la complexité d'un objet, du fait de la présence de parties cachées. C'est toute la leçon de la figure 1.5 (sauf qu'ici, le héros aurait tout de même pu s'apercevoir de la disgrâce de sa bergère, s'il avait vu en profondeur).

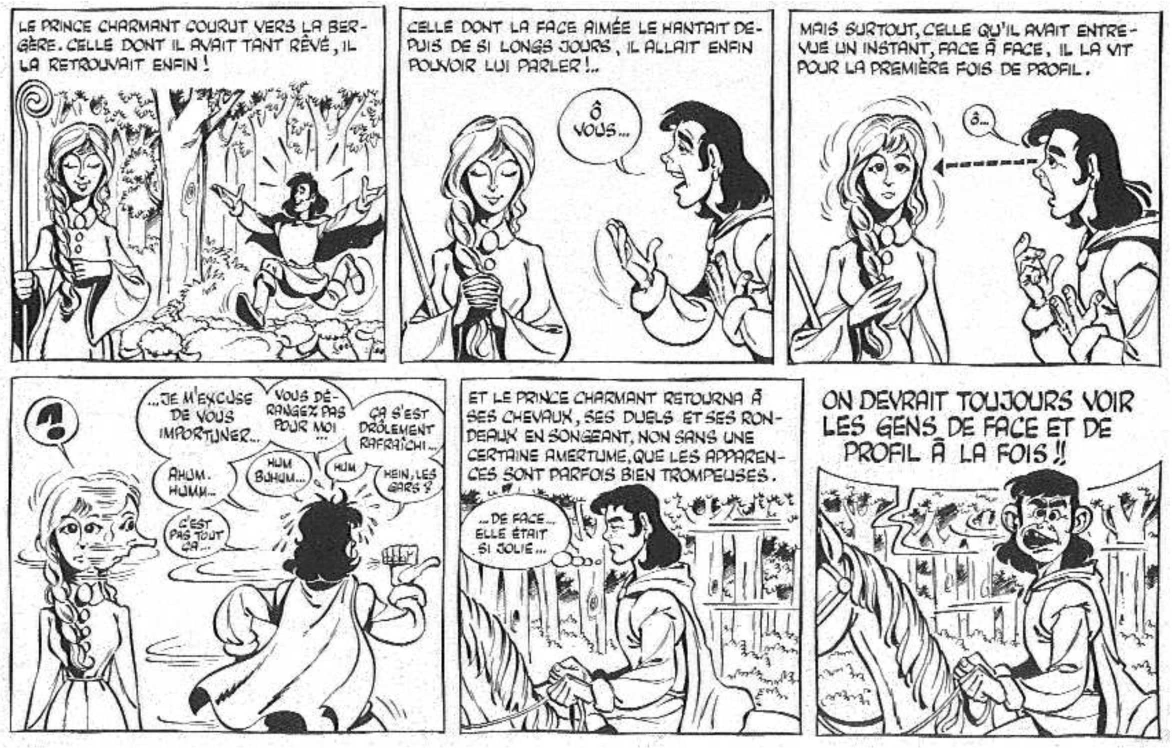


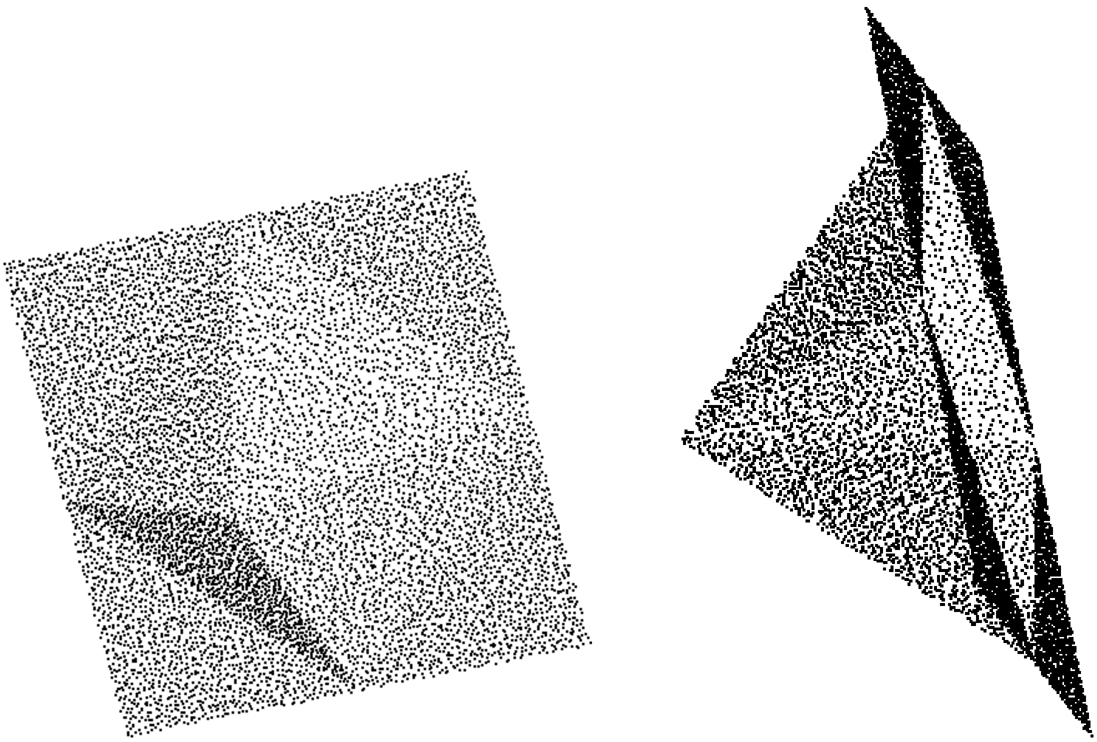
FIG. 1.5 – *Plusieurs vues sont souvent nécessaires pour saisir toute la complexité d'un objet (extrait de « Rubrique à brac », Gotlib).*

Dans le cadre de cette thèse, nous travaillons sur les ensembles de points résultant de la fusion de plusieurs vues, ce qui permet d'avoir une information relative à l'ensemble des zones de l'objet. L'obtention de ces ensembles nécessite de ramener les points issus de différentes opérations de saisie dans un même référentiel. Il s'agit d'un opération délicate qui nécessite un certain degré d'analyse pour être précise [BS97]. L'ensemble $\mathcal{P}$ résultant de cette opération de fusion est un ensemble non organisé. Les points ne sont pas forcément ordonnés en grille régulière et la densité n'est pas constante du fait de zones de recouvrement entre les différentes opérations de saisie.

Par la suite, nous désignerons par « trace d'une surface », tout ensemble non-organisé de points saisis à la surface d'un objet. Ce terme fait référence à celui employé par Sander & Zucker pour désigner les points (voxels) d'une image volumique (IRM) appartenant à la surface d'un objet [SZ90]. Il permet d'éviter toute confusion avec l'expression « image de profondeur » par laquelle nous désignerons une grille rectangulaire de profondeur.

Le traitement des nuages de points non organisés implique l'absence de direction privilégiée dans la description d'un objet. Dans ce qui suit, nous supposons seulement que les données traitées correspondent à un sur-échantillonnage de l'objet numérisé. Il est ainsi possible de dégager les attributs physiques de l'objet, malgré la présence éventuelle de bruit. Pour cela, le traitement des données engage l'exploitation d'une certaine redondance afin d'extraire une information géométrique fiable. Dans les figures 1.6, 1.7 et 1.8, nous présentons les ensembles de points traités, rassemblant aussi bien des ensembles de points non organisés que des images de profondeur.

D'autres travaux avec des données d'entrée similaires ont été développés, de manière à structurer une scène en plans et α-formes [LSGC99]. On trouve également de nombreuses investigations dans le domaine de la triangulation des ensembles de points non organisés, en utilisant les surfaces implicites [HDD$^+$92] ou en s'appuyant sur la théorie des graphes [MEN].



(a) (b)

FIG. 1.6 – *Nuage de points 3-D « pyramide » : Il s'agit d'un ensemble non organisé et synthétique de 10000 points, aux coordonnées desquels on a ajouté un bruit gaussien.*

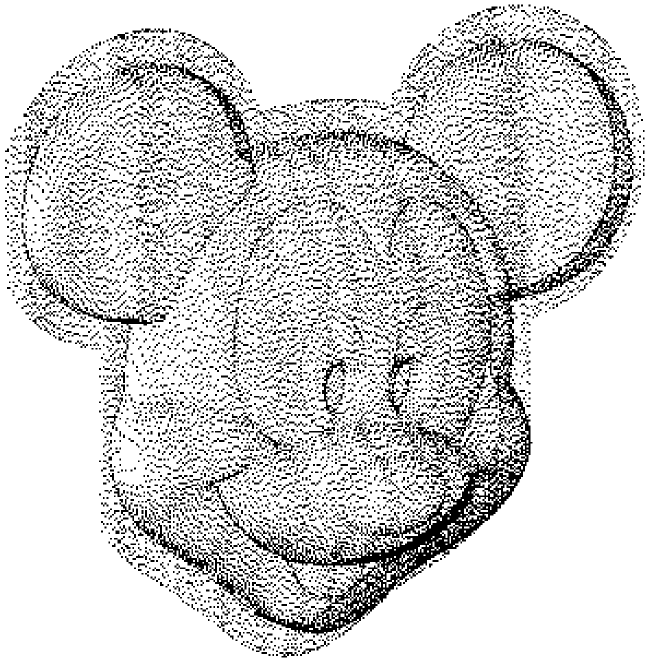


FIG. 1.7 – *Nuage de points 3-D « masque » : Ensemble non organisé de 53330 points saisis à la surface d'un objet réel (Matradatavision) ; comme on peut le constater, la densité de répartition des points est variable.*

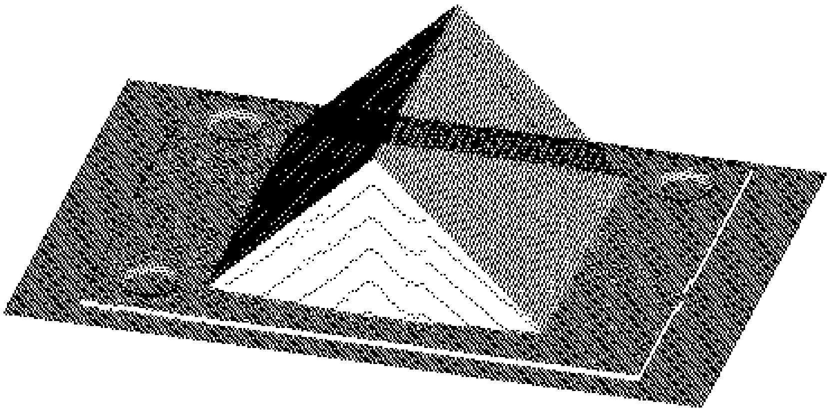


FIG. 1.8 – *Nuage de points 3-D « pièce métal » : Ensemble de 38750 points saisis à la surface d'un objet réel (Technodigit) (image de profondeur non exploitée comme telle)*

2 Quelques modèles 3-D existants

La description sommaire d'un objet par un ensemble de points traces n'est pas très pratique dans sa forme initiale. Le choix d'une représentation de plus haut niveau est souvent nécessaire, pour pouvoir passer des données d'entrée à la maquette virtuelle d'un objet. Le choix d'une représentation dépend étroitement du type de tâches à effectuer en aval (visualisation, simulation, déformations, calcul mécanique, reconnaissance de forme...), mais aussi de la nature de l'objet traité. Dans de nombreux cas, la représentation choisie sert de support au modèle géométrique de l'objet.

Dans ce chapitre, nous présentons les principales représentations qui ont été développées pour modéliser les objets 3-D dans le domaine de la C.A.O. Nous évoquons les particularités et les avantages de chacune, en soulignant que le problème de la modélisation d'un objet reste ouvert : aucune représentation ne permet la description, la manipulation et la mise en correspondance de tous les types d'objets.

A la fin de cette thèse, nous évoquons la possibilité d'un nouveau type de représentation qui s'appuit sur deux arbres aux comportements géométriques duaux. Cette représentation peut se révéler utile pour des tâches de mise en correspondance, mais aussi pour construire l'enveloppe surfacique d'un objet en utilisant des approches basées sur une certaine notion de squelette.

2.1 Représentations volumiques

2.1.1 Décomposition de l'espace en fonction de l'objet

Dans ces modèles, l'espace où est situé l'objet est subdivisé en un ensemble de solides qui ne s'intersectent pas. Ces solides correspondent à des primitives qui ne partagent pas forcément de similitudes avec l'objet traité.

2.1.1.1 Enumération spatiale

Ce modèle de l'occupation spatiale d'un objet est aussi appelé modèle « voxel ». Pour cela, l'espace est subdivisé en cubes élémentaires (voxels) de taille fixe, désignés par les coordonnées de leur centroïde [CAM92]. Un objet est alors représenté par l'ensemble des cellules élémentaires dont il occupe (partiellement ou non) l'espace (voir fig. 2.1). Il s'agit d'une représentation non ambiguë et unique, avec laquelle on accède facilement aux caractéristiques volumiques de l'objet. Cependant, il s'agit d'une approximation plus ou moins grossière qui n'est guère adaptée pour suivre les déplacements d'un objet mobile (invariance par translation, mais pas par rotation). D'autre part, il s'agit d'une représentation locale qui occupe une place mémoire importante.

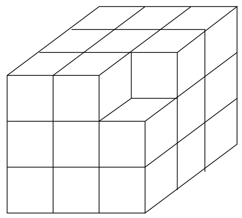


FIG. 2.1 – *Objet 3-D et représentation par énumération spatiale*

2.1.1.2 Décomposition en tétraèdres

Etant donné un objet à la surface duquel est échantillonné un ensemble de points, une décomposition possible de cet objet consiste à le subdiviser en tétraèdres pouvant partager des points et/ou des arêtes communes [SP91]. Dans les méthodes que propose Boissonnat [BOI84], ces tétraèdres s'appuyent sur les points représentant la surface de l'objet. La décomposition obtenue est minimale, au sens qu'elle présente un nombre minimal d'arêtes.

Une étape complémentaire d'analyse peut permettre de distinguer les faces extérieures des simplexes de celles qui sont contenues à l'intérieur de l'objet. On obtient ainsi une triangulation de la surface de l'objet.

2.1.1.3 Arbres octaux

L'« octree » est une variante hiérarchique du modèle voxel, qui permet d'économiser de la place mémoire par rapport à une représentation par énumération spatiale. Un « octree » est un arbre octal hiérarchique qui résulte de la décomposition récursive en huit octants du cube englobant l'objet (voir fig. 2.2). Les octants sont classifiés en trois catégories, suivant que l'octant est à l'intérieur de l'objet, à l'extérieur de l'objet ou qu'il le rencontre partiellement [CAM92]. Un octant est divisé en huit si il ne fait pas partie des deux premières catégories. Ce procédé est itéré jusqu'à ce que tous les octants « feuilles » soient homogènes ou aient atteint une taille limite (résolution) au-dessous de laquelle la subdivision n'est plus possible. La structure résultante est un arbre et les octants feuilles offrent une décomposition de l'espace à l'intérieur et autour de l'objet. Afin de réduire encore l'espace de stockage, il est avantageux de ne stocker que les nœuds qui correspondent à des cellules intersectant l'objet.

L'avantage de l'« octree » est qu'il se prête bien à des représentations multi-résolutions. Pour ce type de représentation, il est préférable de considérer les nœuds dans un ordre « largeur d'abord ». Les cellules les plus grandes sont accédées en premier, puis on obtient

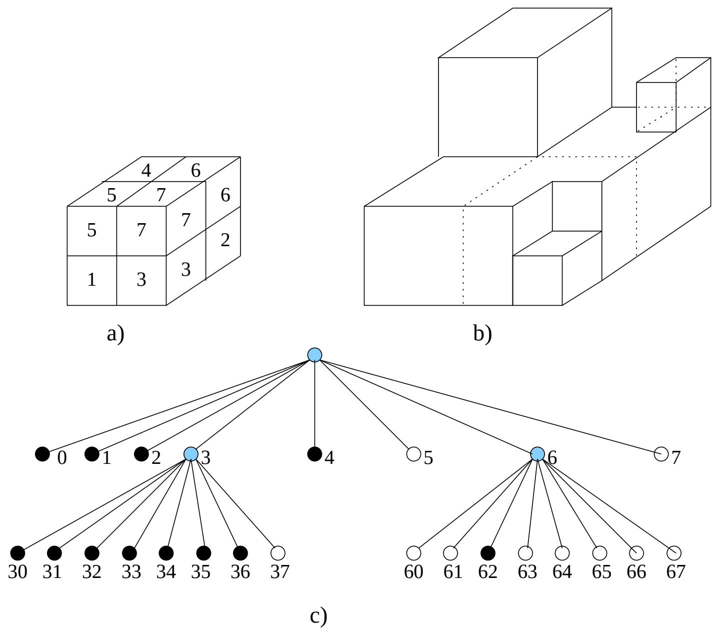


FIG. 2.2 – *Objet 3-D et représentation de type octree : a) étiquetage associé à la décomposition, b) objet 3-D, c) représentation de l'objet.*

progressivement plus de détails. L'« octree » constitue une représentation adaptée pour les opérations logiques d'union et d'intersection de deux objets. Il permet la modélisation d'objets possédant des trous ainsi que le calcul des propriétés de volume à différents niveaux de précision. Les « octrees » peuvent également être utiles afin d'établir la localisation d'un point ou d'un bloc dans l'espace. Nous utilisons ce mécanisme de subdivision récursive pour établir le voisinage d'un point dans un ensemble (voir II.1). Les « octrees » sont aussi employés en synthèse d'image dans certains algorithmes de lancer de rayons(*ray tracing*).

Parmi les limitations de l'« octree » figure l'importance du volume de données généré. Les opérations de transformations géométriques sont difficiles à effectuer et nécessitent une reconstruction totale de l'arbre. Tout comme l'énumération spatiale, l'« octree » est une approximation d'un objet : seules des propriétés approchées peuvent être calculées et certains détails peuvent être perdus. Enfin, avec le modèle « octree », la surface de l'objet se ramène à un ensemble de facettes carrées qui se situent à l'interface entre des cellules vides ou pleines. Il s'agit donc d'une approximation de la surface de l'objet par des polygones carrés, parallèles aux cotés de l'espace de subdivision. Une telle représentation surfacique n'est pas toujours satisfaisante.

2.1.2 Familles de primitives solides : « Primitive Instancing »

Avec ce modèle, le concepteur dispose d'un ensemble de primitives de base, aux familles desquelles doivent se ramener les objets traités. Son utilité se limite donc à la modélisation des formes 3-D de base qui sont pertinentes pour l'application souhaitée (monde clos) [CAM92].

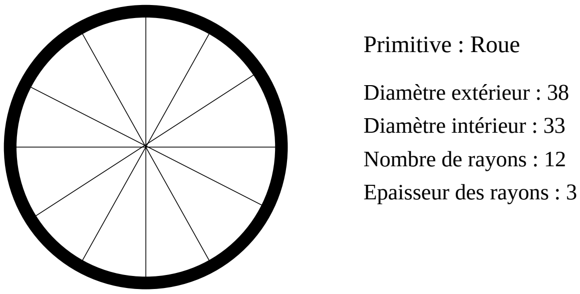


FIG. 2.3 – *Une roue définie par « Primitive Instancing »*

Dans le modèle « Primitive Instancing », chaque objet est défini comme une instance particulière d'un objet générique (voir fig. 2.3). Les instances d'une même famille se distinguent sur le plan quantitatif. Chaque objet est caractérisé par le nom de la famille à laquelle il appartient et par l'ensemble des paramètres qui spécifient ses dimensions.

Il s'agit d'un modèle concis, non-ambiguë, qui se révèle utile en présence d'un petit nombre de familles d'objets (facilement paramétrables).

2.1.3 Composition arborescente de solides : « Constructive Solid Geometry »

Le modèle CSG s'appuie lui aussi sur des primitives solides, mais il offre également la possibilité d'en combiner les instances (à la différence du modèle précédent). Il s'agit d'un des principaux modèles utilisés en CAO, particulièrement pour concevoir et représenter des pièces mécaniques [CAM92]. Comme son nom l'indique, le modèle « Constructive Solid Geometry » est un modèle constructif. Un objet 3-D est construit en assemblant, par union, intersection ou différence, des formes élémentaires telles que des sphères, des cylindres ou des parallélépipèdes dont on paramétrise les dimensions. Les formes élémentaires peuvent également être modifiées en utilisant des transformations géométriques comme la translation, la rotation ou l'homothétie. En fait, les opérateurs logiques utilisés par CSG sont des opérateurs régularisés ($\cup^*, \cap^*$) de manière à garantir le caractère volumique des objets construits à partir d'autres objets (pas de face ou d'arête pendante).

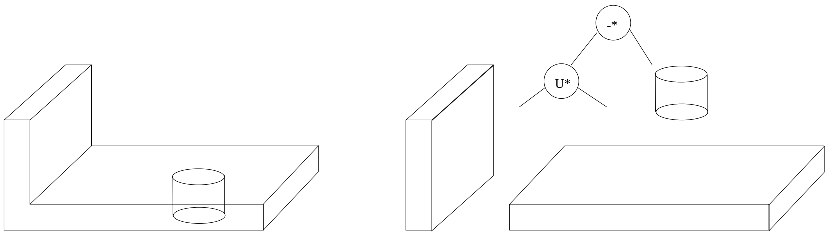


FIG. 2.4 – *Objet 3-D et représentation CSG*

La représentation CSG d'un objet peut être décrite sous forme d'un arbre binaire où les nœuds non terminaux représentent des opérations (de construction ou de transformation) et les nœuds terminaux des primitives. Chaque objet primitive est à son tour décrit par des paramètres comme sa longueur, sa largeur, sa hauteur ou encore sa position relative.

Le modèle CSG étant constructif, il est plutôt adapté à la modélisation d'objets géométriques conçus par l'homme (pièce de plomberie, bâtiment), qu'à la modélisation d'objets existants dans la nature. D'autre part, la décomposition de la forme d'un objet en formes élémentaires n'est pas toujours automatique et l'arbre CSG peut devenir très profond dans le cas d'objets complexes. Le modèle CSG n'est pas très adapté aux algorithmes de visualisation mais il permet d'accéder facilement aux propriétés de volume.

Le principal avantage du modèle CSG est qu'il permet la définition d'une grammaire de description d'un objet. Il s'agit d'un modèle adapté pour représenter les objets d'une manière non ambiguë, mais malheureusement non unique. Possédant le modèle CSG d'un objet, il est alors facile de reconstruire ce dernier, mais il est difficile de le comparer avec d'autres objets. En effet, il peut exister plusieurs décompositions différentes d'un même objet à partir d'un même ensemble de primitives de base. La représentation CSG suffit pour couvrir la plupart des objets représentés en CAO. Malheureusement, elle ne peut pas permettre de décrire tous les objets de forme libre sans entraîner une explosion du nombre de primitives nécessaires.

2.2 Représentations surfaciques

Cette seconde catégorie regroupe les représentations surfaciques, c'est à dire celles décrivant les objets à l'aide de la surface les bornant. Un objet est alors décrit par ses frontières.

2.2.1 Modèle filaire « Wireframe »

Les systèmes filaires permettent de représenter les objets grâce à des ensembles d'arêtes et de sommets. Ces systèmes ont été étendus à des segments de courbes 3-D dans les années 1970 [CAM92].

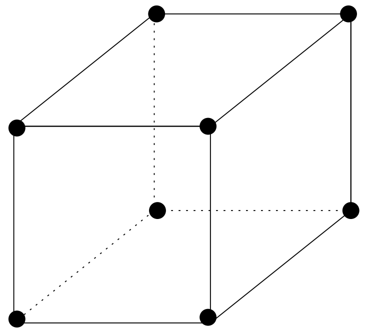


FIG. 2.5 – *Objet 3-D et représentation filaire*

Pour un objet donné, les segments et les morceaux de courbes utilisés représentent les cotés de la pièce traitée (voir fig. 2.5). Ce modèle est notamment adapté pour modéliser les assemblages de poutrelles (après idéalisation), mais il souffre de certaines limites quand il s'agit de représenter un solide. Tout d'abord, il s'agit d'une représentation ambiguë et incomplète, puisqu'une représentation filaire peut correspondre à différents objets. Ensuite, il s'agit d'une représentation qui peut être non valide dans la mesure où elle tolère des objets qui n'ont pas de sens. Cette dernière propriété vient du fait que la représentation filaire ne prend pas en compte la notion de face.

2.2.2 Triangulation

La triangulation permet de représenter la surface d'un objet par un assemblage de facettes triangulaires. Ce type de représentation a été évoqué en même temps que la décomposition d'un objet en tétraèdres. En effet, il peut être utile de passer par une décomposition volumique, de manière à obtenir une orientation cohérente de l'ensemble des facettes qui en composent l'enveloppe surfacique. Sans l'orientation des facettes, la triangulation d'un objet peut se révéler ambiguë, au même titre qu'une représentation filaire. Le passage initial par une représentation volumique peut également permettre d'éviter l'émergence d'arêtes et/ou de faces pendantes.

La triangulation fait l'objet de nombreux travaux [O'R94], parmi lesquels on peut mentionner ceux de Mencl [MEN] qui utilise l'optimalité métrique d'un arbre couvrant minimum pour aboutir à la triangulation des ensembles de points 3-D saisis à la surface d'un objet. A notre connaissance, la plupart des méthodes de triangulation existantes ne sont valables que dans le cas où les volumes de données n'excèdent pas un certain seuil. De nombreux travaux concernent également la réduction de maillage, qui consiste à remanier la triangulation d'une surface en une triangulation plus réduite ne soulignant que certaines caractéristiques essentielles de l'objet [HDD+93]. La triangulation est une représentation qui facilite les techniques de rendu. Cette représentation est aussi utilisée pour effectuer des calculs de déformation sur des objets de formes libres comme les formes anatomiques [AYA].

2.2.3 Représentation par frontière « B-rep »

La représentation par frontière d'un objet est plus complète que celle correspondant à un modèle filaire. Dans cette représentation, un objet est décrit à l'aide de ses arêtes et de ses sommets ; il y a aussi la notion de face, ainsi que les relations topologiques entre ces différents éléments (voir fig. 2.6). Plus précisément, les frontières d'un solide sont représentées comme des unions de faces, où chaque face est elle-même représentée par ses frontières, c'est à dire par les arêtes et les sommets la bornant. Les primitives de ce modèle sont donc les faces, les arêtes et les sommets [CAM92].

Il s'agit d'une représentation surfacique qui est adaptée pour la description des objets polyédriques, c'est à dire les objets qui sont composés de faces planes, d'arêtes rectilignes et de sommets. Dans cette représentation, un objet est décrit par un arbre dont la profondeur est constante quelle que soit la complexité de l'objet. Un solide plus complexe conduit à un plus grand nombre de nœuds sans accroître la profondeur de l'arbre.

La racine de l'arbre correspond à l'objet, il y a ensuite le niveau correspondant à ses différentes faces, puis celui des côtés limitant les faces, puis celui contenant les sommets bornant les côtés, et enfin le niveau stockant l'information métrique, c'est à dire les coordonnées (x, y, z) pour chaque sommet.

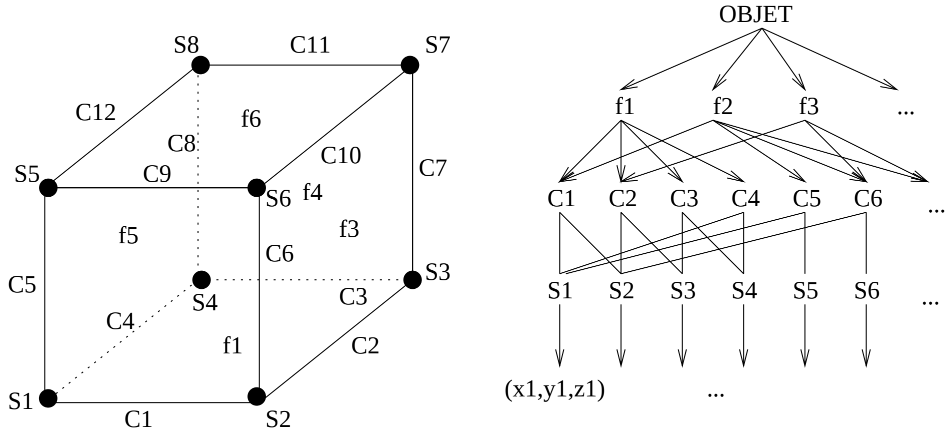


FIG. 2.6 – *Objet 3-D et représentation « B-rep »*

Une représentation « B-rep » n'est jamais ambiguë, mais sa validité ne peut être garantie. Cette fragilité du modèle s'explique par le fait qu'un ensemble de facettes ne forme pas toujours un volume. Par ailleurs, la représentation « B-rep » d'un objet est non unique du fait de la non-unicité de la décomposition de cet objet en faces. On observe également que cette représentation n'est pas très adaptée pour la réalisation d'opérations ensemblistes. En pratique, le modèle « B-rep » est largement utilisé, notamment pour les algorithmes de visualisation, mais aussi pour certaines opérations de déformation qui sont appliquées aux sommets des faces.

2.2.4 Modèles topologiques

Avec l'avènement des modèles topologiques, il est désormais possible de garantir la validité d'une représentation par frontière d'un objet, à chaque étape de sa conception. Pour cela, les outils de base permettant l'instantiation des différentes primitives (faces, côtés, arêtes) sont soumis à un ensemble de contraintes dites topologiques [CAM92]. Dans une représentation valide, chaque arête unit deux faces et deux seulement. Pour chaque face, le nombre de sommets correspond au nombre d'arêtes. Enfin, les faces ne s'intersectent pas et doivent définir une surface orientable[1]. Un objet valide est donc un objet vérifiant la formule d'Euler

1. Pour cela, on définit une orientation de chaque face, et les orientations des faces doivent être cohérentes de part et d'autre d'une arête commune. Plus précisément, l'orientation d'une face définit un sens de parcours direct des arêtes qui la bordent. Deux faces adjacentes d'une représentation valide doivent alors induire un sens de parcours différent sur une arête commune.

qui établit une contrainte entre le nombre de sommets, de bords et de faces.

- Forme simple pour un polyèdre sans trous, ni concavités :

$$v - e + f = 2$$
v : nombre de sommets
e : nombre d'arêtes
f : nombre de faces

- Forme généralisée :

$$v - e + f = 2(s - r) + h$$
s : nombre de parties indépendantes composant l'objet
r : nombre de trous à travers le solide
h : nombre total de trous sur les faces (anneaux)

La construction topologique d'une représentation surfacique permet de générer la frontière d'un objet valide pas à pas, avec des opérations qui préservent la relation d'Euler. Ainsi, la création/destruction de nouvelles primitives d'un type donné s'accompagne de la création/destruction d'autres primitives qui préservent la validité de la représentation construite. Les modèles topologiques les plus connus sont les modèles côtés ailés (*winged-edge*), les cartes généralisées [STBV96], les graphes d'adjacence de face et leurs dérivés.

2.2.5 Modèles de courbes et de surfaces

Les surfaces dites démoulables peuvent être décrites à l'aide d'une représentation paramétrique [FAR90]. En CAO, la paramétrisation d'une surface est généralement réalisée à partir de méthodes d'interpolation et de lissage qui permettent de définir des formes sculptées comme la carrosserie d'une voiture ou le flacon d'un parfum. Les modèles les plus couramment utilisés sont ceux des courbes et surfaces splines, B-splines, Bézier, NURBS[2] et Coons [LEO91, CAM92].

Le terme anglais « spline » désigne un outil très simple du dessinateur : une latte qui se déforme facilement pour permettre de dessiner des courbes élégantes et mécaniquement optimales. Les travaux menés par Pierre Bézier chez Renault, Paul de Casteljau chez Citroën et Steve Coons au MIT ont permis de remplacer les techniques traditionnelles de modélisation d'objets comprenant de multiples courbures, par des techniques mathématiques qui se rapprochent de celles du dessinateur et de sa latte. Ces techniques permettent de définir des courbes et des surfaces qui sont représentables informatiquement par des fonctions polynomiales (ou rationnelles) à coefficients vectoriels.

Les courbes splines regroupent les courbes composées de plusieurs segments polynomiaux (ou rationnels) qui se raccordent au mieux (propriété de régularité). Les intervalles qui définissent la partition de ces courbes sont bornés par des valeurs appelées nœuds. Quand les splines correspondent à des sommes pondérées de fonctions polynomiales de base, on parle de

2. Non Uniform Rational B-spline

B-spline. La forme de ces fonctions de base est influencée par le choix des nœuds. Les courbes B-splines sont ensuite entièrement définies par un ensemble de points dits points de contrôle et par le degré désiré pour la courbe (construction par l'algorithme de Boor).

Parmi les B-splines, les courbes de Bézier s'appuient plus spécifiquement sur les polynômes de Bernstein et correspondent à certaines contraintes sur le choix des nœuds. Les propriétés des polynômes de Bernstein permettent de bâtir les points d'une courbe de Bézier de manière récursive, à l'aide de l'algorithme de Casteljau. En effet, chaque point d'une courbe de Bézier correspond à une combinaison de l'ensemble des points de contrôle. Ces points de contrôle définissent un polygone à l'intérieur duquel doit reposer la courbe.

Enfin, les NURBS [PT95] regroupent les courbes de Bézier rationnelles et les courbes B-splines non uniformes rationnelles. Ce sont des généralisations des courbes de Bézier et B-splines classiques, qui s'obtiennent par projection de ces dernières sur un hyperplan (apparition de quotient). Cette catégorie de courbes est très utilisée, car elle possède une forme mathématique adaptée pour la représentation précise de formes analytiques standards, mais aussi de formes libres.

Disposant d'un modèle pour les courbes, un morceau de surface peut alors être défini par produit tensoriel de deux courbes ou par un carreau de Coons délimité par quatre courbes frontières. On trouve également les carreaux de Gregory-Bézier qui sont définis à partir d'un espace de paramétrage triangulaire [SCH].

Les modèles de courbes et de surfaces correspondant à des B-splines, Bézier ou NURBS sont aussi appelés « formes à pôles ». Avec ce type de modèle, le problème de la conception des courbes et des surfaces se ramène au problème de la détermination d'un ensemble de facteurs minimisant une erreur d'interpolation ou une énergie de déformation. Cette optimisation correspond généralement à la résolution d'un système linéaire.

Quand la surface à modéliser est une surface fermée et qu'elle n'est pas étoilée par rapport à un point, il n'est plus possible de trouver une représentation paramétrique de cette surface dans sa totalité. Il est alors possible de diviser la surface en un ensemble de « patches » qu'il convient ensuite de raccorder [PER92].

Une autre possibilité consiste à modéliser la surface d'un objet avec des équations implicites. On parle alors de surfaces implicites [WPW86]. En particulier, les « blobs » permettent de générer des équations implicites sous forme d'isopotentielles. Pour cela, on considère l'ensemble des fonctions de trois variables qui définissent un champ de potentiel non uniforme dans tout ou partie de l'espace. On s'intéresse ensuite aux isosurfaces de ces différentes fonctions. En général, il suffit de sélectionner quelques fonctions de base dont les isopotentielles définissent des primitives simples. Il est ensuite possible de combiner ces fonctions selon des opérations élémentaires. On obtient ainsi de nouvelles formes aux propriétés particulières. Parmi les fonctions potentielles de base, certaines sont définies à partir d'un squelette et permettent la modélisation de formes variées comme les formes anatomiques.

Parmi les surfaces implicites, les plus populaires sont les superquadriques qui sont notamment utilisées pour les problèmes de reconstruction [MUR91, LF96]. Les fonctions implicites sont également utilisées en synthèse d'image pour les problèmes de métamorphose.

L'utilisation de surfaces implicites nécessite des algorithmes spécifiques pour localiser la surface afin de pouvoir la manipuler ou de la visualiser.

2.3 Graphes d'aspect

La principale aptitude des systèmes de vision réside dans leur capacité à analyser les données fournies par différents types de capteurs, de manière à construire une description géométrique de la forme d'un objet. Une autre aptitude de ces systèmes consite à permettre la reconnaissance d'un objet à partir d'un ensemble de données qui peut être très partiel. Le processus de reconnaissance s'opère grâce à l'extraction de caractéristiques intrinsèques des données d'entrée et à leur comparaison avec les caractéristiques d'objets pour lesquels nous disposons d'un modèle. Par conséquent, nous sommes confrontés au problème de la robustesse et de l'unicité de la représentation symbolique choisie pour modéliser les objets à reconnaître.

L'ensemble des représentations géométriques présentées plus haut correspondent à des descriptions 3-D centrées sur l'objet. Un autre type de description est apparu, basé sur la projection de l'objet et de son aspect, après observation que la vision humaine ne perçoit pas directement la géométrie 3-D d'un objet. En effet, les objets nous apparaissent, par projection, à travers des vues 2-D et il n'est pas nécessaire de connaître toute la géométrie d'un objet pour le reconnaître.

Dans cette optique, les graphes d'aspect correspondent à une volonté de mettre en place un modèle centré sur l'observateur [BCBV97, CBBV97]. Nous savons qu'un objet présente une infinité d'apparences possibles suivant la position de l'observateur par rapport à l'objet. Chacune de ces apparences se compose d'une information topologique doublée d'une information métrique. Après extraction des contours (« Line drawing »), l'information topologique peut être décrite à l'aide d'un graphe appelé ISG[3]. Ce graphe associe un nœud à chaque jonction de contours et un arc à chaque contour joignant deux jonctions [GM90] (voir figure 2.7). D'autre part, il existe une classification des différents types de jonctions, ce qui permet d'étiqueter les nœuds de l'ISG en fonction de leur nature[4].

Disposant d'une description qualitative des apparences d'un objet, le graphe d'aspect prend en compte tous ses aspects 2-D en regroupant ces apparences dans des classes d'équivalence topologique [KD76]. Ainsi, les graphes d'aspect rassemblent toute l'information qualitative de la surface d'un objet à travers la représentation de tous ses aspects possibles (nœuds) et à travers tous les événements visuels qui permettent de passer d'un aspect à un autre (arêtes). La figure 2.8 présente le graphe d'aspect d'un tétraèdre.

Les graphes d'aspect comportent un intérêt théorique certain mais ne sont pas vraiment utilisés en pratique [FMA+91]. Avec la complexité des objets étudiés, on assiste rapidement à une explosion du nombre d'aspects. D'autre part, l'obtention des graphes d'aspect soulève d'importants problèmes de complexité. L'obtention de ce type de graphe se conçoit bien dans le cas où l'objet étudié possède une description polyhédrique [JK91, PD86, PD90, GM90], mais aussi dans certains cas où nous disposons d'une description implicite ou explicite de

3. Image Structure Graph
4. A : « Arrow », T : « T-junction », L : « L-junction ».

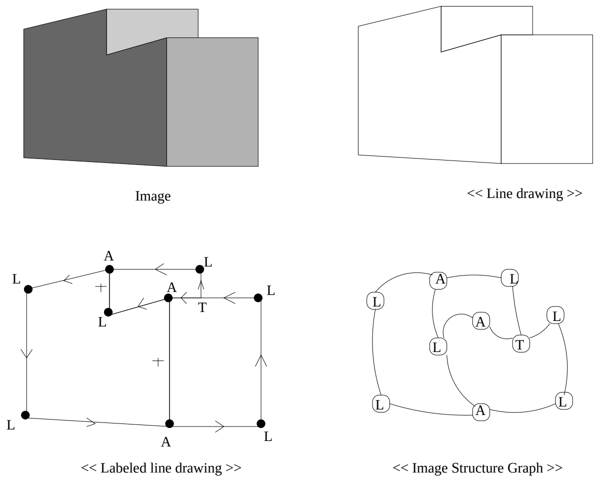


FIG. 2.7 – *Représentation de l'information topologique d'une image par un ISG (tiré de [JK91]). Les jonctions sont étiquetées (A : « Arrow », T : « T-junction », L : « L-junction ») ainsi que les contours (+ : convexe, − : concave, > occlusion)*

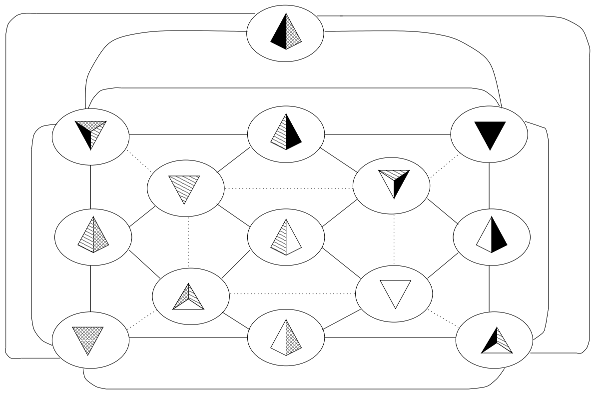


FIG. 2.8 – *Graphe d'aspect d'un tétraèdre (tiré de [SB88])*

la surface [KD79, RIE90, CF91, RE93, PK90, TR89, PET92], c'est à dire dans certains cas où nous disposons déjà d'un modèle géométrique de la surface. En revanche, l'inférence du graphe d'aspect est difficile à concevoir dans les cas où l'information en entrée est discrète voire partielle. Il existe également des méthodes de construction approchée des graphes d'aspect [FD84, KD87, HK85]. Ces méthodes nécessitent la segmentation de nombreuses vues 2-D de l'objet sans apporter l'assurance que ce nombre de vues est suffisant.

Nous pensons que la recherche de nouvelles représentations doit se poursuivre en s'inspirant de la volonté de description intrinsèque mise en place avec les graphes d'aspect. Nous pensons également que le caractère discret des données d'entrée doit être pris en compte pour l'élaboration de modèles utilisables par les systèmes de vision artificielle. Cette considération n'est pas restrictive et n'est pas incompatible avec le traitement de données analogiques.

Le passage des données d'entrée à un modèle virtuel est une opération difficile qui revient à dégager une interprétation de ces données d'entrée. Dans le domaine de la vision artificielle, l'obtention du modèle d'un objet est rarement entièrement automatique. L'étape d'analyse de l'objet ou des vues de l'objet correspond à un problème de classification appelé segmentation. Etant donné un ensemble de points ou de pixels, ce problème de la segmentation consiste à les regrouper en régions homogènes de taille maximale. Le problème de la segmentation en analyse d'image fait l'objet du chapitre suivant.

3 Le recours aux méthodes de segmentation

3.1 Origines et définition

La segmentation est un domaine très complexe qui a initialement été développé pour le traitement des images de niveau de gris. Le but consiste à distinguer les différentes parties qui se présentent dans une image numérique, à partir de leurs frontières avec les autres parties et avec le fond. Ces parties doivent correspondre à des entités, au sens physique et sémantique de l'application pour laquelle est réalisée l'analyse. Par exemple, de nombreuses applications nécessitent de regrouper les pixels d'une image en régions connexes, de telle sorte que les valeurs d'intensité des pixels appartenant à une même région soient proches d'une valeur moyenne caractérisant la région (cas des images non texturées). On dit que la région est globalement homogène. Pour traiter ce problème, on cherche, parmi tous les découpages possibles, celui qui minimise le nombre total de régions et/ou qui maximise une fonction de qualité [MON87]. Il s'agit donc d'un problème combinatoire.

De nombreuses techniques de segmentation sont apparues, avec des méthodes de seuillage basées sur l'histogramme des valeurs d'intensité lumineuse [PP93], mais aussi avec des méthodes beaucoup plus évoluées prenant en compte les propriétés géométrique de l'image.

Avec le développement de nouveaux capteurs, il s'est avéré que le problème de la segmentation s'étend au delà des seules applications aux images d'intensité lumineuse [BJ88]. Le même principe peut s'appliquer à d'autres types de données, avec des interprétations différentes de la notion d'homogénéité globale d'une région.

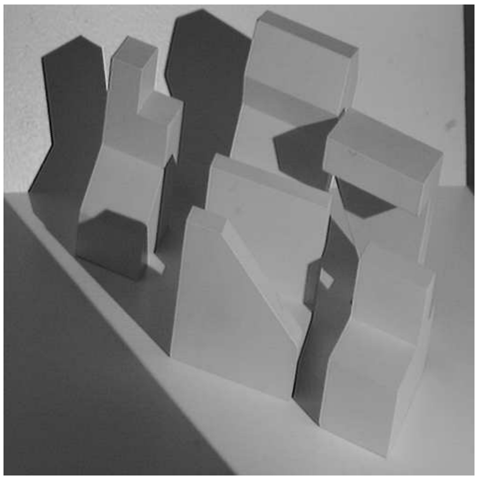
En pratique, la notion d'homogénéité se vérifie à l'aide d'un prédicat d'uniformité $Pred$ défini sur l'ensemble des parties d'une image de support I. On peut alors donner la définition formelle suivante de la segmentation.

3.1.1 Définition

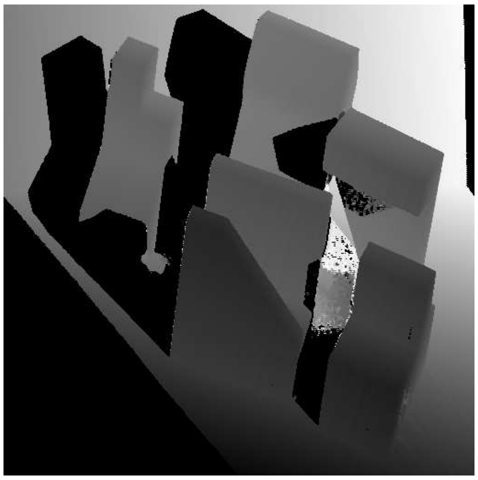
Etant donnée une image de support I, la segmentation de I au sens du prédicat $Pred$, correspond à la partition de I en sous-ensembles R_s, $s = 1, .., n_r$ telle que [HJBJ+96] :

1. $I = \bigcup_{s=1,n_r} R_s$
2. $\forall s \in \{1..n_r\} \quad Pred(R_s) = vrai$
3. $\forall (s,t) \in \{1..n_r\} \times \{1..n_r\}, s \neq t \quad R_s \bigcap R_t = \emptyset$
4. $\forall s \in \{1..n_r\}$ R_s est connexe,
5. $\forall (s,t) \in \{1..n_r\} \times \{1..n_r\}, s \neq t$ et (R_s, R_t) adjacentes $\quad Pred(R_s \bigcup R_t) = faux$

3.1.2 Choix de la notion d'homogénéité et choix d'un algorithme



(a) Image d'intensité



(b) Image de profondeur

FIG. 3.1 – *Numérisation d'une scène par le biais d'une information d'intensité ou de profondeur : Nécessité d'approches différentes pour une interprétation géométrique similaire (images disponibles sur le site de l'université de South Florida).*

Dans la figure 3.1, nous montrons une image d'intensité et une image de profondeur correspondant à la représentation d'une même scène polyédrique. Au niveau visuel, on observe que l'on perd notre sensibilité à la présence de certaines arêtes, face à une image de profondeur. Pour chacune de ces deux images, nous considérons le problème de la segmentation des pixels en parties reflétant la composition géométrique de la scène. Il est clair que les stratégies adoptées dans les deux cas ne peuvent s'appuyer sur des prédicats d'uniformité similaires. Dans le premier cas, les régions peuvent être caractérisées par une stabilité de la valeur d'intensité. Dans le second, elles correspondent à un gradient constant (régions planes) et à l'absence de discontinuité de l'information de profondeur.

De manière générale, le problème de la segmentation correspond à une interprétation de l'image dans laquelle la notion de forme est directement induite par le choix du critère d'homogénéité (prédicat d'uniformité). En ce qui nous concerne, nous voulons trouver les différents critères qui permettent de subdiviser la surface d'un objet (représentée par un ensemble de points traces) en parties connexes décrivant la forme de cet objet. Malheureusement, les algorithmes de segmentation développés pour une classe d'images et/ou pour un critère d'homogénéité donné, ne s'étendent pas forcément à d'autres types d'images ni à d'autres critères d'homogénéité. En fait, il arrive que le principe de ces algorithmes soit intimement lié au modèle de formation des images qu'ils permettent de traiter. En dépit de la formulation simple donnée plus haut, la segmentation s'avère être un problème à la résolution complexe puisqu'il correspond à la traduction formelle de notions visuelles assez délicates comme l'homogénéité et la dissimilarité.

3.1.3 Choix de la connexité

A coté de ces difficultés conceptuelles, la segmentation est également liée à la notion de voisinage définissant les régions connexes. Avant de procéder à la segmentation d'un ensemble de points ou de pixels, il est indispensable de définir une topologie sur cet ensemble. Dans le cas des ensembles structurés en grille, on utilise généralement la 4 ou 8-connexité (voir figure 3.2). En revanche, si l'ensemble est non organisé, la définition d'une relation de voisinage reste à déterminer. Dans la partie II.1, nous proposons une méthode pour déterminer les voisins d'un point au sein d'un ensemble non organisé. Ici, nous pouvons donc considérer les ensembles de points ou de pixels préalablement munis d'une topologie (relation de voisinage) et nous présentons les approches existantes de la segmentation.

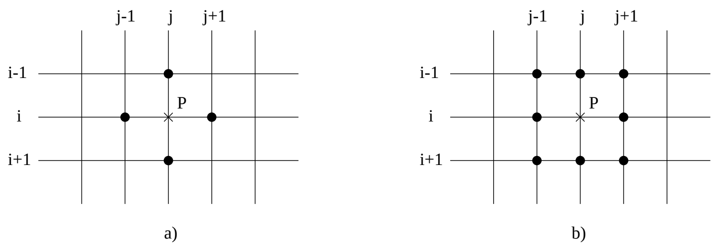


FIG. 3.2 – *Choix d'une topologie sur les ensembles de points structurés en grille : 4 ou 8 connexité*

3.2 Techniques de segmentation existantes

En pratique, le processus de segmentation se ramène à un processus d'étiquetage des points, au sens où les points appartenant à une même région reçoivent la même étiquette.

- $\mathcal{L}$: ensemble des étiquettes correspondant aux régions. Le nombre des étiquettes est inconnu *a priori*. Cependant, on a l'inégalité $card(\mathcal{L}) \leq card(\mathcal{P})$.

– l : fonction d'étiquetage.

$$\begin{array}{rccc} l: & \mathcal{P} & \longrightarrow & \mathcal{L} \\ & P_s & \longmapsto & l(P_s) \end{array}$$

Pendant la segmentation, les contraintes locales à satisfaire consistent à attribuer des étiquettes différentes à deux points (ou pixels) voisins quand ils sont séparés par une non-homogénéité de la surface (ou de l'image). Cependant, la segmentation n'est pas un problème simple à résoudre techniquement car il n'y a pas toujours de frontière naturelle pour souligner la nécessité d'un changement de région, soit qu'il n'y ait pas d'irrégularité franchement marquée le long de cette zone, soit qu'elle n'ait pas été détectée, à cause du bruit. Ainsi, le principal obstacle rencontré par les techniques de segmentation consiste à regrouper les points en régions tout en évitant le contournement puis l'inclusion progressive d'un bord au sein d'une même région. C'est ce qui risque de se produire dans la zone marquée d'une flèche, au sein de l'ensemble de points présenté figure 3.3.

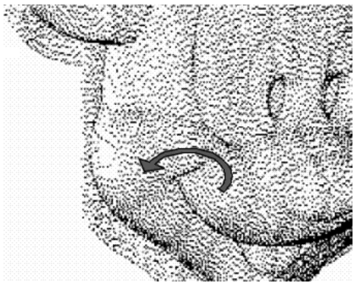


FIG. 3.3 – « *masque* » *Risque de contournement.*

Les techniques de segmentation sont généralement réparties en plusieurs classes suivant la manière dont elles abordent ce problème. Ces techniques ont principalement été développées dans le cadre du traitement des données structurées en grille. On distingue généralement les approches par fermeture de contour, par extraction de régions homogènes ou par combinaison de ces deux approches qui sont duales l'une de l'autre.

Après présentation de chacune de ces techniques, nous mettons ensuite l'accent sur les méthodes conduisant à une auto-organisation locale des points en régions. Ces approches correspondent à la définition de contraintes locales de renforcement ou de rejet entre les étiquettes de points voisins, mais elles tiennent également compte d'un certain contexte global.

3.2.1 Segmentation par fermeture de contours

Les approches de segmentation orientées contours procèdent par fermeture de morceaux locaux de bords préalablement détectés. Nous présentons certaines méthodes qui permettent d'interpoler ces points de contour par des modèles actifs [KWT87, CCA91] ou de les fermer à l'aide d'un processus de chainage [JK98].

Ces outils ne suffisent pas pour permettre la mise en place de traitements automatiques. Il est également nécessaire de disposer d'un critère d'homogénéité globale (prédicat d'uniformité), pour déceler qu'une région est globalement non-homogène, c'est à dire sous-segmentée, et pour la morceler en régions plus petites le cas échéant. C'est alors qu'interviennent les opérations de fermeture de contours pour découper la région le long des indices de bords qui sont responsables de sa non-homogénéité. Dans certaines applications, c'est un opérateur humain qui juge de l'homogénéité globale d'une région et qui lance le processus de fermeture des contours au sein de cette région.

3.2.1.1 Détection des morceaux locaux de bord

La plupart des méthodes de détection de contours sont des méthodes permettant de déceler des variations locales d'intensité, c'est à dire des morceaux locaux de bords de type « marche ». Un contour peut également correspondre à une variation locale d'intensité présentant un maximum ou un minimum (contour en « toit »). Ces derniers peuvent être décelés en utilisant des méthodes similaires aux précédentes, appliquées à l'image du gradient.

La manière la plus classique d'aborder le problème est de considérer que l'image numérique résulte de l'échantillonnage d'une fonction scalaire $I(x, y)$ à support borné et dérivable en tout point. Il est alors possible d'exploiter des résultats théoriques développés dans le domaine du continu.

L'objet des méthodes dites dérivatives [AYA91, CP95] est de considérer les points de contour comme les points de fort gradient ou comme les points dont la dérivée seconde est nulle. Dans ce contexte, de nombreux filtres ont été développés pour permettre le filtrage et la dérivation, par des opérations de convolution, d'un signal échantillonné. On remplace ainsi la dérivation par des calculs de différences finies. Une opération de seuillage permet ensuite de localiser les contours à une échelle plus ou moins grande dépendant du seuil choisi. La théorie du *scale space* de Witkin [WIT83] préconise de commencer à détecter les bords à grande échelle, de manière à déceler les contours importants, non entachés de bruit, mais avec une mauvaise précision. Ensuite, cette théorie propose de suivre les bords jusqu'aux petites échelles où on a une bonne localisation.

Parmi les filtres existants, on trouve des opérateurs dérivatifs du premier ordre comme ceux de Sobel et Prewitt [PRE70]. Ces filtres fournissent une estimation du gradient en calculant les dérivées partielles dans deux directions orthogonales. Ces calculs sont combinés avec une opération de lissage par détermination de moyennes locales.

L'image peut également être prétraitée au moyen d'un lissage gaussien. A l'origine de cette démarche, Marr & Hildreth [MH80] appliquent directement sur l'image l'opérateur laplacien d'une gaussienne ($\Delta g * I(x, y)$) de manière à avoir une estimation du laplacien en tout point (opérateur dérivatif du second ordre).

La plupart de ces détecteurs de bords ont été introduits de façon heuristique. Pour sa part, Canny propose une approche analytique de manière à caractériser les filtres optimaux assurant une fiabilité de la détection[1], une qualité de la localisation et une certaine robustesse vis-à-vis du bruit [CAN86]. Son travail porte sur les filtres de réponse impulsionnelle antisymétrique et il s'avère que l'opérateur dérivée d'une gaussienne offre des performances proches des filtres optimaux mis en évidence.

1. Pas de multiplicité des contours.

Deriche a repris le problème en utilisant des conditions aux limites différentes, pour caractériser les filtres optimaux de réponse impulsionnelle infinie. En pratique, ce type de filtre est implanté de manière récursive. Après avoir résolu le problème dans le cas monodimensionnel, il propose deux filtres séparables bidimensionnels qui permettent d'obtenir les composantes du gradient [DER87]. Naturellement, ces filtres ne s'appliquent que sur des données structurées en grille le long de deux directions particulières (Axes canoniques Ox et Oy).

Dans les autres cas, certaines techniques d'approximation surfacique locale permettent d'obtenir des informations similaires. Il s'agit par exemple de l'approche proposée par Haralick qui considère les images d'intensité comme des surfaces. Son idée consiste à approcher les portions de surface présentant une transition par des polynômes dont l'équation est utilisée pour obtenir l'orientation du contour. En définitive, cette approche débouche elle aussi sur la proposition d'opérateurs structurés en grille [HAR84], mais le principe de l'approximation surfacique peut se généraliser à des données non structurées [SZ90].

Les détecteurs de contours présentés dans ce chapitre correspondent à des opérateurs locaux. Ils ne prennent pas en compte d'information globale pouvant résulter d'un modèle *a priori* des contours. Une phase de post-traitement est donc nécessaire, afin d'exploiter ce type d'information de niveau supérieur et d'assurer la fermeture des contours.

3.2.1.2 Chaînage de contours

Les opérations de détection de bord présentées plus haut mettent en évidence des morceaux locaux de contours, mais pas forcément des contours fermés. Ceci est dû au fait qu'il n'y a pas que des contours fermés dans une image. D'autre part, la présence de bruit et/ou la similarité locale entre deux zones voisines peuvent masquer la présence d'un bord.

Pour obtenir des contours fermés, on utilise des algorithmes de fermeture de contours qui essayent de prolonger les bords en partant de l'*edge map*[2] ou de toute autre représentation des morceaux locaux de bord [FRE61, JB96].

Etant donnée une région R ne satisfaisant pas à un certain critère d'homogénéité globale (région sous-segmentée), Jiang et Kühni [JK98] présentent les possibilités de fermeture de contour (*contour closure*) sous forme de séquences de morceaux locaux de bords contenus dans cette région[3]. Si on suppose que les trous entre deux morceaux consécutifs sont fermés virtuellement, on peut considérer qu'une fermeture de contours assure la partition de R en deux sous-régions.

Dans le cas où la région R contient b morceaux de bords, il y a $2^b - 1$ fermetures de contours possibles. Il est donc préférable d'éviter une comparaison exhaustive de toutes ces possibilités. Pour cela, Jiang et Kühni utilisent un algorithme de génération d'hypothèses qui écarte les hypothèses partielles peu plausibles, ainsi que leurs extensions. Cet algorithme construit peu à peu des chaînes de contours régulières présentant peu de lacunes : Partant de l'extrémité d'un morceau local de bord, on cherche les morceaux qui sont proches et d'orientation similaire

2. Image binaire caractérisant la présence locale d'un bord au niveau de chaque pixel.

3. Jiang et Kühni mentionnent le cas des séquences s'appuyant sur deux points du contour extérieur, mais il faut y ajouter le cas des contours formant une boucle à l'intérieur de la région.

pour les relier à cette extrémité [FAU93]. Une fois formées, les hypothèses de fermeture de contour sont ensuite classées en fonction de leur qualité et on choisit la première qui satisfait une hypothèse donnée.

La fermeture des lacunes entre deux morceaux de contours consécutifs peut être abordée comme un problème de recherche du meilleur chemin entre deux extrémités. Dans le cadre de la théorie des graphes, ce problème peut être traité comme un problème de plus court chemin avec des distances prenant en compte les informations différentielles d'un point ou d'un pixel [NIL71].

En ce qui concerne le fermeture des contours dans les ensembles de points non organisés, on trouve également l'approche de Bahi et al [BBV98] qui utilisent l'information des directions principales pour chaîner les points de contours contenus à l'intérieur de zones dites frontalières.

Deriche propose également un algorithme d'extension de contour à partir d'une extrémité [DCA88]. Cet algorithme construit le prolongement d'un contour jusqu'à rencontrer un autre contour ou jusqu'à obtenir une longueur maximale, en épousant au mieux les lignes de crête de l'image de la norme du gradient. Nous soulignons toutefois que cette approche ne permet pas forcément de fermer les contours.

3.2.1.3 Contours actifs

Les contours actifs constituent un modèle global de contours (modèle *a priori*) approprié pour l'extration de formes régulières. Ils exploitent un modèle physique de tension évoluant sous contraintes issues de l'information image [CP95]. Kass, Witkin et Terzopoulos sont à l'origine de ce modèle [KWT87]. Un contour actif se présente sous forme d'une courbe (fermée ou non) dont l'initialisation est proche du contour recherché. L'évolution de cette courbe (en général une spline) s'effectue selon un processus itératif de déformation tendant à plaquer la courbe sur les éléments de bord. Le contour actif converge ainsi vers la frontière recherchée. Le processus de déformation est généralement associé à la minimisation d'une énergie de déformation [POG85, BER91]. Par ailleurs, on trouve des formulations variationnelles de l'évolution d'un contour actif vers son contour cible [CC93].

3.2.2 Segmentation par extraction de régions

A l'inverse des méthodes précédentes, qui analysent un objet ou une scène par la frontière des éléments qui le composent, les méthodes de segmentation par extraction de régions s'appuient essentiellement sur le prédicat d'uniformité définissant les régions homogènes. Ainsi, l'approche orientée région a donné lieu à des méthodes différentes où des ensembles de points ne peuvent être regroupés dans des régions communes que sous réserve d'homogénéité globale de l'ensemble. Dans ce type d'approche, la plus populaire est le « region growing ».

3.2.2.1 Croissance de région « Region growing »

Le principe général des méthodes de croissance de région consiste à partir d'une région homogène minimale qualifiée de « germe », puis de lui associer des éléments atomiques voisins, de manière itérative, pour former une région homogène plus importante [ZUC76]. Ce regroupement est conditionné par la vérification d'un critère d'homogénéité globale et le processus d'agglomération arrive à son terme lorsqu'on aboutit sur une stabilisation de la région créée. Bien sûr, il y a autant de phases d'expansion que l'on place de germes dans l'image. Il convient de répartir ces germes en nombre suffisant pour assurer la répartition de l'ensemble des points (ou des pixels) dans des régions. Eventuellement, les régions obtenues en surnombre peuvent être fusionnées entre elles au cours d'une seconde phase, si elles sont adjacentes et que leur réunion vérifie un critère d'homogénéité globale.

Parmi les méthodes de croissance de région [PP93, AA93], nous nous intéressons plus particulièrement à celle développée par Besl et Jain [BJ88]. Cette méthode est valable pour les images dont les données reflètent une certaine cohérence surfacique. Cela signifie que ces images peuvent être considérées comme l'échantillonnage bruité d'une surface lisse par morceaux.

- Dans un premier temps, Besl et Jain proposent une segmentation grossière de l'ensemble des points en utilisant le signe des courbures moyenne et gaussienne. Le signe de ces courbures permet de définir huit types de primitives surfaciques[4] dont les propriétés d'invariance (par rotation et par translation) peuvent être utilisées pour décomposer n'importe quelle surface lisse (recherche des régions connexes composées de points de même type).
- Un procédé d'érosion permet ensuite la formation de germes à partir des régions disposant d'un nombre suffisant de points.
- Chaque germe est approximé par une fonction polynomiale de deux variables (de degré inférieur ou égal à quatre), en commençant par tester une estimation plane, puis en générant des hypothèses de niveau supérieur, si l'erreur d'approximation est trop élevée. Dans le cas où aucune des hypothèses ne convient, la région germe est laissée telle qu'elle. Dans le cas contraire, on opère une croissance de région au cours de laquelle les points voisins sont agglomérés au germe, si ils sont suffisamment proches de l'approximation surfacique et qu'ils possèdent une normale similaire à celle de l'approximation en ce point. Grâce à ce processus, on extrait la plus grande région connexe coïncidant avec l'approximation surfacique associée au germe. Cette région fait à son tour office de germe.

Cette approche de la segmentation est intéressante puisqu'elle permet également la construction d'une représentation polynomiale de la surface traitée [SAP97]. Dans ce cas, on obtient donc un modèle surfacique de l'objet traité.

4. Primitives surfaciques de base : pic, vallée, cylindre convexe ou concave, col convexe ou concave, plan et surface minimale.

3.2.2.2 Subdivision-fusion « Split and merge »

Le principe général de cette méthode consiste à partir d'une image et à la subdiviser récursivement jusqu'à obtenir des parties globalement homogènes (suivant un critère d'homogénéité donné) [PAV82]. La méthode orientée contours de Jiang et Kühni [JK98] est basée sur un principe similaire (voir I.3.2.1), à la différence qu'elle subdivise les régions en utilisant les indices de bord qu'elles contiennent. Les méthodes de type « Split and merge », en revanche, s'appuient sur une subdivision arbitraire et prédéfinie. Il en résulte des frontières injustifiées entre certaines des régions issues de la subdivision. Pour corriger la présence de ces frontières, il y a ensuite une seconde phase qui permet de fusionner les régions adjacentes, si leur réunion vérifie le critère d'homogénéité globale.

3.2.3 Méthodes hybrides

Certaines méthodes [YL89, HJ87] s'appuient sur une coopération entre les deux approches précédentes. En particulier, Lejeune et Ferrie [LF96] effectuent une première segmentation grossière des images de profondeur en zones convexes (approche région). Ensuite, ils utilisent un processus de relaxation où l'information locale d'indices de bords (préalablement détectés) intervient pour supporter ou rejeter les frontières entre les régions (approche contour). Le degré de confiance associé à une frontière augmente avec le nombre des indices de bords qui sont situés sur son tracé. Par ailleurs, une frontière entre deux régions est d'autant plus favorisée qu'elle n'est pas trop longue (principe du « minimum descriptor lenght » [PEN87]). Le mécanisme de relaxation permet de tenir compte de l'ensemble des degrés de confiance associés aux frontières. Elle autorise la disparition de certaines d'entre elles, tout en maintenant celles qui correspondent à des irrégularités d'intérêt.

3.2.4 Segmentation par auto-répartition des points en régions : approches markoviennes

La plupart des techniques de segmentation présentées plus haut s'appuient sur une intervention explicite du critère d'homogénéité globale d'une région. En effet, la segmentation est un problème combinatoire dont la définition est intimement liée à cette notion d'homogénéité globale. La vérification sur une région d'un prédicat d'uniformité offre une évaluation partielle de la solution construite sur une portion de l'image. Malheureusement, la notion d'homogénéité d'une région est une information globale dont l'évaluation répétée peut se révéler coûteuse. D'autre part, elle utilise parfois un modèle contraignant pour les régions et ce modèle ne s'accommode pas forcément de la présence éventuelle de bruit.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux approches qui permettent d'éviter une évaluation directe du prédicat d'uniformité, grâce à un mécanisme de combinaison et d'auto-organisation locale de la configuration des étiquettes.

Nous avons d'ores et déjà pu constater l'intérêt de la relaxation dans la méthode hybride de Lejeune et Ferrie [LF96]. Elle prouve qu'une coordination locale entre des contraintes de nature variable peut permettre de lever des ambiguïtés, en organisant une solution qui répond au mieux à l'ensemble des contraintes.

Berthod exprime l'idée de coordination en termes d'optimisation de la consistance d'une interprétation. Il souligne en particulier qu'« une raison décisive de la supériorité de l'homme dans la perception d'un fait, est son aptitude à tirer parti d'informations très diverses et à les organiser en vue de son interprétation » [BER80]. Dans ce cadre, il propose une formalisation analytique du mécanisme de l'interprétation d'un fait. Cette formalisation prend en compte l'existence d'un contexte donné, ainsi que celle d'une certaine connaissance *a priori* (information sémantique qu'il nomme « modèle du monde »). En fait, cette formalisation s'inspire de la méthode générale d'utilisation du contexte statistique qui a été proposée par Rosenfeld & al sous le nom « d'étiquetage par relaxation » [RHZ76]. Dans cette méthode, on réalise une classification initiale d'un ensemble de points ou d'objets, sous forme d'un vecteur de probabilités d'appartenance à différentes classes prédéfinies (par exemple des régions). Ces probabilités sont ensuite modifiées de manière itérative en prenant en compte, pour les probabilités à l'étape $n+1$, de la probabilité à l'étape n de ce point et de ses voisins. Le travail de Berthod a permis une généralisation de cette approche, comme solution au problème général du contexte. Son formalisme a permis d'établir la définition de l'ambiguïté et de la consistance d'un étiquetage, ainsi que la possibilité de tenir compte de l'étiquetage de départ dans le calcul de cette consistance (attache aux données). C'est pourquoi cette approche est aussi appelée « méthode d'amélioration d'étiquetage ».

La fonction de consistance correspond à une intégration de l'information contextuelle, il s'agit d'une mesure de l'adéquation d'un étiquetage avec les données d'entrée et avec le « modèle du monde » (modèle *a priori*). Pour optimiser la consistance d'un étiquetage, les méthodes utilisées sont en général dérivées de la méthode classique du gradient projeté [MHZ83].

Le succès des algorithmes d'étiquetage par relaxation montre que l'optimisation d'une expression globale peut être réalisée de manière implicite, à condition d'avoir un système convenablement contraint au niveau local. Dans le domaine de la segmentation, la modélisation du problème se ramène donc à la définition de contraintes de renforcement (ou de rejet) entre les différents termes d'affectation des points aux régions.

En particulier, le recours aux champs markoviens en analyse d'image est possible partout où les techniques de relaxation (au sens large) sont employées avec succès. Les principales applications de la modélisation par champs de Markov sont la détection de contours, la restauration ou le lissage d'image, la stéréovision et la classification de textures. En ce qui nous concerne, nous nous limiterons à la présentation de quelques modèles markoviens qui ont été développés pour la segmentation des images d'intensité non texturées. A notre connaissance, il n'y a pas véritablement eu d'applications au traitement des images de profondeur ou des nuages de points non organisés.

En fait, les champs markoviens constituent une famille très vaste de modèles stochastiques qui sont intrinsèquement liés à la notion de voisinage. Ceci les prédispose sans doute à la résolution des problèmes de segmentation. Une synthèse claire et assez complète de l'utilisation des champs de Markov en analyse d'image est présentée dans [CP95, PRU86]. Nous en reprenons ici les grandes lignes et nous évoquons les méthodes de résolution qui peuvent être mises en œuvre.

3.2.4.1 Modélisation markovienne

Une image correspond à un ensemble de sites s. Ces derniers sont en général les sommets d'une maille $N \times M$ notée S. Dans cette maille, le système de voisinages $V = \{v_s, s \in S\}$ généralement utilisé est celui des 4 ou 8 plus proches voisins. Par v_s, nous désignons le voisinage de s, et C correspond à l'ensemble des cliques[5] c associées au système de voisinages V. Dans la figure 3.4, nous montrons les cliques d'ordre 2 associées à un système en 8-connexité.

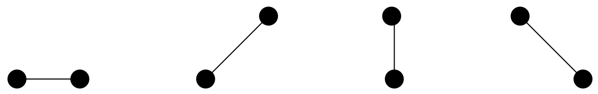


FIG. 3.4 – *Cliques d'ordre 2 correspondant à un voisinage en 8-connexité.*

A chaque site s, nous associons un niveau de gris i_s et une étiquette l_s. D'autre part, nous supposons que l'image observée i, avec $i = \{i_s, s \in S\}$ est décrite par un champ de Markov $\mathbf{I}$. De la même manière, nous décrivons l'image segmentée (caractérisée par l'étiquetage l, $l = l_s, s \in S$) comme la réalisation d'un champ markovien $\mathbf{L}$. Le nombre n_r de valeurs prises par l_s nécessite souvent d'être connu *a priori*.

Nous rappelons ici la définition d'un champ de Markov ainsi que le théorème de Hammersley-Clifford qui caractérise ces champs.

Définition :

Un champ aléatoire $\mathbf{I}$ est un champ de Markov associé au système de voisinages V si et seulement si :

$$P(i) > 0 \tag{3.1}$$

$$P(i_s|i_r, r \in S - \{s\}) = P(i_s|i_r, r \in v_s) \tag{3.2}$$

Cette définition entraîne que la loi marginale d'un pixel est totalement déterminée par la connaissance des voisins du pixel.

Théorème :

Le théorème de Hammersley - Clifford [BES74] assure qu'un champ aléatoire $\mathbf{I}$ est un champ markovien associé au système de voisinages V si et seulement si sa distribution de probabilité est une mesure de Gibbs définie par :

$$\forall i \in \chi \quad P(i) = \frac{\exp(-U(i))}{Z} \tag{3.3}$$

où

- χ désigne l'ensemble des valeurs qui peuvent être prises par le vecteur i.
- U est une fonction dite d'énergie, définie par :

$$U(i) = \sum_{c \in C} V_c(i_{/c})$$

5. Sous-graphe complet de S.

Les fonctions V_c sont des « fonctions de potentiels ». Pour une clique c donnée, l'expression de V_c ne dépend que de la restriction de i sur c.

– Z est une « fonction de partition » qui joue un rôle de normalisation :

$$Z = \sum_{i \in \chi} \exp(-U(i))$$

Remarque :

On retrouve que l'expression des probabilités conditionnelles au site s, s'exprime directement en fonction du voisinage de s.

$$P(\mathbf{I}_s = v | i_r, r \neq s) = \frac{\exp(-\sum_{c/s \in c} V_c(i_{/c, i_s = v}))}{\sum_{w \in \omega} exp(-\sum_{c/s \in c} V_c(i_{/c, i_s = w}))}$$

où ω désigne l'ensemble des valeurs qui peuvent être prises par le champs i_s.

Dans l'approche markovienne, la segmentation est considérée comme l'estimation d'un processus d'étiquetage $\mathbf{L}$ à partir de la réalisation d'un processus pixel $\mathbf{I}$.

L'approche consiste à modéliser $P(\mathbf{L} = l | \mathbf{I} = i)$ puis à trouver un estimateur de l'étiquetage l en utilisant cette loi. Pour cela, on place le problème dans un contexte bayésien. Ce contexte offre la possibilité de coder explicitement, et de manière naturelle, les différents niveaux de dépendance intervenant dans un modèle. Nous rappelons la décomposition établie par la formule de Bayes :

$$P(\mathbf{L} = l | \mathbf{I} = i) = \frac{P(\mathbf{I} = i | \mathbf{L} = l) \times P(\mathbf{L} = l)}{P(\mathbf{I} = i)} \tag{3.4}$$

Il est ainsi possible de décomposer $P(\mathbf{L} = l | \mathbf{I} = i)$ en construisant d'abord $P(\mathbf{I} = i | \mathbf{L} = l)$ puis $P(\mathbf{L} = l)$. Partant de l'image segmentée, $P(\mathbf{I} = i | \mathbf{L} = l)$ modélise les phénomènes de déformation et d'acquisition ayant conduit aux observations faites. En pratique, l'expression de cette loi joue un rôle de terme d'attache aux données. A l'inverse, l'expression de $P(\mathbf{L} = l)$ ne dépend que du champ des étiquettes que l'on cherche à obtenir. Il s'agit d'une loi *a priori* traduisant la notion de régularité des régions recherchées. Dans l'expression 3.4, $P(\mathbf{I} = i)$ est constante, car c'est une réalisation du processus observé.

Puisque nous nous plaçons dans un cadre markovien, les différents modèles considérés sont caractérisés par des lois de Gibbs d'énergie U_1 et U_2

$$P(\mathbf{I} = i | \mathbf{L} = l) = \frac{\exp(-U_1(i|l))}{Z_1} \text{ (attache aux données)}$$

$$P(\mathbf{L} = l) = \frac{\exp(-U_2(l))}{Z_2} \text{ (modèle } \textit{a priori}\text{)}$$

On obtient ainsi l'expression suivante pour la loi de $P(\mathbf{L} = l | \mathbf{I} = i)$ dite loi *a posteriori* :

$$P(\mathbf{L} = l | \mathbf{I} = i) = \frac{\exp(-U(l|i))}{Z} \quad \text{avec} \quad U(l|i) = U_1(i|l) + U_2(l)$$

Z_1, Z_2, Z sont les fonctions de partitions associées à chacune des lois.

Dans la littérature, on trouve différents modèles d'approximation de $P(\mathbf{I} = i|\mathbf{L} = l)$ (attache aux données) et de $P(\mathbf{L} = l)$ (modèle *a priori*) [GD84, AG92, KZM93, TMM+98]:

- En général, le terme de rappel (ou d'attache) aux données est caractérisé par la présence d'un terme gaussien qui tend à rapprocher i_s de l_s ; cela suppose que tous les points d'une région doivent correspondre à une intensité[6] similaire (segmentation plane), ce qui n'est pas le cas dans le problème que l'on cherche à traiter.
- Les méthodes existantes varient plutôt au niveau du choix du modèle *a priori*. Ces modèles permettent d'établir différents types de contraintes entre les étiquettes de points ou de pixels voisins. On parle aussi de terme de régularisation.

Le modèle *a priori* qui est le plus souvent choisi pour un problème de segmentation est le modèle de Potts. Il s'agit d'un modèle dépendant d'un paramètre β et défini sur l'ensemble des cliques d'ordre 2. Pour une clique $c = (s, r)$, on a $V_c = \beta * \delta_{(l_s = l_r)}$ où δ_P vaut 1 si la propriété P est vraie ou 0 sinon. La loi d'un tel modèle s'écrit donc :

$$P(\mathbf{L} = l) = \frac{\exp(-\beta * \sum_{(s,r)} \delta_{(l_s = l_r)})}{Z(\beta)} \tag{3.5}$$

Il y a aussi le modèle d'Ising. Ce modèle est défini sur les cliques d'ordre 2 et associe le potentiel $V_c = l_s * l_r$ à une clique $c = (s, r)$. La loi de ce modèle s'écrit donc :

$$P(\mathbf{L} = l) = \frac{\exp(-\sum_{(s,r)} (l_s * l_r))}{Z} \tag{3.6}$$

Il existe également d'autres modèles plus sophistiqués qui permettent de contrôler la forme ou la longueur des bords des régions issues de la segmentation. Certains de ces modèles ont recours à des cliques d'ordre plus élevé, en assignant un coût à chacune des configurations possibles de l'étiquetage sur ces cliques [DMZ96]. D'autres modèles passent par l'ajout d'un processus de bord dans la modélisation, de manière à pouvoir contrôler leur configuration locale [GD84]. Tupin [TMM+98], quant à elle, ne considère plus que les bords dont elle modélise l'ensemble à travers un graphe.

Dans certains modèles, enfin, il arrive que les termes de régularisation et d'attache aux données ne soient plus tout à fait séparés [GD84].

Une fois que l'on dispose d'une modélisation markovienne de $P(\mathbf{L} = l|\mathbf{I} = i)$, la segmentation se ramène à l'estimation d'une configuration l à partir des observations i_s. Cette estimation peut être réalisée au sens de différents critères :

3.2.4.2 Estimation au sens du MAP (Maximum A Posteriori)

Le critère fréquemment utilisé pour estimer l consiste à maximiser $P(\mathbf{L} = l|\mathbf{I} = i)$. On dit que l'on recherche l'estimateur du maximum à posteriori (MAP). En termes d'énergie, cette opération revient à minimiser l'énergie U, mais les méthodes appliquées ne recourent pas à des évaluations explicites de U.

6. Ou *a fortiori* une profondeur dans le cas des images de profondeur.

Une des techniques classiques de minimisation de U consiste à utiliser une méthode déterministe, de type descente suivant la plus grande pente. C'est le cas de l'algorithme ICM (Iterated Conditionnal Modes) [BES74] qui consiste à partir d'une solution initiale $l^{(0)}$ puis à itérativement remplacer l'état $l_s^{(n)}$ de chacun des sites s par $l_s^{(n+1)}$, en maximisant les probabilités conditionnelles $P(l_s|l_r^{(n)}, r \in v_s)$. Ce processus itératif de balayage des sites de S se poursuit jusqu'à stabilisation des changements opérés. La limite d'un tel système est qu'il reste bloqué dans le premier minimum local rencontré. La qualité du résultat obtenu dépend donc fortement de l'initialisation. L'algorithme ICM n'est utilisable que dans les cas où on peut disposer d'une initialisation convenable ou dans les cas d'une énergie U convexe. L'utilisation de cet algorithme est alors préférable à celle d'un recuit simulé stochastique car elle nécessite un nombre d'itérations beaucoup plus réduit.

Les techniques stochastiques de recuit simulé sont elles aussi des techniques itératives. Elles assurent la convergence asymptotique de $U(l|i)$ vers un minimum global. Leur principe consiste à effectuer des simulations de la loi de Gibbs que l'on cherche à optimiser, en modifiant légèrement cette loi à l'aide d'un paramètre de *température* T. En effet, ces techniques sont basées sur une simulation des lois de Gibbs d'énergie $\frac{-U(l|i)}{T}$. La simulation d'une loi de Gibbs peut, par exemple, être effectuée avec un échantillonneur de Gibbs qui s'appuie sur les lois de probabilités conditionnelles $P_T(l_s|l_r, r \in v_s)$, ou avec l'algorithme de Métropolis. Ces deux algorithmes de simulation sont des algorithmes itératifs qui permettent de construire des configurations répondant à une loi choisie, à partir d'une configuration initiale. Disposant de ces outils, le recuit stochastique simulé effectue plusieurs simulations successives de $P_T(l|s)$ pour des valeurs décroissantes de T en utilisant le résultat d'une étape comme initialisation de la suivante. L'algorithme converge théoriquement vers un minimum global de la fonction d'énergie, indépendamment de l'état initial utilisé.

En général, les lois $P(\mathbf{I} = i|\mathbf{L} = l)$ et $P(\mathbf{L} = l)$ utilisées font intervenir des paramètres. Il s'agit, par exemple, du nombre n_r de régions, ainsi que de la moyenne et la variance des valeurs d'intensité dans chaque région. Il faut donc connaître ou estimer ces paramètres pour pouvoir réaliser la segmentation. Dans certains cas, ces paramètres peuvent être estimés de façon préalable sur une sélection d'échantillons. On parle alors de segmentation supervisée. Dans d'autres cas, les paramètres sont estimés au moment de la segmentation, en optimisant la vraisemblance des données i_s observées (EM). Malheureusement, les valeurs d'intensité i_s dépendent du champ inconnu l qui n'est pas encore estimé (dépendance au sens du modèle). On dit que le champ l est caché par les observations $i_s, s \in S$.

La littérature propose différentes techniques d'estimation des paramètres d'un modèle [CP95, PCPB99]. En général, ces techniques sont plus facilement mises en oeuvre dans le cadre d'une estimation de l au sens du MPM. C'est pourquoi ce dernier critère est souvent utilisé.

3.2.4.3 Estimation au sens du MPM (Maximum Posterior Marginal)

L'estimation de l au sens du MPM revient à maximiser l'ensemble des probabilités conditionnelles $P(l_s|i)$ pour chacun des sites s de la maille S. Le calcul de la loi marginale $P(l_s|i)$ implique de prendre en considération toutes les configurations possibles des étiquettes l_r aux autres sites $r \neq s$. L'intégration exhaustive de toutes ces configurations se révèle lourde en calculs. Souvent, on préfère passer par une approximation de l'influence moyenne de chaque étiquette l_r $(r \neq s)$ sur l'expression de $P(l_s|i)$. Autrement dit, chaque valeur l_r $(r \neq s)$ est remplacée par une valeur moyenne $\overline{l_r}$.

Pour cela, on fait appel à des calculs de type champs moyens et on peut éventuellement profiter des approximations faites pour estimer les paramètres du modèle.

Les techniques d'approximation par champs moyens sont des outils issus de la physique statistique. Elles sont basées sur la décomposition et l'approximation implicite de la fonction de partition Z. En effet, toutes les informations du système considéré, et en particulier les valeurs moyennes recherchées, sont contenues dans la fonction de partition. Elles s'expriment sous forme de dérivées partielles de cette fonction. Les calculs de type champs moyens dépendent généralement du modèle considéré.

La méthode d'estimation de l au sens du MPM peut également être décrite en introduisant une fonction de perte $Perte(l, \hat{l})$ qui évalue le coût de l'erreur faite en estimant l par $\hat{l}$. On a $Perte(l, \hat{l}) = card\{s \mid l_s \neq \hat{l}_s\}$. Autrement dit, l'estimation au sens du MPM consiste à minimiser le nombre de sites erronés.

En conclusion, on peut dire que les champs de Markov constituent un outil de modélisation puissant pour organiser localement les données d'un système. En effet, ils fournissent un modèle mathématique simple permettant de prendre en compte et de combiner plusieurs niveaux d'interprétation différents.

Le point faible de l'utilisation des champs de Markov pour la segmentation réside dans la lourdeur des coûts d'estimation d'un étiquetage optimal. Ce coût augmente avec la complexité de l'énergie associée au modèle. La forme de cette énergie est rarement convexe et l'optimisation aboutit souvent à un minimum local. L'algorithme de programmation dynamique utilisé a donc pour charge de lever les ambiguïtés entre les différents minima locaux.

Les techniques markoviennes en analyse d'image ont surtout été employées pour la segmentation ou la restauration des images de niveau de gris. Dans la partie III, nous montrons que la répartition d'un ensemble de points traces, au sein des parties significatives de la surface sur laquelle ils ont été échantillonnés, peut également être abordée comme un problème markovien. Afin de résoudre ce problème, nous avons mis en place un processus discret de propagation anisotrope d'étiquettes qui s'inspire des modèles d'évolution mis en place pour la restauration des images de niveau de gris. En effet, nous avons vu que la modélisation markovienne permet de gérer la coexistence d'un ensemble de contraintes. Dans certains cas, la nature du problème offre également une idée *a priori* sur la redondance qui caractérise l'énergie de certaines cliques. Cette information peut alors être mise à profit dans le processus de minimisation d'énergie associée au problème.

3.2.5 Lien avec les approches de diffusion anisotrope

Les techniques dérivées du calcul variationnel et basées sur des équations aux dérivées partielles (EDP) ont fait leur apparition depuis une dizaine d'années dans le domaine de l'analyse et du traitement des images d'intensité lumineuse [PM90, ALM92, KDA98, MS93].

Dans ces méthodes, une image initiale $I_0(x,y)$ $((x,y) \in \Omega, \Omega = [x_0,x_1] \times [y_0,y_1])$ évolue vers une image $I(t,x,y)$ en fonction d'un paramètre d'évolution t dit de temps ou d'échelle. L'évolution de l'image est régie par une équation différentielle dérivée de l'équation de diffusion de la chaleur et les conditions aux limites sont établies par l'initialisation $I(0,x,y) = I_0(x,y)$.

Les premières approches à base d'EDP étaient en général dédiées à des applications de restauration, il ne s'agit donc pas à proprement parler de méthodes de segmentation. Pourtant, le cadre des modèles d'évolution décrits par des équations de diffusion est parfois très proche du cadre de résolution des problèmes markoviens. Dans les deux cas, l'évolution de l'état d'un pixel est entièrement liée à l'état de ses voisins. Le parallèle entre les deux approches va parfois plus loin. En effet, Kornprobst et al [KDA98] montrent que certaines applications de diffusion se ramènent à la minimisation d'une énergie globale dont la forme est similaire à celle des champs markoviens.

Les principaux modèles existants de diffusion anisotrope sont présentés en annexe (voir B). De façon générale, l'idée de ces modèles est de favoriser la propagation d'une information dans les directions de faible courbure et de restreindre voire bloquer sa propagation dans les zones de forte courbure.

L'intérêt de ce type d'approche dépasse le simple cadre des images de niveau de gris. Elle correspond à l'introduction de contraintes directionnelles dans le traitement d'une image.

La modélisation markovienne que nous présentons au chapitre III.1 correspond elle aussi à la prise en compte de contraintes directionnelles dans la propagation d'une information. Dans ce modèle, la contrainte de régularisation de l'étiquetage d'un point avec celui de chacun de ses voisins pris dans des directions différentes n'est pas forcément uniforme. Dans les chapitre III.2 et III.3, nous montrons que l'anisotropie de ces contraintes directionnelles peut également être utile dans le mécanisme d'auto-organisation des points en régions. Nous nous inspirons de la notion d'anisotropie locale portée par le terme de viscosité des équation de diffusion et nous la transposons dans le cadre de la théorie des graphes. Cela nous permet de mettre en œuvre un modèle discret de propagation adapté pour la résolution de notre problème.

4 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons évoqué le problème de l'analyse des surfaces représentées par des ensembles de points traces. Pour cela, nous avons situé le problème dans le cadre de la modélisation 3-D, depuis les méthodes d'acquisition de données, jusqu'à l'obtention d'un modèle compact utile pour les opérations de visualisation, de simulation de déformations mécaniques, d'inspection de surface, de reconnaissance de forme ou d'idéalisation. Dans ce cadre, l'analyse d'un échantillonnage dense d'une surface peut permettre l'extraction d'une information de plus haut niveau et aider au passage vers un modèle fiable et précis de cette surface. Ce problème peut être traité comme un problème de segmentation.

Nous avons donc rappelé le principe de la segmentation en abordant les différentes approches qui peuvent être mises en œuvre pour résoudre ce problème. En particulier, nous avons mis l'accent sur les approches exploitant un principe d'auto-organisation locale.

Peu de ces approches se sont directement intéressées à la segmentation de données 3-D non organisées, comme celles correspondant à la trace d'une surface. Pourtant, le principe de certaines méthodes pourrait être généralisé à ce type de données, après une structuration préalable de l'ensemble des points au sein d'un système de voisinage. Nous pensons en particulier à certaines approches développées pour le traitement des images de profondeur. Malheureusement, beaucoup de ces approches s'appuient sur l'utilisation d'un modèle global contraignant pour les régions issues de la segmentation. Notre approche est différente et procède d'une volonté d'obtenir progressivement des informations de niveau plus élevé, de les confronter et de les organiser jusqu'à obtenir une décomposition de la surface en parties localement homogènes.

Deuxième partie

Outils pour la description locale d'une surface

La première étape d'analyse de $\mathcal{P}$, ensemble de points 3-D, consiste à obtenir quelques informations locales sur la surface qu'il représente. Au départ, nous disposons seulement de l'ensemble des points P_s décrits par leurs coordonnées (x_s, y_s, z_s) dans un repère global. Il s'agit d'une information locale rudimentaire qui ne reflète pas directement le comportement local de la surface. Pour cela, nous avons besoin d'informations locales de niveau un peu plus élevé, qui jouent un rôle de descripteurs surfaciques locaux et qui pourront être combinées au cours de l'algorithme de segmentation.

Dans le cas où ces informations ne sont pas fournies avec les données, elles doivent être calculées au préalable. On évite ainsi leur évaluation systématique à différentes étapes du processus d'analyse. Les informations obtenues sont directement induites des données d'entrée, ce qui leur permet de jouer un rôle d'attache aux données dans la modélisation markovienne que nous proposons au chapitre III.1.

Pour obtenir une description surfacique locale, on exploite localement l'information selon laquelle les points appartiennent à une même surface, continue et lisse par morceaux. Si on suppose que l'échantillonnage est suffisamment dense, on peut donc supposer que les plus proches voisins d'un point dans l'espace sont aussi ses plus proches voisins sur la surface. Dans le cadre de cette hypothèse, nous proposons une méthode adaptative pour obtenir une relation de voisinage surfacique entre les points (chapitre II.1). Il s'agit d'une information essentielle qui conditionne l'estimation de la structure différentielle locale en tout point, par des techniques connues d'approximation surfacique locale au voisinage de ce point. La structure différentielle la plus simple est celle liée au plan tangent. Il peut également être intéressant de disposer d'une estimation des courbures et des directions principales. Cette information est souvent utilisée pour décrire localement la forme d'un objet. En fait, les besoins en termes de description locale dépendent des traitements que l'on veut en faire en aval, et de la manière dont on souhaite ensuite organiser ces informations. Nous verrons que l'algorithme de segmentation que nous proposons peut s'appuyer sur tout ou partie des indices de description locale qui viennent d'être évoqués.

Dans tous les cas, les informations issues d'une première estimation peuvent être imprécises et sujettes à erreur, comme toute valeur calculée. D'autre part, il peut y avoir quelques incohérences entre les descriptions surfaciques locales, d'un point à un autre. Notre but n'est pas forcément de disposer d'une information locale robuste et consistante, si cela peut permettre d'éviter des coûts supplémentaires. Dans ce cadre, nous présentons les traitements que nous avons utilisés pour décrire localement les ensembles de points traités (chapitre II.2). Nous évoquons également les améliorations qui peuvent être apportées, mais qui n'ont pas forcément été exploitées, quand cela ne s'est pas révélé nécessaire au cours des traitements ultérieurs.

La détection des irrégularités de la surface fait également partie du travail de description locale. Il peut s'agir de la présence locale d'une arête vive, mais aussi de la discontinuité de toute autre propriété surfacique. Dans le chapitre II.3, nous proposons un critère d'homogénéité locale pour caractériser les couples de points voisins qui sont séparés ou non par des irrégularités de la surface. La décision concernant l'homogénéité locale entre deux points s'appuie sur la similarité de leurs descripteurs surfaciques locaux. Cette décision peut correspondre à un jugement plus ou moins strict. Si l'homogénéité locale entre deux points n'est pas vérifiéee, ceci traduit la présence d'une irrégularité de la surface. On parle aussi de non-homogénéité. A l'inverse, deux points satisfaisant le critère d'homogénéité locale ne sont pas séparés par une irrégularité. Ces points peuvent *a priori* être regroupés dans une région commune.

Enfin, le chapitre II.3.2 est consacré aux différents choix qui peuvent être faits pour le critère d'homogénéité locale. La carte des irrégularités locales de la surface traitée dépend directement de ce critère.

1 Choix d'une topologie sur un ensemble non organisé de points

Rappel :

Dans le chapitre I.3, nous avons vu que la définition de la segmentation est intimement liée à la notion de partie connexe de $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset \mathbb{R}^3$. Dans le cas du traitement des images dont les données sont structurées en grille, on choisit généralement la 4 ou la 8-connexité. Ce choix d'une topologie est déterminant pour la suite des opérations de segmentation. La 4-connexité garantit le caractère planaire du graphe d'adjacence [1] des régions issues de la segmentation (voir figure 1.1). En revanche, la 8-connexité se rapproche plus de la connexité euclidienne. En général, on emploie la 4-connexité pour les méthodes de segmentation orientées régions et la 8-connexité pour les méthodes de segmentation basées sur une détection de contours [CP95].

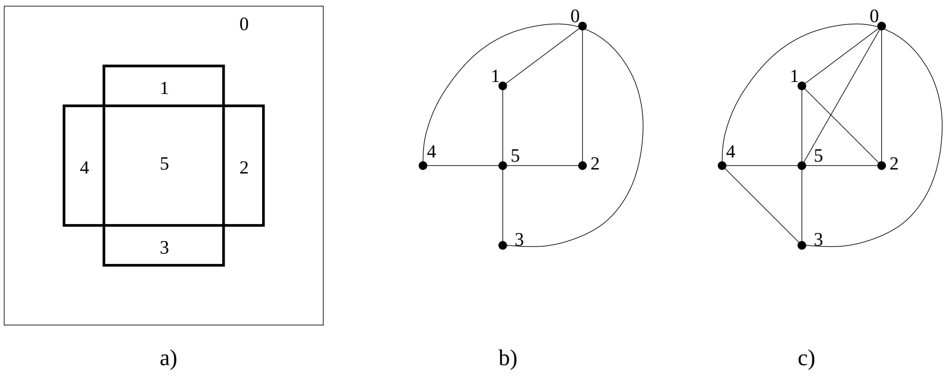


FIG. 1.1 – *Influence de la 4 ou de la 8-connexité sur le caractère planaire du graphe d'adjacence des régions ; a) image composée de 6 régions, b) graphe d'adjacence (4-connexité), c) graphe d'adjacence (8-connexité) ; image extraite de l'ouvrage « Analyse d'images : Filtrage et segmentation » qui réunit les contributions de différents auteurs sous la direction de J.-P. Cocquerez et S. Philipp (Masson 1995)*

1. Le graphe d'adjacence est un graphe non-orienté dont les nœuds représentent les régions formant une partition de l'image. Deux nœuds sont reliés par une arête si les deux régions correspondantes sont adjacentes, c'est à dire s'il existe au moins deux pixels voisins appartenant chacun à l'une des deux régions.

Dans le cas des nuages non organisés de points, la notion de voisinage ne peut plus être déduite directement, à partir d'une structuration des données. La première phase d'analyse consiste alors à définir une topologie sur l'ensemble des points. C'est l'objet de ce chapitre où nous exposons, en le justifiant, notre choix des voisins d'un point P_s.

La méthode que nous proposons est adaptative, au sens où elle prend en compte la configuration locale des points du nuage autours de P_s. Cette méthode s'articule autour de deux types de relations de voisinage, respectivement appelées k-voisinage ($k \in \mathbb{N}$) et ϵ-voisinage ($\epsilon \in \mathbb{R}$).

Soit d une métrique définie sur $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$.

Définition 1 :

Dans $\mathcal{P}$, on appelle k-voisinage ($k \in \mathbb{N}$) d'un point P_s, l'ensemble $\mathcal{V}^k(P_s)$ des points de $\mathcal{P}$ qui sont les k plus proches voisins de P_s, au sens de la métrique d.

Définition 2 :

Dans $\mathcal{P}$, on appelle ϵ-voisinage ($\epsilon \in \mathbb{R}^+$) d'un point P_s, l'ensemble $\mathcal{V}_\epsilon(P_s)$ des points de $\mathcal{P}$ appartenant à la boule fermée $B(P_s, \epsilon)$ de centre P_s et de rayon ϵ.

$$\mathcal{V}_\epsilon(P_s) = \{P_r; r \in \{1..n\}, d(P_s, P_r) \leq \epsilon\}$$

Le voisinage d'un point sera représentatif de la surface si les voisins sont uniformément répartis dans toutes les directions autour du point considéré. Cependant, plus les voisins d'un point P_s seront éloignés, plus ils pourront être séparés de P_s par une irrégularité de la surface. Remarquons qu'un ϵ-voisinage est un voisinage classique où les voisins d'un point sont situés dans un rayon d'influence fixé. Un point peut alors se retrouver avec un nombre insuffisant ou trop élevé de voisins. En effet, le nombre de points dans un ϵ-voisinage dépend étroitement de l'échantillonnage des points au sein de la zone considérée.

1.1 Une relation de voisinage adaptative

La notion de voisinage que nous proposons est liée à l'aspect non organisé des données que nous traitons. En effet, notre but est de déterminer un voisinage représentatif de la configuration locale des données : dans un voisinage des points, nous examinons aussi bien la densité, que la répartition des points. La figure 1.2 détaille le cas des trois configurations possibles ainsi que les choix correspondants [CBV99]. Plus précisément :

- Les voisins d'un point P_s sont choisis au sein d'une boule B_s centrée sur P_s. Le rayon de cette boule est proportionnel à la distance d_s du point P_s au point le plus proche. La distance d_s permet une estimation grossière de la densité d'échantillonnage autour du point P_s. Il est ainsi possible d'adapter le rayon de la boule aux variations locales de densité dans le nuage.
- D'autre part, le voisinage est établi de telle sorte qu'un point a un nombre minimum k_1 et maximum k_2 de voisins.

– Si le nombre de points dans la boule B_s est insuffisant, on élargit le voisinage de P_s à son k_1-voisinage.
– De même, si le nombre de points dans la boule B_s est trop élevé, on restreint le voisinage de P_s à son k_2-voisinage.

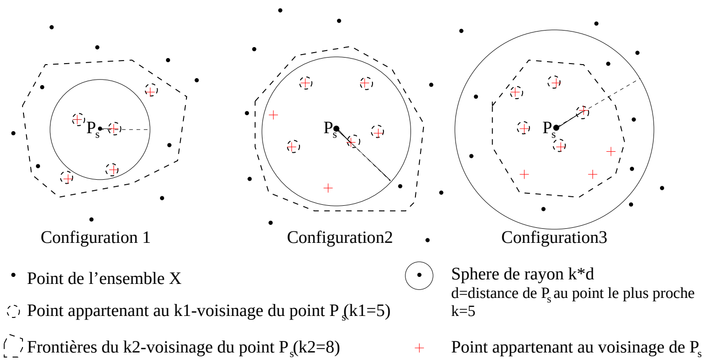


FIG. 1.2 – *Méthode adaptative permettant de déterminer le voisinage d'un point*

Les valeurs de k_1 et k_2 ont été fixées de manière expérimentale, afin qu'un point ait en moyenne 6 voisins. Le choix de ce chiffre n'est pas anodin. En effet, il correspond au nombre moyen de voisins dans une triangulation de Delaunay d'un ensemble plan de points [RJ89]. Or, la triangulation de Delaunay correspond à une optimisation métrique de la notion de voisinage entre les points d'un plan. L'existence d'homéomorphisme local entre la surface d'un objet et les ouverts de $\mathbb{R}^2$ explique alors le choix de ce nombre pour obtenir une relation de voisinage surfacique.

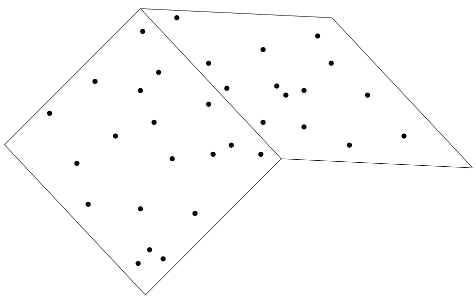
La relation de voisinage obtenue par cette méthode n'est pas symétrique. Nous avons choisi de la faire évoluer de manière à ce qu'elle le devienne. On désigne par V_s l'ensemble des voisins de P_s. Si $P_s \in V_r$ et $P_r \notin V_s$ alors on ajoute P_r à l'ensemble V_s.

Dans la suite, la relation de voisinage obtenue est modélisée par un graphe de voisinage Γ. Γ est un graphe non orienté composé de n nœuds $\{1, \cdots, s, \cdots, n\}$. La présence d'une arête (s, r) entre les nœuds s et r traduit l'appartenance du point P_s (resp. P_r) au voisinage du point P_r (resp. P_s). D'autre part, nous désignons par v_s, l'ensemble des indices des points voisins de P_s.

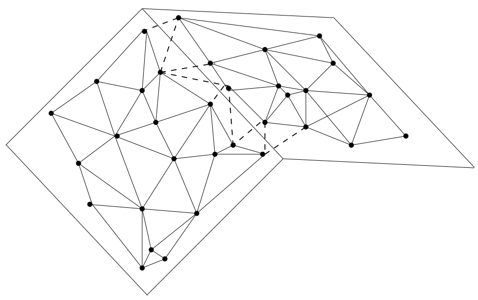
1.2 Structuration préalable de l'espace de recherche

En pratique, il est préférable d'effectuer un prétraitement pour délimiter un espace de recherche des voisins autour de chacun des points. En l'absence de prétraitement, on est contraint de parcourir tout l'ensemble $\mathcal{P}$ pour déterminer quels points sont les plus proches de P_s et lesquels appartiennent à la boule B_s. Cette opération nécessite d'être répétée pour chaque point, entraînant des coûts numériques élevés (Complexité en $O(n^2)$).

La complexité de l'algorithme de recherche de voisinage peut être allégée, grâce à une structuration préalable de l'espace de recherche. Nous utilisons pour cela une subdivision de



(a) Ensemble non organisé de points



(b) Graphe de voisinage

FIG. 1.3 – *Passage de l'ensemble des points à un graphe de voisinage*

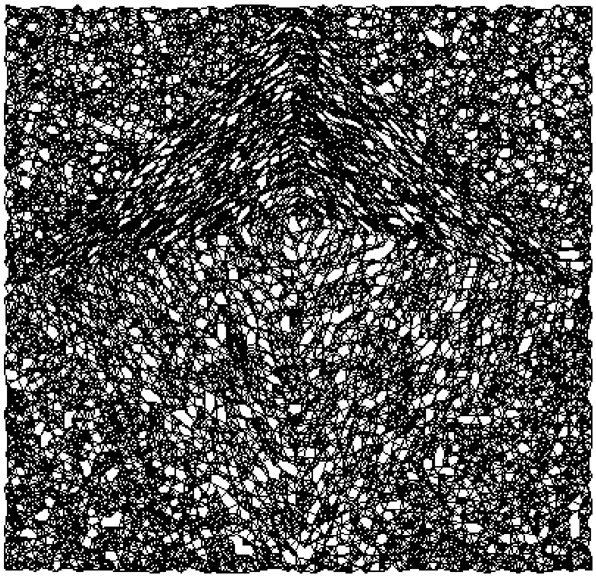


FIG. 1.4 – *Ensemble des segments* $[P_sP_r]$ *correspondant à des arêtes* (s,r) *du graphe de voisinage de l'ensemble des points « pyramide ». On remarque, en particulier, que le voisinage utilisé n'est pas régulier.*

l'ensemble des points à l'aide d'un pavage récursif de type *octree* [PS85]. Le pavage récursif présente l'avantage d'adapter la taille des cellules aux variations de densité des points de $\mathcal{P}$ dans $I\!R^3$. Ainsi, on obtient des blocs dont la taille varie avec la densité locale de l'échantillonnage.

L'*octree* utilisé est une arborescence dont la racine est la boite englobante de l'ensemble $\mathcal{P}$ et dont chaque nœud (sauf les nœuds terminaux) possède exactement 8 fils. La boite englobante $BE_{\mathcal{P}}$ de $\mathcal{P}$ est définie à partir des valeurs extrémales des coordonnées des points de $BE_{\mathcal{P}}$. Il s'agit du volume délimité par le parallélépipède $[xmin, ymin, zmin, xmax, ymax, zmax]$[2].

2. $xmin = \min_{s\in\{1..n\}} x_s, ymin = \min_{s\in\{1..n\}} y_s, zmin = \min_{s\in\{1..n\}} z_s, xmax = \max_{s\in\{1..n\}} x_s, ymax = \max_{s\in\{1..n\}} y_s, zmax = \max_{s\in\{1..n\}} z_s$.

L'*octree* est alors défini de manière récursive. Le volume $BE_{\mathcal{P}}$ est partagé en 8 blocs identiques distincts. Chacun de ces blocs correspond à un nœud fils de la racine. Puis le processus de découpage en 8 est itéré pour chacun des blocs fils. On peut ainsi découper un parallélépipède jusqu'à vérification d'un critère d'arrêt. Au sein de l'octree considéré, le critère d'arrêt de la subdivision d'un bloc correspond à l'obtention d'un nombre de points inférieur à un certain seuil k, dans le bloc (voir figure 1.5).

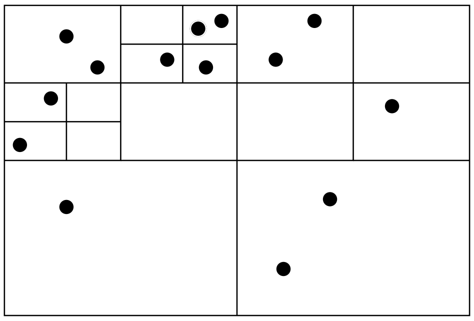


FIG. 1.5 – *Division récursive illustrée dans le plan. Le critère d'arrêt de la subdivision correspond ici à l'obtention d'un nombre de points inférieur à $k = 3$.*

La structuration de l'espace de recherche permet de ramener la détermination des relations de voisinage à l'intérieur de zones d'intérêt. Pour que cette structuration soit valable, le seuil sur le nombre de points d'un bloc doit être fixé de telle manière que le voisinage d'un point puisse être contenu dans le bloc-feuille correspondant. Dans le cas où le point P_s est proche de la frontière du bloc, cette dernière condition sera difficilement vérifiée (indépendamment de la valeur du seuil), et certains voisins pourront appartenir à des blocs proches.

Afin de prévenir les problèmes de recherche de points voisins au delà des frontières d'un bloc, nous utilisons des blocs munis de marges qui se recouvrent partiellement. On parle d'*octree* flou. Dans un bloc de l'*octree* flou, on distingue l'intérieur, qui correspond à l'*octree* classique, de sa bordure. La taille de la bordure d'un bloc est proportionnelle à la taille de son intérieur (voir figure 1.6).

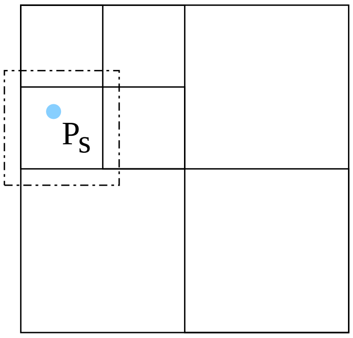


FIG. 1.6 – *Bloc de l'octree flou associé au point P_s. On distingue l'intérieur du bloc (distinct des autres intérieurs) de sa bordure.*

Ainsi, après subdivision de l'espace de recherche avec un *octree* flou, tout point appartient à l'intérieur d'une unique feuille de l'*octree*. Parallèlement, ce point peut être présent dans la bordure floue de plusieurs autres feuilles. Au cours de la recherche des voisins d'un point, l'exploration des feuilles de l'*octree*, à l'intérieur ou dans la marge desquels il se situe, devient suffisante pour trouver l'ensemble du voisinage. Il n'est donc plus nécessaire de remonter dans la hiérarchie de l'arborescence et il est possible de ne conserver que les feuilles de l'*octree*. L'occupation mémoire est ainsi réduite.

Le problème de la recherche du voisinage d'un point est un problème critique d'un point de vue numérique. Avant structuration de l'espace de recherche, la complexité de la détermination du système de voisinage est en $O(n^2)$. Après réduction de l'espace de recherche à l'aide d'un *octree* et un seuil k sur le nombre de points permettant l'arrêt de la récursion, cette complexité est ramenée en $O(n \times k_{moy})$ où k_{moy} est le nombre moyen de points dans les feuilles de l'octree-flou ($k_{moy} < k$).

2 Description locale de la surface

Pour situer les irrégularités locales d'une surface S représentée par un ensemble de points traces, nous pouvons nous appuyer sur les propriétés différentielles de cette surface en tout point. L'ensemble des points traces est un ensemble de points échantillonnés à la surface de S ($\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset \mathbb{R}^3$) et nous avons préalablement muni cet ensemble d'un système de voisinage.

Parmi les propriétés locales attachées au point P_s, nous calculons une estimation $\overrightarrow{N_s}$ d'un vecteur unitaire normal au plan tangent ($\overrightarrow{N_s}(n_i(s), n_j(s), n_k(s))$). Parfois, il peut également être intéressant d'utiliser une estimation des courbures ($k_1(s)$ et $k_2(s)$) et directions principales ($\overrightarrow{P_1(s)}$ et $\overrightarrow{P_2(s)}$) en P_s.

L'objet échantillonné peut localement être représenté par une fonction monovaluée $z = f(x, y)$ d'ordre C^0. Le calcul des propriétés différentielles nous amène à localement approximer la surface par des fonctions d'ordre supérieur. Cette approximation peut être source d'imprécision sur les propriétés différentielles à proximité des irrégularités de la surface.

2.1 Estimation locale du plan tangent

Le plan tangent en P_s constitue une approximation linéaire locale de la surface étudiée. Disposant d'un échantillonnage et d'une notion de voisinage, le plan tangent en P_s peut être retrouvé par analyse de la localisation des points dans son voisinage. Nous rappelons que les coordonnées des points sont fournies dans un repère global $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans ce repère, le plan tangent en P_s est un plan contenant P_s et d'équation :

$$n_i(s) \times (x - x_s) + n_j(s) \times (y - y_s) + n_k(s) \times (z - z_s) = 0 \tag{2.1}$$

Pour déterminer les coefficients $n_i(s)$, $n_j(s)$ et $n_k(s)$, on minimise l'erreur aux moindres carrés du système d'équations suivant [1] :

1. Le plan obtenu par minimisation de l'erreur aux moindres carrés du système proposé ne passe pas forcément par P_s mais par $G_s(g_i(s), g_j(s), g_k(s))$. Seuls les coefficients $n_i(s)$, $n_j(s)$ et $n_k(s)$ nous intéressent. L'avantage de cette estimation des paramètres est que le point P_s intervient dans sa détermination au même titre que les autres points.

$$n_i(s) \times (x_r - g_i(s)) + n_j(s) \times (y_r - g_j(s)) + n_k(s) \times (z_r - g_k(s)) = 0 \quad \forall r \in v_s \cup \{s\} \tag{2.2}$$

où G est le centre de gravité de $Nb_s = \{P_r; r \in v_s \cup \{s\}\}$.

$$\begin{aligned} g_i(s) &= \sum_{r \in v_s \cup \{s\}} x_r \\ g_j(s) &= \sum_{r \in v_s \cup \{s\}} y_r \\ g_k(s) &= \sum_{r \in v_s \cup \{s\}} z_r \end{aligned}$$

Pour cela, on utilise les résultats de l'analyse en composantes principales des coordonnées de P_s et de ses voisins. L'objet de cette analyse est de retrouver la direction de variance minimale dans l'ensemble des points Nb_s. Il s'agit de la direction la moins discriminante vis à vis de la dispersion des points. C'est aussi celle du vecteur $\overrightarrow{N_s}$.

$$\sum_{r \in v_s \cup \{s\}} \overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{G_s P_r} = \min_{\|\vec{u}\|=1} (\sum_{r \in v_s \cup \{s\}} \vec{u}.\overrightarrow{G_s P_r}) \tag{2.3}$$

2.1.1 Matrice de covariance

Pour résoudre ce problème, on forme la matrice de covariance CV_s des points de Nb_s. Il s'agit d'une matrice 3x3 semi-définie et positive.

$$CV_s = \sum_{r \in v_s \cup \{s\}} \begin{bmatrix} (x_r - g_i(s))^2 & (x_r - g_i(s))(y_r - g_j(s)) & (x_r - g_i(s))(z_r - g_k(s)) \\ (x_r - g_i(s))(y_r - g_j(s)) & (y_r - g_j(s))^2 & (y_r - g_j(s))(z_r - g_k(s)) \\ (x_r - g_i(s))(z_r - g_k(s)) & (y_r - g_j(s))(z_r - g_k(s)) & (z_r - g_k(s))^2 \end{bmatrix}$$

La recherche de la direction la moins discréminante dans Nb_s passe par le calcul des valeurs propres et vecteurs propres de CV_s. A l'aide d'une réduction de Householder, nous « tridiagonalisons » la matrice CV_s puis nous la décomposons sous la forme QL (Q matrice d'une transformation orthogonale, L matrice triangulaire inférieure). Ceci nous permet d'accéder facilement aux valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \quad (|\lambda_1| > |\lambda_2| > |\lambda_3|)$ et aux vecteurs propres unitaires associés $(\overrightarrow{p}_1, \overrightarrow{p}_2, \overrightarrow{p}_3)$ de CV_s. A l'inversion d'un vecteur près, on obtient un repère orthonormé direct qui peut se révéler utile pour des problèmes d'approximation locale. Le vecteur propre unitaire $\overrightarrow{p}_3$ correspondant à la valeur d'amplitude minimale λ_3 est le vecteur $\overrightarrow{N}_s$ cherché. Cette méthode d'estimation de la normale est également employée par Hoppe et al dans [HDD+92].

Naturellement, l'estimation du vecteur $\overrightarrow{N}_s$ est une estimation locale. En conséquence, il se peut que l'orientation de la normale $\overrightarrow{N}_s$ ne soit pas consistante d'un point voisin à l'autre de la surface échantillonnée.

Dans les cas où l'ensemble des points possède un plan de joint (Ox, Oy) (cas d'une surface démoulable $z = f(x, y)$) [MAL95], il est facile de choisir une orientation consistante de l'ensemble des normales en se réferant à la direction d'un vecteur normal $\overrightarrow{N}$ au plan de joint.

$$\forall s \in 1..n \qquad \begin{array}{l} \text{si } \overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N} < 0 \\ \text{alors } \overrightarrow{N_s} \longleftarrow -\overrightarrow{N_s} \end{array}$$

Dans les autres cas, le problème de l'orientation des normales est un problème délicat, qui exige de coordonner les informations sur l'ensemble des points. Si on souhaite obtenir des orientations cohérentes il faut propager cette cohérence d'un point voisin à un autre, en gérant les problèmes de conflits. Pour résoudre ce problème, Hoppe et al proposent de propager l'orientation des normales le long d'un arbre couvrant aux propriétés voisines de celles de l'arbre d'escarpement minimal que nous introduisons en III.2.

Dans le domaine du traitement de données 3-D, il existe d'autres méthodes pour estimer localement la normale à une surface. La plupart de ces méthodes sont dédiées au traitement des images de voxels. Ainsi, Sander & Sucker utilisent la convolution d'une image volumique 3-D par un filtre de type gradient. Le seuillage de la valeur du gradient permet d'obtenir les points de la surface étudiée (point traces) et la direction du gradient fournit une estimation de la normale en ces points [SZ90]. L'estimation du plan tangent à une surface a également été traitée dans le cadre de la géométrie discrète où les surfaces sont représentées par des ensembles de *surfels*. On procède alors à la reconnaissance de plans dits « standards » [PF98].

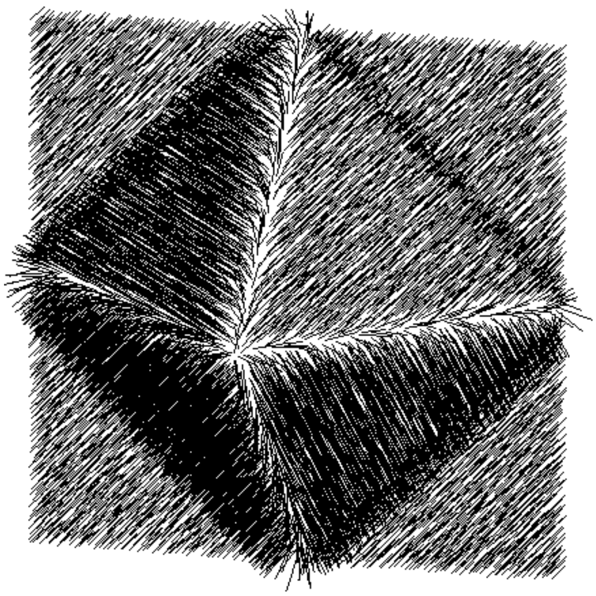


FIG. 2.1 – *Champ des vecteurs normaux de l'ensemble de points « pyramide »*

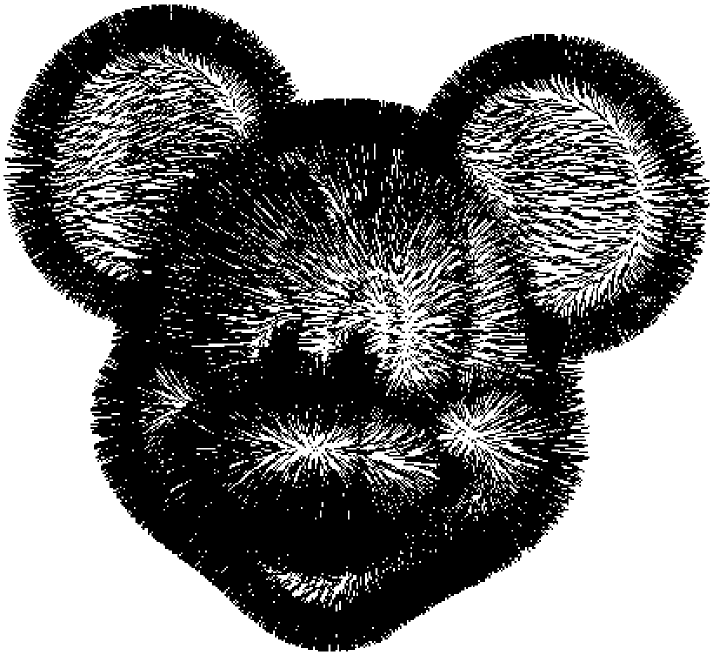


FIG. 2.2 – *Champ des vecteurs normaux de l'ensemble de points « masque »*

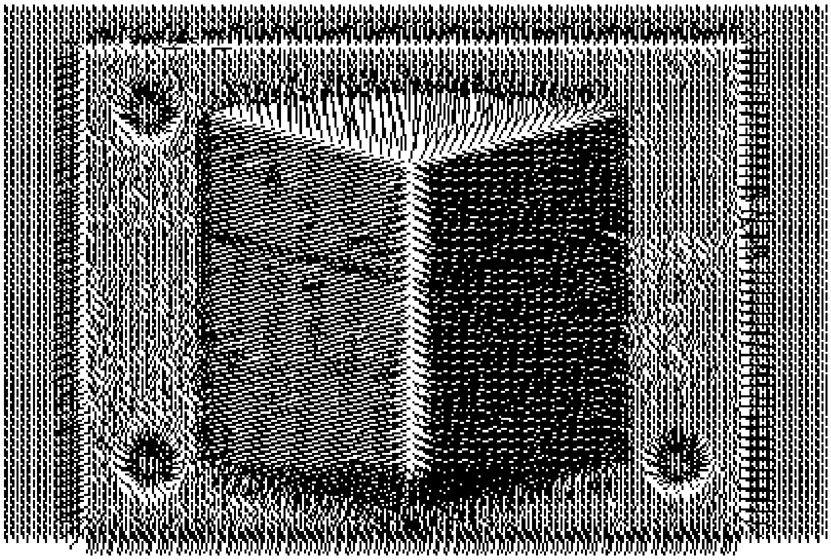


FIG. 2.3 – *Champ des vecteurs normaux de l'ensemble de points « piece métal »*

2.2 Estimation des courbures et directions principales

Au point P_s d'une surface lisse S, on peut définir une courbure normale k_t dans chacune des directions t du plan tangent à S. La courbure k_t est une fonction continue de l'angle de rotation de t dans le plan tangent. Si elle n'est pas constante, la courbure k_t est donc caractérisée par deux valeurs extrémales k_m et k_M. Il s'agit des courbures minimale et maximale au point

P_s. Les directions m et M associées à ces valeurs extrémales sont appelées les directions principales en P_s.

Si la courbure k_t est constante autour de P_s, la surface est localement sphérique. On dit alors que P_s est un point ombilique. Dans les zones ombiliques, la notion de courbure extrémale n'a pas de sens. Les courbures gaussienne $K = k_m \times k_M$ et moyenne $H = \frac{k_M + k_m}{2}$ ont donc été introduites. Il s'agit de notions équivalentes dont le signe caractérise localement la forme de S en P_s (voir tableau 2.1 et figure 2.4).

	K = 0	K > 0 (elliptique)	K < 0 (hyperbolique)
H = 0	plan	indéterminé	surface minimale
H > 0	cylindre concave	vallée	col concave
H < 0	cylindre convexe	pic	col convexe

TAB. 2.1 – *Classification des types de surface en utilisant les courbures gaussienne et moyenne.*

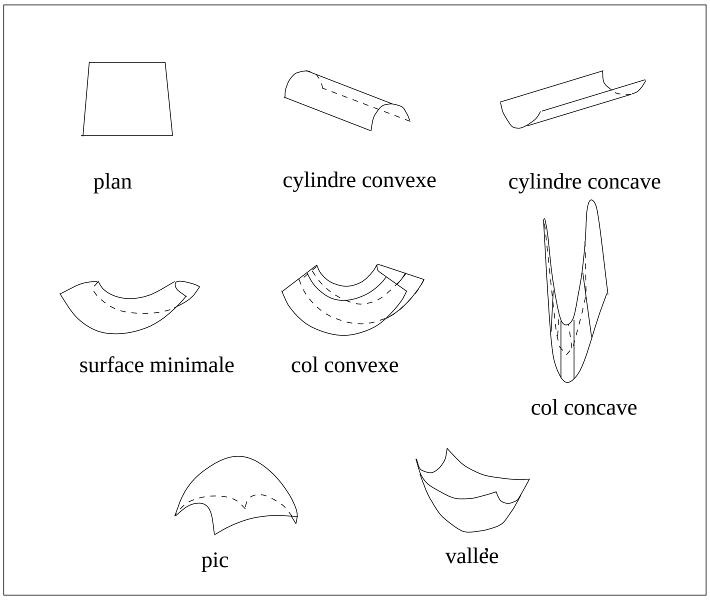


FIG. 2.4 – *Caractérisation locale de la surface suivant les signe des courbures K et H*

Mathématiquement, les courbures et directions principales correspondent aux valeurs et vecteurs propres d'un endomorphisme 2-D dit de Weingarten [GOS95, THI93]. L'expression de l'endomorphisme de Weingarten est connue si on dispose d'une expression paramétrique locale de la surface S, et cette expression se simplifie beaucoup dans le cas d'une paramétrisation dans un repère de Frenet (repère local s'appuyant sur le plan tangent).

Dans notre cas, la surface S est représentée par un ensemble de points donnés dans un repère global. Sur cet ensemble $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset I\!R^3$, nous avons défini une relation de voisinage et inféré l'information de normale en tout point. Ces informations sont utilisées pour estimer les courbures et les directions principales grâce à des approximations surfaciques locales de S. Pour cela, la méthode que nous avons utilisée est celle de Sander et Zucker

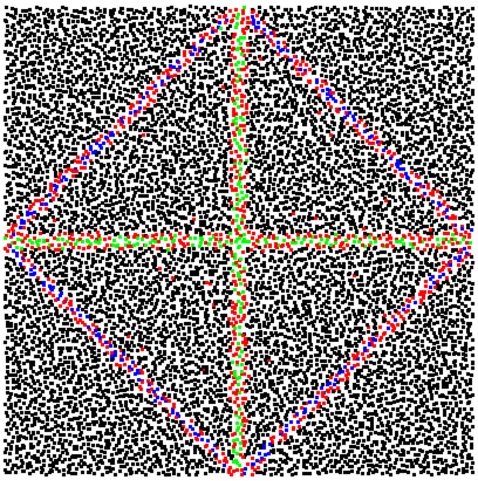


FIG. 2.5 – *Seuillage des courbures moyenne et gaussienne en tout point de l'ensemble « pyramide » ; 1) zones elliptiques ($K > (0.00001)^2$) : en bleu les points classés vallée ($H < -0.00001$) et en vert les points classés pic ($H > 0.00001$) ; 2) zones hyperboliques ($K < -(0.00001)^2$) en rouge ; 3) zones cylindriques ou planes ($|K| < (0.00001)^2$) en noir.*

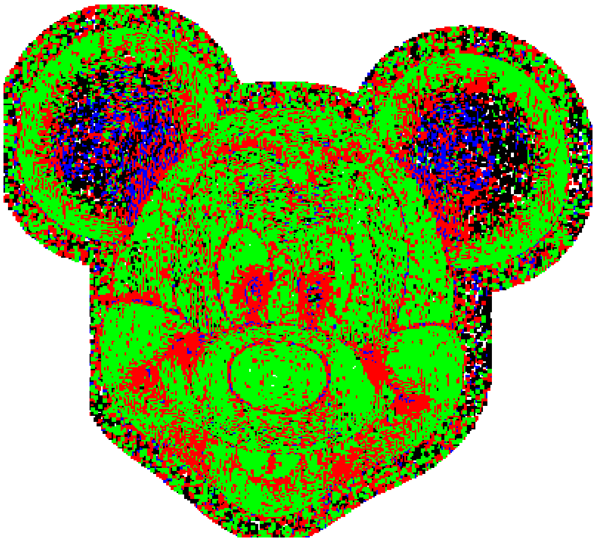


FIG. 2.6 – *Seuillage des courbures moyenne et gaussienne en tout point de l'ensemble de points « masque » ; 1) zones elliptiques ($K > (0.01)^2$) : en bleu les points classés vallée ($H < -0.01$) et en vert les points classés pic ($H > 0.01$) ; 2) zones hyperboliques ($K < -(0.01)^2$) en rouge ; 3) zones cylindriques ou planes ($|K| < (0.01)^2$) en noir.*

[SZ90] qui a ensuite été reprise par Monga et al [MLD93]. Cette méthode consiste à mettre en correspondance les points de $Nb_s = \{P_r \ / \ r \in \{s\} \bigcup V_s\}$ avec une surface polynomiale de degré suffisant pour que l'on puisse en extraire les informations différentielles souhaitées. Les courbures et directions principales constituant une information différentielle du second ordre, l'approximation par une quadrique est donc suffisante pour apporter l'information considérée.

Les détails concernant l'approximation par une quadrique sont fournis dans l'annexe A. Dans cette annexe, on trouve également les calculs qui permettent d'en extraire les courbures et les directions principales. Par identification de la surface S avec son approximation surfacique locale, on obtient ainsi une estimation des courbures (k_{m_s}, k_{M_s}) et des directions principales $(\overrightarrow{m_s}, \overrightarrow{M_s})$ en tout point P_s.

Les figures 2.5 et 2.6 illustrent le résultat de la classification des points traces appartenant aux ensembles « pyramide » et « masque », après estimation des courbures et directions principales en tout point.

Cette expression des courbures et des directions principales correspond à une estimation locale qui peut se révéler non satisfaisante pour certains traitements. La qualité de chaque estimation dépend des mesures des coordonnées des points, ainsi que du choix des relations de voisinage utilisées. Pour les améliorer, Sander & Zucker [SZ90] proposent un mécanisme de correction itérative, en assujettissant les estimations locales à des contraintes de compatibilité et de consistance. Ces contraintes sont basées sur les propriétés de régularité locale de la surface.

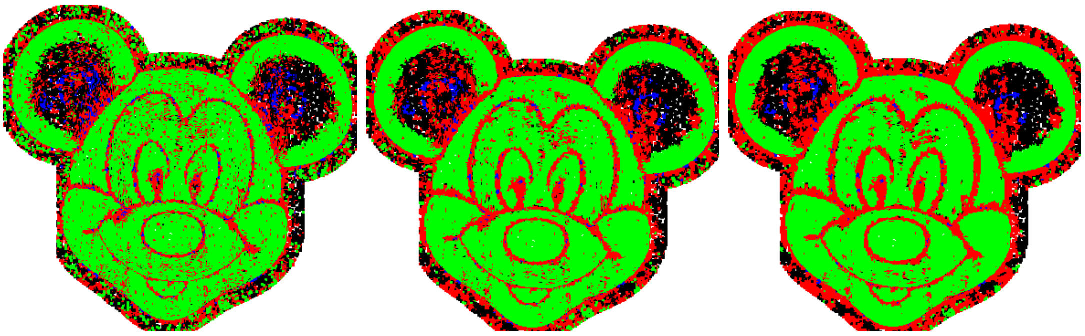
En un point P_S, l'estimation des normales, des courbures et des directions principales, débouche sur la proposition d'une approximation surfacique locale par une quadrique. Cette approximation de la surface s'exprime aisément dans le repère local $\xi = (P_s, \vec{M}, \vec{m}, \vec{N_s})$. On désigne par C_s la carte correspondant à ce repère local et à la paramétrisation surfacique associée. L'ensemble des cartes $\{C_s\}_s$ constitue un atlas $\mathcal{A}$.

Dans l'approche proposée par Sander & Zucker, chaque carte C_s est itérativement remplacée par une nouvelle carte, en meilleure adéquation avec les cartes voisines. Au fur et à mesure des itérations, ce processus permet de diminuer (jusqu'à stabilisation) la valeur d'une fonction $\Phi(\mathcal{A})$ qui mesure la compatibilité de l'ensemble des cartes sur la surface.

Pour corriger la carte C_s associée à un point P_s, on fait intervenir l'ensemble des voisins Q_i correspondant à des approximations surfaciques proches[2]. On dit que les voisins retenus appartiennent au « voisinage contextuel » de P_s. En chacun de ces voisins, l'approximations surfacique locale offre une prédiction des propriétés différentielles attendues au point P_s. En combinant l'ensemble des prédictions associées à chacun des points du voisinage contextuel, on bâtit une nouvelle estimation de la carte locale en P_s.

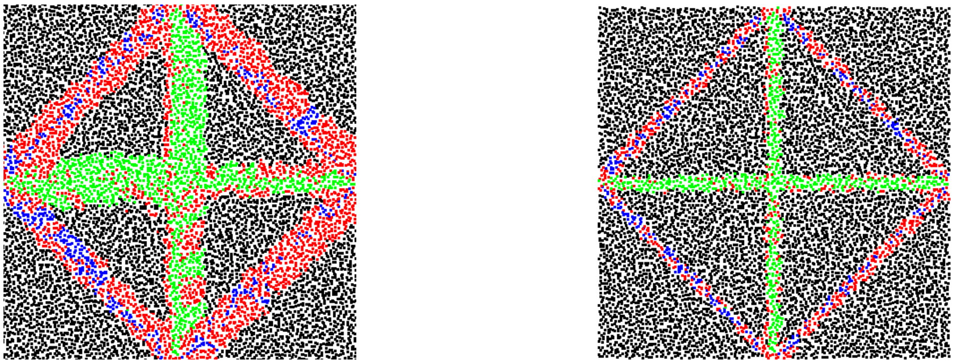
Dans les figures 2.7 et 2.8, nous illustrons que l'approche proposée par Sander & Zucker offre une amélioration sensible de l'estimation des normales, des courbures et des directions principales. A partir des valeurs corrigées, il est alors possible de segmenter la surface en parties connexes composées de points appartenant à des surfaces de base de même type (signe des courbures moyenne et gaussienne). Cependant, la méthode de correction à pour conséquence de lisser les singularités de la distribution des courbures et des directions principales. Du coup, la segmentation obtenue à partir des signes des courbures doit être affinée au niveau des zones hyperboliques séparant deux zones elliptiques. C'est l'approche proposée par Bahi et al [BBV95, BBV98] qui effectuent un chainage de contours au niveau de ces zones.

2. Il faut que P_s soit suffisamment proche de l'approximation surfacique au point Q_i considéré.



(a) 1 seule étape de correction (b) 2 étapes de correction itérative (c) 3 étapes de correction itérative

FIG. 2.7 – *Seuillage des courbures moyenne et gaussienne en tout point de l'ensemble de points « masque », après correction itérative ; 1) zones elliptiques ($K > (0.01)^2$) : en bleu les points classés vallée ($H < -0.01$) et en vert les points classés pic ($H > 0.01$) ; 2) zones hyperboliques ($K < -(0.01)^2$) en rouge ; 3) zones cylindriques ou planes ($|K| < (0.01)^2$) en noir.*



(a) Affichage avec $\epsilon = 0.00001$ (b) Affichage avec $\epsilon = 0.01$

FIG. 2.8 – *Seuillage des courbures moyenne et gaussienne en tout point de l'ensemble de points « pyramide », après 1 seule étape de correction ; 1) zones elliptiques ($K > \epsilon^2$) : en bleu les points classés vallée ($H < -\epsilon$) et en vert les points classés pic ($H > 0.01$) ; 2) zones hyperboliques ($K < -\epsilon^2$) en rouge ; 3) zones cylindriques ou planes ($|K| < \epsilon^2$) en noir.*

3 Critère d'homogénéité locale

Etant donnée la segmentation d'un ensemble de points $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset I\!R^3$ d'une surface (ou d'une image) S, les contours des régions sont des courbes virtuelles de S séparant des régions adjacentes. Le caractère discret des données traitées n'entraîne pas une localisation précise de ces courbes. Quand la structuration des données le permet, des considérations pratiques ont parfois conduit à plonger les contours dans le support de l'image avec l'introduction de la notion de point de contour. Les frontières entre les régions correspondent alors à des chaînes du graphe de voisinage Γ. En ce qui nous concerne, nous préférons dire que les frontières sont situées entre les couples de points voisins appartenant à des régions différentes. Un élément de frontière est donc porté par un bipoint correspondant à une arête de Γ. En terme d'étiquetage, cela se traduit par une différence d'étiquette entre les deux points.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la manière de caractériser localement les indices locaux de bords entre deux points. L'ensemble de ces indices constitue une information discrète et distribuée qui permettra ensuite de guider l'émergence des régions et de leurs contours au cours de l'algorithme de segmentation.

3.1 Notion d'homogénéité locale

Pour déceler les indices locaux de bord, nous nous intéressons à la détection des irrégularités significatives qui peuvent localement séparer deux points voisins. Par irrégularité, on entend généralement une arête vive, mais il faut également envisager le cas de discontinuités d'ordre supérieur. En fait, la nature des irrégularités varie avec le type des données traitées (voir figure 3.1 de la partie I.3). Hoffman et Richard [HR84], repris par Lejeune et Ferrie dans [LF96] insistent sur le fait que le choix effectué pour les indices de bord implique celui d'une théorie des forme (*theory of shape*) définissant la notion de partie lisse. Plus précisement, la caractérisation locale des bords entraîne la définition d'un prédicat d'uniformité. En effet, une partie connexe de $\mathcal{P}$ peut être considérée comme homogène si elle ne contient aucun indice de bord. Ce prédicat d'uniformité ne fait pas intervenir de modèle contraignant pour les régions. Il s'appuie uniquement sur un critère d'homogénéité locale caractérisant les couples de points voisins exempts d'irrégularité. La non-satisfaction du critère d'homogénéité locale entre deux points voisins traduit la présence d'une irrégularité et par conséquent un indice de bord. Les points d'un couple non-homogène ne peuvent *a priori* pas être regroupés au sein d'une région commune sans violer le prédicat d'uniformité. Mais en pratique, il faut considérer le fait qu'une information de non-homogénéité locale peut être erronée.

L'homogénéité locale entre deux points voisins est en général caractérisée par l'identité ou la similarité de leurs propriétés différentielles jusqu'à un certain ordre de dérivation, mais elle peut également être basée sur d'autres caractéristiques.

D'un point de vue formel, nous désignons par h_ϵ une fonction permettant de mesurer le degré d'homogénéité entre deux points voisins. Il n'est pas restrictif de faire les hypothèses suivantes sur h_ϵ :

- $h_\epsilon : \begin{array}{lcl} \mathcal{P} \times \mathcal{P} & \longrightarrow & [-1, 1] \\ (P_s, P_r) & \longmapsto & h_\epsilon(P_s, P_r) \end{array}$
- $h_\epsilon(P_s, P_r)$ est une fonction croissante de la similarité d'une propriété donnée aux points P_s et P_r.

Le signe de $h_\epsilon(P_s, P_r)$ permet de juger de l'homogénéité locale des points P_s et P_r. Le paramètre ϵ intervient sur le caractère plus ou moins strict du critère d'homogénéité locale. Il s'agit par exemple d'un paramètre de seuillage. Dans le processus de segmentation que nous proposons, ce paramètre joue un rôle similaire à celui du paramètre d'échelle dans les traitements multiéchelles [WIT83].

3.2 Choix du critère d'homogénéité locale

Dans le cas des images d'intensité lumineuse, le critère d'homogénéité locale peut, par exemple, s'appuyer sur l'importance du saut qualitatif d'intensité entre des points voisins de la grille de données. Ce saut qualitatif souligne localement les accidents de type « marche ». On a alors :

$$h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{\epsilon - |i_s - i_r|}{I_{max} - \epsilon} \tag{3.1}$$

Dans le cas des images de profondeur[1] d'objets polyédriques [HJBJ+96], il est également nécessaire de caractériser les discontinuités d'orientation (C^1), dites de type « toit ». Pour cela, le principe précédent peut, par exemple, être appliqué à l'image du gradient.

$$h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{\epsilon - ||\nabla z_s| - |\nabla z_r||}{Z_\epsilon} \tag{3.2}$$

où Z_ϵ est une constante de normalisation.

Dans le cas plus général où les données (structurées ou non) représentent des surfaces comportant des discontinuités d'ordre supérieur, la détection des sauts et des arêtes vives n'est plus suffisante. La notion d'homogénéité locale peut alors être basée sur différentes

1. $z = f(x, y)$

interprétations de la notion d'irrégularité. Par exemple :

- Choix 1 : La notion d'irrégularité locale correspond à une discontinuité locale du plan tangent (C^1) ou à la présence d'une zone de forte courbure entre deux points voisins sur la surface(C^2). L'expression de h_ϵ peut alors être la suivante :

$$h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(|\overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N_r}| - \epsilon)}{1 - \epsilon} \tag{3.3}$$

  On peut également considérer une autre expression de h_ϵ, dans le cas où les normales sont orientées :

$$h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N_r} - \epsilon)}{1 + \epsilon} \tag{3.4}$$

- Choix 2 : La notion d'irrégularité correspond à la discontinuité locale d'une des courbures principales aux points P_s et P_r :

$$h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\epsilon - kmax_s * kmax_r) + (\epsilon - kmin_s * kmin_r)}{2 * (\epsilon + KMAX^2)} \tag{3.5}$$

- Choix 3 : La notion d'irrégularité correspond à un changement de signe des courbures moyenne ou gaussienne qui permet de caractériser le passage d'une zone elliptique, hyperbolique, parabolique ou plane à une autre.

(a) $\epsilon = 0.91$ (b) $\epsilon = 0.95$ (c) $\epsilon = 0.993$

FIG. 3.1 – *« masque », Homogénéités et non-homogénéités locales. En gris (resp. noir) sont représentés les segments $[P_sP_r]$ correspondant à une homogénéité (resp. non-homogénéité) locale des points voisins P_s et P_r (choix 1).*

4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons précisé qu'il est indispensable de disposer d'une information surfacique locale minimale pour décrire la forme des objets décrits par $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset \mathbb{R}^3$. Les méthodes présentées, d'approximation locale du plan tangent et d'approximation locale de la surface par une quadrique, ne sont pas nouvelles, mais elles ont nécessité une adaptation aux données d'entrée traitées. Pour cela, notre contribution réside dans la proposition d'une relation de voisinage entre les points, qui se rapproche d'une relation de voisinage surfacique. Disposant de cette information de voisinage, il a alors été possible d'effectuer les calculs d'approximation, de manière à obtenir une description locale sommaire de la surface en tout point, en termes de normales, de courbures et de directions principales.

Cette description locale de la surface permet la caractérisation locale de ses irrégularités, par absence de la satisfaction d'un critère dit d'homogénéité locale entre points voisins. Il s'agit d'une information essentielle pour la suite des opérations. Dans la partie suivante, les contraintes que l'on va chercher à satisfaire, localement, consistent à ne pas attribuer la même étiquette à deux points voisins qui ne sont pas homogènes. En revanche, l'homogénéité locale entre deux points voisins ne doit pas forcément entraîner leur appartenance à une même région. En effet, il y a une différence intrinsèque entre la notion d'homogénéité locale de deux points et la notion d'égalité des étiquettes. En pratique, ce constat se traduit par la difficulté à éviter le contournement d'une non-homogénéité par une région. Cette difficulté a déjà été évoquée dans le chapitre I.3. L'homogénéité locale permet seulement de parler de la compatibilité d'étiquetage de deux points, sachant qu'il ne s'agit que d'une information relative à un couple de points voisins extraits de leur environnement.

Dans la figure 3.1, nous présentons l'ensemble des segments $[P_sP_r]$ qui correspondent à la détection d'une non-homogénéité locale entre deux points voisins P_s et P_r. La fonction h_ϵ choisie est celle correspondant au choix 1 dans le chapitre précédent, et nous montrons le résultat pour des valeurs différentes de ϵ. Sur ces figures, il est clair que la description locale de la surface correspondant à cette information n'est pas complète et qu'elle est erronée par endroit. Le rôle du processus de segmentation est de coordonner ces informations locales et de produire une interprétation cohérente de la surface.

Troisième partie

Passage d'une information locale et distribuée à une interprétation unifiée : arbres couvrants et propagation anisotrope

Dans cette partie, nous montrons que le problème de la répartition des points de $\mathcal{P}$ en parties lisses bordées par les non-homogénéités locales de la surface qu'ils représentent, correspond à un problème de satisfaction de contraintes que nous exprimons sous forme markovienne. En effet, nous savons que la modélisation markovienne permet d'exploiter la coexistance entre un ensemble de contraintes locales contradictoires, du type de celles que nous établissons concernant l'étiquetage de points voisins. La modélisation proposée correspond à la définition d'une énergie que l'on cherche à minimiser pour résoudre le problème. Dans notre cas, il s'agit d'une énergie définie sur l'ensemble des points traces de $\mathcal{P}$ (chapitre III.1). Elle réunit les contraintes de régularité de l'étiquetage final ainsi que les contraintes de respect des contours.

Cette expression de l'énergie peut difficilement être minimisée en utilisant des techniques classiques, mais nous disposons d'une information supplémentaire liée à la nature du problème. En effet, l'information selon laquelle l'ensemble des points appartient à une même surface, continue et lisse par morceaux, offre une idée *a priori* sur la redondance qui caractérise l'énergie des cliques autour d'un point donné. Cette information peut alors être mise à profit pour construire un étiquetage satisfaisant correspondant à une faible valeur de l'énergie U. Nous utilisons pour cela les propriétés de deux représentations particulières issues de la théorie des graphes : les arbres d'escarpement extrémaux. Ces structures sont introduites au chapitre III.2.

Nous montrons ensuite que le problème de la segmentation peut être résolu selon un procédé d'étiquetage par propagation puis fusion anisotrope, le long des arbres d'escarpement extrémaux introduits (chapitre III.3). Ce procédé nécessite le stockage d'une information d'incompatibilité entre certaines étiquettes, de manière à éviter la fusion entre certaines régions. Cet aspect est abordé dans un chapitre consacré aux choix d'implantation (chapitre III.4). Dans ce chapitre, nous introduisons également un mécanisme d'évolution hiérarchique des arbres d'escarpement extrémaux, de manière à réduire les temps de traitement et à prendre en compte l'émergence des régions.

1 Formalisation du problème

1.1 Besoin d'un modèle d'interaction locale

Pour résoudre le problème de la segmentation, nous voulons mettre en évidence un étiquetage qui satisfait au mieux un ensemble de contraintes locales. Il s'agit de contraintes d'égalité ou d'inégalité des étiquettes au sein des couples de points voisins. La nature de ces contraintes de régularisation (égalité ou inégalité) dépend de l'homogénéité locale entre les points, définie par le signe de la fonction d'homogénéité h_ϵ (voir partie II.3). En cas de conflit entre les différentes contraintes sur l'étiquetage d'un point, la notion de contexte doit permettre la réalisation d'un compromis local, avec une amélioration globale de la qualité de l'étiquetage pris dans son ensemble. Ainsi, la probabilité qu'un étiquetage l réponde à la segmentation de l'ensemble des points sera d'autant plus élevée que l'étiquetage respectera les contraintes locales au sein des couples de points voisins. Le cadre des champs de Markov est particulièrement adapté pour modéliser ce type de probabilités, puisqu'il correspond à une définition formelle de la notion de dépendance liée au voisinage. Nous avons donc choisi de nous placer dans un cadre probabiliste, afin de bénéficier de la formalisation définie pour les champs markoviens. Il s'agit d'un choix de présentation, mais le problème peut aussi être traité directement comme un problème de minimisation d'énergie.

Dans ce qui suit, l'ensemble des données d'entrée $\mathcal{P} = \{P_s, s \in [1, n]\}$ est interprété comme la réalisation d'un champ aléatoire $\mathbf{P}$. De même, le processus de segmentation peut être vu comme l'estimation d'un processus d'étiquetage $\mathbf{L}$, à partir d'une réalisation du champ aléatoire $\mathbf{P}$, de telle sorte que l'ensemble des points appartenant à une même région reçoivent la même étiquette. D'autre part, nous rappelons que le graphe Γ définit un système de voisinage sur l'ensemble des sites $\{s, s \in [1, n]\}$.

Localement, nous avons vu que l'assignation de l'étiquette l_s au site s dépend de l'étiquetage des sites voisins (contrainte de régularisation) et de la configuration locale des points au voisinage de P_s (information contextuelle d'attache aux données[1]). Comme nous l'avons précisé plus haut, le champ des étiquettes $l = \{l_s, s \in [1, n]\}$ peut donc bien être considéré comme la réalisation d'un champ aléatoire markovien $\mathbf{L}$ du système de voisinage modélisé par Γ.

Dans la partie I.3, nous avons souligné l'existence de nombreux modèles markoviens pour

1. Les propriétés différentielles en tout point sont des informations directement induites des données $\mathcal{P}$. Elles jouent un rôle d'attache aux données.

traiter le problème de la segmentation et/ou la classification des images d'intensité lumineuse non texturées. Dans ces modèles, nous constatons que le terme d'attache aux données contient généralement un terme gaussien qui tend à rapprocher l'étiquette l_s de la valeur d'intensité i_s au site s. Ce terme permet la définition implicite d'un modèle plan pour les régions issues de la segmentation. Dans une région, les valeurs des pixels doivent être proches d'une valeur moyenne correspondant au centre de l'une des gaussiennes ; cette valeur est aussi celle de l'étiquette associée à la région. Ces modèles ne sont donc pas adaptés pour notre objectif de segmentation de $\mathcal{P}$ en parties lisses, bordées par des non-homogénéités locales. En effet, il n'existe pas forcément de propriété numérique dont la stabilité permet de caractériser ce type de région, au sens large.

1.2 Modèle proposé

Pour modéliser la loi du champ aléatoire markovien $\mathbf{L}$, nous associons une énergie $U(l|\mathcal{P})$ à chaque étiquetage possible l. La probabilité que l'étiquetage l réponde au problème traité est proportionnelle à $exp(-U(l|\mathcal{P}))$. L'énergie $U(l|\mathcal{P})$ permet de mesurer l'adéquation de l aux contraintes de régularité et aux données d'entrée.

L'énergie associée au modèle markovien que nous proposons est définie à partir des cliques d'ordre 2 du système de voisinage modélisé par le graphe Γ. Les cliques d'ordre supérieur reçoivent une énergie nulle. Ce modèle est proche de celui d'un modèle de Potts, mais il est modulé par un terme multiplicatif d'attache aux données. L'énergie de ce modèle s'écrit [CB00a, CB98] :

$$U(l|\mathcal{P}) = \sum_{(s,r)\in A(\Gamma)} V(s,r) \tag{1.1}$$

$$\text{où} \quad V(s,r) = (1_{l_s \neq l_r} - 1_{l_s = l_r}) * h_\epsilon(P_s, P_r) \tag{1.2}$$

$$\text{et} \quad 1_{Pt} = \begin{cases} 1 & \text{si la propriété } Pt \text{ est vraie} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.3}$$

$$A(\Gamma) \text{ désigne l'ensemble des arêtes de } \Gamma \tag{1.4}$$

Pour chaque clique $(s,r) \in A(\Gamma)$, $V(s,r)$ constitue un terme de régularisation $(1_{l_s \neq l_r} - 1_{l_s = l_r})$ dont l'action est pondéré par $h_\epsilon(P_s, P_r)$. $h_\epsilon(P_s, P_r)$ est une information indépendante de l'étiquetage qui permet d'estimer l'homogénéité locale entre les points P_s et P_r et joue un rôle d'attache aux données. L'influence de ce terme consiste à favoriser une égalité d'étiquetage entre des points voisins fortement homogènes ($h_\epsilon > 0$). A l'inverse, ce terme tend à provoquer une rupture d'étiquetage entre les points présentant une homogénéité locale très faible traduite par $h_\epsilon < 0$. Bien sûr, l'homogénéité locale d'un point avec chacun de ses voisins peut ne pas être uniforme. Dans ce cas, les variations d'amplitude de la fonction d'homogénéité permettent de parler d'une anisotropie locale de la surface, en termes d'homogénéité, au voisinage du point. Dans le modèle que nous proposons, le terme de rappel aux données n'impose donc pas de modèle contraignant pour les régions, mais il permet d'organiser les contraintes de régularisation en fonction de l'anisotropie locale de la surface.

En l'absence de conflit sur l'étiquetage des points, la minimisation de U entraîne l'égalité (respectivement l'inégalité) des étiquettes des couples de points homogènes (respectivement non-homogènes). En pratique, il y a toujours des conflits d'étiquetage dus au bruit et à la non-fermeture des contours naturels. Dans ce cas, la minimisation de U permet de combiner les différentes contraintes dont les importances relatives sont traduites par l'amplitude de la fonction d'homogénéité locale h_ϵ.

Enfin, il faut souligner que la notion de force ou de faiblesse de l'homogénéité locale est une information relative dont le contrôle s'opère à l'aide du paramètre ϵ. En effet, ϵ permet de fixer l'échelle au delà de laquelle une irrégularité locale constitue une non-homogénéité.

1.3 Difficulté des méthodes classiques de résolution

Dans la partie I.3, nous avons vu qu'il existe des modèles d'évolution dits de relaxation pour obtenir une estimation de l qui minimise l'énergie U. Au cours du processus de relaxation choisi, chaque valeur l_s est itérativement modifiée en exploitant les propriétés des lois de probabilités conditionnelles qui modélisent les dépendances locales. La complexité combinatoire de ce type de méthode a parfois été soulignée [CP95]. D'autre part, ces méthodes doivent écarter les problèmes de convergence vers des minima locaux. Naturellement, ces problèmes peuvent être évités si on dispose d'une solution approchée ou si on prend la précaution de définir une énergie convexe, ne présentant pas d'ambiguïté entre différents minima locaux. Dans notre cas, l'énergie U n'est pas forcément convexe, car elle correspond à un modèle peu restrictif. D'autre part, nous ne disposons pas d'une solution approchée pouvant servir d'initialisation.

Le principe des modèles de relaxation consiste à itérer des opérations de mise à jour des étiquettes jusqu'à convergence vers un point fixe. La mise à jour des étiquettes exploite la redondance entre les différentes dépendances locales de manière à améliorer la cohérence de l'étiquetage. Cette redondance peut également être utilisée pour simplifier l'ensemble des dépendances locales et réduire les opérations de mise à jour des étiquettes. Ainsi, Provost et al [PCPB99] ont effectué une linéarisation d'un problème markovien de segmentation d'image multi-canaux. Ils transforment une image bi-dimensionnelle en un vecteur mono-dimensionnel. Ils utilisent pour cela un parcours fractal de Hilbert-Peano. La résolution du problème markovien se ramène alors au traitement d'une chaîne de Markov le long de ce vecteur. D'après les résultats présentés par les auteurs, cette réduction dimensionnelle, bien qu'artificielle, permet d'obtenir des résultats probants.

Dans les chapitres suivants, le modèle d'évolution que nous proposons correspond lui aussi à une simplification des opérations de mise à jour des étiquettes. Afin d'exploiter la redondance entre les différents termes de dépendance locale, nous commençons par plonger le problème markovien dans le cadre de la théorie des graphes et nous ramenons le problème de l'estimation d'une configuration optimale de l à un problème d'optimisation de graphe. Dans le graphe Γ, nous exploitons ensuite l'anisotropie locale des relations d'homogénéité pour extraire deux structures arborescentes extrémales (voir partie 2). A ce niveau là, on ne se préoccupe plus de la recherche d'un optimum global car les arbres considérés permettent de construire une solution satisfaisante. En effet, les propriétés de ces deux structures permettent la mise en place d'un étiquetage cohérent des points grâce à des opérations de propagation d'étiquettes linéaires et peu coûteuses en temps de calcul. Il s'agit de la combinaison de deux opérations duales dont l'action s'apparente à une propagation anisotrope le long des arêtes de Γ.

2 Les arbres d'escarpement extrémaux

Le graphe Γ modélise les relations de voisinage entre les points $P_1, \cdots, P_n$ d'une surface S. Si on assigne le coût $V(s,r)$ à chacune des arêtes de ce graphe, le problème de la minimisation de U se ramène à la minimisation du coût total du graphe Γ ainsi valué. Nous proposons de construire un étiquetage optimal satisfaisant, grâce à un mécanisme de propagation anisotrope des étiquettes à travers le graphe Γ.

Pour cela, nous nous inspirons de certains principes des modèles de diffusion anisotrope qui ont été développés pour la restauration des images de niveau de gris (voir annexe B). L'idée principale de ces modèles consiste à favoriser la propagation d'une information le long des isophotes d'une image, et de restreindre, voire bloquer, sa propagation dans la direction du gradient. En général, ces modèles de diffusion sont décrits par des équations aux dérivées partielles et sont plutôt utilisés pour les problèmes de restauration que pour les problèmes de classification ou de segmentation. En revanche, leur succès traduit l'intérêt de distinguer deux directions extrémales, au moment de la propagation d'une information. A la manière de ces modèles qui exploitent la dualité entre le réseau des isophotes et celui des enveloppes du gradient, nous voulons utiliser la dualité qui peut exister entre deux structures plus adaptées à nos données éparpillées, et qui modélisent à leur tour des aspects directionnels de la surface.

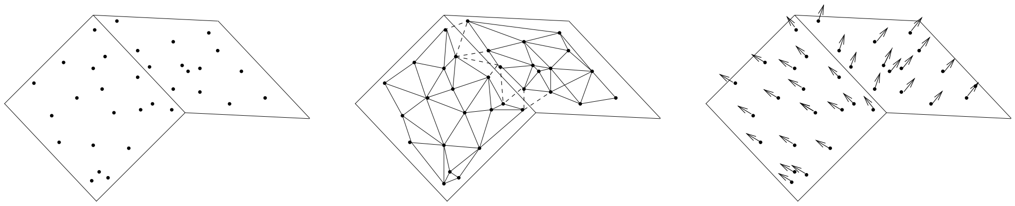
Nous savons que l'estimation du réseau des lignes de courbure d'une surface numérisée est très instable numériquement [ABD90], nous voulons donc éviter la détermination d'un réseau similaire. D'autre part, nous voulons des structures adaptées, pour nous permettre d'effectuer des opérations de propagation des étiquettes sur l'ensemble des points, en évitant la gestion de conflits locaux.

Pour cela, nous nous intéressons aux plus petits sous-graphes connexes de Γ contenant l'ensemble des sommets. Il s'agit des arbres couvrants de Γ. Un arbre couvrant est un sous-graphe de Γ dont l'ensemble des sommets est celui de Γ, et dont l'ensemble de arêtes ne forme pas de cycle. D'autre part, nous rappelons que chaque sommet s du graphe Γ correspond à l'indice d'un et un seul point de $\mathcal{P}$[1]. Le parcours d'un arbre couvrant peut donc être approprié pour assurer la propagation d'une information, de proche en proche, sur l'ensemble des points structurés par Γ. Comme le parcours d'un arbre ne présente pas de cycle, ce parcours permet

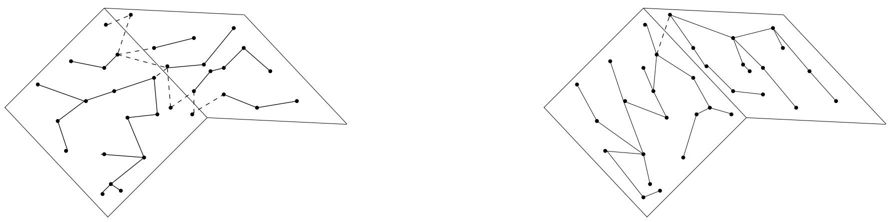
1. Dans ce qui suit, nous ferons souvent l'identification entre un point et son indice, de même que nous identifierons parfois une arête (s,r) du graphe et le segment $[P_sP_r]$ correspondant.

d'éviter la gestion de conflit concernant l'information aboutissant en un point. Pour modéliser les contraintes directionnelles utiles à des opérations de propagation anisotrope, nous nous appuyons donc sur des représentations de type arbre couvrant.

2.1 Définitions



(a) (b) (c)



(d) (e)

FIG. 2.1 – *Passage d'un ensemble non organisé de points aux arbres d'escarpement extrémaux associés : un exemple simple, a) Ensemble $\mathcal{P}$ de points traces saisis à la surface d'un objet, b) Graphe de voisinage Γ, c) Inférence de propriétés différentielles locales (ici les normales) permettant l'association d'une énergie de déformation à chaque arête de Γ, d) Arbre d'escarpement maximum (cet arbre rassemble ici toutes les arêtes traversant le pli de la surface) e) Arbre d'escarpement minimum (cet arbre ne possède ici qu'une arête traversant l'irrégularité de la surface).*

Indépendamment de l'étiquetage, nous associons une énergie de déformation $\mathit{coût}(s,r)$ à chacune des arêtes (s,r) du graphe de voisinage Γ. Cette énergie peut être vue comme une estimation de la déformation locale de la surface au voisinage des points P_s et P_r [2]. Nous donnons intentionnellement une définition peu formelle de l'énergie de déformation d'une arête, de manière à mettre en place un cadre de travail adaptatif. En pratique, on choisit la formulation $\mathit{coût}(s,r) = -h(P_s, P_r)$ où h correspond à une des expressions possibles pour

2. En effet, nous pouvons supposer que l'échantillonnage des points sur la surface est suffisamment dense et qu'il existe un homéomorphisme local entre un ouvert de $\mathbb{R}^2$ et un voisinage simultané de P_s et P_r sur la surface. L'énergie de déformation est par exemple liée à la courbure totale du morceau de surface ainsi paramétré.

la fonction d'homogénéité locale (voir chapitre II.3). Ainsi, l'énergie de déformation d'une arête (s, r) diminue avec l'homogénéité locale des points P_s et P_r. En effet, la présence locale d'une non-homogénéité peut être considérée comme une déformation. La notion d'énergie de déformation n'est donc pas sans rapport avec la fonction utilisée pour définir le critère d'homogénéité locale mais on peut utiliser des expressions différentes de la fonction d'homogénéité dans les deux cas.

Par extension de la définition du coût d'une arête, il est possible d'associer une énergie de déformation à tout sous-graphe de Γ, comme résultante des énergies de déformation des arêtes qui le composent. Dans l'ensemble S_Γ des arbres couvrant du graphe Γ, nous caractérisons deux arbres présentant des aspects directionnels optimaux :

2.1.1 Arbre d'escarpement maximal

Nous appelons arbre d'escarpement maximal (AE_{max}) un arbre couvrant du graphe de voisinage Γ dont l'énergie de déformation est maximale. Il s'agit d'un arbre couvrant maximum du graphe Γ valué à l'aide de la fonction $co\hat{u}t()$:

$$\sum_{(s,r)\in A(AE_{max})} co\hat{u}t(s,r) = \max_{T\in S_\Gamma}\left(\sum_{(s,r)\in A(T)} co\hat{u}t(s,r)\right)$$

2.1.2 Arbre d'escarpement minimal

Nous appelons arbre d'escarpement minimal (AE_{min}) un arbre couvrant du graphe de voisinage Γ dont l'énergie de déformation est minimale. Il s'agit d'un arbre couvrant minimum du graphe Γ valué à l'aide de la fonction $co\hat{u}t()$:

$$\sum_{(s,r)\in A(AE_{min})} co\hat{u}t(s,r) = \min_{T\in S_\Gamma}\left(\sum_{(s,r)\in A(T)} co\hat{u}t(s,r)\right)$$

2.2 Propriétés

Nous désignons par plongement géométrique d'un arbre couvrant T de Γ, l'ensemble des segments $[P_sP_r]$ correspondant à des arêtes (s, r) de T.

- Dans les zones accidentées de la surface S représentée par $\mathcal{P}$, le plongement géométrique de l'AE_{max} dans l'ensemble des points tend à chevaucher les non-homogénéités de la surface. De cette manière, nous sélectionnons un parcours qui permet de joindre, sans cycle et sans contourner les irrégularités de la surface, l'ensemble des points de $\mathcal{P}$ (parcours « accidenté »). Cela ne signifie pas que l'AE_{max} permet de couvrir l'ensemble des non-homogénéités de la surface. Il permet seulement de les couvrir au mieux, globalement. Ainsi, si on a trois points P_s, P_r et P_t tels que ces points sont deux à deux voisins et séparés par des non-homogénéités de la surface, alors les arêtes (s,r), (s,t) et (t,r) correspondantes ne peuvent pas toutes appartenir à l'AE_{max}, afin d'éviter la formation de cycle.

- A l'inverse, le plongement géométrique dans $\mathcal{P}$ de l'AE_{min} tend à exclure les non-homogénéités de la surface. Il permet de joindre entre eux les points de $\mathcal{P}$ en évitant de traverser des indices de bord. Cependant, on ne peut pas garantir qu'aucune des arêtes de l'AE_{min} ne correspond à des irrégularités de la surface. La présence de telles arêtes est en général nécessaire pour assurer la connectivité de l'ensemble.
- Sur les sous-graphes connexes de Γ qui sont composés de plus de trois arêtes, et où la fonction de coût est constante sur l'ensemble des arêtes, le comportement des arbres d'escarpements extrémaux n'est plus déterminé. Si le graphe Γ possède de tels sous-graphes, il n'y a plus unicité des arbres d'escarpement extrémaux. Lors de leur construction, il importe de veiller à ce que l'AE_{min} et l'AE_{max} ne coïncident pas sur ces zones.

Les arbres d'escarpement extrémaux modélisent les contraintes directionnelles sur lesquelles se base notre algorithme de segmentation par propagation anisotrope d'étiquette. Ces deux structures sont des structures anisotropes duales représentant localement la forme de l'objet. Au cours du traitement, ils permettent une réalisation implicite de la dualité contour-région.

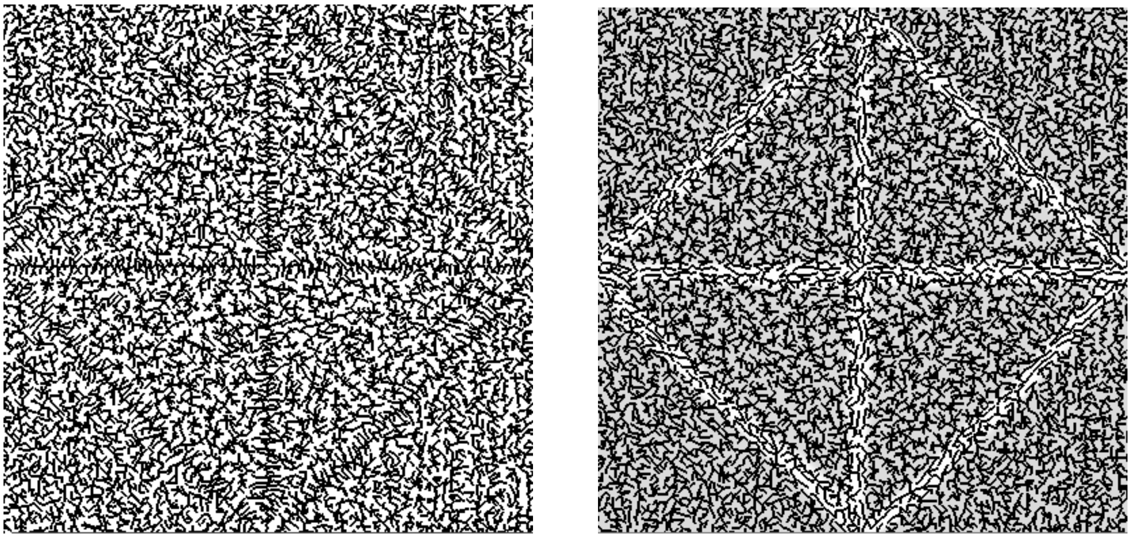
2.3 Obtention des arbres d'escarpement extrémaux

L'obtention des arbres d'escarpement extrémaux correspond à la détermination des arbres couvrants minimum et maximum du graphe Γ valué avec la fonction $co\hat{u}t()$. Ceci peut être réalisé au moyen de l'algorithme de Kruskal [PS85] dont la complexité est ici en $O(n*neigh*log(n*neigh))$.

L'algorithme de Kruskal [PS85] est un algorithme glouton qui consiste à examiner successivement chacune des arêtes du graphe par ordre croissant (resp. décroissant) de coût. L'arête considérée est retenue pour figurer dans l'arbre couvrant minimum (resp.maximum) si elle ne forme pas de cycle avec l'ensemble des arêtes préalablement sélectionnées. La complexité de cet algorithme se ramène à celle du tri des arêtes du graphe Γ par ordre croissant (ou décroissant) de coût. Si chaque point possède en moyenne $neigh$ voisins, le nombre d'arêtes dans le graphe Γ est d'environ $neigh \times n/2$.

Afin de garantir que les arbres d'escarpement extrémaux ne coïncident pas localement sur des zones où la fonction coût est constante, l'AE_{min} et l'AE_{max} sont déterminés à partir de la même liste triée.

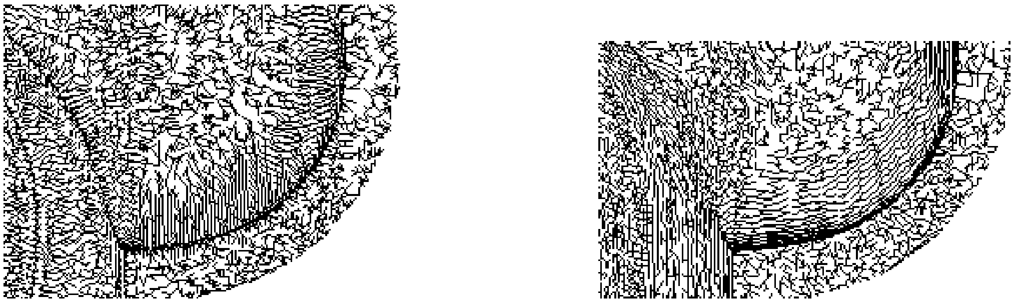
La figure 2.1 illustre le résultat de la détermination des arbres d'escarpement extrémaux sur un exemple simple. Les figure 2.2 et 2.3 présentent ces arbres dans le cas des ensembles de points « pyramide » et « masque ».



(a) Arbre d'escarpement maximal

(b) Arbre d'escarpement minimal

FIG. 2.2 – *Arbres d'escarpement extrémaux de l'ensemble de points « pyramide » (vue de dessus). La figure a (resp b) présente l'ensemble des segments $[P_sP_r]$ correspondant à des arêtes (s,r) de l'arbre d'escarpement maximal (resp. minimal) ; fonction coût choisie : $cout(s,r) = -(N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$.*



(a) Morceau de l'arbre d'escarpement maximal

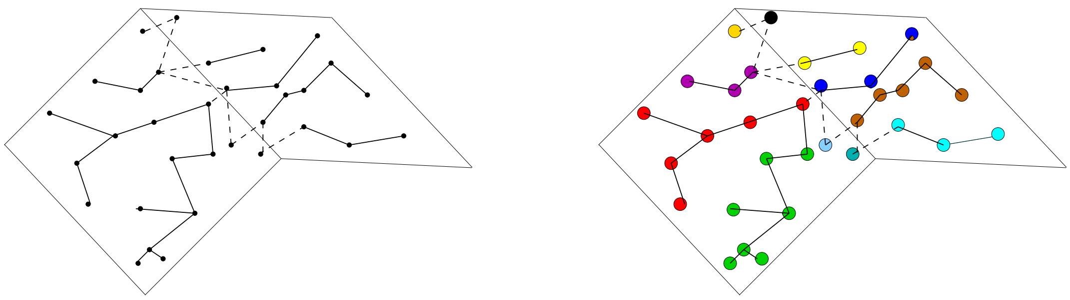
(b) Morceau de l'arbre d'escarpement minimal

FIG. 2.3 – *Portions des arbres d'escarpement extrémaux de l'ensemble « masque ». La figure a (resp b) présente l'ensemble des segments $[P_sP_r]$ correspondant à des arêtes (s,r) de l'arbre d'escarpement maximal (resp. minimal) ; fonction coût choisie : $cout(s,r) = -(N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$.*

3 Procédé d'étiquetage par propagation anisotrope

Au début du processus de segmentation par propagation anisotrope d'étiquette, il n'y a pas d'étiquetage *a priori* des points. La mise en place d'un étiquetage cohérent, minimisant l'énergie U, se compose de deux phases principales de propagation le long des arbres d'escarpement extrémaux. Ce chapitre est consacré au détail de ces deux étapes [CBV98].

La première phase débouche sur une segmentation non-optimale de l'ensemble des points en régions dites atomiques, en référence à Zucker [ZUC76]. Le principal objectif de cette opération est d'assurer le blocage de la propagation à travers les irrégularités de la surface, même si certaines d'entre elles incombent au bruit présent dans les données d'entrée. Pour garantir cette propriété, nous nous appuyons sur les propriétés structurelles de l'arbre d'escarpement maximal et nous mettons en évidence les régions atomiques à partir de l'exploration de cet arbre.

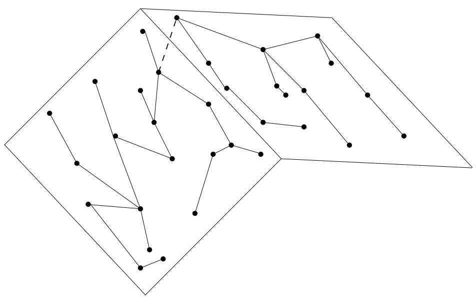


(a) Arbre d'escarpement maximal

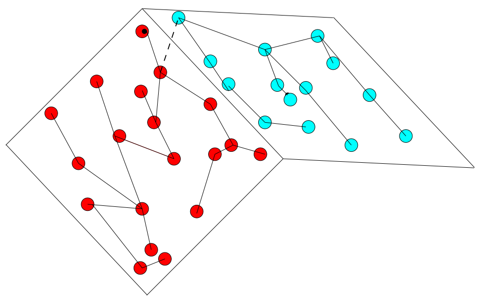
(b) Régions atomiques

FIG. 3.1 – *Parcours de l'AE_{max} et détection de régions atomiques*

Au cours de la seconde étape, les régions atomiques sont ensuite combinées, de façon locale, en régions plus importantes. Les conditions d'homogénéité globale que doivent satisfaire les régions sont alors vérifiées de manière implicite, du fait de l'apparition d'incompatibilités entre certaines régions. La totalité de la phase de fusion nécessite un minimum de deux explorations de l'AE_{min}.



(a) Arbre d'escarpement minimal



(b) Régions fusionnées

FIG. 3.2 – *Parcours de l'AE_{min} et fusion des régions de part et d'autre de certaines frontières dites « artificielles ».*

3.1 Détection des régions atomiques

3.1.1 Définition d'une région atomique

Etant donné un critère d'homogénéité locale, défini au sens d'une fonction d'homogénéité h_ϵ, une région atomique de $\mathcal{P}$ est un sous-ensemble connexe A de $\mathcal{P}$, dans lequel tout couple de points voisins satisfait le critère d'homogénéité locale :

$$\forall (P_s, P_r) \in A \times A, (s,r) \in A(\Gamma) \qquad h_\epsilon(P_s, P_r) \geq 0 \tag{3.1}$$

Une région atomique n'est pas forcément maximale.

3.1.2 Opération de propagation le long de l'AE_{max}

La première étape du processus de segmentation consiste à partitionner l'ensemble des points en régions atomiques. Les points appartenant à une même région vont donc se retrouver munis d'une même étiquette. Au début de cette étape, les points ne possèdent pas d'étiquette *a priori*. La répartition des points au sein des régions atomiques s'effectue de proche en proche, par propagation et inhibition de l'étiquetage, depuis un point initial le long de l'AE_{max}.

L'exploration de l'ensemble des points nécessite le choix d'un point de départ qui est le premier à être étiqueté. t représente l'indice de ce point pris comme origine de l'exploration. On dit que t est une racine. Dans l'AE_{max}, le choix d'une racine entraîne celui d'un sens de parcours de l'ensemble des arêtes. On obtient ainsi une arborescence (voir figure 3.3).

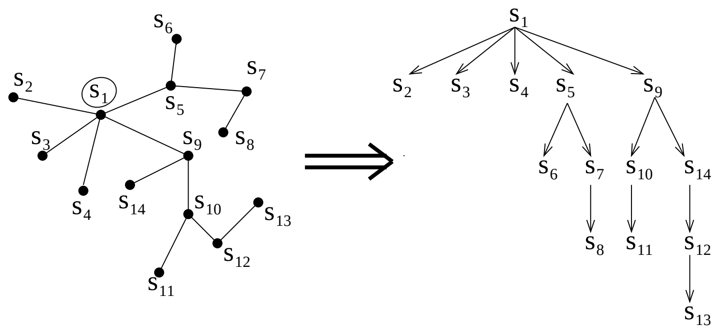


FIG. 3.3 – *Passage d'un arbre à une arborescence par le choix d'une racine ($t = s_1$)*

L'étiquetage des points est alors diffusé le long de l'AE_{max} selon l'algorithme récursif suivant (parcours en profondeur d'abord), appliqué au sommet d'indice t. La complexité de cet algorithme est en $O(n*(1+C_1))$ dans le cas où l'arborescence est stockée sous forme de listes d'adjacences. C_1 représente le coût moyen d'enregistrement d'une frontière dite réelle. La présence d'une telle frontière est stockée sous forme d'une incompatibilité entre les étiquettes correspondantes (voir III.4.1.1).

Algorithme 3.1 *Etiquetage*(P_s)

pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\max}$

si $h_\epsilon(P_s, P_r)>0$ **alors** $l(P_r) \leftarrow l(P_s)$

{Propagation d'étiquetage }

sinon {Blocage de la propagation par changement d'étiquette :}

1. $l(P_r) \leftarrow$ nouvelle étiquette.
2. Enregistrement de la présence d'une frontière dite « réelle » entre les régions d'étiquettes $l(P_s)$ et $l(P_r)$.

fin

Etiquetage(P_r)

fin

L'algorithme proposé garantit le blocage de la propagation à travers les irrégularités de la surface. En effet, l'exploration de l'AE_{max} constitue une heuristique idéale pour détecter les non-homogénéités entre points voisins. Cette représentation a structurellement été définie pour couvrir l'ensemble des accidents de la surface.

Au cours de l'algorithme, il y a transmission de l'étiquetage tant que l'homogénéité locale est satisfaite le long des arcs. Au contraire, le passage à travers une non-homogénéité locale provoque une inhibition de la propagation avec un changement d'étiquette. On évite ainsi le contournement et l'inclusion progressive d'un indice de bord au sein d'une même région. A l'issu de cette première phase, on peut démontrer que les points qui sont regroupés sous une même étiquette constituent bien une région atomique :

3.1.3 Proposition

Etant donné un ensemble de points $\mathcal{P}$ muni d'une relation de voisinage représentée par Γ, l'application de l'algorithme Etiquetage() permet la partition de l'ensemble des points en régions atomiques.

Pour les besoins de la démonstration de cette proposition, nous avons introduit le concept de comparabilité entre deux fonctions d'homogénéité.

Définition :

Deux fonctions d'homogénéité $h1$ et $h2$ sont dites comparables si et seulement si on a l'équivalence suivante pour tout couple $((s,r),(t,u)) \in A(\Gamma)$.

$$h1(P_s, P_r) \geq h1(P_t, P_u) \Longleftrightarrow h2(P_s, P_r) \geq h2(P_t, P_u)$$

Deux fonctions d'homogénéité comparables ne définissent pas forcément un même critère d'homogénéité. Par exemple, les fonctions d'homogénéité $h_{\epsilon_1}(P_s, P_r) = \frac{(\overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N_r} - \epsilon_1)}{1-\epsilon_1}$ et $h_{\epsilon_2}(P_s, P_r) = \frac{(\overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N_r} - \epsilon_2)}{1-\epsilon_2}$ sont comparables $\forall(\epsilon_1, \epsilon_2) \in [-1,1] \times [-1,1]$ mais ne définissent pas le même critère d'homogénéité si $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$.

A présent, nous donnons la démonstration de la proposition.

Démonstration :

Dans cette démonstration, on adopte les notations suivantes :

- h est la fonction d'homogénéité ayant permis la formation des arbres d'escarpement extrémaux,
- h_ϵ est la fonction d'homogénéité définissant les régions atomiques.

On se place dans le cadre où les fonctions h et h_ϵ sont comparables.

Soit A_e l'ensemble des points d'étiquette donnée e. Dans ce qui suit, k_e désigne l'indice du premier point recevant l'étiquette e au cours de l'algorithme de formation des régions atomiques.

Supposons que A_e ne soit pas une région atomique.

Il est alors possible de mettre en évidence un couple de points voisins ne satisfaisant pas le critère d'homogénéité locale :

$$\exists (P_s, P_r) \in A_e \text{ tel que } (s,r) \in A(\Gamma) \text{ et } h_\epsilon(P_s, P_r) < 0 \tag{3.2}$$

Par définition du processus d'étiquetage, l'arête (s,r) ne peut pas appartenir à l'AE_{max}, sinon les points P_s et P_r ne posséderaient pas la même étiquette.

En revanche, l'algorithme assure l'existence d'un chemin élémentaire de l'AE_{max} entre les noeuds d'indices k_e et s (respectivement k_e et r). Il s'agit des chemins qui ont permis la propagation de l'étiquette e du point P_{k_e} jusqu'au point P_s (respectivement P_r). Appelons C l'ensemble des arêtes de l'AE_{max} composant ces deux chemins élémentaires. C ne forme pas de cycle avec son complémentaire D dans $A(AE_{max})$ puisque l'AE_{max} est un arbre.

D'après les conditions de propagation d'une étiquette, nous avons :

$$\forall (u,v) \in C \qquad h_\epsilon(P_u, P_v) \geq 0 \tag{3.3}$$

Des inégalités 3.2 et 3.3, nous déduisons l'inégalité suivante :

$$\forall (u,v) \in C \qquad h_\epsilon(P_s, P_r) \leq h_\epsilon(P_u, P_v) \tag{3.4}$$

Les fonctions h et h_ϵ étant comparables, nous avons donc :

$$\forall (u,v) \in C \qquad h(P_s, P_r) \leq h(P_u, P_v) \tag{3.5}$$

Par choix de l'arête (s,r) et par définition de C, (s,r) forme un cycle avec certains éléments de C. En revanche, (s,r) ne présente pas de cycle avec les éléments de D, puisque C ne forme pas de cycle avec D.

Lors de la détermination des arbres d'escarpement extrémaux, les arêtes de l'AE_{max} ont été sélectionnées au moyen de l'algorithme de Kruskal. Pour cela, les arêtes de Γ ont été examinées les unes après les autres par ordre décroissant de coût ($coût(a,b) = -h(P_a, P_b)$). Dans ce processus, une arête est retenue si elle ne forme pas de cycle avec l'ensemble des arêtes préalablement sélectionnées.

L'inégalité 3.5 assure que l'arête (s,r) a été examinée avant les arêtes de C. Au moment de l'examen de l'arête (s,r), l'ensemble des arêtes retenues pour figurer dans l'AE_{max} est donc un sous-ensemble de D. (s,r) ne forme pas de cycle avec les arêtes de D, donc à plus forte raison avec l'ensemble des arêtes déjà sélectionnées. Dans ces conditions, (s,r) devrait avoir été retenue pour former l'AE_{max}. On aboutit à une contradiction.

L'hypothèse 3.2 est donc fausse.

$$\forall (P_s, P_r) \in A_e, (s,r) \in A(\Gamma) \qquad h_\epsilon(P_s, P_r) \geq 0 \tag{3.6}$$

A_e est une région atomique, ce qui clôt la démonstration.

3.1.4 Remarque

Globalement, l'arbre d'escarpement maximal est un arbre qui couvre au mieux les irrégularités de la surface. Les propriétés de cet arbre nous ont permis de mettre en place l'étiquetage optimal des points qui peut être réalisé sans conflit. Cela signifie que l'étiquetage d'un point ne résulte plus d'un compromis local entre plusieurs influences, mais uniquement de l'étiquetage d'un autre point, qui est son prédécesseur dans l'AE_{max}. On se rapproche ainsi du cadre de la réalisation d'une chaîne de Markov.

3.1.5 Algorithme d'étiquetage amélioré

Si une application directe de l'algorithme $Etiquetage()$ permet d'être conforme à la proposition ci-dessus, elle risque cependant de multiplier les régions atomiques. Sans nuire au principe de base, nous avons introduit une légère modification conduisant à une version légèrement différente de l'algorithme de propagation qui est celle que nous utilisons en pratique. Dans cette nouvelle version, le passage à travers une non-homogénéité locale de la surface se traduit aussi par un changement de région, mais pas forcément par la création d'une nouvelle étiquette. Pour étiqueter un point différemment, on commence par chercher s'il existe un point du voisinage dont il est possible de reprendre l'étiquette. A la fin de l'algorithme, il est ainsi possible de diminuer le nombre des régions crées, en sortant légèrement du cadre de la démonstration ci-dessus.

L'étiquetage des points est propagé le long de l'AE_{max}, selon l'algorithme $Etiquetage2()$, appliqué au sommet d'indice t. La complexité de cet algorithme récursif est en $O(n(1+neigh+C_1))$ dans le cas où l'arborescence d'origine t est implantée sous forme de listes d'adjacence. $neigh$ désigne le nombre moyen de voisins par point et C_1 le coût moyen de l'enregistrement d'une frontière dite réelle entre deux régions d'étiquettes données.

Algorithme 3.2 $Etiquetage2(P_s)$

pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\max}$

  si $h_\epsilon(P_s, P_r) > 0$ **alors** $l(P_r) \leftarrow l(P_s)$

  {Propagation d'étiquetage }

  sinon {Blocage de la propagation par changement d'étiquette :}

    1. Soit $P_k \in V_r$ tel que

$$h_\epsilon(P_r, P_k) = \max_{\substack{P_l \in V_r \\ l(P_l) \neq l(P_s)}} (h\,(P_r, P_l))$$

    2. **si** $h_\epsilon(P_r, P_k) > 0$ **et** $l(P_k) \neq \text{NIL}$ **alors** $l(P_r) \leftarrow l(P_k)$

    sinon $l(P_r) \leftarrow$ nouvelle étiquette.

    3. Enregistrement de la présence d'une frontière dite « réelle » entre les régions d'étiquettes $l(P_s)$ et $l(P_r)$.

  fin

  $Etiquetage2(P_r)$

fin

L'itération de l'algorithme $Etiquetage2()$ peut présenter un intérêt. Elle permet de diminuer encore le nombre d'étiquettes utilisées, jusqu'à stabilisation du nombre de régions.

Les figures 3.4, 3.5 et 3.6 montrent les résultats obtenus à l'aide de cette nouvelle version de l'algorithme d'étiquetage pour la détection des régions atomiques.

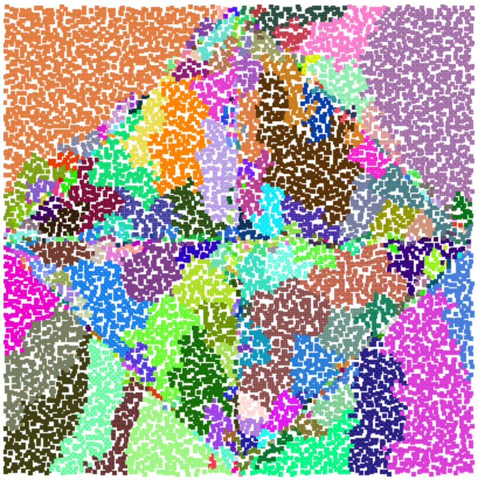


FIG. 3.4 – « *pyramide* », *application de l'algorithme de propagation pour la détection des régions atomiques (version modifiée) ;* $h_\epsilon = (N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$ *avec* $\epsilon = 0.97$.

FIG. 3.5 – « *masque* », *application de l'algorithme de propagation pour la détection des régions atomiques (version modifiée) ;* $h_\epsilon = (N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$ *avec* $\epsilon = 0.994$.

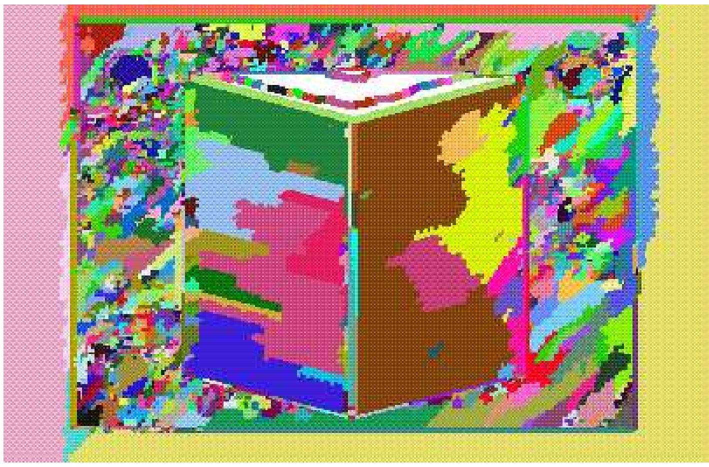


FIG. 3.6 – « *Pièce métal* », *application de l'algorithme de propagation pour la détection des régions atomiques (version modifiée) ;* $h_\epsilon = (N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$ *avec* $\epsilon = 0.99$.

3.1.6 Contribution à la minimisation de U

La partition de l'ensemble des points en régions atomiques constitue une première étape dans la recherche d'un étiquetage minimisant l'énergie U associée au problème markovien. Au cours de cette étape, on établit un premier étiquetage qui respecte les inégalités d'étiquettes partout où ces inégalités contribuent localement à la minimisation de U, c'est à dire partout où on observe une non-homogénéité locale entre les points. Ainsi, on a $V(s,r) < 0$ partout où $h_\epsilon(P_s, P_r) < 0$.

Naturellement, la mise en place de cet étiquetage s'opère au prix de l'apparition d'inégalités abusives entre les étiquettes de certains points voisins. Nous ne parlons pas des inégalités correspondant à la présence locale de non-homogénéités erronées (dues au bruit), mais de celles qui ne s'accompagnent d'aucune irrégularité ($l_s \neq l_r$ et $h_\epsilon(P_s, P_r) > 0$). Ces inégalités maximisent localement leur contribution à l'énergie U ($V(s,r) > 0$).

L'objet des opérations suivantes consiste à examiner ces inégalités dans un but de correction. Cependant, certaines d'entre elles pourront être conservées afin de contribuer à l'optimisation de l'ensemble. En effet, l'obtention d'un bénéfice global s'obtient parfois au prix d'un compromis local. En ce qui concerne les égalités de label mises en place au cours de la phase de propagation, aucune n'est à remettre en cause du fait des propriétés des régions atomiques.

3.2 Nature des frontières entre les régions atomiques

L'algorithme de détection des régions atomiques a permis la transmission des étiquettes le long de certaines arêtes de l'AE_{max}. Quand l'exploration atteint une feuille de l'AE_{max}, il n'y a plus d'arête à considérer à partir de ce sommet, interrompant du même coup toute transmission d'étiquette entre le point correspondant et un de ses voisins.

Nous rappelons que la notion de frontière est caractérisée par la présence d'un couple de points voisins comportant des étiquettes différentes. Ceci nous permet de distinguer deux types de frontières entre les régions atomiques adjacentes : les frontières réelles et les frontières artificielles (voir figure 3.7).

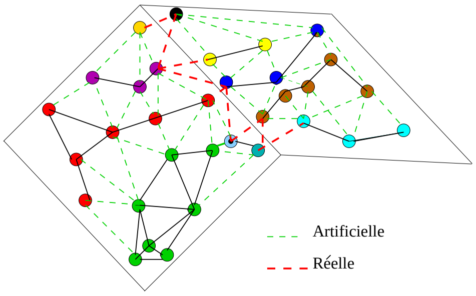


FIG. 3.7 – *Régions atomiques, frontières réelles et les frontières artificielles*

3.2.1 Frontières réelles

L'existence d'une frontière réelle entre deux régions atomiques d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} ($l_{k_1} \neq l_{k_2}$) se traduit par l'existence d'un couple de points voisins (P_s, P_r), d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, dont on a vérifié la non-homogénéité locale au sens de la fonction h_ϵ. L'arête (s, r) correspondant à ce couple de points est donc une arête de l'AE_{max}.

$$\exists (s,r) \in A(AE_{max}) \text{ tel que } \left\{ \begin{array}{l} l(P_s) = l_{k_1} \\ l(P_r) = l_{k_2} \quad (l_{k_2} \neq l_{k_1}) \end{array} \right. \tag{3.7}$$

Les frontières réelles soulignent la présence effective d'irrégularités surfaciques entre deux régions atomiques. Elles sont traversées par les arêtes de l'AE_{max} qui ont permis leur détection. L'information de frontière réelle est stockée au cours de l'algorithme de détection des régions atomiques. Nous détaillerons la manière de conserver cette information sous forme d'incompatibilité d'étiquettes dans le chapitre III.4.1.1.

3.2.2 Frontières artificielles

A l'inverse, les frontières artificielles entre deux régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} sont caractérisées par l'existence d'un couple de points voisins (P_s, P_r) d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} et par l'absence de frontière réelle entre ces deux régions. Cela signifie que l'homogénéité locale de tout couple de points voisins (P_u, P_v) tel que $l(P_u) = l_{k_1}$ et $l(P_v) = l_{k_2}$, n'a pas été testée au cours de la phase de création des régions atomiques. Les arêtes (u, v) correspondantes n'appartiennent donc pas à l'AE_{max} :

$$(u,v) \notin A(AE_{max}) \qquad \forall (u,v) \in A(\Gamma) \text{ tel que } l(P_u) = l_{k_1} \text{ et } l(P_v) = l_{k_2} \tag{3.8}$$

Typiquement, ce type de frontière est créé aux feuilles de l'AE_{max} par manque de propagation au delà de ces feuilles. *A priori*, nous ne savons pas entre quelles régions se situent les frontières artificielles. Pourtant, une seconde étape est indispensable afin d'examiner l'ensemble de ces frontières et de décider de leur maintien ou de leur suppression. En pratique, la suppression d'une frontière artificielle correspond à la fusion des régions qu'elle sépare [1].

Parmi les frontières artificielles à conserver, on peut en trouver un petit nombre qui correspondent à la présence d'irrégularités surfaciques locales entre les régions atomiques qu'elles séparent (existence d'arêtes porteuses de non-homogénéités, non retenues dans l'AE_{max}). Soulignons toutefois que les autres frontières artificielles ne sont pas systématiquement supprimées et peuvent intervenir pour assurer le maintien et la fermeture de frontières réelles. Ce propos est illustré dans la figure 3.8.

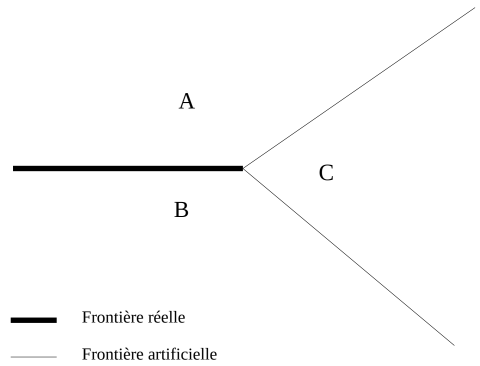


FIG. 3.8 – *Cas de figure nécessitant le maintien d'une frontière artificielle, pour ne pas faire disparaître une frontière réelle.*

Dans cette figure, la configuration des régions et de leurs frontières ne permet pas de faire simultanément disparaître la frontière artificielle entre les régions A et C, puis la frontière artificielle entre B et C, sous peine de faire disparaître la frontière réelle entre A et B. Il est nécessaire de faire un choix entre les deux frontières artificielles et de conserver celle qui optimise l'étiquetage des points.

Notre classification en frontières réelles et frontières artificielles est proche de celle proposée par Lejeune et Ferrie [LF96]. En effet, comme nous l'avons souligné au chapitre I.3, ils mettent en œuvre une première approche orientée région afin d'obtenir une première segmentation des images de profondeur en zones convexes. Ensuite, ils utilisent un processus de relaxation où la présence locale d'indices de bord intervient pour supporter ou rejeter les frontières entre les régions. Ils effectuent donc une distinction entre les frontières à maintenir et les frontières qui peuvent disparaître.

1. La fusion d'une région A avec une région B signifie que les points de A et de B prennent une étiquette commune.

3.3 Phase de fusion

3.3.1 Parcours de l'arbre d'escarpement minimal

La phase de fusion peut être abordée de la même manière que la précédente, à un niveau symbolique supérieur, puisque la notion de région se substitue peu à peu à celle du point. Il faut cependant apporter une nuance à la similarité entre les deux étapes. L'information de frontière réelle a été apportée par une exploration de l'$AE_{\max}$. Les régions situées de part et d'autre d'une telle frontière ne peuvent pas être fusionnées. Elles sont dites incompatibles. Disposant de l'information relative à ces incompatibilités, la phase de fusion est ciblée sur la détection et la suppression éventuelle des frontières artificielles, sans dresser une liste exhaustive et comparative de l'ensemble de ces frontières.

Nous avons souligné que les régions à fusionner ne sont pas séparées par des arêtes de l'$AE_{\max}$. Par conséquent, une exploration duale au parcours de l'$AE_{\max}$ peut permettre la mise en évidence des adjacences entre régions atomiques fusionnables. Une telle exploration correspond naturellement à l'$AE_{\min}$. Les régions atomiques sont donc fusionnées au cours d'une exploration de l'$AE_{\min}$ chaque fois qu'il n'y a pas d'incompatibilité des étiquettes de part et d'autre des frontières traversées. L'étape de fusion est réalisée de manière récursive grâce à l'algorithme *FusionRégions*(), appliqué au sommet d'indice t, et dont la complexité est en $O(n(1+C_2+C_3))$ dans le cas où l'arborescence de racine t est implantée sous forme de listes d'adjacence. C_2 représente le coût moyen du test de l'existence d'une frontière réelle entre deux régions d'étiquettes données (voir chapitre III.4.1.1) et C_3 représente le coût moyen de l'établissement d'une fusion entre deux régions. En pratique, cette information est stockée sous forme d'une relation de compatibilité entre les étiquettes correspondantes (voir chapitre III.4.1.2).

Algorithme 3.3 *FusionRégions*(P_s)

pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\min}$

1. **si** $l(P_r) \neq l(P_s)$
   et si $h_\epsilon(P_s, P_r) > 0$
   et si Absence de frontière réelle entre les régions d'étiquettes $l(P_s)$ et $l(P_r)$ { Passage à travers une frontière artificielle }
   alors fusion des régions d'étiquettes $l(P_s)$ et $l(P_r)$.
2. *FusionRégions*(P_r)

fin

3.3.2 Procédé d'hystérésis

3.3.2.1 Intérêt d'une fusion contrôlée au niveau des brèches

En pratique, nous avons remarqué que la phase de fusion ne peut pas être réalisée au cours d'une unique exploration de l'AE_{min}. En effet, certaines précautions doivent être prises au cours de cette exploration : au bout d'un certain nombre de fusions entre régions atomiques environnantes, il peut s'avérer que certaines frontières artificielles correspondent à des brèches dans les frontières réelles, si on les considère à un niveau de traitement plus global. C'est le cas de la configuration des frontières et des régions présentée figure 3.9.

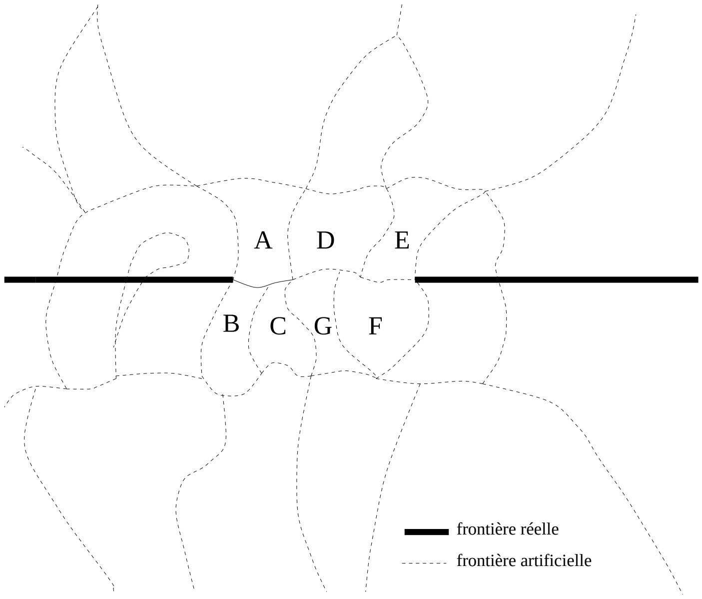
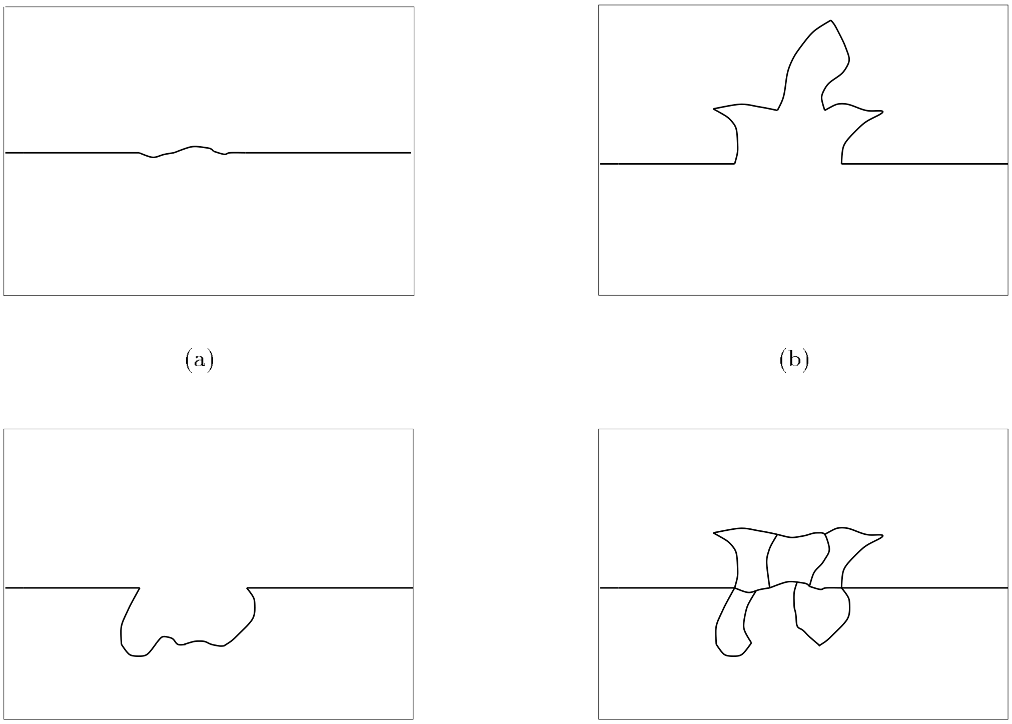


FIG. 3.9 – *Brèche dans une frontière réelle*

Dans cette figure, certaines frontières artificielles méritent d'être préservées, de préférence à d'autres. En effet, nous préférons l'étiquetage final présenté figure 3.10.a à celui des figures 3.10.b, 3.10.c et 3.10.d, même si ces étiquetages respectent également les frontières réelles. C'est le principe du « minimum descriptor lenght » qui consiste à préférer une fermeture de contour à une autre, si elle est de moindre longueur [PEN87].

Une unique exploration de l'AE_{min} ne permet pas de répondre à ces besoins :

- Si la phase de fusion est réalisée au cours d'une unique exploration de l'AE_{min}, avec un critère d'homogénéité locale trop permissif, les frontières artificielles situées au niveau de la brèche ne coïncident pas avec des non-homogénéités locales. Le mécanisme de fusion des régions peut alors provoquer une infiltration progressive des régions émergentes dans la brèche. Le résultat dépend alors du sens (choix du point de départ de l'exploration) et du mode de parcours de l'AE_{min} (figure 3.10.b ou 3.10.c).
- En revanche, si le critère d'homogénéité locale est plus strict, la fusion progressive des régions n'entraîne pas forcément une infiltration dans la brèche, car les frontières artificielles correspondantes coïncident avec la présence de non-homogénéités locales. En



(a) (b) (c) (d)

FIG. 3.10 – *Différentes configurations possibles pour l'étiquetage final autour de la brèche*

effet. il n'est pas abusif de supposer que l'homogénéité locale entre deux points qui sont situés de part et d'autre d'une brèche est plus faible que l'homogénéité locale entre deux points voisins dans une zone homogène. Près du trou, les frontières réelles s'étendent, suite à l'agglomération des régions autorisées à fusionner de part et d'autre de la brèche. On observe une extension des incompatibilités entre les régions, qui préserve la brèche de toute infiltration.

– Le résultat d'une phase de fusion avec un critère d'homogénéité très strict n'est pourtant pas satisfaisant car il aboutit à un nombre trop important de régions (*over-segmentation*) (voir figures 3.11 et 3.12). Pour fusionner ces régions, il est possible d'opérer une nouvelle étape de fusion avec un critère d'homogénéité moins strict, puisque les frontières réelles sont désormais prolongées au niveau de la brèche.

De cette manière, nous effectuons la phase de fusion en plusieurs passages successifs correspondant à un relâchement progressif du critère d'homogénéité locale. Ce procédé d'hystérésis permet de contrôler la fusion des régions grâce à un renforcement progressif des frontières réelles. Il est ainsi possible de commencer à fusionner les régions dans les zones de faible courbure avant d'aborder les zones fortement accidentées. Le procédé d'hystérésis exploite pour cela le fait que l'homogénéité locale est plus faible au niveau d'une brèche dans les frontières réelles, qu'au niveau des autres frontières artificielles.

Dans le chapitre III.4.3, nous montrerons que le parcours des arbres d'escarpement ex-

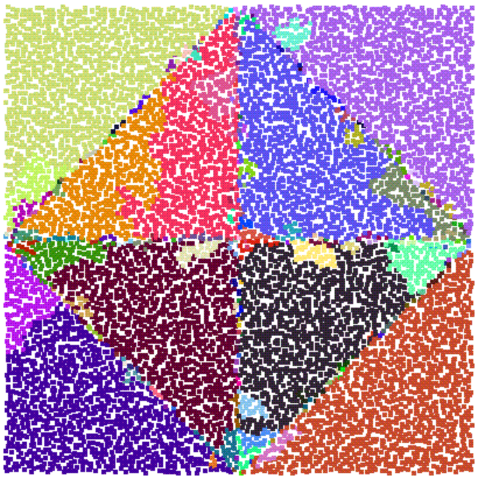


FIG. 3.11 – *Nuage de points 3-D « pyramide », résultat d'une première phase de fusion avec un critère d'homogénéité strict (1 seul passage sur l'AE_{min}) :* $h_\epsilon = (N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$ *avec* $\epsilon = 0.97$

FIG. 3.12 – *Nuage de points 3-D « masque », résultat d'une première phase de fusion avec un critère d'homogénéité strict (1 seul passage sur l'AE_{min}) :* $h_\epsilon = (N_s.N_r - \epsilon)/(1+\epsilon)$ *avec* $\epsilon = 0.994$

trémaux peut se réduire au parcours de leurs parties significatives, grâce à un mécanisme d'évolution hiérarchique permettant de ne conserver que les parties pertinentes de ces arbres.

Le choix du caractère plus ou moins strict du critère d'homogénéité locale fait intervenir le réglage d'un paramètre ϵ. En cas d'erreur, il est toujours possible de revenir à l'état précédent de l'étiquetage.

3.3.2.2 Evolution de la notion de frontière réelle

Pendant le procédé d'hystérésis, la finesse des irrégularités susceptibles de bloquer la propagation des étiquettes diminue avec le relâchement du critère d'homogénéité locale. La notion de frontière réelle évolue donc peu à peu. En effet, certaines frontières qualifiées de réelles ne correspondent plus à des non-homogénéités effectives et ne justifient plus une incompatibilité entre les régions qu'elles séparent. Ces frontières ne doivent plus figurer dans l'ensemble des frontières réelles à maintenir. A chaque étape de la phase de fusion, nous opérons donc une exploration préalable de l'AE_{max} afin de mettre à jour cette liste des frontières réelles d'intérêt. Il s'agit, là encore, d'un algorithme d'exploration récursif, appliqué au sommet d'indice t et de complexité en $O(n*(1+C_1))$ (C_1 est le coût moyen de l'enregistrement d'une frontière réelle) :

Algorithme 3.4 $MiseAJourFrontièreRéelle(P_s)$

pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\max}$

1. **si** $h_\epsilon(P_s, P_r)<0$

   Enregistrement d'une frontière réelle d'intérêt

2. $MiseAJourFrontièreRéelle(P_r)$

fin

Le critère d'arrêt du procédé d'hystérésis correspond à une stabilisation du nombre de régions. En général, le résultat obtenu au bout de deux explorations de l'AE_{min} est déjà satisfaisant, mais la réalisation d'explorations ultérieures permet de raffiner le résultat et de diminuer le nombre de régions.

4 Implantation

4.1 Stockage de l'information de frontière réelle et gestion des opérations de fusion

Dans les chapitres précédents, nous avons plusieurs fois fait référence à la nécessité de stocker ou de tester l'existence d'une frontière réelle entre deux régions. Dans ce chapitre, nous proposons une implantation possible de ce type d'information et nous explorons certaines possibilités offerte par cette implantation.

4.1.1 Listes d'incompatibilités entre les étiquettes

Dans notre approche de la segmentation par propagation d'étiquettes, il n'y a pas forcément stockage d'une information globale sur les régions, ce qui peut être utile pour réduire l'espace mémoire occupé. Chaque point reçoit une étiquette caractérisant la région à laquelle il appartient, mais les besoins de l'algorithme ne nécessitent pas de connaître la liste des points appartenant à cette région [1].

Il en va différemment de l'information de frontière, puisque nous enregistrons la présence de frontières réelles à différentes étapes de l'algorithme de segmentation. La notion de frontière réelle entre deux régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} se traduit par la définition d'une incompatibilité entre les étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}.

Pour chaque étiquette l_k, nous dressons une liste $incomp_{l_k}$ des étiquettes avec lesquelles elle est incompatible. Ces listes d'incompatibilités sont mises en place au cours de la phase de création des régions atomiques, puis elles sont effacées et mises à jour à chaque relâchement du critère d'homogénéité locale, avant d'opérer une nouvelle phase de fusion. Lors de la mise à jour, la relation d'incompatibilité est symétrique :

Si $l_{k_1} \in incomp_{l_{k_2}}$ alors $l_{k_2} \in incomp_{l_{k_1}}$

Puis les listes d'incompatibilité évoluent au fur et à mesure des fusions. Il y a transmission de la notion d'incompatibilité lors de la fusion entre deux régions : si les régions d'étiquettes

1. Ce n'est pas le cas des méthodes de segmentation qui s'appuient sur un modèle explicite des régions émergentes.

l_{k_1} et l_{k_2} sont fusionnées, la région résultante hérite des incompatibilités relatives à chacune.

Après la fusion des régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, la correction de l'étiquetage des points correspondants n'est pas effectuée dans un premier temps. En effet, cet étiquetage peut encore être modifié par le biais de nouvelles fusions. On se contente d'enregistrer une relation dite de compatibilité entre les étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}. Cet aspect sera traité en III.4.1.2. En ce qui concerne les étiquettes et leurs listes d'incompatibilités, on conserve donc les étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, mais ces étiquettes partagent désormais une liste d'incompatibilités commune résultant de la réunion de leurs incompatibilités respectives.

fusion-incompatibilités (l_{k_1}, l_{k_2})

$$incomp_{l_{k_1}} \longleftarrow incomp_{l_{k_1}} \cup incomp_{l_{k_2}}$$
$$incomp_{l_{k_2}} \longleftarrow incomp_{l_{k_1}}$$

Ce mécanisme de transmission peut rapidement entraîner la perte de symétrie des relations d'incompatibilités. En effet, soit l_{k_1}, l_{k_2} et l_{k_3} tels que :

$$l_{k_3} \in incomp_{l_{k_1}}, \quad l_{k_1} \in incomp_{l_{k_3}}$$
$$l_{k_3} \notin incomp_{l_{k_2}}, \quad l_{k_2} \notin incomp_{l_{k_3}}$$

Supposons que les régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} soient fusionnées dans une région commune :

$$incomp_{l_{k_1}} \longleftarrow incomp_{l_{k_1}} \cup incomp_{l_{k_2}}$$
$$incomp_{l_{k_2}} \longleftarrow incomp_{l_{k_1}}$$

On a alors :

$l_{k_3} \in incomp_{l_{k_2}}$, mais $l_{k_2} \notin incomp_{l_{k_3}}$.

Si on décide de rétablir la symétrie des relations d'incompatibilités, il est alors nécessaire d'effectuer une opération de mise à jour des listes d'incompatibilités, pour chacune des étiquettes incompatibles à l_{k_1} ou à l_{k_2}. Nous montrons en III.4.2 que cette routine n'est pas indispensable en pratique, puisque son absence peut permettre une amélioration de la robustesse au bruit.

symétrie-incompatibilités (l_{k_1}, l_{k_2})

$$\forall l_k \in incomp_{l_{k_1}}$$
$$incomp_{l_k} \longleftarrow incomp_{l_k} \cup \{l_{k_1}\} \cup \{l_{k_2}\}$$

Rappel :

$incomp_{l_{k_1}} = incomp_{l_{k_2}}$ (liste commune)

La gestion des listes d'incompatibilités permet de vérifier rapidement la possibilité d'une fusion entre deux régions adjacentes. En effet, la fusion des régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} n'est possible que si elle n'entraîne pas la disparition d'une frontière réelle, c'est à dire si $l_{k_2} \notin incomp_{l_{k_1}}$.

4.1.2 Listes de compatibilités entre les étiquettes

Au cours des opérations de fusion, les changements dans l'étiquetage des points ne s'effectuent pas immédiatement ; les points conservent leurs étiquettes initiales. En attendant le choix d'une étiquette commune, nous regroupons les étiquettes qui composent une région sous forme d'une liste dite de compatibilités. On dit aussi que ces étiquettes sont compatibles.

Pour chaque étiquette l_k, nous disposons donc d'une liste de compatibilités $comp_{l_k}$ qu'elle partage avec l'ensemble des étiquettes qui lui sont compatibles. Il s'agit d'une liste commune.

A l'initialisation, $comp_{l_k}$ ne contient que l'étiquette l_k et n'est donc partagée par aucune autre étiquette. Puis elle évolue au fur et à mesure des opérations de fusion.

La relation de compatibilité est symétrique et le demeure au fil des opérations. En effet, soient l_{k_1} et l_{k_2} tels que $l_{k_1} \notin comp_{l_{k_2}}$.

Supposons que nous fusionnions les régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}. On effectue alors les opérations suivantes, qui garantissent la symétrie des relations de compatibilité, par partage d'une liste commune :

fusion-compatibilités (l_{k_1}, l_{k_2})
$comp_{l_{k_1}} \longleftarrow comp_{l_{k_1}} \cup comp_{l_{k_2}}$
$\forall l_k \in comp_{l_{k_1}} \qquad comp_{l_k} \longleftarrow comp_{l_{k_1}}$

La gestion des listes de compatibilité permet d'éviter la mise à jour systématique des étiquettes des points à chaque fusion entre deux régions. La modification de l'étiquetage des points n'est réalisée qu'à la fin de chaque passage sur l'AE_{min}. Pour chaque liste de compatibilité, on choisit alors une étiquette commune qui se substitue à l'ensemble des étiquettes concernées. Ce remplacement n'entraîne pas une surcharge de coût des opérations de segmentation. Il peut être effectué pendant le prochain parcours de l'AE_{max}, au moment où l'information concernant les frontières réelles est également mise à jour (suite au passage à un critère d'homogénéité moins sévère). Pour cela, il suffit d'en tenir compte dans la fonction de mise à jour des frontières réelles. Dans cette fonction, on introduit $ll(comp_{l_k})$ qui désigne l'étiquette choisie pour se substituer aux étiquettes de $comp_{l_k}$.

Algorithme 4.1 $MiseAJourFrontièreRéelle2(P_s)$

pour tout r successeur de s dans l'$AE_{\max}$

1. $l(P_r) \longleftarrow ll(comp_{l(P_r)})$
2. **si** $h_\epsilon(P_s, P_r) < 0$
   Enregistrement d'une frontière réelle d'intérêt
3. $MiseAJourFrontièreRéelle2(P_r)$

fin

4.2 Amélioration de la robustesse au bruit

Dans l'algorithme de segmentation qui précède, les antagonismes entre les régions sont intégralement transmis par le mécanisme de fusion. Pourtant, certaines frontières réelles peuvent être abusives, comme en témoignent celles qui s'appuient sur des irrégularités locales dues au bruit. Les incompatibilités qui en résultent ne doivent pas être maintenues et constituent une entrave à la minimisation de U.

L'approche rigide qui consiste à maintenir l'ensemble des frontières réelles peut être infléchie, de manière à permettre la disparition de certaines incompatibilités abusives. Pour cela, nous avons étudié la possibilité d'effacer la transmission de certains antagonismes après la combinaison de certaines opérations de fusion.

Au chapitre 4.1, nous avons présenté une fonction **symétrie-incompatibilités** ( ) qui permet de maintenir la symétrie des relations d'incompatibilité après chaque fusion de deux régions.

Supposons que cette fonction ne soit pas utilisée et soient l_{k_1}, l_{k_2}, l_{k_3} et l_{k_4} des étiquettes telles que les régions d'étiquettes l_{k_2} et l_{k_4} soient séparées par une frontière réelle (voir figure). On a donc $l_{k_2} \in incomp_{l_{k_4}}$ et $l_{k_4} \in incomp_{l_{k_2}}$.

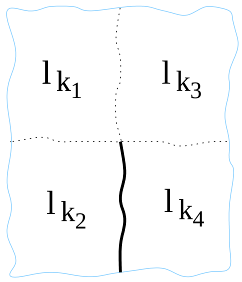


FIG. 4.1 – *Régions d'étiquettes l_{k_1}, l_{k_2}, l_{k_3} et l_{k_4} ; les frontières réelles et artificielles étant respectivement représentées en gras et en pointillé.*

Supposons que

$$(\{l_{k_1}\} \cup \{l_{k_3}\}) \cap \left(incomp_{l_{k_2}} \cup incomp_{l_{k_4}}\right) \neq \emptyset$$

$$(\{l_{k_2}\} \cup \{l_{k_4}\}) \cap \left(incomp_{l_{k_1}} \cup incomp_{l_{k_3}}\right) \neq \emptyset$$

et que l'on fusionne les régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} (fusion non suivie par un appel consécutif à **symétrie-incompatibilités** (l_{k_1}, l_{k_2})). On a alors $l_{k_4} \in incomp_{l_{k_1}}$ mais $l_{k_1} \notin incomp_{l_{k_4}}$.

De même, on fusionne les régions d'étiquettes l_{k_3} et l_{k_4}. On a donc $l_{k_2} \in incomp_{l_{k_3}}$ mais $l_{k_3} \notin incomp_{l_{k_2}}$.

L'examen des listes d'incompatibilités de l_{k_1} et l_{k_3} ne fait pas apparaître d'obstacle à la fusion des régions correspondantes. Pourtant, la fusion des régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_3} entraînerait la disparition de la frontière réelle entre les régions d'étiquettes l_{k_2} et l_{k_4}. Cette frontière réelle n'a pas été convertie en incompatibilités entre l_{k_1} et l_{k_3}, faute de transmission.

Il peut être intéressant de contrôler ce mécanisme, de telle sorte que les incompatibilités qui disparaissent soient celles qui correspondent à des frontières réelles abusives. Nous considérons que les frontières à maintenir sont principalement celles qui séparent les régions de taille importantes en nombre de points. Pour cela, nous réexaminons la gestion et l'examen des listes d'incompatibilités, à la base de l'établissement des possibilités de fusion.

4.2.1 Idée à mettre en œuvre

Désormais, le choix d'une future étiquette commune s'effectue à chaque fusion entre deux régions. Tout se passe *comme si* l'ensemble des points concernés abandonnaient leur étiquette au profit de cette étiquette commune (bien que la mise à jour s'opère plus tard). L'étiquette candidate choisie est celle de la région de plus grande taille.

Soient l_{k_1}, l_{k_2}, l_{k_3} et l_{k_4} des étiquettes telles que les régions l_{k_2} et l_{k_4} soient séparées par une frontière réelle. Après fusion des régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, puis des régions d'étiquettes l_{k_3} et l_{k_4}, la frontière réelle entre les régions l_{k_2} et l_{k_4} ne disparaît que si ces régions sont respectivement plus petites que les régions l_{k_1} et l_{k_2}.

En effet, les cas de figures sont les suivants :

- CAS 1 :
  Région l_{k_1} plus grande que région l_{k_2}
  Région l_{k_3} plus grande que région l_{k_4}
  Suite aux fusions (l_{k_1}, l_{k_2}) puis (l_{k_3}, l_{k_4}), tout se passe *comme si* on n'avait plus de points d'étiquettes l_{k_2} et l_{k_4}.
  D'autre part, on a :

$$l_{k_3} \notin incomp_{l_{k_1}} \text{ bien que } l_{k_4} \in incomp_{l_{k_1}}$$
$$l_{k_1} \notin incomp_{l_{k_3}} \text{ bien que } l_{k_2} \in incomp_{l_{k_3}}$$

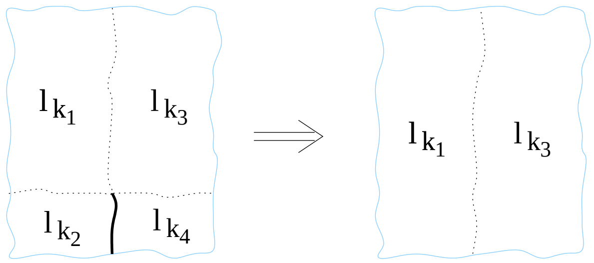


FIG. 4.2 – *Evolution des frontières réelles et artificielles dans le cas 1 ; les frontières réelles et artificielles sont respectivement représentées en gras et en pointillé.*

Il n'y a donc pas de frontière réelle enregistrée entre les nouvelles régions d'étiquettes (restantes) l_{k_1} et l_{k_3} (voir figure 4.2). Ceci n'entraînera pas forcément leur fusion, puisque le mécanisme de fusion passe par l'absence d'une frontière réelle, mais aussi par une absence de non-homogénéité locale. D'autre part, l'exploration de l'AE_{min} a déjà permis le passage entre deux points d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, puis entre deux points d'étiquettes l_{k_3} et l_{k_4}. L'éventualité d'une fusion entre les nouvelles régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_3} ne peut donc être considérée que si il y a un passage ultérieur entre deux points possédant les étiquettes correspondantes. Ceci dépend beaucoup de la position relative des régions et de l'importance des irrégularités qui conditionnent la configuration de l'AE_{min} dans cette zone.

– CAS 2 :

  Région l_{k_1} plus petite que région l_{k_2}
  Région l_{k_3} plus grande que région l_{k_4}
  Suite aux fusions (l_{k_1}, l_{k_2}) puis (l_{k_3}, l_{k_4}), tout se passe *comme si* on n'avait plus de points d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_4}, et on a :

$$l_{k_2} \in incomp_{l_{k_3}} \text{ mais } l_{k_3} \in incomp_{l_{k_2}}$$

  Les régions d'étiquettes (restantes) l_{k_2} et l_{k_3} ne peuvent fusionner (voir figure 4.3).

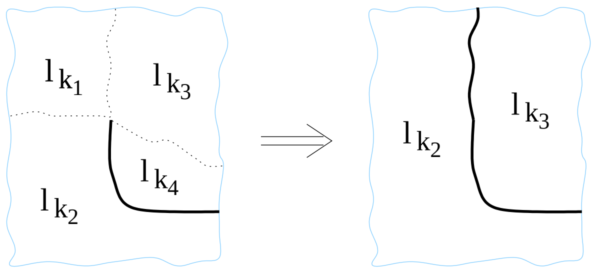


FIG. 4.3 – *Evolution des frontières réelles et artificielles dans le cas 2 ; les frontières réelles et artificielles sont respectivement représentées en gras et en pointillé.*

– CAS 3 :

  Région l_{k_1} plus petite que région l_{k_2}
  Région l_{k_3} plus petite que région l_{k_4}
  Suite aux fusions (l_{k_1}, l_{k_2}) puis (l_{k_3}, l_{k_4}), tout se passe *comme si* on n'avait plus de points d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_3}, et on a :

$$l_{k_2} \in incomp_{l_{k_4}} \quad l_{k_4} \in incomp_{l_{k_4}}$$

  Les régions d'étiquettes (restantes) l_{k_2} et l_{k_4} ne peuvent fusionner (voir figure 4.4).

4.2.2 Mise en œuvre

La mise en œuvre de ce mécanisme implique la connaissance de la taille des régions traitées. Il s'agit d'une information globale sur les régions, alors que notre but est de mettre en place une approche pouvant s'affranchir de ce type d'information. En pratique, il existe un moyen artificiel d'éviter ce calcul. Pour cela, on instaure un ordre total quelconque sur l'ensemble des indices des étiquettes. Au moment de la fusion de deux régions, l'étiquette commune qui est choisie est l'étiquette d'indice minimal. Au fur et à mesure des opérations de fusion, la

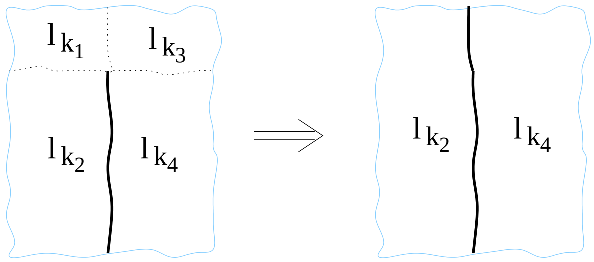


FIG. 4.4 – *Evolution des frontières réelles et artificielles dans le cas 3 ; les frontières réelles et artificielles sont respectivement représentées en gras et en pointillé.*

probabilité que la région de plus faible indice soit aussi celle de plus grande taille augmente, et on obtient un comportement similaire à celui présenté plus haut.

A chaque fusion de deux régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2}, l'ensemble des points concernés sont donc considérés comme des points d'étiquette $min(l_{k_1}, l_{k_2})$, mais la mise à jour peut se faire plus tard, en utilisant la gestion des listes de compatibilités décrites au chapitre 4.1.

Pour permettre cela, ce n'est plus l'étiquette l_k mais l'étiquette $min(comp_{(l_k)})$ qui est examinée à chaque fois que l'on étudie les possibilités de fusion d'une région d'étiquette l_k avec une autre. Ainsi, deux régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} peuvent fusionner si :

$$\begin{aligned} min\left(comp_{l_{k_1}}\right) &\notin incomp_{l_{k_2}} \\ min\left(comp_{l_{k_2}}\right) &\notin incomp_{l_{k_1}} \end{aligned}$$

Rappel : Les listes d'incompatibilités sont des listes communes :

$$\begin{aligned} incomp_{l_{k_2}} &= incomp_{min\left(comp_{l_{k_2}}\right)} \\ incomp_{l_{k_1}} &= incomp_{min\left(comp_{l_{k_1}}\right)} \end{aligned}$$

Cette nouvelle gestion des possibilités de fusion donne des résultats supérieurs à ceux obtenus avec une transmission totale des antagonismes entre les régions. On observe une convergence plus rapide vers le résultat final et une meilleure résistance au bruit qui se traduit par une diminution du nombre de régions non significatives en taille.

4.2.3 Complexités des opérations sur les listes de compatibilités et d'incompatibilités

Dans le chapitre III.3, nous avons introduit C_1, C_2 et C_3 désignant respectivement le coût moyen de l'enregistrement d'une incompatibilité entre deux étiquettes, le coût moyen du test de l'existence d'une frontière réelle entre deux régions d'étiquettes données, et le coût moyen du remaniement des listes de compatibilités et d'incompatibilités suite à la fusion de deux régions.

Nous donnons la complexité de ces opérations, dans le cas où ces listes sont stockées sous forme de listes chainées. Pour cela, $long_{comp}$ et $long_{incomp}$ désignent respectivement la longueur moyenne des listes de compatibilités et des listes d'incompatibilités. Ces deux nombres sont proportionnels à *neigh* et au degré de transmission de l'étiquetage. Ce degré de transmission dépend de la surface, de l'étiquetage et du critére d'homogénéité locale choisi.

- Enregistrement d'une frontière réelle entre deux régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} (Ajout d'un élément dans une liste, en vérifiant que cet élément n'y appartient pas déjà) :
  $O(long_{incomp})$.
- Test de l'existence d'une frontière réelle (Test de l'existence d'un élément à l'intérieur d'une liste) :
  $O(long_{incomp})$.
- Fusion des régions d'étiquettes l_{k_1} et l_{k_2} :
  $\rightarrow$ Fusion des listes d'incompatibilités de l_{k_1} et de l_{k_2} au sein d'une liste commune en éliminant les doublons :
  $O(long_{incomp})$.
  $\rightarrow$ Fusion des listes de compatibilités de l_{k_1} et de l_{k_2} :
  $O(1)$ dans le cas où on symétrise la relation d'incompatibilité (pas besoin de listes triées),
  $O(long_{comp})$ sinon (dans ce cas, on veut des listes triées pour accéder directement à l'étiquette d'indice minimal).
  $\rightarrow$ Affectation de la nouvelle liste de compatibilités et de la nouvelle liste d'incompatibilités aux étiquettes concernées :
  $O(long_{comp})$.
  $\rightarrow$ Symétrisation de la relation d'incompatibilité (dans le cas où on l'adopte) :
  $O(long^2_{incomp})$.

4.3 Evolution hiérarchique des arbres d'escarpement extrémaux

Dans ce chapitre, nous présentons un mécanisme d'amélioration de la méthode de propagation des étiquettes, sans en modifier le principe ni le résultat. Plus précisément, il s'agit d'un mécanisme de contraction des arbres d'escarpement extrémaux qui permet de réduire la complexité liée au parcours répété de ces arbres pendant le procédé d'hystérésis. Par ailleurs, ce mécanisme ouvre des pespectives qui s'étendent au delà du seul objectif de segmentation.

Dans les chapitres précédents, nous avons introduit les arbres d'escarpement extrémaux afin de caractériser localement la forme de l'objet. Pendant le processus de segmentation, l'information qu'ils modélisent permet de faire évoluer l'étiquetage des points de manière à regrouper ces derniers en régions formant des parties connexes homogènes. A chaque étape d'évolution de l'étiquetage, les régions connexes formées ne sont plus remises en cause. L'information portée par la configuration des arbres à l'intérieur de ces régions devient donc redondante, voire inutile, puisqu'elle n'est plus exploitée. En effet, sur les portions d'arbres internes aux régions, tous les points possèdent une même étiquette. Le parcours de ces portions n'apporte plus aucun intérêt, au sens où il ne permet plus la détection d'une non-homogénéité éventuelle ou d'une adjacence entre régions fusionnables.

Algorithmiquement, cela signifie que l'exploration de l'ensemble des arêtes des arbres d'escarpement extrémaux n'est plus indispensable à chaque étape du procédé d'hystérésis. Parmi ces arêtes, les seules qui sont susceptibles d'apporter une nouvelle information sont celles qui correspondent à un changement d'étiquette et qui peuvent indiquer le maintien d'une frontière réelle ou la mise en évidence d'une adjacence entre régions fusionnables.

Cette remarque peut également avoir un intérêt sur le plan sémantique. Comme la notion de région se substitue peu à peu à celle du point, il est intéressant que les arbres d'escarpement extrémaux participent à cette évolution, de manière à déboucher sur une représentation symbolique et compacte de la surface considérée. Nous devons cependant respecter la contrainte qui consiste à maintenir la nature d'arbre de ces représentations à chacune des étapes de la segmentation.

En réponse aux remarques formulées plus haut, nous proposons un mécanisme d'évolution hiérarchique des arbres d'escarpement extrémaux vers des arbres duaux de taille plus réduite (arbres contractés) qui caractérisent les informations pertinentes à chaque niveau de l'analyse.

4.3.1 Mécanisme de contraction

L'évolution hiérarchique de structures issues de la théorie des graphes a d'ores et déjà prouvé son efficacité dans le domaine du traitement et de la représentation d'images [BR97, PKJ98]. En particulier, le formalisme de la contraction a été développé pour permettre de réduire un graphe planaire en conservant un sous-ensemble de sommets et d'arêtes jugés significatifs et en préservant les relations topologiques entre ces éléments. Appliquées à un arbre, les opérations correspondantes permettent son évolution vers un nouvel arbre de taille plus réduite qui reprend un certain nombre d'éléments jugés pertinents.

De manière générale, le processus de réduction d'un graphe planaire est contrôlé par le choix d'un ensemble de paramètres dits de décimation, à savoir [KRO94] :

- un sous-ensemble S de sommets dits « survivants » (*survivors*),
- un sous-ensemble N d'arêtes du graphe amenées à disparaître et qualifiées de connections *parent-child*.

S et N doivent vérifier un certain nombre de conditions. En effet, N doit être tel que chaque sous-graphe correspondant à une de ses composantes connexes contient un et un seul sommet de S. Ces sous-graphes constituent des noyaux de contraction (*contraction kernel*). Un noyau de contraction peut également se réduire à un simple sommet de S, si ce dernier n'est adjacent à aucune arête de N. L'ensemble des noyaux de contraction doit former une forêt couvrante du graphe[2] [KRO95].

2. Cette condition entraîne que les arêtes choisies pour être contractées ne doivent pas former de cycle et que chaque noyau de contraction est un arbre. Cette condition est toujours vérifiée dans le cas d'un sous-ensemble d'arêtes d'un arbre.

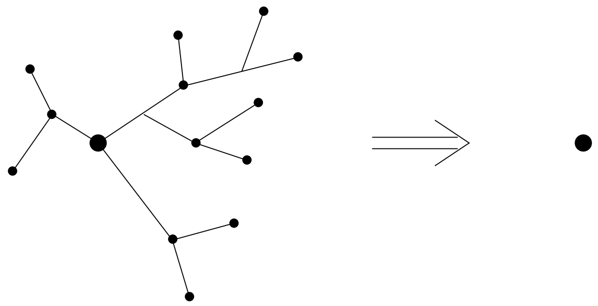


FIG. 4.5 – *Passage d'un noyau de contraction au sommet survivant correspondant (en gras).*

Pendant le processus de contraction, les arêtes de l'ensemble N sont éliminées du graphe et l'ensemble des sommets se ramène à l'ensemble S. Plus précisément, chaque noyau de contraction est supprimé du graphe et ses sommets viennent se confondre au sein du sommet survivant correspondant (voir figure 4.5). Du fait des propriétés de S et de N, les relations de connectivité entre les sommets survivants sont conservées, ainsi que la planéarité du graphe traité. En revanche, le résultat de la phase de contraction peut provoquer l'apparition de multi-arêtes qu'il est possible d'éliminer grâce à une nouvelle opération de contraction réalisée sur le graphe dual (voir annexe C). Dans le cas d'un arbre, cette question ne se pose pas puisque le résultat de la contraction est un arbre et ne possède donc pas de multi-arête[3].

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à la détermination des paramètres de décimation qui peuvent permettre de faire évoluer les arbres d'escarpement extrémaux en ne conservant que leurs parties pertinentes.

4.3.2 Choix des paramètres de décimation

Le choix des paramètres de décimation permet de définir les entités importantes qui doivent être conservées au cours du processus de contraction. Dans le cas qui nous intéresse, nous disposons d'une répartition des sommets en régions caractérisées par des étiquettes et nous souhaitons contracter les arbres en fonction de l'étiquetage associé à chacun de leurs nœuds. Plus précisément, nous voulons conserver les arêtes joignant des nœuds d'étiquettes différentes, ainsi que les nœuds aux extrémités de ces arêtes. Les paramètres de décimation vont donc porter sur des arêtes de l'arbre internes aux régions, en veillant à ne pas contracter tous les nœuds d'une région en un seul sommet. En effet, il importe de conserver les nœuds qui sont situés à la lisière, dans l'arbre, d'une région : c'est à dire les nœuds qui sont reliés à un nœud d'étiquette différente par une arête de l'arbre. Dans le cadre de la segmentation, ces nœuds correspondent à des points dont l'information géométrique peut encore être utile et doit être préservée. Etant donné le parcours d'un arbre, il s'agit des points d'entrée ou de sortie d'une région [CHA99, CB00b].

Dans ce contexte, les opérations de contraction peuvent être effectuées au fur et à mesure de la sélection des paramètres de décimation, au cours d'un parcours exhaustif de l'arbre. En effet, les algorithmes d'exploration d'un arbre T (dont les sommets sont étiquetés en régions)

3. On note au passage que le graphe dual d'un arbre se réduit à un seul sommet.

déterminent un sens de parcours de l'ensemble de ses arêtes, ainsi que la répartition de ses nœuds en trois classes distinctes :

- $ENTREE(T)$: nœuds d'entrée dans une région,
- $SORTIE(T)$: nœuds correspondant à la sortie d'une région,
- $INTERNE(T)$: nœuds internes aux régions.

La classification des sommets est liée au parcours de l'arbre, ainsi que la détermination des arêtes à contracter. Il s'agit des arêtes ayant pour extrémités des nœuds d'entrée ou des nœuds internes aux régions. Quant aux sommets survivants, il y a les nœuds de sortie, mais aussi les nœuds d'entrée qui vont se substituer aux parties contractées.

Si on désigne par $< S, N >$ la forêt couvrante choisie pour contrôler la décimation de T le long des régions (S : sommets survivants, N : arêtes contractées), on a donc :

$$S = ENTREE(T) \cup SORTIE(T)$$

$$N = \{(r, s) \in E / \{r, s\} \in (ENTREE(T) \cup INTERNE(T))\}$$

4.3.3 Propriétés

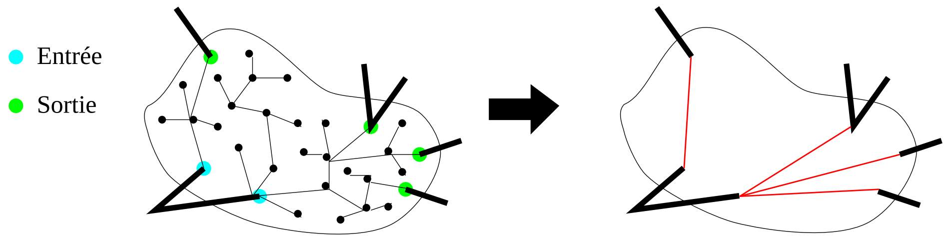


FIG. 4.6 – *Contraction d'une portion d'arbre le long d'une région (évolution hiérarchique), les arêtes traversant une frontière sont représentées en noir et les arêtes de connexion résultant de la contraction sont représentées en rouge.*

La figure 4.6 illustre les opérations de contraction d'un arbre le long d'un ensemble de régions. La contraction de l'arbre s'effectue au cours d'un parcours en profondeur (ou en largeur), et ce mécanisme assure les propriétés suivantes à l'intérieur de chaque région :

- Les chemins élémentaires joignant un sommet d'entrée et une feuille de l'arbre sont supprimés.
- Les chemins élémentaires joignant un sommet d'entrée et un sommet de sortie sont remplacés par des arêtes dites de connexité. Ces arêtes maintiennent la structure de l'arbre lors du passage d'un niveau à un autre.
- Les parties connexes d'un arbre incluses dans une région sont remplacées par des arbres de profondeur 1.
- Les opérations de contraction préservent les arêtes traversant les frontières entre les régions.

4.3.4 Application aux arbres d'escarpement extrémaux

4.3.4.1 Implantation commune avec les opérations de propagation d'étiquettes

Appliquées aux arbres d'escarpement extrémaux, les opérations de contraction permettent d'éliminer les parties superflues des arbres au fur et à mesure qu'elles deviennent non pertinentes. Il peut être intéressant d'effectuer ces opérations à chaque étape de la segmentation, le long des régions émergentes. On diminue ainsi le coût de l'exploration des arbres d'escarpement extrémaux, puisque l'on réduit le nombre de sommets et d'arêtes parcourus.

Par ailleurs, la mise en place des opérations de contraction n'entraîne pas de surcharge algorithmique, puisque ces dernières peuvent venir se greffer sur les opérations de parcours existantes :

- La contraction de l'AE_{max} peut s'effectuer en même temps que le parcours de mise à jour des frontières réelles pertinentes.
- La contraction de l'AE_{min} peut s'opérer au cours de chaque passage correspondant à la détermination des compatibilités entre les étiquettes.

Le processus de contraction peut donc être intimement lié à celui de la segmentation. Dans le cas où les différentes explorations utiles à la propagation des étiquettes sont implantées de manière récursive, il suffit pour cela de greffer le corps de l'algorithme récursif $Contraction()$ au corps des algorithmes existants. Cet algorithme correspond à une réorganisation des notions de prédécesseur ($pred_s \in \{1..n\}$) et de successeur ($succ_s \subset \{1..n\}$) dans l'arbre T considéré[4]. A l'appel, il s'applique à une racine t choisie comme origine de l'exploration. Sur le plan pratique, on observe l'utilisation d'un champ de booleens $decime_s$ initialisés à $VRAI$ pour l'ensemble des sommets.

4. Ces notions ont un sens puisque le choix d'un parcours de T entraîne celui d'une orientation de l'ensemble des arêtes.

Algorithme 4.2 $Contraction(s)$

si $pred_s = NIL$ { Cas où $s = t$ racine de l'exploration }
  $decime_s \longleftarrow FAUX$ { s est un sommet survivant }
sinon si $pred_{pred_s} <> NIL$ **et** $l(P_s) = l(P_{pred_s}) = l(P_{pred_{pred_s}})$
  $pred_s \longleftarrow pred_{pred_s}$

$nvsucc_s \longleftarrow \emptyset$
pour tout $r \in succ_s$
  si $l(P_s) <> l(P_r)$
    1. $decime_s \longleftarrow FAUX$ { s est un sommet survivant }
    2. $decime_r \longleftarrow FAUX$ { t est un sommet survivant }
  fin
  $Contraction(s)$
fin

si $decime_s = VRAI$
   $pred_s \longleftarrow NIL$
sinon { Cas où $decime_s = FAUX$ }
  si $pred_s <> NIL$
    ajouter s dans $nvsucc_{pred_s}$
$succ_s \longleftarrow nvsucc_s$
fin

4.3.4.2 Implantation de la notion de région

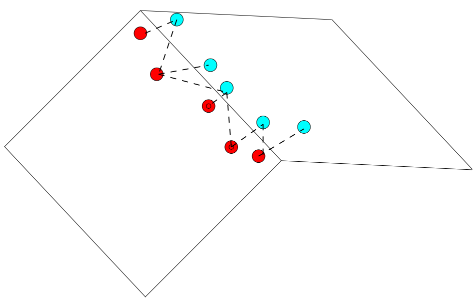
Après contraction, les arbres d'escarpement extrémaux ne couvrent plus l'ensemble des points et leur parcours ne peut plus être utilisé pour mettre à jour leur étiquetage à chaque phase de fusion. Pour éviter un parcours exhaustif supplémentaire de l'ensemble des points, il est alors intéressant de faire apparaître, explicitement, la notion de région. Remarquons que cette dernière peut être utile à d'autres titres.

A chaque étiquette caractérisant une région, nous attachons désormais un certain nombre d'informations, parmi lesquelles figure la liste des points qui appartiennent à cette région. Cette liste permet de répercuter les changements d'étiquettes sur tous les points, mais elle peut également être utilisée pour calculer, puis stocker, des informations plus générales. Par exemple, il peut être intéressant d'enregistrer le nombre de points contenus dans une région, ainsi que la moyenne (ou autre indicateur statistique) caractérisant la distribution d'une propriété donnée sur cette région. La mise à jour de ces informations s'effectue facilement, au fur et à mesure des opérations de fusion.

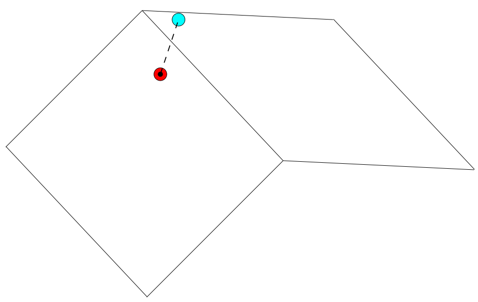
L'implantation de la notion de région peut également permettre l'intégration progressive de critères d'homogénéité plus globaux dans notre méthode de segmentation. On s'offre ainsi la possibilité de raffiner le résultat de l'analyse, en fin de traitement hiérarchique. C'est par exemple le cas, si nous stockons, puis comparons, le résultat d'une approximation surfacique des régions, en utilisant des estimateurs plus ou moins robustes allant des moindres carrés au « Minimum Volume Ellipsoïd » [JMB91], en passant par les moindres carrés médians. Au fur et à mesure de l'émergence des régions, il est alors possible de concilier notre approche avec l'utilisation de critères d'homogénéité plus globaux qui ont déjà fait leurs preuves avec d'autres techniques de segmentation. On exploite alors une hiérarchisation des critères d'homogénéité, tout en bénéficiant d'un ordre privilégié de traitement des points et/ou des régions.

En définitive, la contraction se révèle intéressante à plusieurs titres. Nous avons vu qu'elle permet de réduire la complexité des opérations existantes de propagation d'étiquettes. Quand elle s'accompagne de la notion explicite de région, elle permet également de prendre en compte le changement de niveau sémantique, par lequel la notion de région se substitue à celle du point.

4.3.4.3 Résultat de la contraction des arbres d'escarpement extrémaux



(a) $AE_{\max}$ final



(b) $AE_{\min}$ final

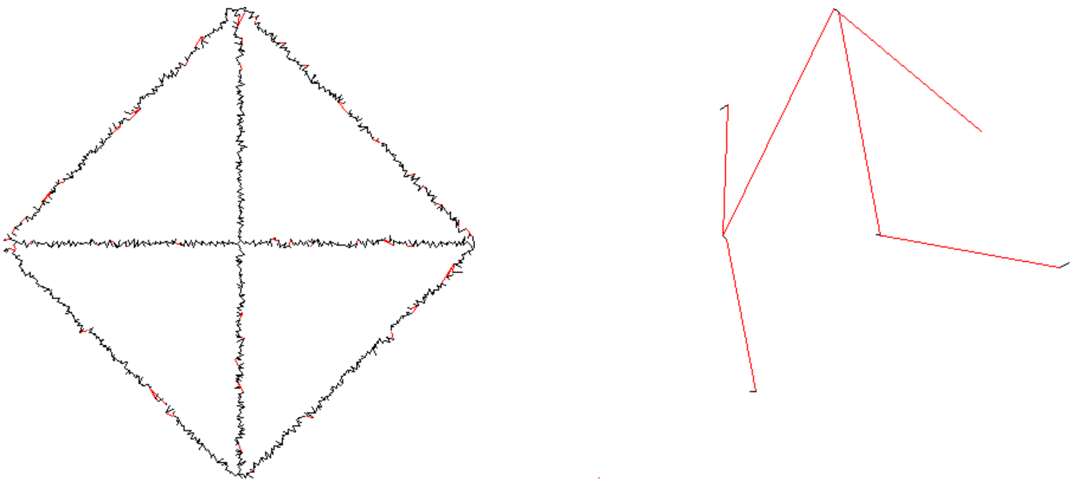
FIG. 4.7 – *Illustration de l'état final des arbres d'escarpement extrémaux contractés*

Nous présentons ici l'état des arbres d'escarpement extrémaux contractés, en fin de segmentation (voir figures 4.8 et 4.9). Sur ces figures, les segments $[P_sP_r]$ correspondant à des arêtes sont difficilement visibles par rapport à l'échelle de l'objet. Pour mieux illustrer le comportement local des arbres d'escarpement extrémaux autour des irrégularités de la surface, il est donc préférable de se référer à l'exemple simple de la figure 4.7.

Les résultats obtenus sont intéressants car nous pouvons constater que les arbres d'escarpement extrémaux ont évolué vers des structures plus réduites et caractéristiques de la forme de l'objet :

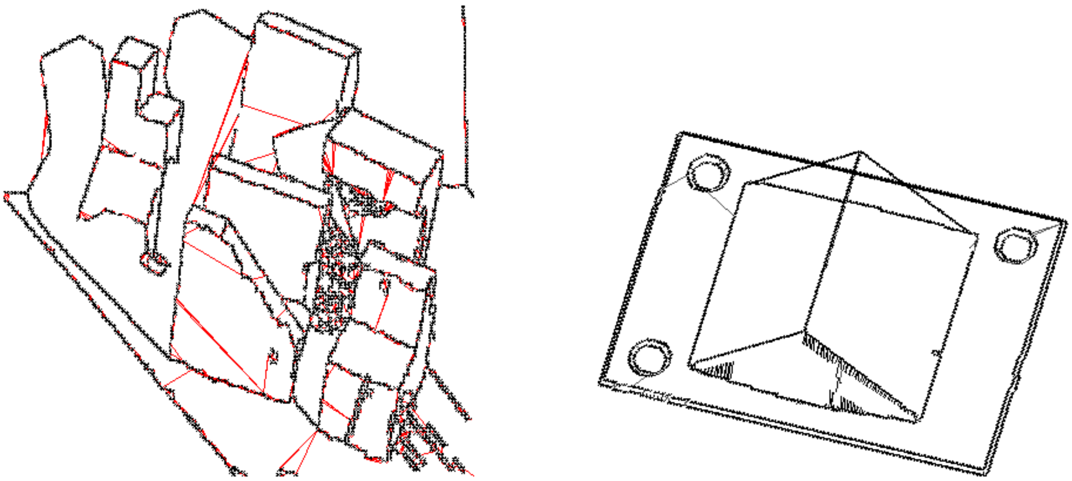
- L'état final de l'$AE_{\max}$ contracté constitue une représentation de l'objet proche d'une représentation par frontière, à la différence qu'aucun processus de chaînage de contour n'a été mis en œuvre.
- L'état final de l'$AE_{\min}$ est proche de celui d'un arbre couvrant du graphe d'adjacence des régions. Il permet de voir comment les régions sont organisées les unes par rapport aux autres, tout en évoquant une représentation éclatée de l'objet. Cette propriété peut être intéressante pour la recherche d'un espace de paramétrisation de la surface.

Dans la première partie, nous avons souligné que le processus de segmentation des ensembles de points 3-D d'une surface intervient dans le passage d'une représentation simple à une représentation de plus haut niveau. Dans ce contexte, l'état final des arbres d'escarpement extrémaux peut apporter une information symbolique d'intérêt sur la surface de l'objet. Il s'agit d'une information qualitative mais nous pouvons envisager l'ajout d'informations de nature quantitative (taille, couleur, information géométrique) suivant les besoins du modèle que l'on cherche à obtenir. A ce titre, nous pensons que les arbres d'escarpement extrémaux peuvent se révéler utiles pour les opérations d'interprétation et de reconnaissance de forme. Les représentations basées sur les graphes sont souvent utiles pour ce type de tâches, car le problème de la reconnaissance s'exprime alors comme un problème de mise en correspondance de graphes [PSZ, EF84]. A ce jour, de puissants outils de mise en correspondance par isomorphisme de sous-graphes ont été développés. Ces outils sont même capables de tolérer, voire de mesurer, l'existence d'erreurs par rapport à une mise en correspondance parfaite [BUN98]. En revanche, leur point faible réside dans leur complexité, qui ne leur permet guère d'être appliqués à des graphes composés d'un nombre trop important de nœuds. D'après les considérations du « Technical Committee 15 of IAPR », dont les activités sont consacrées aux représentations basées sur les graphes, un graphe est dit de grande taille si le nombre de ses sommets excède 1000. Cet ordre de grandeur est très réduit par rapport à la taille des ensembles de points que nous traitons ici. Il est donc intéressant de disposer d'une représentation de taille plus réduite, sur lesquelles les algorithmes de reconnaissance de forme puissent s'exercer sans rencontrer d'explosion combinatoire des temps de traitement. Les opérations de contraction des arbres d'escarpement extrémaux permettent justement d'aboutir à une représentation simple et compacte de l'objet traité.



(a) « Pyramide » , $AE_{\max}$ final (b) « Pyramide1 », $AE_{\min}$ final

FIG. 4.8 – *Etat final des arbres d'escarpement extrémaux contractés : la figure a (resp b) présente l'ensemble des segments* $[P_s P_r]$ *correspondant à des arêtes* (s, r) *de l'arbre d'escarpement maximal (resp. minimal) (en noir les arêtes frontières, en rouge les arêtes de connexité)*



(a) « abw.train.0 », $AE_{\max}$ final (b) « pièce métal », $AE_{\max}$ final

FIG. 4.9 – *Etat final de l'arbre d'escarpement maximal contracté*

4.4 Diagramme des traitements effectués

Afin d'illustrer et de récapituler la manière dont les différentes étapes s'intègrent les unes par rapport aux autres, le schéma de la figure 4.10 résume les différents types de traitements qui sont effectués sur les données d'entrée [CB00a]. Ce schéma couvre l'ensemble des opérations qui sont abordées dans les parties II et III.

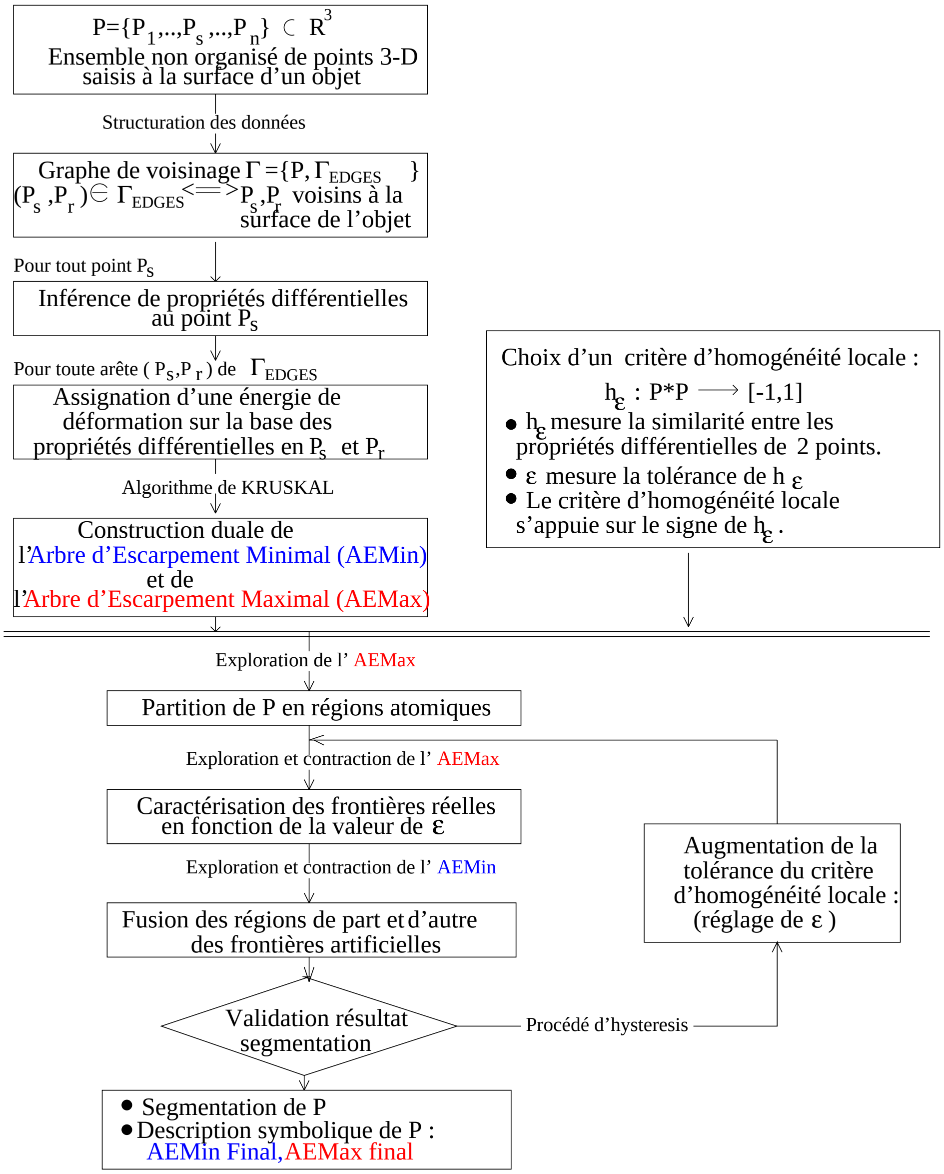
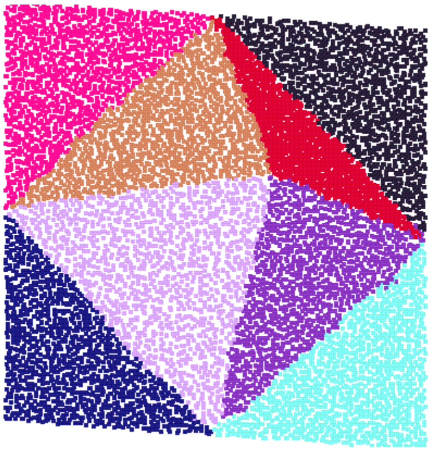


FIG. 4.10 – *Diagramme des traitements effectués sur les données d'entrée*

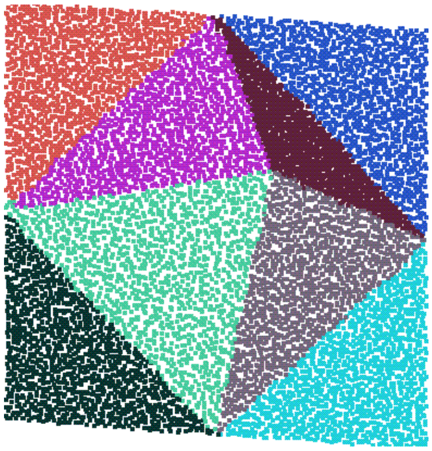
5 Résultats

Dans ce chapitre, nous illustrons l'application de notre méthode sur quelques exemples, en soulignant la qualité et les imperfections des résultats obtenus. En particulier, nous évoquons l'influence du choix des relations de voisinage, ainsi que celle du nombre d'étapes dans le procédé d'hystérésis. Ces exemples rassemblent des ensembles de points de densité plus ou moins élevée, pouvant appartenir à la surface d'objets fermés et/ou de topologie variable. Enfin, nous donnons quelques indications sur les performances temporelles des algorithmes, sur l'évolution de l'énergie U et du nombre de régions. Dans tous ces exemples, nous avons mis en œuvre le mécanisme d'amélioration de la robustesse au bruit, ainsi que le mécanisme de contraction des arbres d'escarpement extrémaux. Pour chaque exemple, on donne le temps total de la segmentation, les arbres, les normales et les courbures ayant été déterminés de manière préalable et toutes ses informations locales étant déjà chargées en mémoire vive (coordonnées des points, des normales, indice du prédécesseur d'un point, relations de voisinage, courbures).

5.1 Influence du choix de la relation de voisinage.



(a) voisinage adaptatif



(b) voisinage triangulé

FIG. 5.1 – *Nuage de points 3-D « pyramide », résultat de la segmentation en utilisant l'information locale des normales.*

La figure 5.1 illustre le résultat de la segmentation de l'ensemble de points « pyramide » pour des interprétations différentes de la notion de voisinage entre les points. Dans le cas de la figure 5.1.a, nous avons utilisé la méthode adaptative de détermination du voisinage présentée dans la partie II. Le critère d'homogénéité locale utilisé est le suivant : $h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\vec{N_s}.\vec{N_r}-\epsilon)}{1+\epsilon}$, et la normale a été calculée de manière locale sur la base du voisinage précédent. Le tableau 5.1 donne des indications numériques sur le déroulement de la segmentation. On observe bien une décroissance de la valeur de l'énergie U, au cours des opérations de propagation.

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.8$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		10000		4440.67	9999	9999
Régions atomiques	0.98	381	0.12s	-2706.88	1868	2802
Fusion 1	0.98	241	0.10s	-3560.50	1863	1137
Fusion 2	0.8	25	0.07s	-4298.12	1258	58
Suppression des régions inutiles [c]		8		-4313.26	1199	33

Nombre de points : 10000

Temps total : 0.36s

TAB. 5.1 – *« pyramide » (voisinage adaptatif), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20.
[b] Nombre d'arêtes.
[c] Régions de moins de 7 points.

La figure 5.1.b illustre le résultat de la segmentation de l'ensemble de points « pyramide » dans les mêmes conditions, mais pour une interprétation différente de la notion de voisinage. Dans ce cas, et puisque l'ensemble des points s'y prête (surface homéomorphe à un morceau de plan), nous avons effectué une triangulation de Delaunay (2-D) de l'ensemble des points projetés sur le plan de base de la pyramide. Le voisinage entre les points projetés nous a permis de remonter au voisinage entre les points sur la surface. Le tableau 5.2 fournit les indications numériques concernant l'opération de segmentation.

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.715$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		10000		4800.95	9999	9999
Régions atomiques	0.97	305	0.14s	-3188.68	1391	2167
Fusion 1	0.97	181	0.09s	-3925.72	1375	1074
Fusion 2	0.715	8	0.05s	-4674.22	951	14

Nombre de points : 10000

Temps total : 0.34s

TAB. 5.2 – *« pyramide » (voisinage triangulé), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20.
[b] Nombre d'arêtes.

Les résultats obtenus dans le cas d'un voisinage triangulé sont légèrement meilleurs que ceux obtenus avec notre méthode de détermination du voisinage, en termes de résultat visuel, du nombre de régions et du nombre d'arêtes des arbres d'escarpement extrémaux. En particulier, on observe que les contours des régions présentent une meilleure régularité. Cette remarque justifie notre volonté de mettre en place une relation de voisinage surfacique, qui se rapproche localement d'une triangulation de Delaunay et qui permette d'obtenir un graphe de voisinage Γ localement planaire.

Dans le cas du traitement de l'ensemble de points « pièce métal », illustré par la figure 5.2, nous avons également pu bénéficier d'un voisinage surfacique fourni avec la structuration en grille rectangulaire des données d'entrée. Le critère d'homogénéité locale utilisé est lié à la mesure de l'angle entre les normales : $h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\vec{N_s}.\vec{N_r} - \epsilon)}{1+\epsilon}$. Sur cet exemple, on observe que la séquence des paramètres utilisés n'est pas forcément optimale (voir tableau 5.3) et que certaines phases de fusion auraient pu être évitées car elles n'entraînent pas de diminution significative du nombre de régions.

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.85$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		38750		8037.77	38749	38749
Régions atomiques	0.99	1299	0.52s	-6523.71	8258	9875
Fusion 1	0.99	660	0.37s	-7988.69	7841	4867
Fusion 2	0.91	90	0.59s	-9526.81	5451	178
Fusion 3	0.88	73	0.13s	-9549.13	5352	141
Fusion 4	0.87	71	0.06s	-9548.93*	5352	138
Fusion 5	0.86	68	0.06s	-9551.01	5343	133
Fusion 6	0.85	65	0.05s	-9570.84	5250	128
Suppression des régions inutiles [c]		40		-9545.12*	5213	103

Nombre de points : 38750

Temps total : 2.18s

TAB. 5.3 – *« pièce métal » (voisinage triangulé), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20

[b] Nombre d'arêtes

[c] Régions de moins de 3 points.

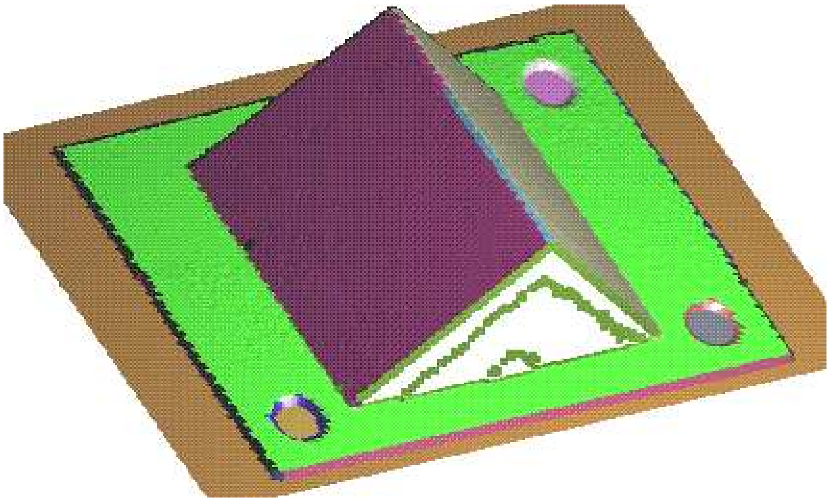


FIG. 5.2 – *Nuage de points 3-D « pièce métal », résultat de la segmentation en utilisant l'information locale des normales.*

5.2 Influence du nombre de passage (procédé d'hystérésis).

La figure 5.3.a illustre le résultat de la segmentation de l'ensemble de points « masque », en utilisant seulement deux phases de fusion au cours du procédé d'hystérésis. La relation de voisinage est issue de la méthode adaptative présentée dans la partie II et le critère d'homogénéité locale utilisé est le suivant : $h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\vec{N_s}.\vec{N_r} - \epsilon)}{1+\epsilon}$, la normale ayant été calculée de manière locale sur la base du voisinage précédent. Tous les indicateurs numériques caractérisant cette opération de segmentation sont présentés dans le tableau 5.4.

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.95$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		53330		2096.01	53329	53329
Régions atomiques	0.993	5767	4.45s	-4120.37	17545	22602
Fusion 1	0.993	4240	1.23s	-5176.02	17215	12420
Fusion 2	0.9525	1306	5.48s	-6438.33	9861	2446
Suppression des régions inutiles [c]		21		-4567.13*	6759	858

Nombre de points : 53330

Temps total : 11.51s

TAB. 5.4 – *« masque » (Hystérésis : 2 passages), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20.
[b] Nombre d'arêtes.
[c] Régions de moins de 50 points.

La figure 5.3.b illustre la segmentation du même ensemble de points « masque », après avoir opéré une décroissance plus douce du critère d'homogénéité locale au cours du procédé d'hystérésis. Les résultats numériques sont regroupés dans le tableau 5.5.

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.91$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		53330		6265.55	53329	53329
Régions atomiques	0.994	6162	5.66s	-5050.87	18496	22927
Fusion 1	0.994	4576	1.11s	-7089.25	18016	12348
Fusion 2	0.993	4291	0.78s	-7262.18	17880	11474
Fusion 3	0.99	3606	1.08s	-7848.43	17081	8795
Fusion 4	0.985	2884	1.28s	-8496.44	15696	6152
Fusion 5	0.98	2448	0.95s	-8864.65	14516	4929
Fusion 6	0.97	1836	1.45s	-9409.03	12052	3599
Fusion 7	0.96	1486	1.07s	-9635.00	10993	2883
Fusion 8	0.95	1240	1.04s	-9786.88	10252	2373
Fusion 9	0.94	1066	0.82s	-9879.07	9591	2070
Fusion 10	0.935	998	0.43s	-9898.43	9436	1961
Fusion 11	0.93	940	0.36s	-9931.94	9267	1815
Fusion 12	0.92	851	0.49s	-9953.42	9121	1657
Fusion 13	0.915	812	0.33s	-9964.33	9020	1590
Fusion 14	0.91	775	0.29s	-9973.93	8922	1524
Fusion 15	0.9	707	0.37s	-9993.19	8689	1397
Fusion 16	0.85	499	0.98s	-9999.35	8340	1001
Suppression des régions inutiles [c]		14		-9013.83*	7016	354

Nombre de points : 53330

Temps total : 18.71s

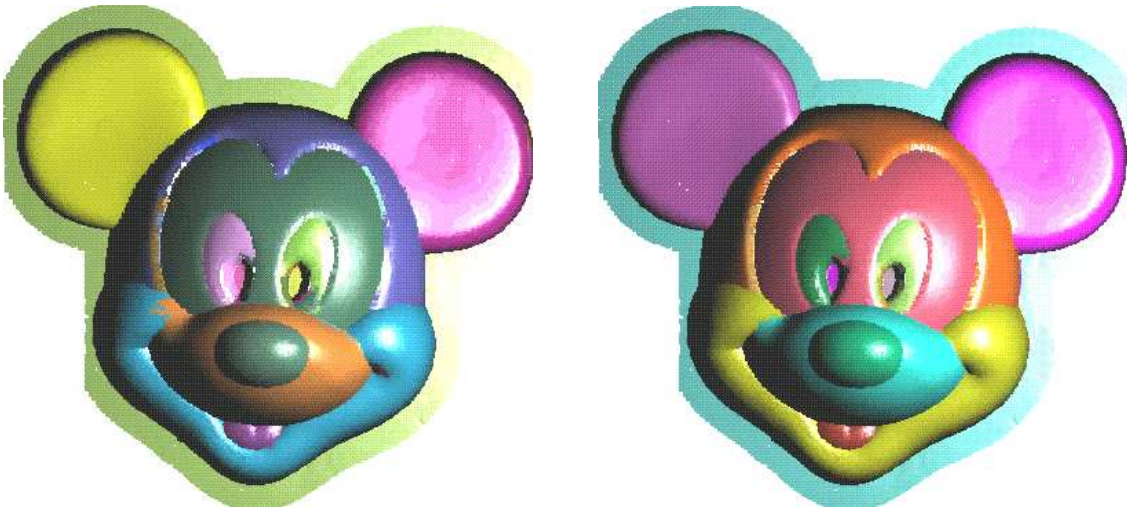
TAB. 5.5 – « *masque* » *(Hystérésis : 2 passages), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20.

[b] Nombre d'arêtes.

[c] Régions de moins de 50 points.

On observe que le résultat obtenu avec un relâchement plus doux du critère d'homogénéité locale est bien meilleur que celui obtenu avec seulement deux phases de fusion. En effet, on observe une moindre infiltration des régions les unes dans les autres et une meilleure régularité des frontières. D'un point de vue du coût des opérations, la réalisation d'un plus grand nombre de phases de fusion n'entraîne pas une surcharge proportionnelle au nombre de passages. Au contraire, la durée d'une phase de fusion est beaucoup moins élevée quand le critère d'homogénéité locale varie peu d'une phase à une autre. Ceci est du au fait que la portée de transmission des étiquettes diminue et que la longueur des listes de compatibilités et d'incompatibilités ($long_{comp}$ et $long_{incomp}$) est réduite en conséquence. Le procédé d'hystérésis n'est donc pas un processus handicapant sur le plan numérique, du moins tant qu'on utilise des critères d'homogénéité locaux et peu coûteux à évaluer.



(a) 2 passages (b) 16 passages

FIG. 5.3 – *Nuage de points 3-D « masque », résultat de la segmentation en utilisant l'information locale des normales.*

De manière générale, on observe que notre approche de la segmentation par propagation anisotrope d'étiquettes correspond bien à une décroissance progressive de l'énergie U, au fur et à mesure des différentes étapes du procédé d'hystérésis. D'autre part, on peut souligner que la rapidité d'obtention des résultats est un atout indéniable de notre méthode.

5.3 Influence de la densité des points.

La figure 5.4.d montre le résultat de la segmentation de l'ensemble de points « barrette » qui est un ensemble non dense, mais fournissant une information géométrique et topologique suffisante. La relation de voisinage résulte d'une triangulation de Delaunay de l'ensemble des points projetés sur un plan et le critère d'homogénéité locale utilisé est toujours: $h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\vec{N_s}.\vec{N_r} - \epsilon)}{1+\epsilon}$. Le tableau 5.6 rassemble des informations numériques sur cette opération de segmentation.

On observe que l'ensemble des points est segmenté sans difficulté. Notre méthode est donc capable de traiter certains ensembles non-denses de points. Le problème des nuages non denses réside plutôt dans la détermination des propriétés différentielles locales. Il faut que le voisinage d'un point soit suffisamment caractéristique du comportement local de la surface, pour pouvoir obtenir une information utilisable. Il s'agit d'une condition préalable que remplit l'ensemble de points « barrette ».

Etapes	ϵ	Régions	Durée [a]	Energie ($\epsilon = 0.7$)	AE_{max} [b]	AE_{min}
Etat initial		1059		494.38	1058	1058
Régions atomiques	0.99	245	0.01s	111.8	936	548
Fusion 1	0.99	177	0.01s	52.06	931	443
Fusion 2	0.94	30	0.02s	-376.22	429	57
Fusion 3	0.9	17	0.01s	-440.86	274	32
Fusion 4	0.75	4	0.01s	-477.62	182	6
Fusion 5	0.7	3	0.00s	-484.58	163	4

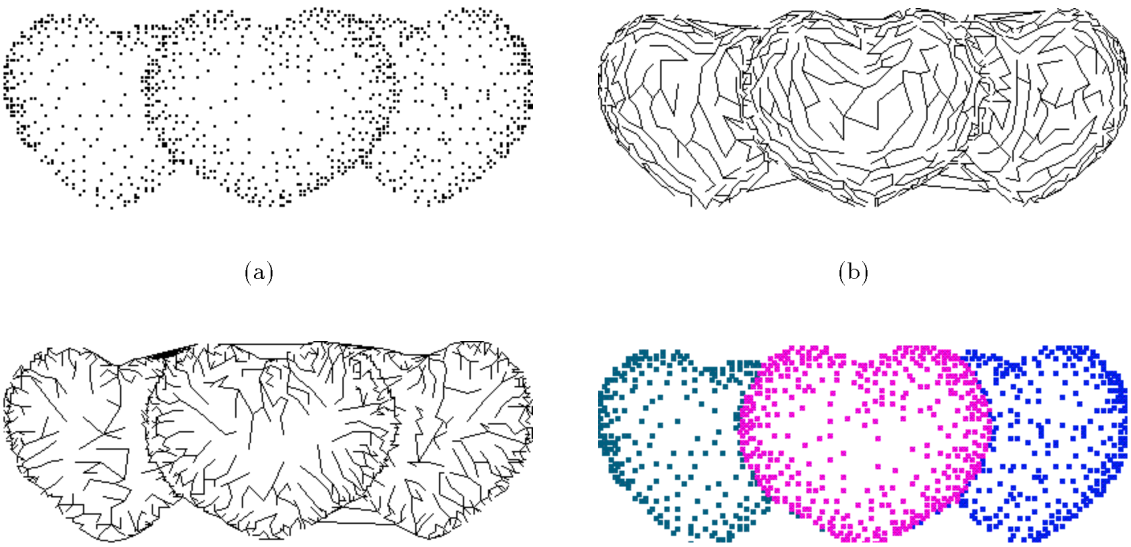
Nombre de points : 1059

Temps total : 0.07s

TAB. 5.6 – « *barrette* » *(voisinage triangulé), indications numériques sur la segmentation.*

[a] Temps CPU sur HP-UX B10-20

[b] Nombre d'arêtes

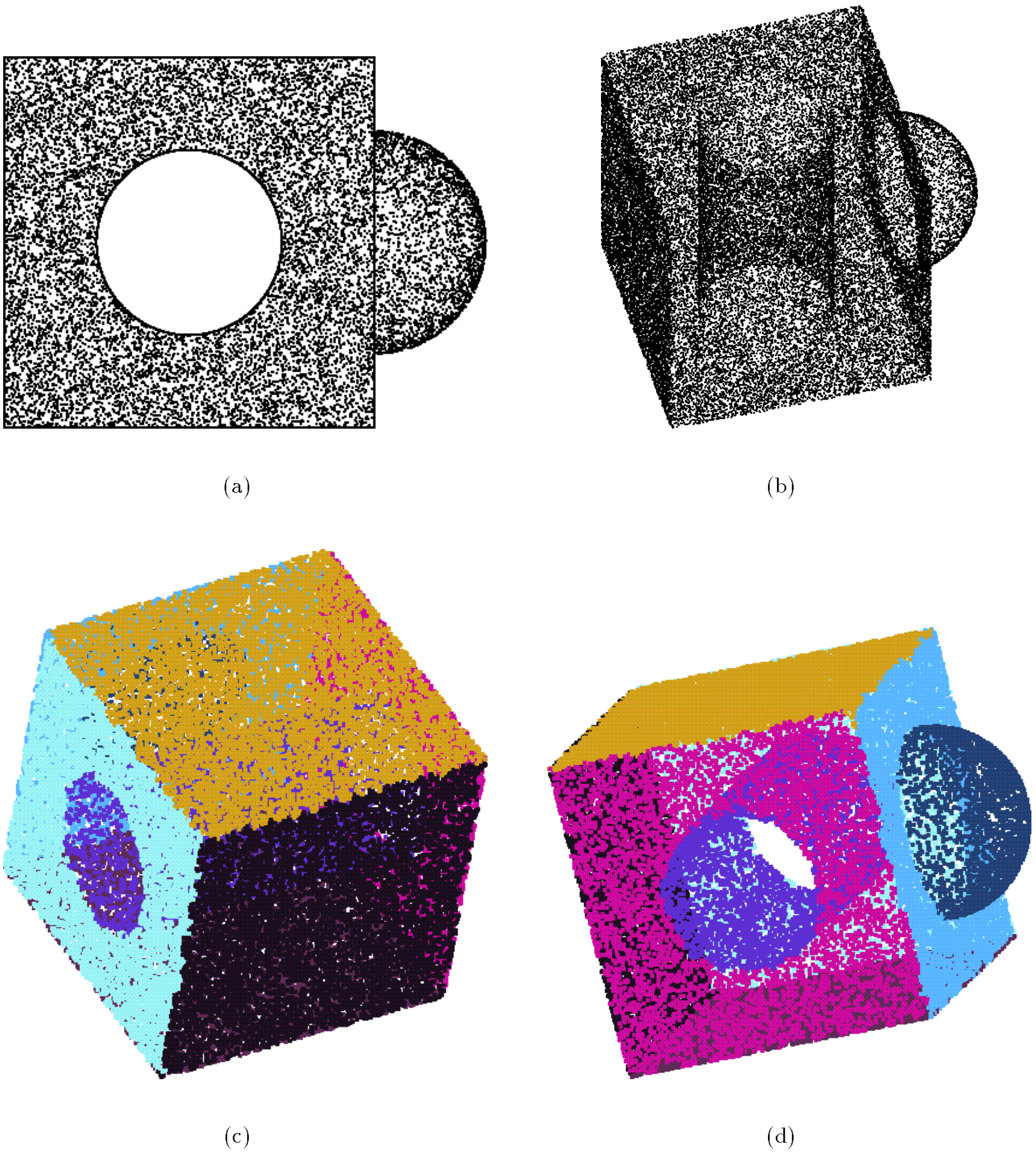


(a) (b) (c) (d)

FIG. 5.4 – *Nuage de points « barrette » : a) Ensemble non organisé de 1059 points saisis à la surface d'un objet réel (Technodigit) b) Arbre d'escarpement minimal c) Arbre d'escarpement maximal d) Résultat de la segmentation en utilisant l'information des normales.*

5.4 Possibilité de traiter des objets fermés

Les figures 5.5.c et 5.5.d montrent le résultat de la segmentation d'un ensemble de points non organisé correspondant à la surface d'un objet fermé et de topologie complexe. La relation de voisinage est issue de la méthode adaptative présentée dans la partie II et le critère d'homogénéité locale utilisé est le suivant : $h_\epsilon(P_s, P_r) = \frac{(\overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{N_r} - \epsilon)}{1+\epsilon}$. On obtient bien une décomposition de cet ensemble en 8 régions, après un procédé d'hystérésis composé de 5 étapes (temps total : 3.84s).



(a) (b)

(c) (d)

FIG. 5.5 – *Nuage de points « cube » (surface fermée présentant un trou) : a) et b) Ensemble synthétique non organisé de 50000 points, c) et d) Résultat de la segmentation en utilisant l'information des normales.*

5.5 Utilisation de l'information de courbures

Après classification des points en elliptiques, hyperboliques, paraboliques et plans, notre méthode peut permettre de trouver très rapidement les composantes connexes composées de points de même type (un passage sur l'AE_{max} pour détecter les régions atomiques, puis une phase de fusion le long de l'AE_{min}). Le critère d'homogénéité locale consiste alors à vérifier que deux points voisins appartiennent bien à des zones de même type. Dans la partie II.2, nous avons mentionné que cela provoque l'apparition de zones dites frontalières [BBV95]. Bahi propose un mécanisme de chainage de contours à l'intérieur de ces zones. Nous pensons que l'arbre d'escarpement maximal peut être utile dans cette tâche, à condition de bloquer sa contraction au niveau des zones frontalières. En effet, l'arbre d'escarpement maximal suit localement les irrégularités de la surface et peut servir de guide aux opérations de chainage.

La figure 5.6 montre un exemple de segmentation où nous avons utilisé l'information de courbure avec un critère d'homogénéité locale de nature différente. On remarque des instabilités dues à une estimation non corrigée des courbures. Dans le cas où les courbures sont préalablement corrigées à l'aide de la méthode de Sander & Zucker, ces instabilités disparaissent, mais les frontières des régions ne sont plus caractérisées correctement et la segmentation devient difficile avec le critère utilisé.

FIG. 5.6 – *Nuage de points 3-D « masque », résultat de la segmentation en utilisant l'information des courbures principales,* $h_\epsilon(P_s, P_r) = (\epsilon - kmax_s * kmax_r) + (\epsilon - kmin_s * kmin_r)$.

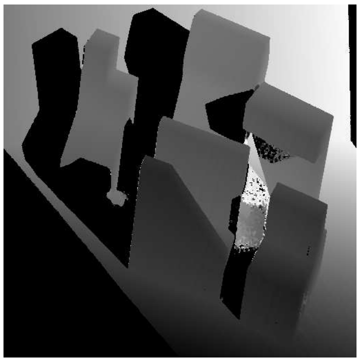
5.6 Application aux images de profondeur

Dans ce chapitre, nous présentons (voir fig. 5.7) le résultat de notre méthode de segmentation sur une des images de profondeur de la base rendue disponible par l'Université de South Florida (images de profondeur d'objets polyédriques). La mise en place de cette base a permis un programme de comparaison des méthodes de segmentation plane. Nous accompagnons donc nos résultats de ceux des méthodes de segmentation qui ont fait l'objet de ce programme. Nous soulignons que les algorithmes correspondant à ces méthodes exploitent largement le modèle polyédrique de la scène. Leur principe est basé sur la recherche et la séparation de plans. Pour notre part, nous n'avons pas effectué d'hypothèse forte relative au modèle global des régions, mais nous avons tout de même exploité l'apparition de la notion de région plane pour corriger les propriétés différentielles (ici la normale) attachées aux points. Connaissant l'appartenance d'un point à une région plane, nous avons ainsi pu corriger l'estimation de la normale en ce point.

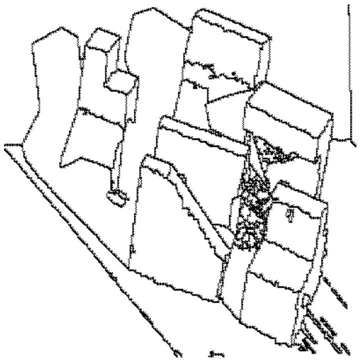
De manière à pouvoir juger les différences entre les résultats obtenus, nous présentons en quelques mots le principe de chacune des méthodes.

- Université de South Florida (Hoover, Gillian et Bowyer) :
  Le principe de leur méthode consiste à estimer le plan tangent coïncidant avec la surface, au voisinage de tout point. L'erreur locale d'approximation permet de mesurer si un point est plutôt à l'intérieur d'un patche ou proche d'une frontière. Les auteurs proposent alors un algorithme de croissance de régions en prenant pour germes les points les plus « intérieurs » et en rassemblant les points correspondant à des approximations planes similaires.
- Université de Berne (Jiang et Bunke) :
  Le principe de leur méthode consiste à balayer l'image ligne par ligne. Chaque ligne est subdivisée de manière récursive jusqu'à être décomposée en segments de droites qui traduisent la répartition des valeurs de profondeur le long de la ligne. Les auteurs partent du principe que l'ensemble des points d'un segment de droite appartient à une même région plane. Ils effectuent ensuite une opération de croissance de régions qui agglomère les segments de droites sous condition de planéarité de l'ensemble.
- Université d'Edinbourg (Eggert, Fitzgibbon et Fisher) :
  Cette méthode peut se généraliser à d'autres type d'objets, elle a été restreinte aux images d'objets polyhédriques pour les besoins de l'étude. Dans cette méthode, une approximation locale de la normale en tout point permet d'effectuer un lissage adaptatif préalable des données en respectant les bords. Une segmentation grossière de l'ensemble des points est alors effectuée en utilisant le signe d'une estimation des courbures gaussiennes et moyennes et en effectuant des opérations morphologiques (dilatation, érosion). Ils effectuent alors un algorithme de croissance de régions où un point peut être amené à changer de région si il s'avère plus adapté à une autre : la contrainte étant d'obtenir des régions aussi planes que possible. Après stabilisation, les auteurs proposent ensuite une nouvelle phase de croissance de régions. Cette seconde étape est basée sur un principe similaire. Elle a pour but de répartir les points du bon côté des frontières entre régions adjacentes. Un point est ainsi amené à changer de région s'il s'avère être du mauvais côté par rapport à une frontière théorique (intersection entre les deux approximations planes). Cette méthode donne de très bons résultats au niveau de la régularité des contours.

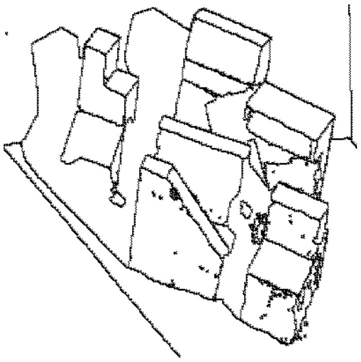
De manière générale, on peut dire que nos résultats sont comparables à ceux des trois autres méthodes présentées. Nous avons réussi à trouver l'ensemble des régions qui composent la scène, sans y incorporer des zones abusives correspondant à une absence d'information (présence de zones de perturbation dans le résultat que nous proposons). La différence entre



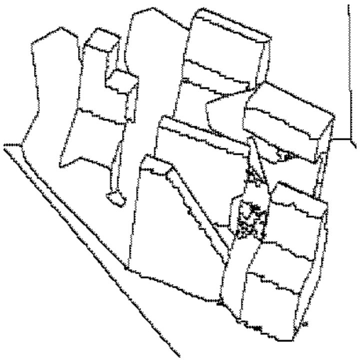
(a) 'abw.train.0' (image de profondeur)



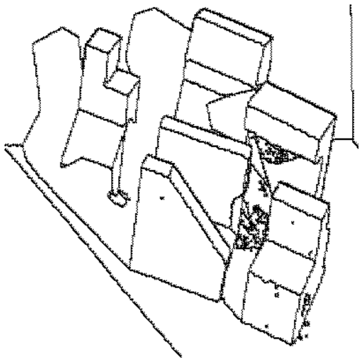
(b) Résultat de notre méthode



(c) Résultat de l'Université de South Florida



(d) Résultat de l'Université de Berne



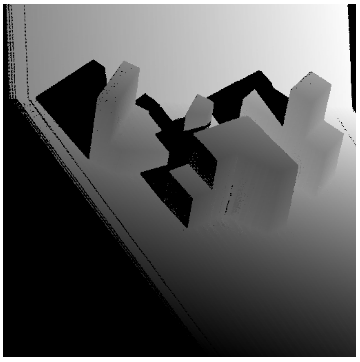
(e) Résultat de l'Université d'Edinbourg

FIG. 5.7 – *Segmentation d'une image de profondeur ; pour une question pratique, nous procédons ici à un affichage des contours (il s'agit bien de contours fermés délimitant les régions issues de la segmentation).*

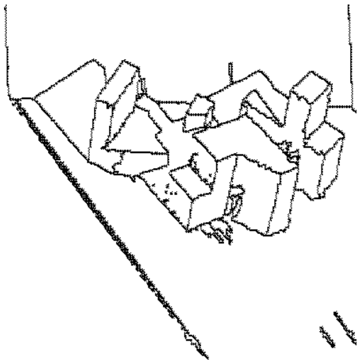
les résultats obtenus réside plutôt au niveau de la régularité des bords. En effet, notre méthode est loin d'apporter la qualité de celle de l'université d'Edinbourg en cette matière. La qualité de leurs résultats est en particulier liée à leur seconde étape de traitement, au cours de laquelle ils rectifient les contours entre les régions grâce au calcul des frontières théoriques correspondant à l'intersection des plans approximant les régions. Nous pensons que cette seconde phase est particulièrement intéressante et qu'elle pourrait également permettre une bonification de nos résultats. Autrement dit, l'exploitation d'un modèle *a priori* des régions permet d'améliorer le résultat de la segmentation. Cependant, nous pensons qu'il peut être intéressant de n'utiliser cette information qu'en fin de traitement, afin de corriger des détails géométriques.

5.7 Réglage du paramètre ϵ

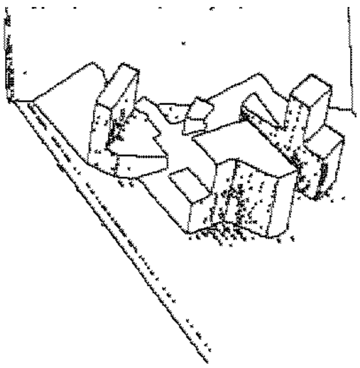
A ce jour, le réglage du paramètre ϵ est une opération non-automatisée qui est réalisée par l'utilisateur, de manière interactive, au cours du procédé d'hystérésis. A chaque étape, le choix de ce paramètre s'effectue sur la base du résultat de l'étape précédente. En cas de choix erroné, il est indispensable d'offrir la possibilité d'un retour en arrière pour choisir un nouvelle valeur de ϵ. Le choix de ce paramètre dépend aussi beaucoup du niveau de détail désiré pour le résultat de la segmentation.



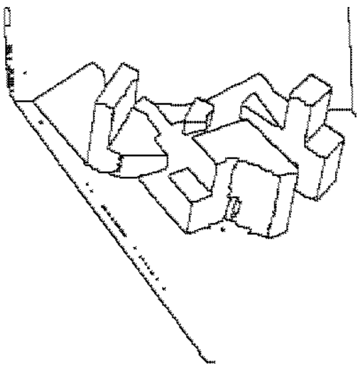
(a) 'abw.train.1' (image de profondeur)



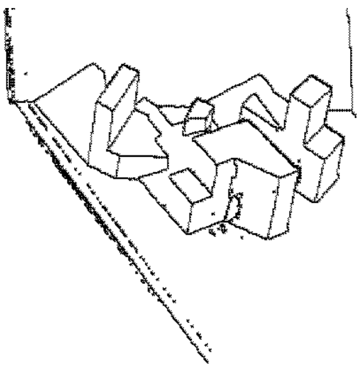
(b) Résultat de notre méthode



(c) Résultat de l'Université de South Florida



(d) Résultat de l'Université de Berne



(e) Résultat de l'Université d'Edinbourg

FIG. 5.8 – *Segmentation de l'image de profondeur 'abw.train.1', en reprenant le jeu des paramètres utilisés pour la segmentation de 'abw.train.0'.*

Par ailleurs, nous avons voulu tester la possibilité de reprendre une séquence de paramètres sur des images de même type. Ainsi, nous avons enregistré le jeu des paramètres ayant permis la segmentation de l'image de profondeur 'abw.train.0' et nous les avons utilisé pour segmenter une autre image de profondeur du même type. Les résultats sont satisfaisants, comme en témoigne la figure 5.8. Ils permettent d'entrevoir une possibilité d'apprentissage des paramètres, pour un type d'image et pour une technique de numérisation surfacique donnée.

6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons proposé une méthode de résolution de la segmentation basée sur la minimisation d'une énergie associée à un modèle markovien. Dans ce modèle, le critère d'homogénéité locale introduit dans la partie II joue un rôle d'attache aux données. Afin de construire un étiquetage optimal répondant à ce modèle, nous avons introduit une information supplémentaire caractérisant le fait que les points appartiennent à une même surface, continue et lisse par morceaux. Cette information se traduit par l'introduction de deux structures anisotropes duales décrivant certains aspects directionnels de la surface :

- L'arbre d'escarpement maximal est un arbre couvrant du graphe de voisinage de l'ensemble des points. Dans les zones accidentées, cet arbre tend à chevaucher les non-homogénéités de la surface. Il reflète donc une « énergie de déformation » maximale.

- A l'inverse, l'arbre d'escarpement minimal est un arbre couvrant qui s'applique à éviter les non-homogénéités de la surface, en épousant localement les lignes de courbure minimale. De ce fait, il présente une « énergie de déformation » minimale.

Nous avons également défini une notion de région atomique en montrant le lien qui existe entre ces régions et le parcours de l'arbre d'escarpement maximal. Disposant de ces résultats, nous avons montré que la segmentation de l'ensemble des points peut s'opérer à travers un mécanisme de propagation anisotrope d'étiquettes le long des arbres d'escarpement extrémaux. Ce processus de propagation est composé de deux étapes principales qui sont gérées par des structures et des algorithmes similaires. La première consiste à regrouper les points en régions atomiques et la seconde permet de fusionner ces régions en régions significatives. En fait, l'examen des frontières séparant les régions atomiques nous a conduit à distinguer des frontières de deux types : réelles et artificielles. L'étape de fusion a pour objet de confondre les régions situées de part et d'autre des frontières artificielles, chaque fois que cela n'entraîne pas la disparition d'une frontière dite réelle. Cette étape nécessite d'être effectuée par paliers, selon un procédé d'hystérésis. En définitive, l'ensemble de ces opérations conduit à une organisation des points en régions de forme libre bordées par des non-homogénéités de la surface.

Au cours de ces opérations de propagation d'étiquettes, nous avons été conduits à enregistrer l'information de frontières réelles dont on désire assurer le maintien. Pour cela, nous avons introduit la possibilité de stocker des relations d'incompatibilités entre certaines étiquettes. Chaque fois que l'on désire enregistrer la présence d'une frontière réelle, cela se traduit par une incompatibilité entre les étiquettes correspondantes. De la même manière, nous avons introduit des relations de compatibilités entre étiquettes. Ces relations permettent d'enregistrer la disparition d'une frontière entre deux régions, lors d'une fusion. Ainsi, la mise à jour des étiquettes des points peut être remise à plus tard, au cours d'opérations ultérieures. Ce mécanisme de compatibilités et d'incompatibilités entre les étiquettes est satisfaisant, il peut permettre l'introduction d'un mécanisme d'amélioration de la robustesse au bruit.

Par ailleurs, nous avons proposé un mécanisme d'évolution hiérarchique des arbres d'escarpement extrémaux. Ce mécanisme permet de réduire la complexité des opérations de propagation des étiquettes au cours du procédé d'hystérésis, en prenant en compte l'évolution de l'étiquetage des points. Les opérations de contraction des arbres que nous proposons sont effectuées le long des régions émergentes. Elles peuvent facilement venir se greffer sur les opérations de propagation existantes. D'autre part, ces opérations de contraction débouchent sur une configuration intéressante des arbres d'escarpement extrémaux qui peut être utile aux processus de modélisation 3-D ou pour les processus de reconnaissance de forme par isomorphisme de sous-graphe.

Conclusion générale

Dans le contexte de la modélisation 3-D, nous avons proposé une approche de la segmentation qui permet de retrouver les différentes parties d'une surface représentée par un ensemble de points 3-D non-organisé (*scattered data*) et dense. Pour cela, nous avons mis en place un modèle d'évolution discret qui s'inspire des modèles de diffusion anisotrope, mais qui se place dans le cadre de la résolution d'un problème markovien. Dans ce modèle, l'approche de la propagation anisotrope d'une information ne se traduit plus par une formulation variationnelle dérivée de l'équation de la chaleur, mais par l'exploitation de deux structures particulières, adaptées au caractère non organisé des données d'entrée traitées.

Ces deux structures issues de la théorie des graphes sont introduites dans la thèse et sont respectivement appelées arbre d'escarpement maximal et arbre d'escarpement minimal. Il s'agit de deux structures au comportement géométrique optimal qui s'appliquent respectivement à épouser la surface en chevauchant ou en évitant ses irrégularités. Ces structures rassemblent une certaine information préalable sur l'ensemble des points et permettent au système d'être contraint convenablement. En outre, elles constituent des outils appropriés pour effectuer des opérations de propagation. Au cours du processus de segmentation, elles permettent de coordonner la répartition des points en régions, en conciliant de manière naturelle les concepts duaux de contour et de région.

Par ailleurs, nous avons montré que la complexité des opérations mises en œuvre peut être réduite grâce à un processus de contraction des arbres d'escarpement extrémaux. Ce processus préserve la structure d'arbre et permet de faire évoluer les arbres d'escarpement extrémaux vers des structures plus simples et plus concises. La contraction permet également de passer à un niveau d'abstraction supérieur où la notion de région se substitue à celle du point, sans que le principe de base de notre approche soit modifié. Enfin, l'état final de la contraction des arbres d'escarpement extrémaux semble correspondre à la proposition d'une nouvelle représentation symbolique de la surface d'un objet, qui peut se révéler utile pour les tâches d'interprétation et de reconnaissance de forme par isomorphisme de sous-graphe.

Les différents résultats obtenus sont satisfaisants et traduisent la capacité de notre approche à coordonner des informations surfaciques locales et distribuées. A présent, une analyse plus fine en termes de choix des paramètres s'impose, pour permettre le développement d'une méthode d'apprentissage et automatiser l'opération de segmentation.

D'autre part, les résultats proposés sont principalement basés sur l'utilisation de critères d'homogénéité dits locaux. Pourtant, il peut être intéressant de combiner notre approche avec l'utilisation de critères d'homogénéité plus globaux et plus robustes, dès que l'on a obtenu une décomposition de la surface en régions atomiques.

Dans cette thèse, nous nous sommes focalisés sur des données d'entrée correspondant à la trace d'une surface. Toutefois, les méthodes et les algorithmes présentés ont une portée plus générale. Les principes utilisés peuvent également s'appliquer au traitement d'images de niveau de gris ou de couleur, en supposant que les données de l'image reflètent des propriétés de cohérence surfacique.

A Annexe : Approximation surfacique locale par une quadrique

Etant donnée une surface S représentée par un ensemble $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\}$ de points traces, en chacun desquels nous disposons d'une estimation $\overrightarrow{N_s}$ de la normale à S, nous expliquons comment obtenir une approximation quadratique locale de cette surface, sur la base d'une relation de voisinage surfacique entre les points de $\mathcal{P}$. Cette annexe détaille également comment extraire les courbures et les directions principales de cette approximation surfacique.

A.1 Equation de l'approximation surfacique locale

Pour calculer l'approximation surfacique locale en P_s, nous nous plaçons dans un repère local d'origine P_s dont le dernier axe coïncide avec la normale. Ceci permet de réduire le nombre de paramètres à identifier, grâce à l'annulation d'un certain nombre de paramètres. On désigne par $\xi = (P_s, \overrightarrow{P_s}, \overrightarrow{Q_s}, \overrightarrow{N_s})$ ce repère local orthonormé[1]. Il s'agit d'un repère de Frenet. Dans ce repère, on bénéficie d'une expression simplifiée de l'endomorphisme de Weingarten et de l'approximation polynomiale. En effet, les propriétés de tangence des axes de paramétrisation avec la surface assurent la nullité de certains coefficients. Ainsi l'équation de l'approximation surfacique locale en P_s, exprimée dans le repère ξ est la suivante :

$$n(p,q) = \frac{1}{2}(ap^2 + 2bpq + cq^2) \tag{A.1}$$

Où $(p, q, n(p, q))$ désignent les coordonnées d'un point de la surface dans le repère ξ.

On vérifie que l'on a $n(0,0) = \frac{\delta n}{\delta p}(0,0) = \frac{\delta n}{\delta q}(0,0) = 0$

1. On peut par exemple utiliser les 3 directions issues de l'analyse en composante principale ayant permis l'estimation de la normale.

A.2 Recherche des coefficients a, b et c

Pour déterminer les coefficients a, b et c, on exploite l'information selon laquelle les voisins de P_s appartiennent ou sont proches de l'approximation surfacique locale. Dans ce qui suit, nous désignons par k le nombre de voisins de P_s et par Q_i $i = 1, \cdots, k_s$ l'ensemble des voisins de P_s.

Dans le repère global $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on dispose des coordonnées (x_p, y_p, z_p) du point P_s et des coordonnées (x_i, y_i, z_i) de chaque point Q_i. Pour obtenir les coordonnées (p_i, q_i, n_i) du point Q_i dans le repère local $\xi = (P_s, \overrightarrow{P_s}, \overrightarrow{Q_s}, \overrightarrow{N_s})$, il faut procéder à une transformation des coordonnées initiales (x_i, y_i, z_i) :

On a

$$\overrightarrow{PQ_i} = (x_i - x_p)\vec{i} + (y_i - y_p)\vec{j} + (z_i - z_p)\vec{k}$$

D'autre part,

$$\overrightarrow{PQ_i} = p_i\overrightarrow{P_s} + q_i\overrightarrow{Q_s} + n_i\overrightarrow{N_s}$$

Ainsi, le lien entre coordonnées locales et globales de Q_i s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} p_i &= \overrightarrow{P_s}.\overrightarrow{PQ_i} \\ q_i &= \overrightarrow{Q_s}.\overrightarrow{PQ_i} \\ n_i &= \overrightarrow{N_s}.\overrightarrow{PQ_i} \end{aligned}$$

On dispose ainsi des coordonnées de l'ensemble des voisins de P_s dans le repère local $\xi = (P_s, \overrightarrow{P_s}, \overrightarrow{Q_s}, \overrightarrow{N_s})$. Les valeurs de a, b et c sont alors obtenues en minimisant l'erreur aux moindres carrés du système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} n_0 &= \tfrac{1}{2}(ap_0^2 + 2bp_0q_0 + cq_0^2) \\ &\vdots \\ n_i &= \tfrac{1}{2}(ap_i^2 + 2bp_iq_i + cq_i^2) \\ &\vdots \\ n_{k_s} &= \tfrac{1}{2}(ap_{k_s}^2 + 2bp_{k_s}q_{k_s} + cq_{k_s}^2) \end{aligned} \tag{A.2}$$

Il s'agit d'un système de la forme :

$$Ax = V \tag{A.3}$$

où

$$A = (a_{ij})_{\substack{1 \le i \le k_s \\ 1 \le j \le k_s}}$$

avec

$$\begin{aligned} a_{i1} &= p_i^2 \\ a_{i2} &= 2p_iq_i \\ a_{i3} &= q_i^2 \end{aligned}$$

$$X =^t (a, b, c) \ , \ b = (b_i)_{1 \leq i \leq k_s} \text{ et } b_i = n_i \times 2$$

Pour minimiser l'erreur aux moindres carrés de ce système, on forme la matrice carrée $C =^t AA$. Dans le cas où la matrice C est inversible, on obtient l'expression suivante du vecteur ${}^t(a, b, c)$:

$$^t(a, b, c) = C^{-1} \ {}^tAV$$

A.3 Courbures et directions principales

Les courbures et directions principales cherchées s'obtiennent directement à partir des paramètres (a, b, c) de l'approximation surfacique locale. Pour cela, il suffit de calculer les valeurs et vecteurs propres de la matrice hessienne H :

$$H = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

On a

$$\begin{array}{l} k_M = \frac{1}{2}(a + c + \epsilon\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}) \\ k_m = \frac{1}{2}(a + c - \epsilon\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}) \end{array}$$

Où

$$\begin{cases} \epsilon = 1 \text{ si } a + c \geq 0 \\ \epsilon = -1 \text{ si } a + c < 0 \end{cases}$$

A.3.1 Cas où $a = c$ et $b = 0$

Les courbures sont égales dans toutes les directions autour de P_s qui est un ombilique. C'est le cas d'une région sphérique ou plane. Il n'y a pas de direction privilégiée autour du point P_s, donc pas de direction principale. Dans le repère de Frenet $(P_s, \overrightarrow{P_s}, \overrightarrow{Q_s}, \overrightarrow{N_s})$, l'équation de la surface est donnée par :

$$n = a(p^2 + q^2)$$

A.3.2 Cas où $a \neq c$ et $b \neq 0$

k_M et k_m ont des valeurs distinctes, le point P_s n'est pas un ombilique et la surface possède localement des directions extrémales qui sont celles des vecteurs propres $\overrightarrow{p_M}$ et $\overrightarrow{p_m}$ associés à k_M et k_m.

Dans le repère local on a :

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{p_M} = (b, \frac{1}{2}(c - a + \epsilon\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}), 0) \\ \overrightarrow{p_m} = (b, \frac{1}{2}(c - a - \epsilon\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}), 0) \end{array}$$

On normalise $\overrightarrow{p_M}$ et $\overrightarrow{p_m}$ de manière à obtenir deux vecteurs unitaires $\vec{M}$ et $\vec{m}$ tels que $(P_s, \vec{M}, \vec{m}, \vec{N})$ soit un repère orthonormé direct. Dans le nouveau repère $\xi = (P_s, \vec{M}, \vec{m}, \vec{N}_s)$, l'équation de l'approximation surfacique locale devient :

$$n(u, v) = \frac{1}{2}(k_M u^2 + k_m v^2)$$

B Annexe : Diffusion anisotrope et EDPS

La méthode de segmentation exposée dans cette thèse ne correspond pas à une modélisation EDP[1]. Toutefois, cette méthode s'inspire de certains principes mis en œuvre dans les modèles d'évolutions anisotropes existants et décrits par des EDPs. Dans cette annexe, nous décrivons les principaux modèles existants dans ce domaine, en insistant sur le fait que leur cadre dépasse celui de la restauration des images de niveau de gris.

Les techniques dérivées du calcul variationnel et basées sur des équations aux dérivées partielles (EDP) ont fait leur apparition depuis une dizaine d'années dans le domaine de l'analyse et du traitement des images d'intensité lumineuse [PM90, ALM92, KDA98, MS93]. Dans ces méthodes, une image initiale $I_0(x, y) \quad ((x, y) \in \Omega, \Omega = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1])$ évolue vers une image $I(t, x, y)$ en fonction d'un paramètre d'évolution t dit de temps ou d'échelle. L'évolution de l'image est régie par une équation différentielle dérivée de l'équation de diffusion de la chaleur et les conditions aux limites sont établies par l'initialisation $I(0, x, y) = I_0(x, y)$. Toutes les EDPs abordées dans cette annexe seront présentées avec le formalisme commun adopté par Kornprobst & al [KDA98].

Les premières approches à base d'EDP étaient en général dédiées à des applications de restauration, il ne s'agit donc pas à proprement parler de méthodes de segmentation. Pourtant, le cadre des modèles d'évolution décrits par des équations de diffusion est parfois très proche du cadre de résolution des problèmes markoviens. Dans les deux cas, l'évolution de l'état d'un pixel est entièrement liée à l'état de ses voisins. Le parallèle entre les deux approches va parfois plus loin. En effet, Kornprobst et al [KDA98] montrent que certaines applications de diffusion se ramènent à la minimisation d'une énergie globale similaire à celle des champs markoviens. Dans ce cas, l'équation de diffusion nécessite la présence d'un terme $I - I_0$ qui rappelle la notion d'attache aux données. Ce terme assure la convergence de l'algorithme d'évolution vers une solution stable pouvant minimiser une énergie. Il n'est alors plus nécessaire de fixer un point d'arrêt à la diffusion. C'est le cas des modèles d'évolution décrits par une équation du type :

$$\frac{\delta I}{\delta t} = \alpha div\left(\frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}\nabla I\right) - 2(I - I_0) \tag{B.1}$$

où α est une constante et Φ une fonction à définir.

1. EDP : Equation aux dérivées partielles.

Les modèles d'évolution décrits par ce type d'équation correspondent à la convergence de $I(s,t)$ vers le minimum d'une énergie $F(I)$, dans l'espace des fonctions à variations bornées $BV(\Omega)$.

L'expression de F(I) est la suivante :

$$F(I) = \int_{\Omega} \left((I - I_0)^2 + \alpha\Phi(|\nabla I|)\right) d\tau \tag{B.2}$$

A l'instar de l'énergie associée aux champs de Markov en analyse d'image, l'expression $F(I)$ résulte de l'intégration, sur l'ensemble de l'image, d'une information locale. De la même manière, on observe que l'énergie $F(I)$ prend en compte différents niveaux d'interprétation avec un terme d'attache aux données caractérisant le contexte et un terme de régularisation.

La principale différence entre les deux approches est que la formalisation de l'une se fait dans un cadre discret et probabiliste alors que la formalisation de l'autre se fait dans un cadre continu et déterministe. L'intérêt du cadre variationnel, par rapport aux champs de Markov, est qu'il permet une modélisation naturelle et implicite de contraintes directionnelles. En effet, pour certaines caractéristiques de Φ, le modèle d'évolution présenté plus haut effectue un lissage isotrope dans les zones homogènes de l'image et réduit ce lissage dans les zones de fort gradient, plus particulièrement dans les directions orthogonales aux isophotes ($I = constante$). Il devient ainsi possible de lisser une image de tout bruit tout en en respectant les contours. Etant donnée une isophote $I = C$, on note $\mu = \frac{\nabla I}{|\nabla I|}$ la direction normale à l'isophote et ξ la direction orthogonale à μ. Si on décompose l'opérateur différentiel de l'équation B.1 dans le repère local associé à ces deux directions, on obtient l'expression suivante pour le modèle d'évolution :

$$\frac{\delta I}{\delta t} = \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|} I_{\xi\xi} + \Phi''(|\nabla I|) I_{\mu\mu} + \beta(I - I_0) \tag{B.3}$$

A notre connaissance, la plupart des modèles d'évolution peuvent ainsi être décrits par une équation du type :

$$\frac{\delta I}{\delta t} = C_\xi I_{\xi\xi} + C_\mu I_{\mu\mu} + \beta(I - I_0) \tag{B.4}$$

Dans le cas des modèles d'évolution correspondant à une EDP de la forme B.3 (c'est à dire du type B.1), on observe un lien entre les coefficients C_ξ et C_μ $\left(C_{\xi\xi} = \frac{\Phi'(|\nabla I|)}{|\nabla I|} \text{ et } C_\mu = \Phi''(|\nabla I|)\right)$. Dans ces conditions, on établit que les fonctions Φ permettant de satisfaire au mieux les conditions d'une bonne restauration vérifient les conditions suivantes :

$$\lim_{|\nabla I| \to 0} C_\mu = \lim_{|\nabla I| \to 0} C_\xi = \beta_1 > 0 \qquad (1)$$ (lissage isotrope dans les zones homogènes)

$$\lim_{|\nabla I| \to \infty} C_\mu = \lim_{|\nabla I| \to \infty} C_\xi = 0 \text{ et } \lim_{|\nabla I| \to \infty} \left(\frac{C_\mu}{C_\xi} = 0\right) \qquad (2)$$ (lissage réduit dans les directions de fort gradient)

En pratique, d'autres modèles d'évolution sont apparus, qui s'affranchissent de la dépendance entre les paramètres C_ξ et C_μ. Nous verrons que ces modèles permettent l'établissement de contraintes plus fortes que (2) pour une meilleure restauration.

Historiquement, l'idée d'utiliser une EDP non linéaire pour le traitement d'image a été développée par Perona et Malik [PM90]. Leur travail a été motivé par observation du lien entre lissage gaussien et équation de chaleur. La convolution avec des gaussiennes d'amplitude variable permet de lisser une image à différentes échelles. D'autre part, la convolution avec un noyau gaussien de variance t_1 est équivalente à la résolution de l'équation de la chaleur $\frac{\delta I}{\delta t} = \Delta I$. Cette dernière propriété permet de dire qu'il n'est pas nécessaire de passer par une convolution pour connaître le résultat du lissage gaussien d'une image. Il est possible de partir de l'image à une échelle inférieure et d'intégrer conformément à l'équation de la chaleur prise comme équation de diffusion jusqu'à $t = t_1$. Quand l'échelle augmente, on observe la disparition progressive des détails de l'image. Pour de faibles échelles, on s'affranchit ainsi du bruit. Le problème est de pouvoir distinguer entre le bruit et les contours de l'image. En effet, les contours sont estompés, puis éliminés au delà d'une certaine échelle de lissage. Dans le contexte du traitement multi-échelle, il est alors indispensable de préciser la localisation des structures d'intérêt.

Le modèle d'évolution isotrope associé à l'équation de la chaleur ne préserve pas les discontinuités. Pour résoudre ce problème, l'idée générale de Perona & Malik a été de transformer cette équation afin de rendre la diffusion anisotrope. Dans la solution qu'ils proposent, la diffusion est régulée dans la direction du gradient, par ajout d'un terme de viscosité dans l'équation de la chaleur. Le modèle proposé dans [PM90] est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\delta I}{\delta t} = div\,(\rho(|\nabla I|)\nabla I) \\ I(0) = I_0 \end{cases} \tag{B.5}$$

où la fonction ρ est une fonction telle que $\rho(0) = 1$ et $\lim\limits_{x\to\infty} \rho(x) = 0$

On a alors

$$C_\xi = \rho(|\nabla I|)$$
$$C_\mu = \rho(|\nabla I|) + |\nabla I|\rho'(|\nabla I|)$$

Ce modèle est adapté pour l'élimination d'un bruit gaussien faible, mais il peut présenter des instabilités dans les zones de fort gradient. Par exemple, si $\rho(x) = \exp - \frac{x^2}{\delta^2}$, on peut avoir $C_\mu \leq 0$ dans les régions où $|\nabla I| \geq \delta/\sqrt{2}$. Le modèle d'évolution correspondant présente l'avantage de modifier les possibilités de diffusion au voisinage des bords, mais il est susceptible de modifier leur localisation.

Une version améliorée de ce modèle a été proposée par Alvarez, Lions et Morel [ALM92] :

$$\begin{cases} \frac{\delta I}{\delta t} = g\left(|G_\sigma * \nabla I|\right)\left((1 - h(|\nabla I|))\Delta I + h(|\nabla I|)|\nabla I| div\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right)\right) \\ I(0) = I_0 \end{cases} \tag{B.6}$$

où

- G_σ est un noyau gaussien de variance σ
- $g(x) = \exp - \left(\frac{2x}{\delta_g}\right)^2$
- $h(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < \delta_h \text{ où } \delta_h > 0 \\ 1 \text{ sinon} \end{cases}$

Le modèle proposé par Alvarez et al ne rentre pas dans le cadre de l'équation B.3. Dans ce modèle, les paramètres C_ξ et C_μ sont indépendants et offrent un degré de liberté supplémentaire pour le choix des zones concernées par différents types de lissage.

$$C_\xi = g(|G_\sigma * \nabla I|)$$
$$C_\mu = g(|G_\sigma * \nabla I|)(1 - h(|\nabla I|))$$

- Pour $|\nabla I| < \delta_h$ on a un lissage isotrope.
- Au delà du seuil δ_h, on supprime totalement la diffusion dans la direction du gradient ($C_\mu = 0$).
- Enfin, le réglage de δ_g permet de supprimer tout lissage au delà d'un certain seuil.

Dans certains cas, il peut être intéressant de supprimer ce second seuil δ_g, en prenant $g = 1$. Dans ce cas, on obtient une condition de restauration plus forte que (2) pour les forts gradients. En effet, on a :

$$\lim_{|\nabla I| \to \infty} C_\mu = 0 \text{ et } \lim_{|\nabla I| \to \infty} C_\xi = 1 \qquad (3)$$

Le modèle d'évolution de Alvarez et al est particulièrement efficace en termes de stabilité et de localisation des contours. Il entraîne une diffusion le long des isophotes ou courbes de niveau et un blocage dans les directions de plus grande courbure. Par rapport à celui de Perona et Malik, ce modèle permet de prendre en compte des bruits forts mais il nécessite de fixer un plus grand nombre de paramètres.

L'idée de considérer une image comme un ensemble de lignes de niveau s'est généralisée avec le modèle de Malladi et Sethian [MS93]. Leur modèle supprime toute diffusion dans la direction du gradient ($C_\mu = 0$). D'autre part, C_ξ dépend de la courbure et de la mesure moyenne d'intensité au sein d'un certain voisinage. On observe ainsi le déplacement des iso-intensités avec une vitesse liée à C_ξ. Ce modèle est efficace contre des bruits forts, tout en préservant les contours.

Bien sûr, l'ensemble des modèles d'évolution présentés dans cette annexe s'appuie sur un formalisme continu. L'implantation numérique de ces modèles induit naturellement un processus de discrétisation faisant intervenir un échantillonnage régulier de l'image et un échantillonnage de l'espace échelle. Jahn [JAH98] a réalisé une adaptation de la diffusion anisotrope en termes de réseaux de neurones dans le support discret de l'image.

De façon générale, l'idée intéressante de la diffusion anisotrope est de favoriser la propagation d'une information dans les directions de faible courbure et de restreindre voire bloquer sa propagation dans les zones de forte courbure.

C Annexe : Un exemple de contraction de graphes planaires duaux

Dans cette annexe, nous donnons un exemple de contraction de graphes planaires duaux. Les graphes planaires sont souvent utilisés en analyse d'image [CP95]. Ils permettent notamment de modéliser les contours d'une image (graphe de contours : CG) ou les adjacence entre les faces qu'ils délimitent (graphe d'adjacence de régions : RAG). Le graphe dual d'un graphe de contours est un graphe d'adjacence de régions et inversement.

Au chapitre III.4.3.1, nous avons donné le principe de la réduction d'un graphe planaire et nous avons signalé que cette opération peut provoquer l'apparition de multi-arêtes, dans le cas où le graphe traité n'est pas un arbre. Il est alors possible d'éliminer ces multi-arêtes en complétant la première opération de réduction avec une nouvelle opération de contraction réalisée sur le graphe dual [KRO95]. On parle de contraction de graphes planaires duaux.

Pour illustrer ces propos, nous montrons les résultats de la contraction de graphes planaires duaux sur un exemple simple mettant en scène un graphe d'adjacence de régions (RAG) et le graphe de contours associé (CG) (voir figure C.1). Dans cet exemple, les paramètres de décimation ont été sélectionnés dans le RAG.

La contraction duale de ces graphes se compose de deux étapes :

- La première étape correspond à la contraction du graphe planaire contenant les paramètres de décimation. Dans l'exemple proposé, chaque noyau de contraction est donc éliminé du RAG, puis remplacé par un sommet. Par dualité, cette opération se répercute sur CG, avec la suppression duale des arêtes correspondant aux faces fusionnées. Dans le RAG, on observe l'apparition de multi-arêtes.
- La seconde phase permet alors de supprimer les multi-arêtes du RAG et les sommets superflus de CG grâce à une contraction duale des faces de CG de degré inférieur à 3.

La principale application du mécanisme de contraction réside dans la construction de pyramides irrégulières permettant de stocker l'évolution d'une image au cours d'un traitement [KRO94, JR94]. Les opérations de contraction interviennent lors de la construction de la pyramide, afin de formaliser le passage d'un niveau de traitement à un niveau supérieur.

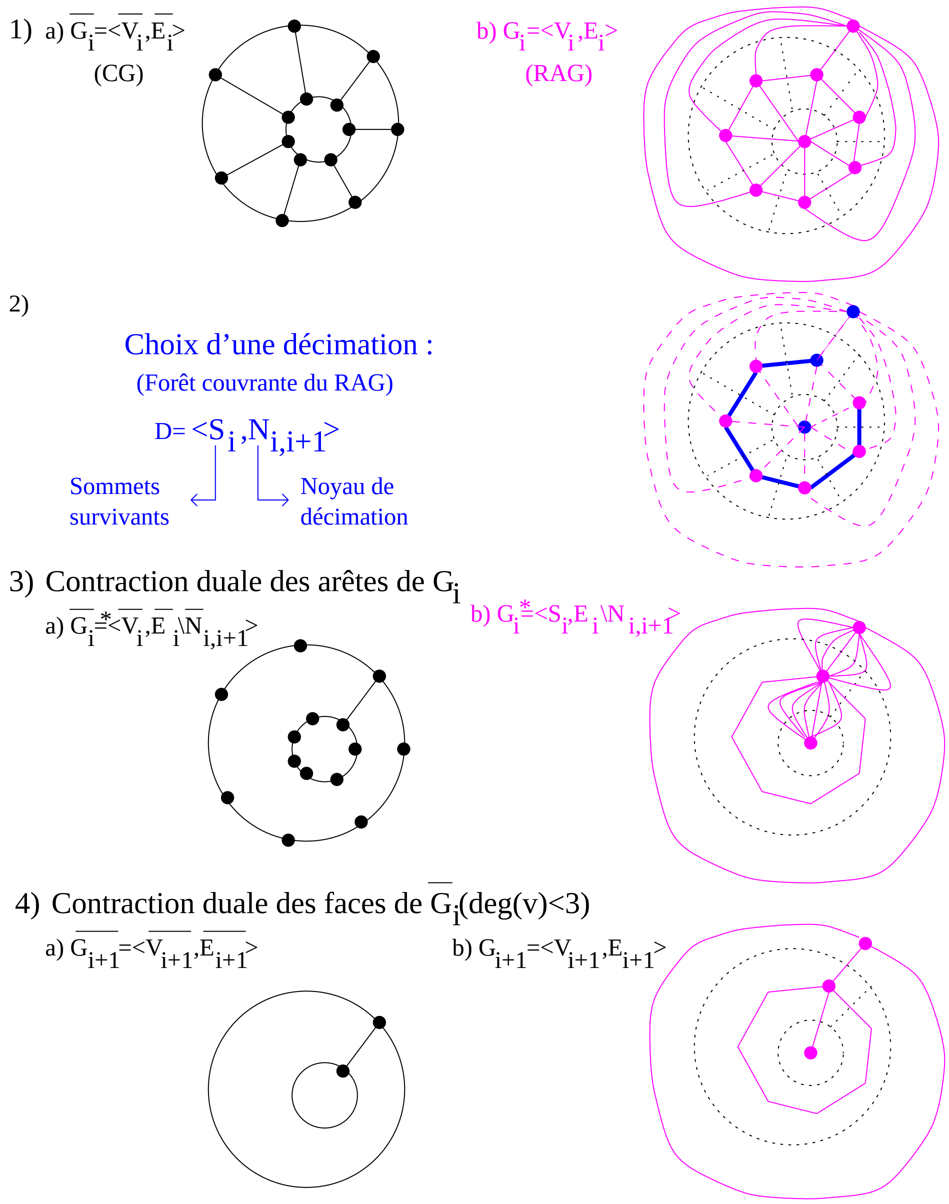


FIG. C.1 – *Mécanisme de contraction duale d'un graphe de contour et du RAG associé (schéma réalisé à partir des informations disponibles dans [PKJ98] et [KB98])*

Bibliographie

[AA93] F. ARMAN et J.K. AGGARWAL. « Model-based object recognition in dense-range images - A review ». *ACM Computing surveys*, 25(1) :5–43, march 1993.

[ABD90] N.N. ABDELMALEK. « Algebraic Error Analysis for Surface Curvatures and Segmentation of 3D Range Images ». *Pattern recognition*, 23(8) :807–817, 1990.

[AG92] R. AZENCOTT et C. GRAFFIGNE. « Non Supervised Segmentation Using Multilevel Markov Random Fields ». Dans *Proc. ICPR*, The Hague, 1992.

[ALM92] L. ALVAREZ, P.L. LIONS, et J.M. MOREL. « Image Selective Smoothing and Edge Detection by Non Linear Diffusion ». *SIAM J Numer Anal*, 29(3), June 1992.

[AM90] E. ARBOGAST et R. MOHR. « 3D Structures Inference from Images Sequences ». Dans H.S. BAIRD, éditeur, *Proceedings of the workshop on Syntactical and Structural Pattern Recognition*, pages 21–37, Murray-Hill, 1990.

[AYA] N. AYACHE. « Medical Image Analysis, A Challenge for Computer vison Research ». Dans *IEEE Proceedings of ICPR'98*, volume 2, pages 1255–1259, Brisbane Australia.

[AYA91] N. AYACHE. *Artificial Vision for Mobile Robots*. MIT Press, 1991.

[BBV95] A. BAHI, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « Differential Properties of Surface from Unorganized Points ». Dans *Proceedings of the ACCV-IAPR'95*, volume 2, pages 37–41, Singapore, 1995.

[BBV98] A. BAHI, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « Scattered Data : Regions Extraction Using Intrinsic Properties of Surface ». Dans *Proceedings of 8th international conference on Engineering Computer Graphics and Descriptive Geometry*, Austin, USA, july 1998.

[BCBV97] A. BAHI, R. CHAINE, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « A Review on Aspect Graph Techniques ». Dans *Proceedings of the IAPR-TC15 Workshop on Graph Based Representations*, pages 84–89, Lyon, 1997.

[BER80] BERTHOD. « *L'amélioration d'étiquetage : Une approche pour l'utilisation du contexte en reconnaissance des formes* ». PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris VI, Décembre 1980.

[BER91] M.O. BERGER. *Les contours actifs : modélisation, comportement, convergence*. PhD thesis INPL, Nancy, 1991.

[BES74] J. BESAG. « Spatial Interaction and the Statistical Analysis of Lattice Systems ». *J. of Royal Statitical Society*, 2 :192–236, 1974.

[BES89] P.J. BESL. « Active Optical Range Imaging ». *Advances in Machine Vision, J.L.C. Sanz, Ed. Springer-Verlag, New York*, 1989.

[BJ88] P.J. BESL et R.C. JAIN. « Segmentation Through Variable-Order Surface Fitting ». *IEEE Trans PAMI*, 10(2), March 1988.

[BOI84] J.-D. BOISSONNAT. « Geometric Structures for Three-Dimensional Shape Representation ». *ACM Transactions on graphics*, 3(4) :266–286, octobre 1984.

[BR97] P. BERTOLINO et S. RIBAS. « Image Sequence Segmentation Using a Single Evolutionary Graph Pyramid ». *IAPR-TC15 Workshop on Graph based Representations*, 1997.

[BS97] R. BENJEMAA et F. SCHMITT. « Fast Global Registration of 3D Sampled Surfaces Using a Multi-Z-Buffer Technique ». Dans *Prodeedings of the IEEE International Conference on Recent Advances in 3-D Digital Imaging and Modeling*, pages 113–120, May 1997.

[BUN98] H. BUNKE. « Error-tolerant Graph Matching : A Formal Framework and Algorithms ». *Advances in Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science (1451) (IAPR, SPR-SSPR'98 Workshop) Springer*, pages 1–4, 1998.

[CAM92] B. DE CAMBRAY. « Modélisation 3-D : Etat de l'art ». Rapport Technique, MASI - Rapport de recherche 92.71, Octobre 1992.

[CAN86] J.F. CANNY. « A Computational Approach to Edge Detection ». *IEEE Trans PAMI*, 8(6) :679–698, 1986.

[CB98] R. CHAINE et S. BOUAKAZ. « Image Segmentation by Label Anisotropic Diffusion ». *Advances in Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science (1451) (IAPR, SSPR'98 Workshop) Springer*, pages 540–547, August 1998.

[CB00a] R. CHAINE et S. BOUAKAZ. « Analyse surfacique de données 3-D non structurées: une approche basée sur les graphes ». Dans *Actes du 12ème Congrès Francophone AFRIF-AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (à paraître)*, Paris, 2000.

[CB00b] R. CHAINE et S. BOUAKAZ. « Segmentation of 3-D Surface Trace Points, Using a Hierarchical Tree-Based Diffusion Scheme ». Dans *Proceedings of the Fourth Asian Conference on Computer Vision ACCV2000 (to appear)*, Taiwan, 2000.

[CBBV97] R. CHAINE, A. BAHI, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « A Viewer Centered Representation : A Review on Aspect Graphs ». Rapport Technique RR02.97, LIGIM, 1997.

[CBV98] R. CHAINE, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « A Graph-Anisotropic Approach to 3-D Data Segmentation ». *International Symposium on Computer Graphics, Image processing and Vision, IEEE Computer Society Press*, pages 262–269, October 1998.

[CBV99] R. CHAINE, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « Extraction de descripteurs surfaciques pour la reconstruction 3-D ». *Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique - HERMES*, 14(1) :93–107, Octobre 1999.

[CC93] L.D. COHEN et I. COHEN. « Finite Element Methods for Active Contour Models and Ballons for 2D and 3D Images ». *IEEE Trans PAMI*, 15(11) :1131–1147, 1993.

[CCA91] I. COHEN, L.D. COHEN, et N. AYACHE. « Introducing Deformable Surfaces to Segment 3d Images and Infer Differential Structures ». Rapport Technique, INRIA, 1991.

[CF91] S. CHEN et H. FREEMAN. « On the characteristic views of quadric-surfaced solids ». *IEEE Workshop on directions in Automated CAD-Based Vision*, pages 34–43, june 1991.

[CHA99] R. CHAINE. « Analyse Surfacique et Modélisation 3-D par Diffusion Anisotrope de Label ». *Actes des Journées des jeunes chercheurs francophones en vision par ordinateur ORASIS, Aussois, FRANCE*, pages 171–180, avril 1999.

[CP95] J.-P. COCQUEREZ et S. PHILIPP. *Analyse d'images : Filtrage et segmentation*. MASSON, 1995.

[DCA88] R. DERICHE, J.P. COCQUEREZ, et G. ALMOUZNI. « An Efficient Method to Build Early Image Description ». Dans *Proceedings of 9th ICPR*, Rome, November 1988.

[DD99] P. DANIEL et J.D. DUROU. « Réalisation d'images réelles vérifiant les hypothèses du shape from shading ». *Actes des Journées des jeunes chercheurs francophones en vision par ordinateur ORASIS, Aussois, FRANCE*, pages 161–170, avril 1999.

[DER87] R. DERICHE. « Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector ». *International Journal of Computer Vision*, 1(2) :167–187, 1987.

[DMZ96] X. DESCOMBES, R. MORRIS, et J. ZERUBIA. « Quelques améliorations à la segmentation d'image bayesienne ». Rapport Technique 2916, INRIA, Juin 1996.

[EF84] M. ESHERA et K.S. FU. « A Graph Distance Measure for Image Analysis ». *IEEE Tr Systems, Man , Cybernetics*, 14 :398–407, May/Jume 1984.

[FAR90] G. FARIN. *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*. Academic Press, Inc, 1990.

[FAU93] O. FAUGERAS. *Three-Dimensional Computer Vision, a Geometric Viewpoint*. Artificial Intelligence - MIT Press, 1993.

[FD84] G. FEKETE et L.S. DAVIS. « Property spheres : A new representation for 3D recognition ». *In Proceedings of the IEEE Workshop on Computer Vision : Representation and Control*, pages 192–201, 1984.

[FMA+91] O. FAUGERAS, J. MUNDY, N. AHUJA, C. DYER, A. PENTLAND, R. JAIN, K. IKEUCHY, et K. BOWYER. « Why Aspect Graphs are not (yet) Practical for Computer Vision ». *In IEEE Workshop on Directions in Automated CAD-based Vision*, pages 98–104, 1991.

[FRE61] H. FREEMAN. « On the Encoding of Arbitrary Geometric Configurations ». *IRE Trans. Electron. compu.*, 10 :260–268, 1961.

[GD84] S. GEMAN et D.GEMAN. « Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images ». *IEEE Trans PAMI*, 6 :721–741, 1984.

[GM90] Z. GIGUS et J. MALIK. « Computing the aspect graph for line drawings of polyhedral objects ». *IEEE Trans PAMI*, 122 :113–122, February 1990.

[GOS95] B. GOSTIAUX. *Cours de mathématiques spéciales, T.5. Géométrie : arcs et nappes*. puf, 1995.

[HAR84] R. HARALICK. « Digital Step Edges from Zero Crossing of Second Directional Derivatives ». *IEEE Trans PAMI*, 6 :58–68, 1984.

[HDD+92] H. HOPPE, T. DEROSE, T. DUCHAMP, J. MCDONALD, et W. STUETZLE. « Surface Reconstruction from Unorganized Points ». *Computer Graphics*, July 1992.

[HDD+93] H. HOPPE, T. DEROSE, T. DUCHAMP, J. MCDONALD, et W. STUETZLE. « Mesh Optimization ». *SIGGRAPH 93 Conference Proceedings*, pages 19–26, 1993.

[HJ87] R. HOFFMAN et A.K. JAIN. « Segmentation and Classification of Range Images ». *IEEE Trans PAMI*, 9(5) :608–620, 1987.

[HJBJ+96] A. HOOVER, G. JEAN-BAPTISTE, X. JIANG, P. FLYNN, H. BUNKE, D. GOLDGOF, K. BOWYER, D. EGGERT, A. FITZGIBBON, et R. FISHER. « An Experimental Comparison of Range Image Segmentation Algorithms ». *IEEE Trans PAMI*, pages 1–17, july 1996.

[HK85] M. HEBERT et T. KANADE. « The 3D profile method for object recognition ». *In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 458–463, June 1985.

[HR84] D. HOFFMAN et W. RICHARDS. « Parts or Recognition ». *Cognition*, 18 :65–96, 1884.

[JAH98] H. JAHN. « A Neural Network for Image Smoothing and Segmentation ». *Advances in Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science (1451) (IAPR, SSPR'98 Workshop) Springer*, pages 329–338, 1998.

[JB96] X. JIANG et H. BUNKE. « Robust and Fast Edge Detection and Description in Range Images ». Dans *Proceedings of IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, pages 538–541, Tokyo, 1996.

[JK91] J.STEWMAN et K.W.BOWYER. « Viewer Centered Representations for Polyhedral Objects : Computing the Exact Perspective Projection Aspect Graph of an Object Bounded by Planar faces ». *PhD Dissertation. Dep. of Comp. Science and Engineering. University of South Florida*, 1991.

[JK98] X. JIANG et P. KUHNI. « Search-Based Contour Closure in Range Images ». *International Conference on Pattern Recognition ICPR'98*, 1, August 1998.

[JMB91] J.M. JOLION, P. MEER, et S. BATAOUCHE. « Robust Clustering with Applications in Computer Vision ». *IEEE Trans PAMI*, 13(8) :791–802, august 1991.

[JR94] J.M. JOLION et A. ROSENFELD. *A Pyramid Framework for Early Vision*. Kluwer, 1994.

[KB98] W. G. KROPATSCH et M. BURGE. « Minimizing the Topological Structure of Line Images ». *Advances in Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science (1451) (IAPR, SSPR'98 Workshop) Springer*, pages 149–158, 1998.

[KD76] J.J. KOENDERINK et A.J. VAN DOORN. « The singularities of the visual mapping ». *Biological Cybernetics*, 24 :51–59, 1976.

[KD79] J.J. KOENDERINK et A.J. VAN DOORN. « The internal representation of solid shape with respect to vision ». *Biological Cybernetics*, 32 :211–216, 1979.

[KD87] M.R. KORN et C.R. DYER. « 3D multiview object representations for model-based object recognition ». *Pattern Recognition*, 20(1) :91–103, 1987.

[KDA98] P. KORNPROBST, R. DERICHE, et G. AUBERT. « EDP, Débruitage et Rehaussement en Traitement d'Image : Analyse et Contributions ». *Proceedings of RFIA, Clermont-Ferrand*, pages 277–283, 1998.

[KRO94] W.G. KROPATSCH. « Building Irregular Pyramids by Dual Graph Contraction ». Rapport Technique 035, PRIP-Vienna, 1994.

[KRO95] W.G. KROPATSCH. « Building Irregular Pyramids by Dual Graph Contraction ». Dans *IEE-Proc. Vision, Image and Signal Processing*, volume 142, pages 366–374, 1995.

[KWT87] M. KASS, A. WITKIN, et D. TERZOPOULOS. « Snakes : Active Contour Models ». *International Journal of Computer Vision*, 1 :321–331, 1987.

[KZM93] Z. KATO, J. ZERUBIA, et M.BERTHOD. « Bayesian Image Classification Using Markov Random Fields ». *Maximum Entropy and Bayesian Methods, Mohammed-Djafari and Demoment Eds, Kluwer Pub.*, pages 375–383, 1993.

[LEO91] J.-C. LEON. *Modélisation et construction de surfaces pour la CFAO*. Hermès, 1991.

[LF96] A. LEJEUNE et F.P. FERRIE. « Finding the Parts of Objects in Range Images ». *Computer Vision and Image Understanding*, 64(2) :230–247, september 1996.

[LSGC99] N. LOMENIE, G. STAMON, L. GALLO, et N. CAMBOU. « Structuration plane d'un nuage de points 3D non structuré et détection des zones d'obstacle ». Dans *VISION INTERFACE*, Québec, 1999.

[MAL95] I. OULD DELLAHY MALOUM. *Reconstruction de surfaces gauches à partir de données non structurées - Paramétrisation par des transformations conformes*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon1, 1995.

[MEN] R. MENCL. « A Graph-Based Approach to Surface Reconstruction ». Dans *Proceedings of EUROGRAPHICS 1995, Computer Graphics Forum*, volume 14, pages 445–456, Maastricht, The Netherlands.

[MH80] D. MARR et E. HILDRETH. « Theory of Edge Detection ». *Proceedings of Royal Society of London*, 207 :187–217, 1980.

[MHZ83] J. MOHAMMED, R. HUMMEL, et S. ZUCKER. « A Gradient Projection Algorithm for Relaxation Methods ». *IEEE Trans PAMI*, 5(3) :330–332, 1983.

[MLD93] O. MONGA, R. LENGAGNE, et R. DERICHE. « Crest Lines Extraction in Volume 3-D Medical Images ». Rapport Technique TR2338, INRIA, December 1993.

[MMG92] R. MOHR, L. MORIN, et E. GROSSO. Relative Positioning with Uncalibrated Cameras. Dans J.L. MUNDY et A. ZISSERMAN, éditeurs, *Geometric Invariance in Computer Vision*, pages 440–460. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1992.

[MON87] O. MONGA. « Segmentation d'images : vers une méthodologie ». *Traitement du signal*, 4(3) :169–193, 1987.

[MS93] R. MALLADI et J.A. SETHIAN. « Image processing : Flows under min/max curvature and mean curvature ». *Graphical Models and Image Processing*, 58(2) :127–141, 1993.

[MUR91] S. MURAKI. « Volumetric Shape Description of Range Data using "Blobby Model" ». *Computer Graphics*, 25(4) :227–235, July 1991.

[NIL71] N.J. NILSSON. *Problem-Soving Methods in Artificial Intelligence*. McGraw-Hill, 1971.

[OM98] G. OLAGUE et R. MOHR. « Optimal Camera Placement to Obtain Accurate 3D Point Positions ». Dans *Proceedings 14th International Conference on Pattern Recognition*, volume 2, pages 8–10, Brisbane, Australia, 1998.

[O'R94] J. O'ROURKE. *Computational Geometry in C.* Cambridge University Press, 1994.

[PAV82] T. PAVLIDIS. *Algorithms for Graphics and Image Processing.* Springer-Verlag, 1982.

[PCPB99] J.-N. PROVOST, C. COLLET, P. PEREZ, et P. BOUTHEMY. « Segmentation d'images radiométriques multispectrales pour l'obtention de cartes bathymétriques ». Dans *Proc. ORASIS*, pages 311–320, Aussois, 1999.

[PD86] H. PLATINGA et C. DYER. « An algorithm for constructing the aspect graph ». *In 27th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 123–131, 1986.

[PD90] H. PLATINGA et C. DYER. « Visibility, occlusion, and the aspect graph ». *International Journal of Computer Vision*, 5(2) :137–160, 1990.

[PEN87] A. PENTLAND. « Recognition by Parts ». Dans *Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Computer Vision*, London, 1987.

[PER92] E. PERNA. *Modèles de surfaces pour la CFAO, raccordement de carreaux définis par produit tensoriel.* PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon1, 1992.

[PET92] S. PETITJEAN. « Computing exact aspect graphs of curved objects bounded by smooth algebraic surfaces ». *Technical report, UIUC-BI-AI-RCV-92-04*, 1992.

[PF98] L. PAPIER et J. FRANCON. « Evaluation de la normale au bord d'un objet discret 3D ». *Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique*, 13(2), Juin 1998.

[PK90] J. PONCE et D.J. KRIEGMAN. « Computing exact aspect graphs of curved objects : Parametric patches ». *In proceedings of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence*, pages 1074–79, July 1990.

[PKJ98] J-G. PAILLONCY, W. KROPATSCH, et J-M. JOLION. « Object Matching on Irregular Pyramid ». *Fourteenth International Conference on Pattern Recognition ICPR'98*, page 1721, 1998.

[PM90] P. PERONA et J. MALIK. « Scale Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion ». *IEEE Trans PAMI*, 12(7) :629–639, July 1990.

[POG85] T. POGGIO. « Early Vison : From Computational Structure to Algorithms and Parallel Hardware ». Dans *CVGIP*, volume 31, 1985.

[PP93] N. PAL et S. PAL. « A Review on Image Segmentation Techniques ». *Pattern Recognition*, 26(9), 1993.

[PRE70] J.M.S. PREWITT. « Object Enhancement and Extraction ». *Picture Processing and Psychopictorics, B.S. Likin and A. Rosenfeld, Academis Press, London*, pages 75–149, 1970.

[PRU86] B. PRUM. *Processus sur un réseau et mesures de Gibbs : Applications.* MASSON, 1986.

[PS85] F.P. PREPARATA et M.I. SHAMOS. *Computational Geometry, an Introduction.* Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1985.

[PSZ] M. PELLILO, K. SIDDIQI, et S. ZUCKER. « Attributed Tree Matching and Maximum Weight Cliques ». Dans *IEEE Proceedings if ICIAP99*, pages 1154–1159, Venice Italy.

[PT95] L. PIEGL et W. TILLER. *The NURBS book*. Springer, 1995.

[RE93] M.F. ROY et T.V. EFFELTERRE. « Aspect graphs of algebraic surfaces ». *In Proceedings of the ISSAC'93*, 1993.

[RHZ76] A. ROSENFELD, R. HUMMEL, et S.W. ZUCKER. « Scene labeling by relaxation operation ». *IEEE Tr on SMC*, 6(6):420–430, 1976.

[RIE90] J.H. RIEGER. « The Geometry of View Space of Opaque Objects Bounded by Smooth Surfaces ». *Artificial intelligence*, 44(1-2):1–40, July 1990.

[RJ89] A. ROSENFELD et J.M. JOLION. « Local Operations on Labelled Dot Patterns ». *Pattern Recognition Letters*, 9(4):225–232, may 1989.

[SAP97] N. SAPIDIS. « Variable-Order Surface Reconstruction Through Region Growing ». *CAD Systems Development : Tools and Methods, D. Roller & P. Brunet (eds), Springer, Germany*, pages 207–218, 1997.

[SB88] J. STEWMAN et K.W. BOWYER. « Creating the perspective projection aspect graph of polyhedral objects ». *In Proceedings of the International Conference on Computer Vision*, pages 495–500, 1988.

[SCH] F. SCHMITT. « Vision-Based Construction of CAD Models from Range Images ».

[SP91] N. SAPIDIS et R. PERUCCHIO. « Domain Delaunay Tetrahedrization of Arbitrarily Shaped Curved Polyhedra Defined in a Solid Modeling System ». Dans *Proceedings of the ACM/SIGGRAPH Symposium on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications*, Austin, 1991.

[STBV96] L. SOMMELLIER, E. TOSAN, S. BOUAKAZ, et D. VANDORPE. « Using Combinatorial Maps for Stereo Correspondance and Reconstruction ». *A. Behrooz, editor, Knowledge Transfer, chapter Visualization and Graphics*, pages 540–546, july 1996.

[SZ90] P.T. SANDER et S.W. ZUCKER. « Inferring Surface Trace and Differential Structure from 3D Images ». *IEEE Trans PAMI*, 12(9), September 1990.

[THI93] J.P. THIRION. « The Extremal Mesh and the Understanding of 3D Surfaces ». Rapport Technique, INRIA, December 1993.

[TMM+98] F. TUPIN, H. MAITRE, J.-F. MANGIN, J.-M. NICOLAS, et E. PECHERSKY. « Detection of Linear Features in SAR Images : Application to Road Network Extraction ». *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, 36(2), march 1998.

[TR89] T.SRIPRADISVARAKUL et R.JAIN. « Generating Aspect Graphs of Curved Objects ». *In Proceedings of the IEEE Workshop on Interpretation of 3D Scenes*, pages 109–115, December 1989.

[WIT83] A.P. WITKIN. « Scale-Space Filtering ». Dans *Proceedings of 8th Int. Joint Conf. on Art. Intell.*, pages 1019–1022, Karlsruhe, West Germany, 1983.

[WPW86] G. WYVILL, C. Mc PHEETERS, et B. WYVILL. « Data Structure for Soft Objects ». *The Visual Computer*, pages 227–234, August 1986.

[YL89] N. YOKOYA et M.-D. LEVINE. « Range Image Segmentation Based on Differential Geometry : A Hybrid Approach ». *IEEE Trans PAMI*, 11(6) :643–649, june 1989.

[ZUC76] S.W. ZUCKER. « Survey Region Growing ; Childhood and Adolescence ». *CVGIP*, 5 :382–399, 1976.

Résumé

Dans le domaine de l'industrie, certains outils ont été développés pour répondre à un souci de prototypage virtuel. Ainsi, un nombre croissant de techniques de numérisation permettent de passer d'un objet physique à une représentation « simple » de celui-ci sous forme d'un ensemble de points 3-D échantillonnés sur sa surface $\mathcal{P} = \{P_1, \cdots, P_s, \cdots, P_n\} \subset IR^3$. Quand l'objet est complexe, cet ensemble de points peut résulter de la fusion de plusieurs opérations de saisie. Dans ce cas, $\mathcal{P}$ est un ensemble non organisé. Les points ne sont pas ordonnés en grille régulière et la densité n'est pas constante.

Nous apportons une réponse au problème clef de l'interprétation et de la description symbolique de ces données grâce à un processus de segmentation des points. Notre approche permet une coordination d'informations surfaciques locales sans recourir à des modèles globaux contraignants pour les régions.

Dans cette approche, le pouvoir de représentation associé aux graphes joue un rôle essentiel. Les arbres d'escarpement extrémaux introduits permettent la mise en place d'opérations de propagation d'étiquettes simples et peu gourmandes en temps de calcul. Ces opérations conduisent à une organisation des points en régions de forme libre bordées par des non-homogénéités de la surface. D'autre part, nous montrons qu'une évolution hiérarchique des arbres d'escarpement extrémaux permet de réduire la complexité des opérations de propagation et débouche sur des représentations qui peuvent être utiles à une description symbolique de l'objet étudié.

Cette nouvelle approche correspond à une méthode originale de résolution de la segmentation vue comme un problème markovien.

Les résultats obtenus sur divers exemples sont satisfaisants et illustrent les particularités de notre approche.

Mots-clés :
Analyse surfacique, Segmentation, Propagation anisotrope d'étiquettes, Arbres d'Escarpement Extrémaux, Contraction, Etiquetage.

Abstract

Given an unorganized set of 3-D points scanned on an object surface, we propose an adaptable framework for the segmentation of the input data points into smooth regions bounded by non-homogeneities. The particularity of our segmentation approach consists in a simplification of the usual treatments, due to the introduction of meaningful, graph-based representations. We denote "Extremal Escarpment Trees" two particular trees that locally represent the object shape and that embody implicit dual constraints that must be satisfied. The Extremal Escarpment Trees permit to solve the segmentation problem with a contextual anisotropic label propagation scheme. During the segmentation process, these representations evolve towards an interesting qualitative description of the object. This description can be used for object-shape recognition systems. Experimental results on synthetic and real points sets illustrate the capacities of the presented approach.

Keywords :
Surface Analysis, Segmentation, Anisotropic Diffusion, Extremal Escarpment Trees, Contraction, Labeling.