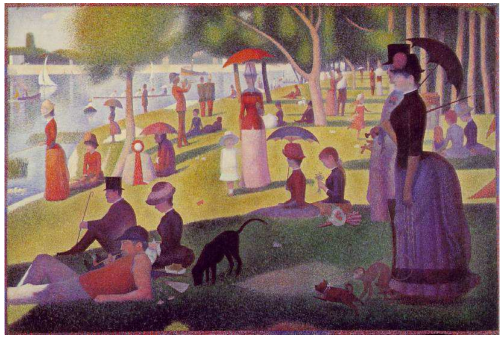
Chapitre V

Introduction au traitement d'images

Géométrie discrète

- Géométrie euclidienne : espace continu
- Géométrie discrète (GD) : espace discrétisé notamment en grille de pixels
- GD
  - définition des objets
  - propriétés des objets
- Objectifs
  - traitement des images
  - reconnaissance des formes dans les images

Tableau de Georges Seurat (Dimanche après-midi à la Grande Jatte) en 1888



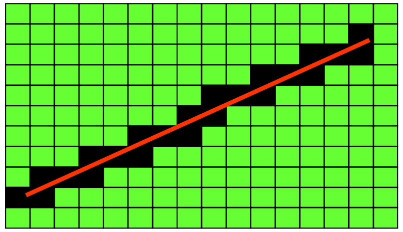
Introduction au traitement d'images

- 1 – Notions de base
- 2 – Représentation de courbes et de frontières
- 3 – Modélisation des images
- 4 – Procédures de traitement d’images
- 5 – Conclusions

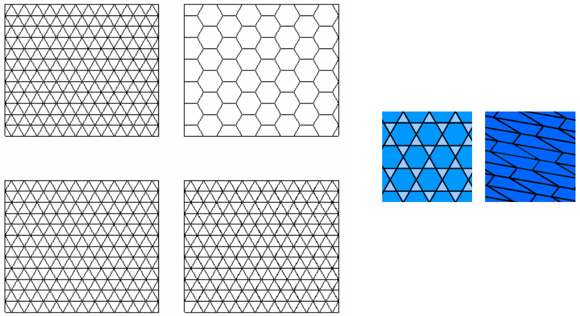
1 - Notions de base

1.1 Pavages

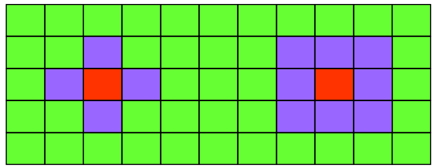
- Pavage d'un espace au moyen de tessellations régulières
- Généralement tessellations carrées



Autres tessellations régulières



1.2 Voisinages

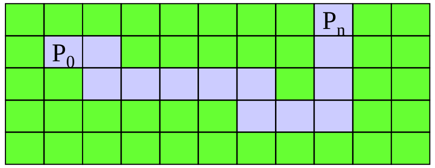


4 voisins
adjacence directe

8 voisins
avec adjacence
indirecte ou
diagonale

1.3 Chemin connexe

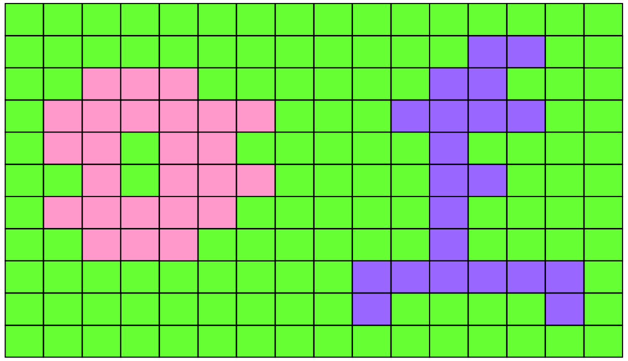
- On appelle chemin connexe entre deux points P_0 et P_n, une suite de points $(P_0, P_1, P_2, P_3, \ldots P_{n-1}, P_n)$ tels P_{i-1} et P_i soient adjacents



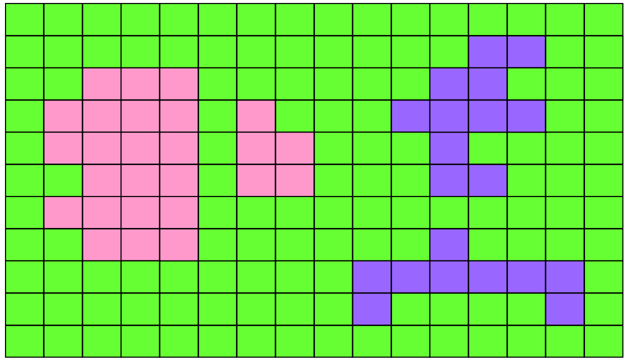
1.4 Composante connexe

- Soit P et Q deux points de l'image, et soit S un sous-ensemble de pixels contenant P et Q.
- On dit que P et Q sont connectés ssi il existe un chemin connexe inclus dans S entre P et Q.
- S est une composante connexe si quelque soient P et Q appartenant à S, ils sont connectés

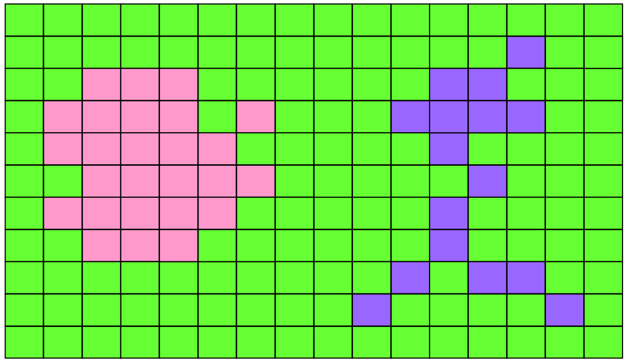
Exemples de composantes connexes (4 voisins)



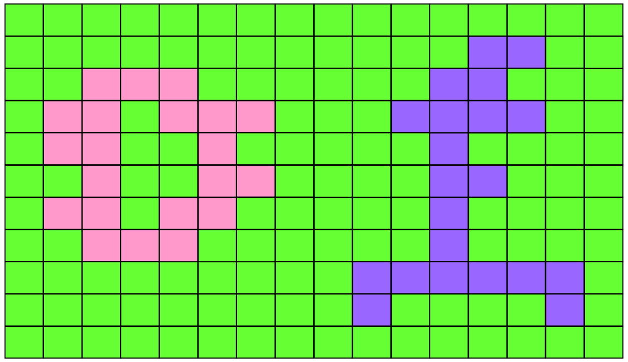
Exemples de composantes non-connexes (4 voisins)



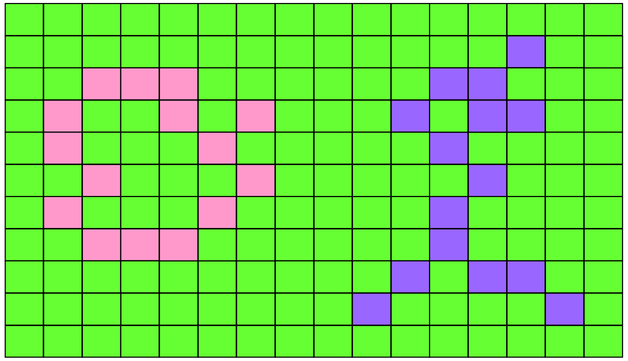
Exemples de composantes connexes (8 voisins)



Contour/frontière (4 voisins)



Contour /frontière (8 voisins)

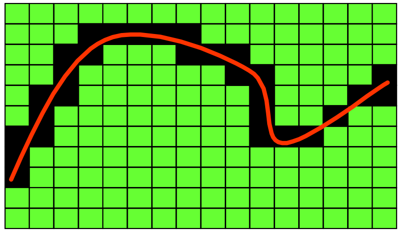


Intérieur et extérieur

- Soit S une région, et P un point.
- P est à l'intérieur si $\forall Q \in S$, $\exists$ un chemin connexe entre P et Q tels que tous les points appartiennent à S
- P est à l'extérieur s'il n'existe pas de chemin connexe dans S entre P et Q
- Points frontières et points intérieurs

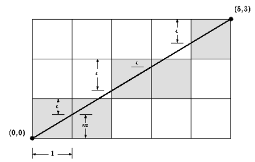
1.5 Discrétisation d'un objet ou d'une courbe

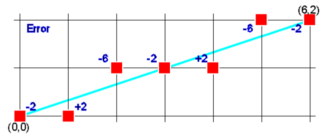
- Pixellisation d'une courbe



1.6 Segment de droite

- Exemple : Algorithme de Bresenham
  - Point de départ : un pixel sur le segment.
  - On regarde les pixels voisins,
  - et l'on marque celui qui est le plus prêt du segment





Principe de l'algorithme de Bresenham

Bresenham's Algorithm using Integer Arithmetic

The points (x_1, y_1) and (x_2, y_2) are assumed
not equal and integer valued.
$\bar{\epsilon}$ is assumed to be integer valued.

Let $\Delta x = x_2 - x_1$
Let $\Delta y = y_2 - y_1$
Let $j = y_1$
Let $\bar{\epsilon} = \Delta y - \Delta x$

for $i = x_1$ to $x_2 - 1$
  illuminate (i, j)
  if $(\bar{\epsilon} \geq 0)$
    $j += 1$
    $\bar{\epsilon} -= \Delta x$
    end if
  $i += 1$
  $\bar{\epsilon} += \Delta y$
  next i

finish

1.7 Convolution

- Produit de convolution

$$g(w_x, w_y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G(x,y)\exp(-i(w_x x + w_y y))dxdy$$
$$= Conv[G(x,y)]$$

- où w_x et w_y sont des fréquences spatiales
- application pour transformer les images
- convolution dans le cas discret

Convolution discrète

- Convolution d'une image I_I par un filtre H

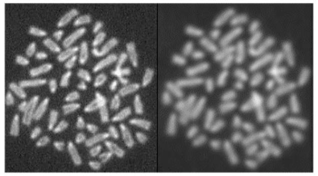
$$I_f = H \otimes I_I$$

$$I_f(x,y) = \frac{1}{k} \sum_{i=-n/2}^{n/2} \sum_{j=-n/2}^{n/2} H(i+n/2, j+n/2).I_I(x+i, y+j)$$

Exemple de bruitage d'une image

- Exemple de filtre (ou masque) pour le remplacement d'un pixel pour la moyenne des voisins :

$$H = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



2 - Représentation de courbes et de frontières

- Deux démarches :
  - 1 - on se donne un pas, et on calcule le point suivant, puis on allume le pixel obtenu : mais quelle est la valeur du pas ? Est-il constant ?
  - 2 – une fois un pixel allumé, on examine le pixel voisin pour déterminer celui qui « est » sur la courbe ; mais attention au retour en arrière

Autres courbes

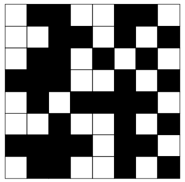
3. Modélisation des images

- 3.1 Grilles de pixels
- 3.2 Quadtrees
- 3.3 Pyramides

3.1. Codage par trames

- Grilles de pixels
- Codage de base
  - Noir/ blanc : 1 pixel = 1 bit
  - 256 niveaux de gris : 1 pixel = 1 octet
  - en RGB : 1 pixel = 3 octets
- Compression
  - sans perte (ex. plages de couleurs)
  - avec perte (ex 3%)

Exemple

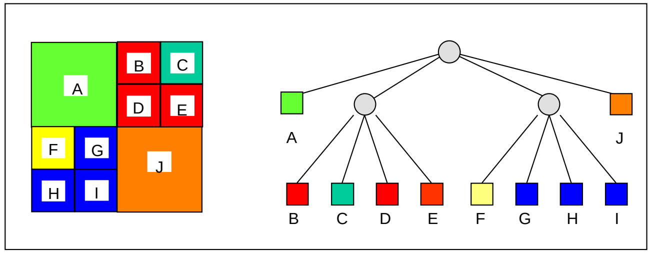


BNNBBNNB	1B2N2B2N1B
BBNNBNBN	2B2N1B1N1B1N
BNNBNBNB	1B2N1B1N1B1N1B
NNNBBNBN	3N2B1N1B1N
BNBNNNNB	1B1N1B4N1B
BBNBBNBN	2B1N2B1N1B1N
NNNNBNNB	4N1B2N1B
BNNBBNBN	1B2N2B1N1B1N
Codage Bitmap	Codage par plages

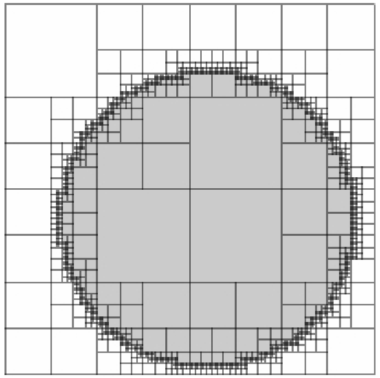
3.2 Quadtrees

- Subdivisions récursive d'un carré en 4 carrés plus petits
- Arrêt
  - carré homogène
  - limite de résolution

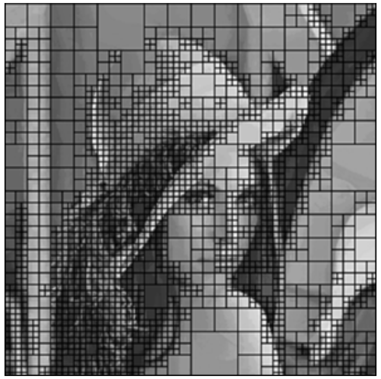
Exemple de quadtree et sa structure hiérarchique



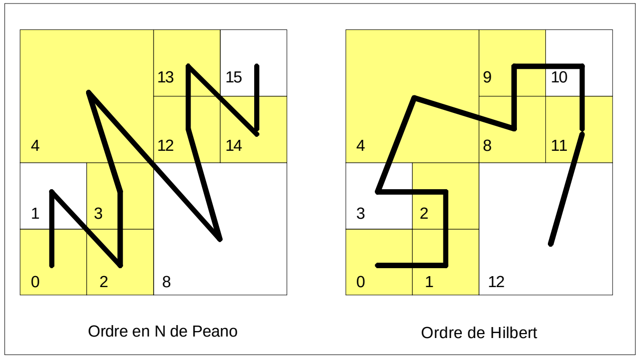
Exemple de quadtree



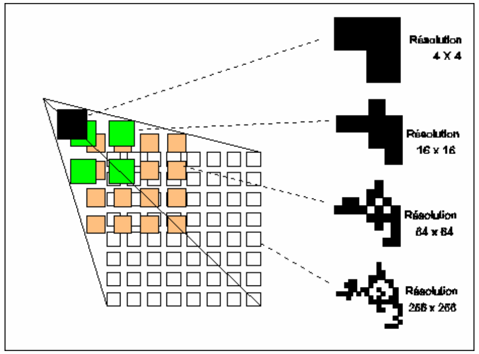
Lena en quadtree



Quadtree linéaire avec l'ordre en N de Peano et celui de Hilbert



3.4 Exemple de pyramide



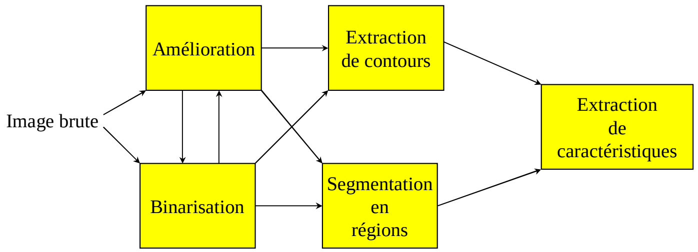
Caractéristique des pyramides

- Affichage graduel
- Occupation : image originelle + 1/3

4 – Procédures de traitement d’images

- Objectif : à partir d’un ensemble de pixels,
  - retrouver le contenu sémantique d’une image
  - retrouver les constituants
  - comprendre le contenu
  - vision artificielle
- Méthodologies
  - Géométrie discrète
  - Morphologie mathématique
- Recherche classique
  - Images avec niveaux de gris

Processus de traitement d'images



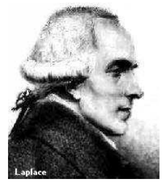
Modèles d'images

Image = signal lumineux à deux dimensions discrétisé et échantillonné (espace/couleurs)

$$I = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & .... & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,0) & .... & f(1,N-1) \\ .... & .... & .... & .... \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & .... & f(N-1,N-1) \end{bmatrix}$$

Idées importantes

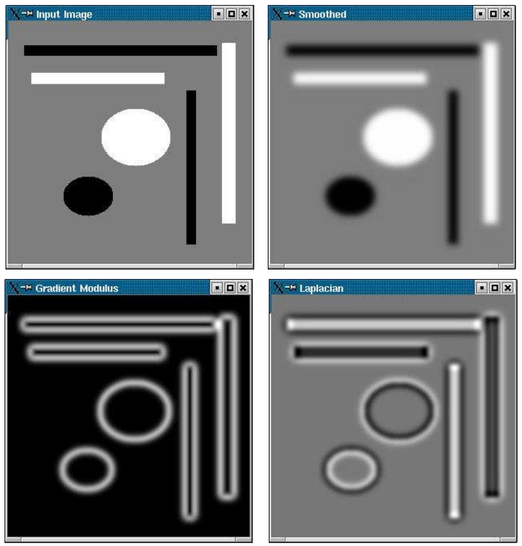
- Equation de Laplace discrétisée



$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$f(x,y) = \frac{1}{4}(f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) + f(x,y+1))$$

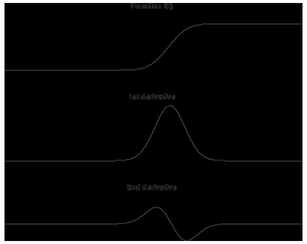
Filtre de Laplace : $H(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$



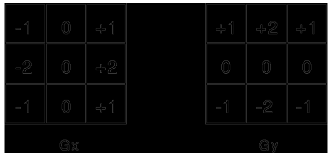
Grandes approches

- Transformée de Fourier (espace/fréquence)
- Filtrage
  - passe-bas (lissage des contours)
  - passe-haut (renforcement des contours)
- Histogramme
  - lissage
  - seuillage
  - déplacement

Recherche de contour



Filtres de Sobel



Exemple

Image originale

Après filtrage de Sobel

Erosion

- L'érosion d'un objet par un élément structurant est l'ensemble des points de l'objet pour lesquels l'élément structurant est totalement inclus dans l'objet.
- L'érosion supprime les petites particules, réduit la taille des autres, supprime des pics et peu déconnecter certaines particules.

Dilatation

- L'opérateur dual de l'érosion est la dilatation. Elle est représentée par la ligne externe à l'objet. Elle augmente la taille des particules, peut combler des concavités et connecter des particules.
- Les éléments structurants peuvent avoir des formes et tailles variées : Rond, Carré, \, /, X

Avec élément structurant carré

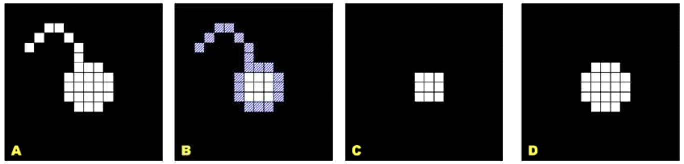


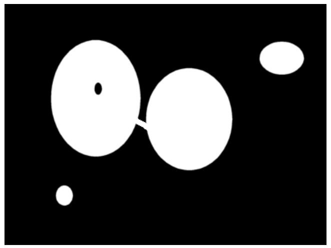
Image de départ | Erosion d'un pixel | Résultat de l'érosion | Dilatation d'un pixel

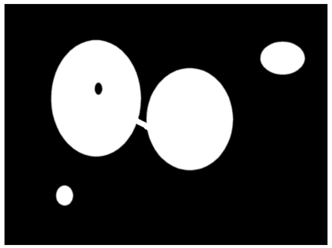
Ouverture et fermeture

Ouverture : érosion suivie d'une dilatation

Fermeture : dilatation suivie d'une érosion

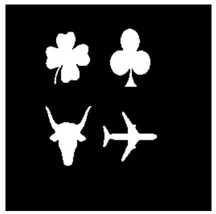
Erosion / dilatation

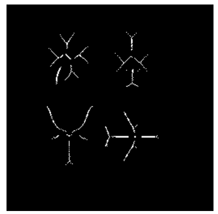




http://web.ccr.jussieu.fr/urfist/image_numerique/chapitre3_1.htm

Squelletisation





Conclusions sur les procédures

- Débruitage d'images
- Segmentation (zones)
- Simplification des objets pictoriels
- Squelettisation
- Reconnaissance de formes

➔ éléments de base du traitement d'images et de la recherche par le contenu dans les BD images

5 - Conclusions

- Importance de la géométrie discrète pour le traitement d'image
- Nécessité de redéfinir certains concepts de la géométrie euclidienne
- Attentions aux problèmes de résolution