Un cadre conceptuel pour modéliser les relations spatiales

Eliseo Clementini, Robert Laurini

LIRIS—INSA-Lyon,
F-69621 Villeurbanne, France
eliseo.clementini@insa-lyon.fr, robert.laurini@insa-lyon.fr

Résumé. Diverses approches sous-tendent la modélisation des relations spatiales, qui est un domaine hétérogène et interdisciplinaire. Dans cet article, nous présentons un cadre conceptuel pour la description des caractéristiques des différents modèles et la manière dont ils se rapportent les uns aux autres. Une première classification est réalisée entre trois niveaux de représentation : géométrique, informatique, et utilisateur. Au niveau géométrique, les objets spatiaux peuvent être considérés comme des ensembles de points, et les relations peuvent être formellement définies en termes mathématiques. Au niveau informatique, les objets sont représentés en tant que types de données spatiaux et les relations sont calculées au moyen d'opérateurs spatiaux. Au niveau utilisateur, les objets et les relations appartiennent à une ontologie dépendante du contexte. Un autre moyen de fournir une catégorisation provient de l'espace géométrique qui décrit les relations : on distingue les relations topologiques, projectives, et métriques. Ensuite, nous considérons la cardinalité des relations spatiales, qui est définie comme le nombre d'objets qui participent à la relation. Un autre critère est la granularité de la relation, qui peut être plus générale ou plus détaillée. Nous considérons également la dimension des différents objets géométriques et de l'espace comme un moyen fondamental de classifier les relations.

1 Introduction

Les relations spatiales ont été un sujet de recherche actif depuis vingt ans. Le thème est interdisciplinaire et a attiré l'intérêt des différentes communautés scientifiques, non seulement en informatique, mais en linguistique (Lautenschütz et al., 2007), philosophie (Casati and Varzi, 1999), et psychologie (Ishikawa and Montello, 2006). En informatique, différents domaines, tels que les bases de données spatiales (Güting, 1994), les systèmes d'information géographique (SIG) (Egenhofer and Mark, 1995), les bases de données d'images (Bloch, 1999; Berretti et al., 2003), et le raisonnement spatial qualitatif (Freksa, 1992; Cohn and Hazarika, 2001) impliquent la recherche sur les relations spatiales. Au cours des années, divers modèles de relations spatiales ont été définis : certains ont été transférés à la technologie actuelle, tandis que d'autres restent des contributions théoriques. Cet article est une tentative de définir un cadre conceptuel pour comparer ces modèles dans le même contexte. Le cadre est important pour comprendre l'importance de chaque modèle et les relations entre les différentes approches et solutions. En plus d'inclure l'état de l'art, le cadre peut aider à identifier les aspects qui ont été moins fouillés jusqu'à maintenant et qui peuvent faire encore l'objet de recherches futures. Le cadre conceptuel est structuré selon des «axes orthogonaux », c'est-à-dire selon des caractéristiques indépendantes qui nous permettent de définir une catégorisation des relations spatiales. Comme il sera explicité plus loin, ces axes ne sont pas totalement indépendants les uns des autres. Globalement, nous proposons une catégorisation des relations spatiales selon six axes : le premier est le niveau de représentation (section 2). Le second concerne les propriétés de l'espace géométrique (section 3). Le troisième est la cardinalité des relations (section 4). Puis, nous considérons la granularité (section 5). L'axe suivant concerne le type d'objets et leur dimension (section 6) et le dernier considère la dimension de l'espace (section 7).

2 Niveaux de représentation

Les relations spatiales peuvent être classées par catégorie en fonction de trois niveaux différents de représentation : le *niveau géométrique*, le *niveau informatique*, et le *niveau utilisateur*. Le niveau géométrique est une représentation abstraite en termes mathématiques des objets, où les relations spatiales entre les objets sont définies par des propriétés géométriques spécifiques : par exemple, dans le modèle des 4 intersections (4IM) (Egenhofer and Franzosa, 1991), les relations topologiques sont définies sur les valeurs vides et non-vides des intersections de la frontière et de l'intérieur des deux objets. Le niveau géométrique peut être considéré comme le niveau le plus primitif pour l'étude des relations spatiales, puisqu'il permet de retrouver des définitions formelles. Les deux autres niveaux se rapporteront toujours à la définition d'une relation spatiale au niveau géométrique.

Au niveau informatique, les objets spatiaux sont représentés comme des types de données spatiaux et les relations spatiales entre les objets, doivent être calculés par des opérateurs spatiaux. Bien que le niveau géométrique puisse être considéré, par définition, sans erreurs, la représentation des objets géographiques au niveau informatique est intrinsèquement concernée par l'approximation. Les objets réels sont représentés avec un modèle simplifié : par exemple, la classification historique des représentations dans les SIG est entre les modèles raster et les modèles vectoriels (Couclelis, 1992). Dans les modèles raster l'approximation est donnée par la taille des cellules, alors que dans les modèles vectoriels l'approximation est donnée par le nombre de points représentatifs d'une courbe. Dans le domaine des systèmes de bases de données spatiales, l'approche vectorielle est la plus répandue : diverses propositions des systèmes de base de données avec des relations spatiales ont été développées (par exemple, (Frank, 1982; Güting, 1988; Herring, 1991; Cardenas et al., 1993)). Les questions qui sont considérées au niveau informatique sont principalement liées aux prestations du système pour calculer les relations. La tendance récente est que les systèmes spatiaux de base de données adhèrent aux spécifications de l'Open Geospatial Consortium (OGC) : les systèmes tels qu'Oracle, IBM DB2, et PostgreSQL basent leur définition de types de données et d'opérateurs spatiaux sur les spécifications d'OGC pour SQL (OGC Open Geospatial Consortium, 2006). Par exemple, ce qui suit est une définition d'un opérateur pour calculer une relation topologique :

Crosses (g1 Geometry, g2 Geometry) : Integer

L'opérateur ci-dessus trouve une définition correspondante au niveau géométrique dans la relation « cross » du Calculus-Based Method (CBM) (Clementini et al., 1993). L'ensemble des relations qui font partie de la spécification OGC est limité à des relations topologiques. D'autres travaux sont nécessaires pour définir différents types de relations spatiales qui pourraient être inclus dans le standard, comme les directions cardinales : un certain nombre de propositions ont été publiées dans la littérature, par exemple (Goyal and Egenhofer, 1997), pour représenter les directions cardinales entre objets étendus.

Le problème de l'approximation dans les modèles de données spatiales et le degré d'incertitude qui en découle est une question de recherche en cours et elle est loin d'être résolue. Dans certaines approches, afin de continuer à utiliser les mêmes modèles pour les relations topologiques définies au niveau géométrique, de nouveaux types de données ont été définis lesquels sont capables de modéliser l'incertitude dans la frontière des objets comme une bande bidimensionnelle autour de l'intérieur des objets (Cohn and Gotts, 1996; Clementini and Di Felice, 2001; Clementini, 2005). De plus, il peut exister plusieurs descriptions du même objet selon des niveaux de précision différents.

Le modèle raster est beaucoup plus utilisé dans le domaine des bases de données d'images. Le calcul des relations spatiales dans les bases de données d'images est moins direct que dans le cas de bases de données spatiales où chaque objet spatial est représenté séparément et les relations sont calculées au moyen d'algorithmes géométriques. Dans les modèles raster, pour calculer les relations, tout d'abord les objets doivent être extraits, puis les relations spatiales sont évaluées avec des méthodes quantitatives (voir, par exemple, (Berretti, Del Bimbo et al., 2003)). Aucun effort particulier n'a été mis jusqu'à maintenant dans l'adaptation des méthodes quantitatives pour évaluer les relations spatiales avec les modèles qualitatifs des relations spatiales (Cicerone and Clementini, 2003). Dans certains cas, les modèles des relations spatiales ont été étendus pour fonctionner avec les données raster (Egenhofer and Sharma, 1993; Winter and Frank, 2000). D'autres approches en bases de données d'images sont consacrées à établir des mesures floues des relations spatiales qualitatives entendues comme des expressions linguistiques (Abella and Kender, 1999). Ces combinaisons des modèles quantitatifs flous (Bloch, 1999) ou probabilistes (Dehak et al., 2005) avec les modèles qualitatifs pour évaluer les relations spatiales dans les images sont également appelées modèles hybrides.

Au niveau utilisateur, les objets et les relations spatiales sont liés à un contexte spécifique d'application. Nous pouvons supposer que ces concepts peuvent être définis dans une ontologie spatiale : il existe diverses approches dans la littérature, par exemple, dans le contexte des systèmes d'information urbains (Berdier and Roussey, 2006) ou plus en général dans la modélisation conceptuelle (Parent et al., 2006). Les relations spatiales dépendent fortement à ce niveau de divers facteurs, tels que la particularité du domaine, l'imprécision et le flou implicite des termes d'utilisateur, et la variabilité des termes selon les différents pays et langages naturels. Pour donner un exemple considérons un contexte particulier : un ordinateur de poche avec GPS et communications sans fil est utilisé pour donner des indications sur les bâtiments qui sont visibles par un utilisateur mobile, qui se déplace avec une voiture dans la ville. Ceci pourrait être exprimé avec la requête suivante : « Quel est le nom des bâtiments qui sont *à droite* et *à gauche* et *en avant* de la position d'utilisateur, pour lesquels il n'y a aucun autre obstacle entre eux et qui sont à une *distance raisonnable* ? ». Les relations spatiales utilisées dans cet exemple devront être transférées au niveau géométrique pour trouver les définitions mathématiques équivalentes et au niveau informatique en termes de types et relations géométriques appropriés.

La définition des ontologies spatiales décrivant les classes d'un domaine d'application spécifique (par exemple la navigation sur Internet pour des informations touristiques) et les relations spatiales possible entre les objets de ces classes est une question de recherche. Un objet au niveau utilisateur (par exemple, un cours d'eau) peut avoir plusieurs représentations au niveau géométrique, puisque une rivière peut être représentée comme une ligne simple ou une ligne complexe, ou encore, comme une région bidimensionnelle. Par conséquent, une relation spatiale sémantique entre deux cours d'eau (par exemple, une rivière se jette dans un autre cours d'eau) peut être modélisée avec des relations géométriques diverses en fonction des représentations adoptées. Il existe aussi des problèmes d'architecture sur la façon d'interpréter l'ontologie au niveau utilisateur en termes de type de données et des opérateurs au niveau informatique.

Un aspect important que l'ontologie utilisateur sur les relations spatiales devrait envisager est l'information sur le contexte. Par exemple, une relation projective telle que « à gauche de » possède une signification unique lorsqu'elle est associée à certaines informations du contexte. De point de vue de l'utilisateur, la relation doit être combinée avec la présence d'un *système de référence* pour ôter les ambiguïtés du sens de la relation. Si le contexte varie, souvent le sens de la relation devient ambigu : l'expression « l'arbre à gauche de l'université », qui est sans ambiguïté si le contexte est donné, devient ambiguë hors de son contexte (voir figure 1).

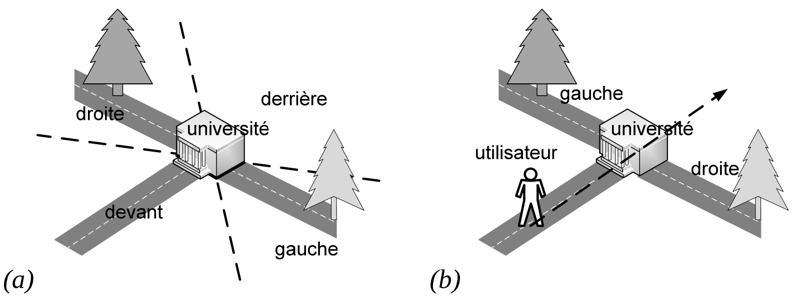


FIG. 1 – *Interprétations différentes de l'expression «l'arbre à gauche de l'université» selon le contexte : (a) la gauche est déterminée par une propriété intrinsèque du bâtiment, (b) la gauche est déterminée par le point de vue d'un utilisateur.*

Trois types de systèmes de référence sont distingués dans la littérature (Retz-Schmidt, 1988) : les systèmes de référence *intrinsèques* sont établis à partir d'un objet de référence qui détermine l'origine du système de coordonnées aussi bien que son orientation. Les systèmes de référence *extrinsèques* peuvent également hériter leur origine d'un objet de référence ; cependant, leur orientation est déterminée par des facteurs externes tels que la direction du mouvement ou par un objet conventionnel utilisé comme point de repère. Les systèmes de référence *déictiques* impliquent trois objets : un objet primaire, un objet de référence, et un point de vue. L'orientation du système de référence est imposée à l'objet de référence comme vu par le point de vue. A partir de cette catégorisation de base, l'ontologie utilisateur doit décrire des systèmes de référence plus spécifiques ainsi que les relations spatiales possibles entre les classes d'objets.

3 Propriétés des espaces géométriques

Nous proposons de classifier les relations spatiales selon trois catégories géométriques : topologiques, projectives, et métriques, qui sont basées sur les propriétés de l'espace topologique, projectif, et euclidien, respectivement. Alors que les relations topologiques ont été largement débattues dans la littérature (par exemple, (Egenhofer and Herring, 1991; Clementini, Di Felice et al., 1993; Cohn et al., 1997)) et que l'évolution des relations topologiques a investi tous les axes orthogonaux proposés dans le présent document, les deux autres catégories sont moins consolidées. Les relations projectives sont une catégorie de relations spatiales qui peuvent être décrites par des propriétés projectives de l'espace sans avoir recours aux propriétés métriques (Billen and Clementini, 2004). Comme les relations topologiques, les relations projectives sont de nature qualitative, car elles n'ont pas besoin de mesures précises pour être expliquées (Egenhofer and Mark, 1995). Aussi, les relations projectives sont plus précises que les relations topologiques et peuvent servir de base pour décrire les relations qui ne sont pas décrites par la topologie. Etant une étape intermédiaire entre la métrique et la topologie, les relations projectives sont aussi variées que « à droite de », « en avant de», « entre », « le long de », « entouré par », « devant », « arrière », « au nord de », « à l'est de », et ainsi de suite. Bien que des modèles spécifiques aient été développés pour des ensembles de relations projectives, comme les directions cardinales (Frank, 1992), les relations d'orientation (Hernández, 1993), et les directions cardinales pour objets étendus (Goyal and Egenhofer, 1997), il nous manque un modèle fédérateur qui soit capable de représenter toutes les variantes des relations projectives. Un point de départ pour construire un modèle général pour les relations projectives est le modèle des cinq intersections (Clementini and Billen, 2006). Ce modèle donne une classification des relations projectives entre trois objets géométriques dans le plan, en distinguant 34 relations qui forment un ensemble JEPD (jointly-exhaustive and pair-wise disjoint). En ce qui concerne les relations métriques, telles que la distance entre deux points, elles sont normalement entendues comme des relations quantitatives, mais il subsiste des approches qualitatives pour décrire les distances qui pourraient être étudiée plus profondément (Clementini et al., 1997).

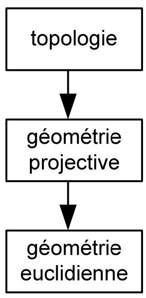


FIG. 2 – *La hiérarchie des géométries.*

Les trois espaces ne sont pas indépendants entre eux, mais ils sont liés hiérarchiquement (voir figure 2). En suivant l'approche axiomatique dans les espaces géométriques (Klein, 1893), un espace peut être construit à partir du précédent en ajoutant davantage d'axiomes. Si une propriété géométrique est évaluée dans l'espace topologique, la même propriété restera valable dans l'espace projectif et l'espace euclidien. L'inverse n'est pas vrai : si nous pouvons identifier une propriété dans l'espace euclidien, la même propriété ne sera pas nécessairement valable dans l'espace projectif et l'espace topologique. Il serait plus précis de dire que la propriété ne peut pas être identifiée dans ces espaces. Par la suite, nous nous limiterons à une description informelle des propriétés des trois espaces.

Par exemple, si on considère la propriété topologique « avoir un trou » d'une région bidimensionnelle, le même objet incorporé dans un espace projectif ou euclidien maintiendra la propriété d'avoir un trou. Cette propriété est topologique parce que dans un espace topologique nous avons les moyens formels de l'identifier. Une propriété topologique s'appelle également un invariant topologique, parce que la propriété est valable après l'application de n'importe quelle transformation topologique. Plus formellement, une transformation topologique est une transformation bi-continue, également connue sous le nom de « rubber sheeting » ou de transformation élastique, c'est-à-dire que l'espace topologique est une sorte de feuille de caoutchouc que l'on peut déformer à volonté tant que l'on ne fait pas de trou et que l'on ne déchire pas. Aussi même, une relation topologique entre deux objets comme « recouvre » est invariant par rapport à une transformation topologique.

Si nous considérons une propriété projective comme « être un triangle », une telle propriété est vraie si nous incluons l'objet dans un espace projectif ou euclidien, mais pas vraie dans un espace topologique, puisque la propriété ne peut pas être définie dans la topologie : il n'y a aucune manière de distinguer intérieurement de tels objets (dans la topologie un triangle peut être transformé en cercle). De façon analogue aux propriétés topologiques, une propriété projective peut être définie à l'intérieur d'un espace projectif en disant qu'une propriété projective est un invariant projectif, c'est-à-dire qu'elle ne change pas après une transformation projective. Dès lors une transformation projective est une transformation qui préserve la colinéarité de trois points dans l'espace. Un exemple de relation projective est un point « à la droite » d'une ligne orientée. Cette relation est préservée après une transformation projective.

Enfin, si nous considérons la propriété métrique d'un polygone « avoir un angle droit (90°) », incluant l'objet dans un espace projectif ou topologique, nous perdons la possibilité de distinguer cette propriété. Un angle droit est une caractéristique qui est préservée après une roto-translation, mais elle ne sera pas préservée après une transformation projective ou une transformation topologique. Après une transformation projective, nous aurons encore un polygone, mais la mesure de cet angle particulier sera différente de 90°. Un résumé des exemples pour les trois types géométriques combinés avec l'axe de cardinalité de la prochaine section est donné dans le tableau 1.

4 Cardinalité

Les relations spatiales peuvent être classées quant à leur *cardinalité*, c'est-à-dire le nombre d'objets impliqués dans la relation. Alors que les relations binaires sont les plus communément admises, il est utile et, dans certains cas, nécessaire d'envisager d'autres cardinalités. Pour être complet, nous pouvons considérer aussi bien les relations unaires, qui correspondent aux propriétés géométriques des objets spatiaux simples. Mathématiquement, une relation binaire entre deux ensembles A et B est un sous-ensemble du produit cartésien $A \times B$. Les relations topologiques sont principalement binaires, car elles sont basées sur les propriétés de connexion de deux objets (deux ensembles de points peuvent avoir des parties communes ou non). Rarement, les relations topologiques ternaires ont été prises en considération

(Favetta and Laurini, 2001). Les relations ternaires impliquent trois objets *A*, *B* et *C* : cette catégorie est très utile pour les relations projectives, qui sont fondées sur la colinéarité de trois points (l'invariant géométrique fondamental dans un espace projectif) (Billen and Clementini, 2005). Une relation ternaire typique est « entre » (Bloch et al., 2006). Les résultats sur les mécanismes de raisonnement avec les relations ternaires, tels que les tableaux de composition (Freksa, 1992), doivent encore être développés. Le raisonnement spatial qualitatif sur les relations ternaires est une question de recherche récente (Wallgrün et al., 2007). Plus rarement, dans la littérature les relations quaternaires sont envisagées : par exemple, afin d'illustrer la notion d'entourage (Portillo et al., 2005). En général, quand plus de quatre objets sont concernés, nous parlons des relations *n*-aires. Dans le tableau 1, nous proposons quelques exemples de relations spatiales en combinant les propriétés des espaces géométriques et la cardinalité.

espace géométrique/ cardinalité	unaire		binaire	ternaire	*n*-aire
topologique	deux parties distinctes	un trou	A touche B	recouvre	réseau
projectif	concave	quatre points d'ordre 0	A à l'intérieur de la concavité de B	A entre B et C	entouré par
métrique	quatre angles droits		A plus grand que B	équidistant	grille

TAB. 1 – *Catégorisation des relations spatiales en croisant l'espace géométrique et la cardinalité.*

5 Granularité

Une autre question est le degré de granularité selon laquelle les relations spatiales peuvent être décrites. Par exemple, si on considère une relation topologique qui exprime le fait que deux régions se recouvrent, la même relation topologique peut être affinée avec plus de granularité en précisant le nombre de parties distinctes dans l'intersection des régions. Par exemple, dans la figure 3 les deux cas peuvent être décrits comme une relation 'recouvre'. Si on considère le nombre de parties distinctes, nous sommes capables de faire une différence entre les deux cas. Par conséquent, si nous nous limitons à un niveau plus abstrait de granularité, une relation peut faire une subdivision grossière des configurations géométriques possibles sans distinguer les aspects plus détaillés ; en ajoutant une propriété plus détaillée à la relation, nous pouvons partager les configurations possibles dans différentes sous-classes plus détaillées.

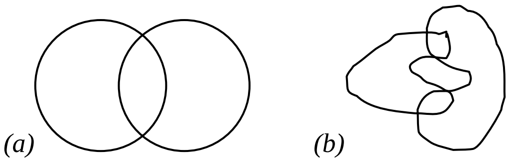


FIG. 3 – *Effet d'ajouter une plus grande granularité : (a) la relation « recouvre » en y ajoutant le nombre de composants distinctes de l'intersection des régions égal à 1 ; (b) la relation « recouvre » en y ajoutant le nombre de composants distinctes de l'intersection des régions égal à 2.*

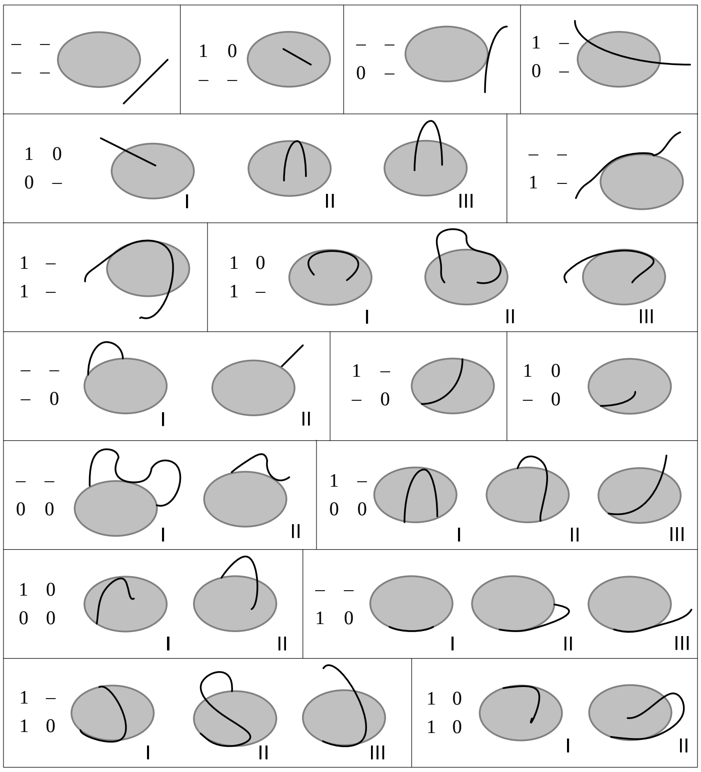


FIG. 4 – *Le 31 relations différentes entre lignes et régions dans le modèle DE+9IM. Chaque boîte contient les cas appartenant au même cas du DEM.*

En ce qui concerne les relations topologiques, plusieurs invariants topologiques peuvent être considérés pour ajouter de la granularité aux relations (Egenhofer and Franzosa, 1995; Clementini and Di Felice, 1998). Basé sur l'invariant du contenu, le modèle de 9 intersections (9IM) est une extension du 4IM avec l'ajout de la notion d'extérieur des objets, outre l'intérieur et la frontière (Egenhofer and Herring, 1991). Un invariant important est la dimension des parties des objets, qui a produit une catégorie de modèles, dits *dimension-étendus*, tels que le « Dimension-Extended Method » (DEM), le « Calculus-Based Method » (CBM) (Clementini, Di Felice et al., 1993), et le DE+9IM (Clementini and Di Felice, 1995). Par pouvoir expressif de ces modèles, on va désigner le nombre de relations topologiques que le modèle est capable de distinguer. Par exemple, le DE+9IM est exprimé sous forme d'une matrice 3×3 contenant la dimension de l'intérieur ($\lambda°$), de la frontière ($\partial\lambda$), et de l'extérieur (λ^-) des intersections. La fonction « dim » renvoie la plus haute dimension de l'ensemble intersection. Les valeurs possibles dans l'espace 2D sont 0, 1 et 2, pour les intersections non vides composées de points, lignes et régions, respectivement, et nul (indiqué par '$-$') pour l'intersection vide :

$$\begin{pmatrix} \dim(\lambda_1° \cap \lambda_2°) & \dim(\lambda_1° \cap \partial\lambda_2) & \dim(\lambda_1° \cap \lambda_2^-) \\ \dim(\partial\lambda_1 \cap \lambda_2°) & \dim(\partial\lambda_1 \cap \partial\lambda_2) & \dim(\partial\lambda_1 \cap \lambda_2^-) \\ \dim(\lambda_1^- \cap \lambda_2°) & \dim(\lambda_1^- \cap \partial\lambda_2) & \dim(\lambda_1^- \cap \lambda_2^-) \end{pmatrix}$$

Ce modèle est capable de distinguer entre 87 relations topologiques réelles. Afin d'illustrer quelques relations, dans la figure 4, nous présentons la liste des 31 cas ligne/région pour le DE+9IM, groupés par les valeurs du DEM (partie supérieure gauche de la matrice DE+9IM).

En ce qui concerne les relations projectives, un processus similaire peut être adopté pour la construction d'une hiérarchie des relations, de la plus générale à la plus spécifique (figure 5). Par exemple, la colinéarité des trois points peut être affinée dans les relations « between » et « nonbetween», et en outre, en considérant une orientation sur la ligne, la relation « nonbetween » peut être affinée dans les relations « before » et « after ». Les définitions de cet ensemble de relations entre points sont données dans le tableau 2 (extrait de (Clementini and Billen, 2006)).

En ce qui concerne les relations métriques qualitatives, la granularité est basée sur le nombre des subdivisions de l'espace (Clementini, Di Felice et al., 1997). Par exemple, dans la figure 6(a), la relation entre *A* et *B* est exprimée comme « loin », étant donné que l'espace est divisé en deux régions qualitatives. Dans la figure 6(b), la même relation est exprimée comme « moyen », étant donné que l'espace est subdivisé en trois régions.

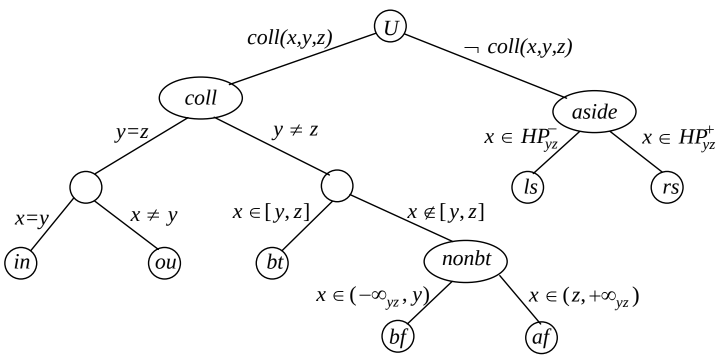
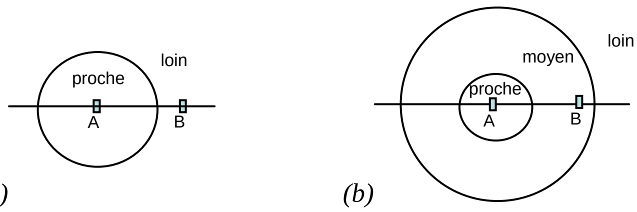


FIG. 5 – *Un arbre de décision pour les relations projectives entre points.*

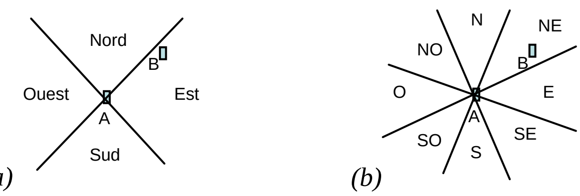
nom	nom abrégé	dessin	définition
collinear	*coll*(x,y,z)	x y z	$\exists\, line\ \ l : x \in l, y \in l, z \in l$
aside	*aside*(x,y,z)	x y z	$\neg$ *coll*(x,y,z)
rightside	*rs*(x,y,z)	y z x	$x \in HP^{+}_{yz}$
leftside	*ls*(x,y,z)	y x z	$x \in HP^{-}_{yz}$
inside	*in*(x,y,z)	x z y	$x=y \wedge y=z$
outside	*ou*(x,y,z)	x z y	$x \neq y \wedge y=z$
between	*bt*(x,y,z)	y x z	$y \neq z \wedge x \in [y,z]$
nonbetween	*nonbt*(x,y,z)	x y z	*coll*(x,y,z) $\wedge\ y \neq z \wedge x \notin [y,z]$
before	*bf*(x,y,z)	x y z	*coll*(x,y,z) $\wedge\ y \neq z \wedge x \in (-\infty_{yz}, y)$
after	*af*(x,y,z)	y z x	*coll*(x,y,z) $\wedge\ y \neq z \wedge x \in (z, +\infty_{yz})$

TAB. 2 – *Les définitions des relations projectives entre points. Les symboles* HP^{+}_{yz} *et* HP^{-}_{yz} *indiquent le demi-plan respectivement à droite et à gauche de la ligne orientée yz. Les notations* $(-\infty_{yz}, y)$, $[y,z]$, *et* $(z,+\infty_{yz})$ *représentent les trois intervalles dans lesquels la ligne orientée yz est subdivisé par les deux points y et z : ces deux points appartiennent à l'intervalle central.*



(a) *(b)*

FIG. 6 – *Différentes granularités pour les distances qualitatives : (a) deux subdivisions de l'espace ; (b) trois subdivisions de l'espace.*



(a) *(b)*

FIG. 7 – *Différentes granularités pour les orientations qualitatives : (a) quatre subdivisions de l'espace ; (b) huit subdivisions de l'espace.*

En considérant des directions cardinales avec des subdivisions en forme de cônes (Frank, 1992), dans la figure 7(a), la relation entre *A* et *B* est « Est » avec quatre subdivisions de l'espace, tandis que dans la figure 7(b) la relation entre les mêmes objets est « nord-est » si nous subdivisons l'espace dans huit secteurs (Hernández, 1994).

6 Type et dimension des objets

Les relations spatiales sont également classées en fonction du type et de la dimension des objets géométriques auxquelles elles se réfèrent. La dimension 0, 1, 2 correspond à des points, des lignes et des régions, respectivement. Chacun d'eux peut être d'un type différent : communément, nous distinguons les objets simples et complexes (voir figure 8). Les régions simples du plan sont régulièrement fermées, avec l'intérieur et l'extérieur connectés ; les régions simples sont donc topologiquement équivalentes à un disque. Les lignes simples sont des lignes avec seulement deux points limites et sans intersections avec elles-mêmes (elles sont en correspondance biunivoque avec un intervalle). Les régions complexes peuvent avoir des parties distinctes et des trous. Les lignes complexes peuvent avoir plus de deux points de frontière, parties distinctes, et intersections avec elles-mêmes. Les points complexes sont l'union de plusieurs points simples.

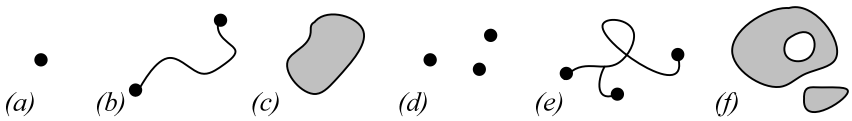


FIG. 8 – *Exemples d'objets de différents types et dimensions : (a) point simple ; (b) ligne simple ; (c) région simple, (d) point complexe ; (e) ligne avec plus de deux points limites et intersections avec elle-même ; (f) région avec des parties distinctes et des trous. Par souci de clarté, la taille de points est exagérée.*

D'un point de vue historique, la plupart des modèles des relations spatiales ont été initialement mis au point pour des objets simples, puis étendus à des objets complexes. Selon le type de géométrie et la dimension, les modèles sont capables de distinguer un certain nombre de relations. Par exemple, le modèle 9IM est capable de distinguer 33 relations topologiques entre deux lignes simples. Le tableau 3 est un résumé du nombre de relations topologiques pour divers modèles (Clementini and Di Felice, 1995). Les relations entre régions sont indiquées avec R/R, entre lignes et régions avec L/R, entre points et régions avec P/R, entre lignes avec L/L, entre points et lignes avec P/L et entre points avec P/P.

Modèle/dimension	R/R	L/R	P/R	L/L	P/L	P/P	totale
4IM	8	11	3	16	3	2	43
9IM	8	19	3	33	3	2	68
DEM	12	17	3	24	3	2	61
DE+9IM ≡ CBM	12	31	3	36	3	2	87

TAB. 3 – *Résumé des relations topologiques pour tous les modèles et pour toutes les dimensions, entre les objets simples.*

Le nombre de relations topologiques que les modèles sont capables de distinguer pour les objets complexes est bien entendu plus grand. Par exemple, pour le 9IM, le nombre des relations différentes entre deux lignes complexes passe à 82. Dans le tableau 4, il y a un résumé du 9IM appliqué aux objets complexes (Schneider and Behr, 2006). En ce qui concerne cet axe, il n'y a pas de travail sur d'autres relations spatiales en plus des relations topologiques.

Modèle/dimension	R/R	L/R	P/R	L/L	P/L	P/P	totale
9IM	33	43	7	82	14	5	184

TAB. 4 – *Nombre de relations topologiques entre deux objets spatiaux complexes pour le 9IM.*

7 Dimension de l'espace

La dimension de l'espace où les objets sont définis est très importante pour le classement des relations spatiales. La raison pour laquelle nous discutons de cette question comme dernier point est due au fait que la plupart des travaux sur les relations spatiales concerne le plan bidimensionnel (2D). L'utilisation d'autres espaces est donc un sujet de recherche. Parmi les travaux existants sur la topologie, nous mentionnons une extension du 9IM à l'espace tridimensionnel (3D) (Zlatanova, 2000) et une autre approche qui considère aussi la dimension des parties des objets (Billen et al., 2002). Le CBM a été étendu à l'espace 3D dans (van Oosterom et al., 1994). En ce qui concerne les relations projectives, le modèle de 5 intersections (Clementini and Billen, 2006) a été étendu à 3D dans (Billen and Clementini, 2006).

Outre les espaces 2D et 3D, il existe d'autres espaces particuliers qui sont importants dans certaines applications. Par exemple, pour les applications que l'on rencontre dans les SIG, il serait nécessaire d'examiner les relations spatiales entre les objets se trouvant sur la surface de la terre. À grande échelle, cela signifie étudier les relations entre objets 2D définis sur la sphère. Il n'existe pas beaucoup de travaux dans cette direction de recherche, à l'exception des relations topologiques (Egenhofer, 2005). En milieu urbain, il serait important d'examiner des objets 3D qui sont définis à la surface de la terre et étudier les relations spatiales dans une surface non plate avec un sens vertical ajouté.

8 Conclusion

Dans cet article, nous avons décrit un cadre conceptuel pour la modélisation des relations spatiales. Bien que notre approche ait été influencée par le domaine du SIG, nous avons essayé de le rendre indépendante des diverses applications. Nous avons identifié plusieurs aspects qui nous permettent de faire une catégorisation des relations. La plupart des modèles existants s'inscrivent dans le cadre comme un grand puzzle, mais on ne parvient pas à en faire un tableau complet. La catégorisation proposée est donc indispensable dans le processus d'intégration des différentes approches et pour identifier les domaines dans lesquels nous avons encore besoin de faire progresser la recherche.

Comme on peut le voir, alimentée par de nombreuses publications qui paraissent constamment dans la littérature, la recherche sur les relations spatiales est toujours très animée.

Selon chaque axe orthogonal que nous avons identifié, il y a place pour faire avancer et affiner les connaissances actuelles. En ce qui concerne le premier axe, au niveau informatique alors que la part des relations topologiques est plus stable, nous avons besoin de davantage d'efforts en ce qui concerne d'autres types de relations spatiales qualitatives. Aussi, le problème de l'approximation dans diverses représentations pose des questions non résolues sur la façon de traiter l'incertitude dans les données spatiales; de plus selon la description multi-échelle de deux objets, la relation spatiale peut varier selon les échelles. Au niveau utilisateur, l'étude des ontologies des relations spatiales est nécessaire pour traiter les représentations géométriques multiples et les informations contextuelles. En ce qui concerne le deuxième axe, la catégorisation proposée en relations topologiques, projectives, et métriques est utile pour concentrer les efforts de recherche dans les deux dernières catégories de relations qualitatives, dû au fait que la part sur les relations topologiques a eu précédemment un rôle prépondérant. En ce qui concerne la cardinalité des relations, la plupart des travaux se sont concentrés dans le passé sur les mécanismes de raisonnement sur les relations binaires, bien que les résultats sur les algèbres ternaires soient encore à un stade préliminaire. Pour le quatrième et cinquième axe, il est possible de définir des nouveaux modèles des relations spatiales en faisant recours à des invariants plus détaillés qui peuvent décrire les relations à des niveaux plus fines de granularité et en étendant les modèles qui ont été élaborés pour les régions simples à fonctionner aussi pour les types de données complexes. Enfin, les dimensions de l'espace, sauf le 2D, ont été peu explorées jusqu'à présent.

Références

Abella, A. and J. R. Kender (1999). From Images to Sentences via Spatial Relations. *Proceedings of the Integration of Speech and Image Understanding*, IEEE Computer Society: 117.

Berdier, C. and C. Roussey (2006). Urban Ontologies: the Towntology prototype towards case studies. *Ontology for Urban Development: Interfacing Urban Information Systems*. Université de Genève, Workshop of COST Action C21 Towntology: 91-102.

Berretti, S., A. Del Bimbo, and E. Vicario (2003). Weighted walkthroughs between extended entities for retrieval by spatial arrangement. *IEEE Transactions on Multimedia*, 5(1): 52-70.

Billen, R. and E. Clementini (2004). Étude des caractéristiques projectives des objets spatiaux et de leurs relations. *Revue Internationale de Géomatique*, 14(2): 145-165.

Billen, R. and E. Clementini (2005). Semantics of collinearity among regions. *OTM Workshops 2005 - 1st Int. Workshop on Semantic-based Geographical Information Systems (SeBGIS'05)*. R. Meersman. Berlin, Springer-Verlag. 3762: 1066-1076.

Billen, R. and E. Clementini (2006). Projective relations in a 3D environment. *GIScience 2006: 4th Int. Conf. on Geographic Information Science*. M. Raubal, H. Miller, A. Frank and M. Goodchild. Berlin, Springer. 4197: 18-32.

Billen, R., S. Zlatanova, P. Mathonet, and F. Boniver (2002). The dimensional model: A framework to distinguish spatial relationships. *Advances in Spatial Data Handling*, Springer-Verlag: 285-298.

Bloch, I. (1999). Fuzzy Relative Position Between Objects in Image Processing: A Morphological Approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7): 657-664.

Bloch, I., O. Colliot, and R. M. Cesar Jr. (2006). On the Ternary Spatial Relation “Between”. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 36(2): 312-327.

Cardenas, A. F., I. T. Ieong, R. K. Taira, R. Barker, and C. M. Breant (1993). The Knowledge-Based Object-Oriented PICQUERY+ Language. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,* 5(4): 644-657.

Casati, R. and A. Varzi (1999). *Parts and Places: The Structures of Spatial Representations*. Cambridge, MA, MIT Press.

Cicerone, S. and E. Clementini (2003). Efficient Estimation of Qualitative Spatial Relations based on the Weighted Walkthroughs Model. *GeoInformatica*, 7(3): 211-227.

Clementini, E. (2005). A model for uncertain lines. *Journal of Visual Languages & Computing*, 16(4): 271-288.

Clementini, E. and R. Billen (2006). Modeling and computing ternary projective relations between regions. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,* 18(6): 799-814.

Clementini, E. and P. Di Felice (1995). A Comparison of Methods for Representing Topological Relationships. *Information Sciences*, 3(3): 149-178.

Clementini, E. and P. Di Felice (1998). Topological invariants for lines. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,* 10(1): 38-54.

Clementini, E. and P. Di Felice (2001). A spatial model for complex objects with a broad boundary supporting queries on uncertain data. *Data & Knowledge Engineering*, 37(3): 285-305.

Clementini, E., P. Di Felice, and D. Hernández (1997). Qualitative representation of positional information. *Artificial Intelligence*, 95: 317-356.

Clementini, E., P. Di Felice, and P. van Oosterom (1993). A Small Set of Formal Topological Relationships Suitable for End-User Interaction. *Advances in Spatial Databases - Third International Symposium, SSD '93*. D. Abel and B. C. Ooi. Berlin, Springer-Verlag. LNCS 692: 277-295.

Cohn, A. G., B. Bennett, J. Gooday, and N. Gotts (1997). RCC: a calculus for region based qualitative spatial reasoning. *GeoInformatica*, 1(1): 275-316.

Cohn, A. G. and N. M. Gotts (1996). The 'Egg-Yolk' Representation of Regions with Indeterminate Boundaries. *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries*. P. A. Burrough and A. U. Frank. London, Taylor & Francis. chapter 12: 171-187.

Cohn, A. G. and S. M. Hazarika (2001). Qualitative Spatial Representation and Reasoning: An Overview. *Fundamenta Informaticae*, 46(1-2): 1-29.

Couclelis, H. (1992). People Manipulate Objects (but Cultivate Fields): Beyond the Raster-Vector Debate in GIS. *Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Geographic Space*. A. U. Frank, I. Campari and U. Formentini. Pisa, Italy, Springer-Verlag. LNCS 639: 65-77.

Dehak, S. M. R., I. Bloch, and H. Maître (2005). Spatial Reasoning with Incomplete Information on Relative Positioning. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(9): 1473 - 1484.

Egenhofer, M. J. (2005). Spherical Topological Relations. *Journal on Data Semantics III*. S. Spaccapietra and E. Zimányi. Berlin, Springer-Verlag. 3534: 25-49.

Egenhofer, M. J. and R. D. Franzosa (1991). Point-Set Topological Spatial Relations. *International Journal of Geographical Information Systems*, 5(2): 161-174.

Egenhofer, M. J. and R. D. Franzosa (1995). On the equivalence of topological relations. *International Journal of Geographical Information Systems*, 9(2): 133-152.

Egenhofer, M. J. and J. R. Herring (1991). Categorizing Binary Topological Relationships Between Regions, Lines, and Points in Geographic Databases, Department of Surveying Engineering, University of Maine, Orono, ME.

Egenhofer, M. J. and D. M. Mark (1995). Naive Geography. *Spatial Information Theory: A Theoretical Basis for GIS - International Conference, COSIT'95*. A. U. Frank and W. Kuhn. Berlin, Springer-Verlag. LNCS 988: 1-15.

Egenhofer, M. J. and J. Sharma (1993). Topological Relations Between Regions in R^2 and Z^2. *Advances in Spatial Databases - Third International Symposium, SSD '93*. D. Abel and B. C. Ooi. Singapore, Springer-Verlag. LNCS 692: 316-336.

Favetta, F. and R. Laurini (2001). About precision and integrity in visual query languages for spatial databases. *Seventh International Conference on Database Systems for Advanced Applications (DASFAA 2001)*, IEEE Computer Society: 286-293.

Frank, A. U. (1982). MAPQUERY: Data Base Query Language for Retrieval of Geometric Data and their Graphical Representation. *ACM Computer Graphics*, 16(3): 199-207.

Frank, A. U. (1992). Qualitative Reasoning about Distances and Directions in Geographic Space. *Journal of Visual Languages and Computing*, 3(4): 343-371.

Freksa, C. (1992). Temporal Reasoning Based on Semi-Intervals. *Artificial Intelligence*, 54: 199-227.

Goyal, R. and M. J. Egenhofer (1997). *The Direction-Relation Matrix: A Representation of Direction Relations for Extended Spatial Objects*. UCGIS Annual Assembly and Summer Retreat, Bar Harbor, ME.

Güting, R. H. (1988). Geo-Relational Algebra: A Model and Query Language for Geometric Database Systems. *Advances in Database Technology - EDBT'88*. J. W. Schmidt, S. Ceri and M. Missikoff. Venice, Italy, Springer-Verlag. LNCS 303: 506-527.

Güting, R. H. (1994). An Introduction to Spatial Database Systems. *The VLDB Journal*, 3(4): 357-400.

Hernández, D. (1993). Maintaining Qualitative Spatial Knowledge. *Spatial Information Theory: A Theoretical Basis for GIS - European Conference, COSIT'93*. A. U. Frank and I. Campari. Berlin, Springer-Verlag. LNCS 716: 36-53.

Hernández, D. (1994). *Qualitative Representation of Spatial Knowledge*. Berlin, Springer-Verlag.

Herring, J. (1991). TIGRIS: A data model for an object-oriented geographic information system. *Computers and Geosciences*, 18(4): 443-452.

Ishikawa, T. and D. R. Montello (2006). Spatial knowledge acquisition from direct experience in the environment: Individual differences in the development of metric knowledge and the integration of separately learned places. *Cognitive Psychology*, 52: 93-129.

Klein, F. (1893). Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. *Bulletin of the New York Mathematical Society*, 2: 215-249.

Lautenschütz, A.-K., C. Davies, M. Raubal, A. Schwering, and E. Pederson (2007). The influence of scale, context and spatial preposition in linguistic topology. *5th International Conference Spatial Cognition 2006*. 4387: 439-452.

OGC Open Geospatial Consortium (2006). *OpenGIS® Implementation Specification for Geographic information - Simple feature access - Part 2: SQL option*.

Parent, C., S. Spaccapietra, and E. Zimanyi (2006). *Conceptual Modeling for Traditional and Spatio-Temporal Applications - The MADS Approach*, Springer.

Portillo, M. C., J. R. Pomerantz, and S. Zimmerman (2005). *Evaluating grouping via emergent features: A systematic approach*. Fifth Annual Meeting of the Vision Science Society, Sarasota, FL.

Retz-Schmidt, G. (1988). Various Views on Spatial Prepositions. *AI Magazine*, 9(2): 95-105.

Schneider, M. and T. Behr (2006). Topological Relationships Between Complex Spatial Objects. *ACM Transactions on Database Systems*, 31(1): 39-81.

van Oosterom, P., W. Vertegaal, M. van Hekken, and T. Vijlbrief (1994). Integrated 3D modelling within a GIS. *Avanced Geographic Data Modelling: spatial data modelling and query languages for 2D and 3D applications*. M. Molenaar and S. d. Hoop. Delft, The Netherlands, Netherlands Geodetic Commission. 40: 80-95.

Wallgrün, J. O., L. Frommberger, D. Wolter, F. Dylla, and C. Freksa (2007). A toolbox for qualitative spatial representation and reasoning. *Spatial Cognition V: Reasoning, Action, Interaction: International Conference Spatial Cognition 2006*. T. Barkowsky, M. Knauff, G. Ligozat and D. Montello, Springer-Verlag. 4387: 39-58.

Winter, S. and A. U. Frank (2000). Topology in Raster and Vector Representation. *GeoInformatica*, 4(1): 35-65.

Zlatanova, S. (2000). On 3D topological relationships. *Proceedings of the 11th International Workshop on Database and Expert Systems Applications*: 913 - 919.

Summary

Various approaches lie behind the modelling of spatial relations, which is a heterogeneous and interdisciplinary field. In this paper, we introduce a conceptual framework to describe the characteristics of various models and how they relate each other. A first categorization is made among three representation levels: geometric, computational, and user. At the geometric level, spatial objects can be seen as point-sets and relations can be formally defined at the mathematical level. At the computational level, objects are represented as data types and relations are computed via spatial operators. At the user level, objects and relations belong to a context-dependent user ontology. Another way of providing a categorization is following the underlying geometric space that describes the relations: we distinguish among topologic, projective, and metric relations. Then, we consider the cardinality of spatial relations, which is defined as the number of objects that participate in the relation. Another issue is the granularity at which the relation is described, ranging from general descriptions to very detailed ones. We also consider the dimension of the various geometric objects and the embedding space as a fundamental way of categorizing relations.