



## « Mélange de cartes et probabilités »

### *Première partie*

Situation Exemple de Mathématiques  
Filière « Formation Active en Sciences »

19 Septembre 2006

#### Résumé

Cette situation exemple aborde les probabilités par les cartes, plus précisément par le mélange des cartes. La première partie est consacrée à l'introduction au problème et à la recherche bibliographique, la seconde à des expérimentations/simulations.

*Note* : cette situation exemple est centrée sur le *mélange américain* et les jeux de 52 cartes.

## 1 Introduction

La plupart des jeux de cartes imposent que le jeu soit battu avant chaque donne ou en début de partie, le but étant bien sûr qu'aucun joueur ne puisse deviner l'ordre des cartes après battage.

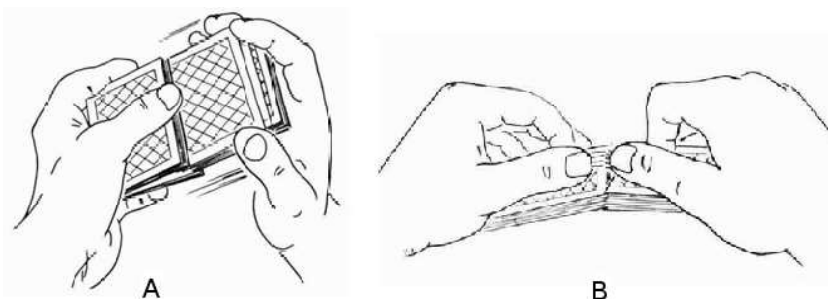


FIG. 1 – Le mélange français (A), le mélange américain (B)

Plusieurs méthodes pour battre le jeu existent<sup>1</sup> :

- la plus courante pour les joueurs occasionnels, est appelée mélange en main ou *mélange français* (*overhand shuffle* en anglais), elle consiste à mettre sur le dessus du jeu de petits blocs de cartes pris au dessous, figure 1-A.
- les joueurs réguliers, ainsi que les croupiers ou les joueurs de poker dans les films, mélangent le jeu d'une autre façon appelée *mélange américain*<sup>2</sup> ou *à la queue d'aronde* (*riffle shuffle* ou *dovetail shuffle* en anglais), qui consiste à effeuiller deux moitiés de jeu de sorte à se qu'elles s'imbriquent l'une dans l'autre, figure 1-B.

On conviendrait aisément que plus on répète l'opération de mélange, plus le jeu est mélangé : plus l'ordre des cartes est aléatoire. Ceci est vrai, en effet un jeu battu une fois est plus mélangé qu'un jeu qui n'a pas été battu, mais ceci est également faux : au bout d'un certain nombre de mélanges, on introduit plus de hasard dans l'ordre des cartes. Les questions que l'on peut se poser sont : « combien de fois faut-il battre un jeu de cartes ? », « combien de fois les croupiers battent-ils le jeu ? », « peut-on tricher au casino ? »<sup>3</sup>, « peut-on suivre les as dans une partie (ace tracking) ? ».

## 2 Le mélange des cartes

Nous considérons qu'il y a dans un jeu de cartes 52 cartes toutes différentes et pas de Jokers. Pour un jeu de 52 cartes, le nombre de classements possibles est tellement grand, qu'il est très improbable que deux jeux parfaitement mélangés soient un jour dans le même ordre. Toutefois, même si l'ordre exact des cartes dans un jeu battu est imprévisible, il est possible de faire des *prédictions* sur un jeu qui n'est pas suffisamment mélangé.

Persi Diaconis, un chercheur travaillant sur les probabilités et les statistiques, a étudié le mélange des cartes (mélange américain principalement, d'autres ont étudié le mélange français) et le nombre de fois qu'il est nécessaire de battre un jeu pour qu'il soit *suffisamment aléatoire*. La conclusion est que 5 *bons* mélanges peuvent s'avérer suffisant, et que ce n'est qu'à partir de 7 que l'ordre des cartes est réellement aléatoire.

## 3 Première partie : recherches bibliographiques

1. Qui est Persi Diaconis, qu'est ce que sa biographie a de notable ? Les résultats de Persi Diaconis ont-ils été contestés ?
2. Pourquoi les joueurs réguliers et les casinos n'utilisent pas le mélange français (ex : plus esthétique, plus difficile de tricher) ? Pourquoi l'appelle-t-on *à la queue d'aronde* ?
3. Connaissant les biais et limitations des mélanges, que proposeriez vous comme procédure de mélange pour un casino (ex : mélange, coupe, mélange, coupe) ?
4. Que se passe-t-il lorsqu'on mélange *parfaitement* (mélange dit Faro ou parfait) 5 fois un jeu de 32 cartes (deux paquets de 16 cartes exactement imbriquées une à une l'un dans l'autre) ?
5. Comment associer à chaque carte un entier (de 1 à 52) ?
6. De combien de façons différentes peut-on classer un jeu de 52 cartes ?
7. Qu'est ce qu'une expérience aléatoire ? Qu'est ce que la factorielle ? Qu'est ce que *la loi binomiale* ?
8. Qu'est ce qui différencie un *bon* mélange américain d'un *mauvais* quand il est exécuté à la main ?
9. A quoi pourrait ressembler un modèle mathématique du mélange américain ?
10. Comment formaliser qu'un jeu est bien mélangé ?

---

<sup>1</sup><http://en.wikipedia.org/wiki/Shuffle>

<sup>2</sup>cf. annexe **Cours de Cartomagie Moderne Chapitre 6, Le mélange à la queue d'aronde**

<sup>3</sup><http://blackjackscience.com/>