Certification locale de propriétés locales

Nicolas Bousquet, Laurent Feuilloley, Sébastien Zeitoun

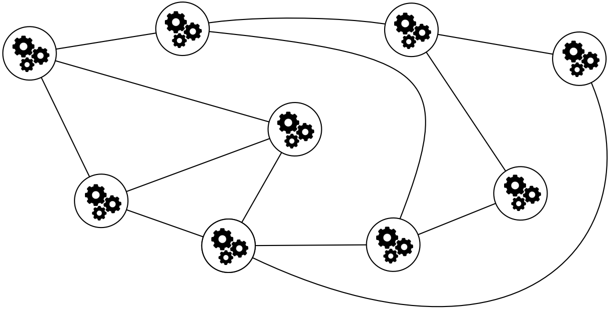
21 novembre 2023

Certification locale

Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

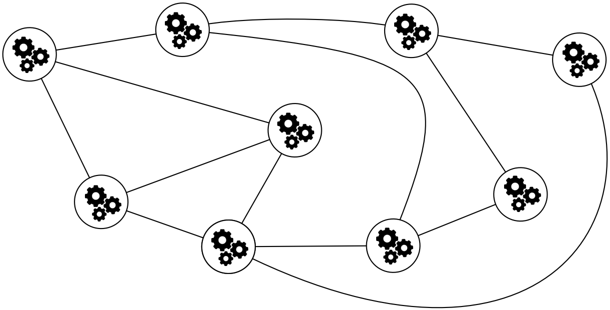


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

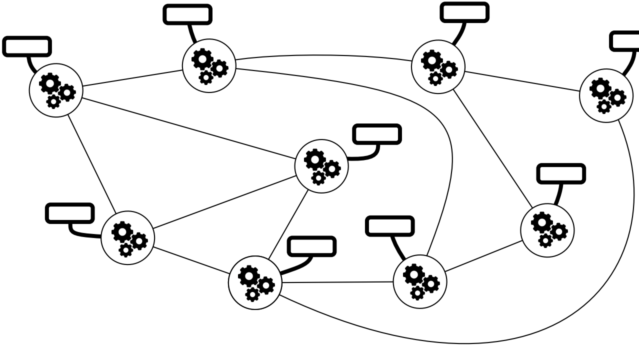


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

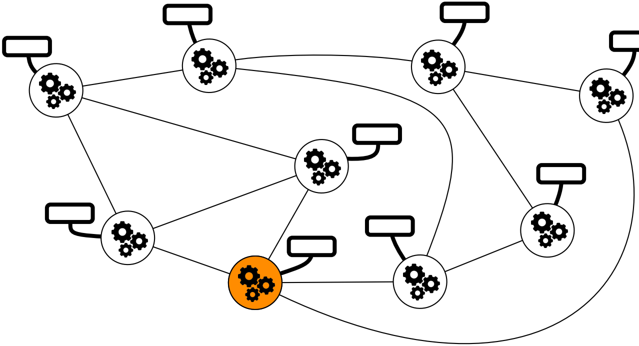


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

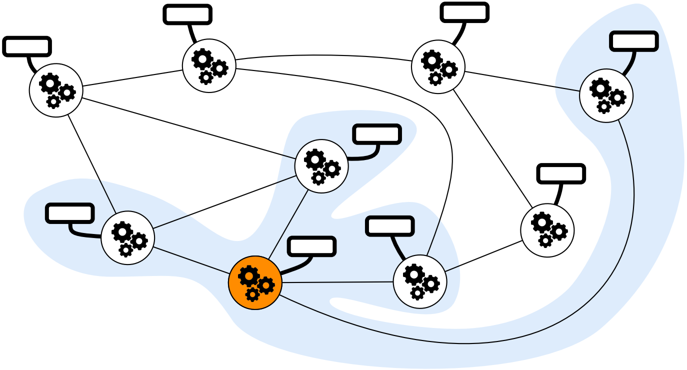


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

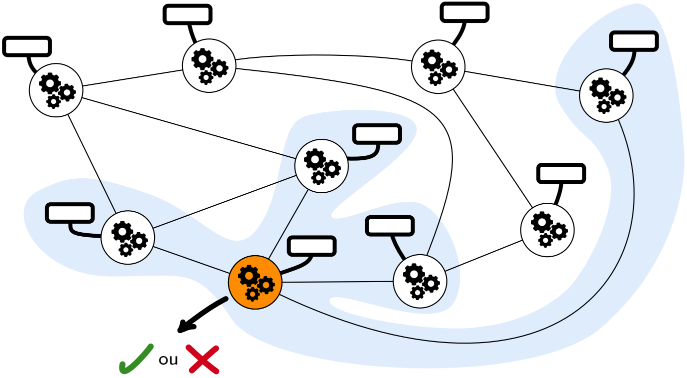


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

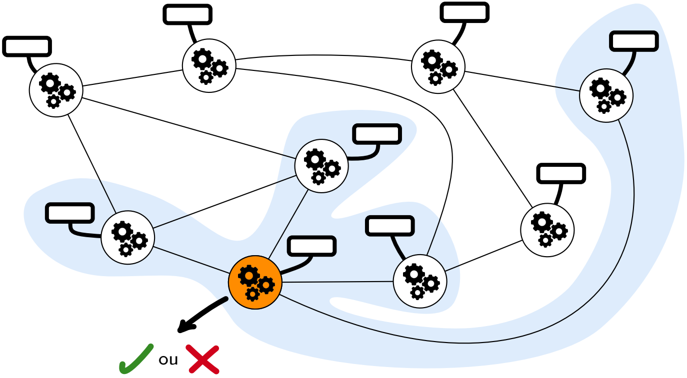


Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats



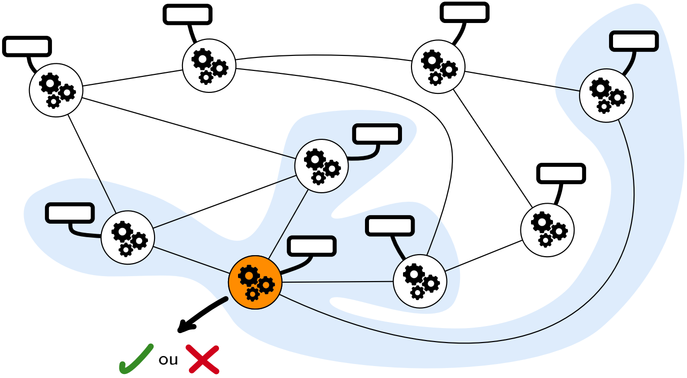
Graphe (globalement) accepté $\Longleftrightarrow$ tous les sommets acceptent (consensus)

Certification locale

Contexte : calcul distribué

Modélisation : graphe, $\begin{cases} \text{sommets} = \text{unités de calcul} \\ \text{arêtes} = \text{canaux de communication} \end{cases}$

Objectif : vérifier localement une propriété du graphe, à l'aide de certificats

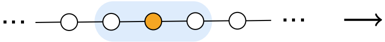


Graphe (globalement) accepté $\iff$ tous les sommets acceptent (consensus)

G vérifie $\mathcal{P} \iff$ il existe une assignation des certificats tel que G soit accepté

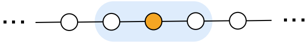
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



Chemin ? Cycle ?

Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

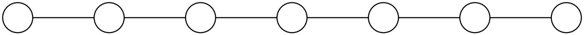


$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

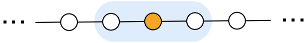
Certification possible : certificat $=$ distance à une extrémité (fixée)

Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

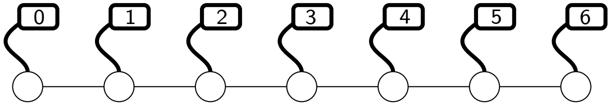
Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



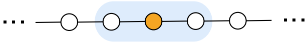
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

 $\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)

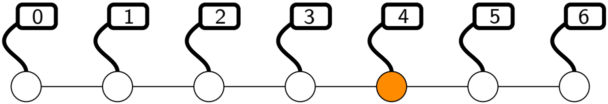


Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

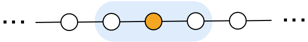


$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)

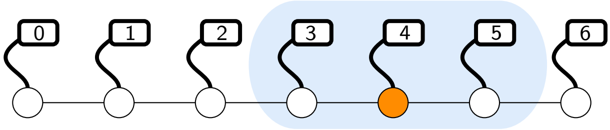


Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

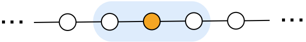


$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)

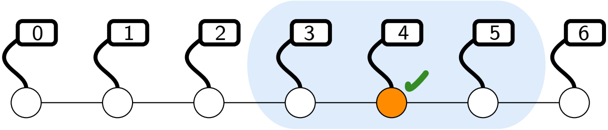


Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

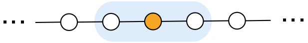


$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)

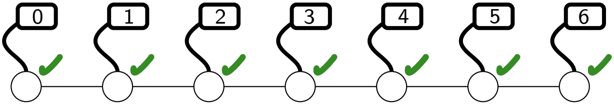


Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?

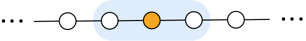


$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)

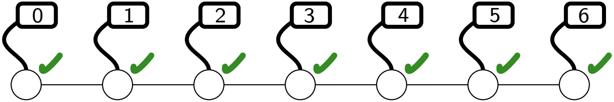


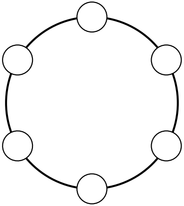
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



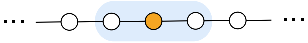
⟶ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



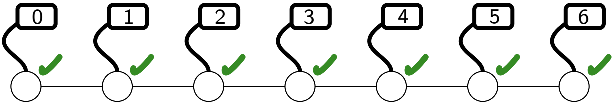


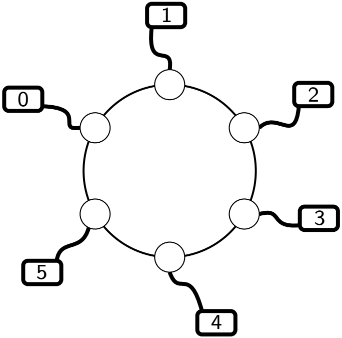
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



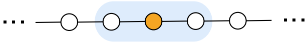
$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



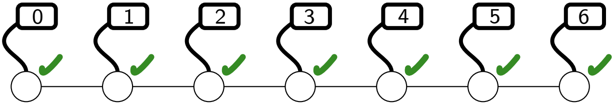


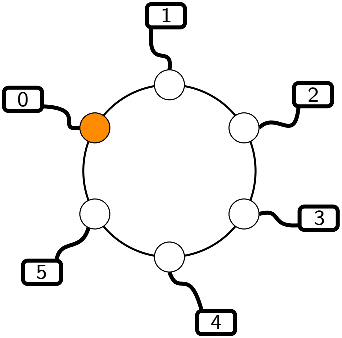
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



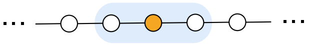
$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



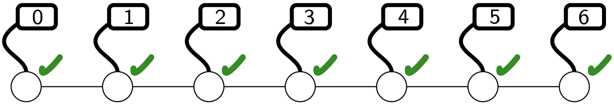


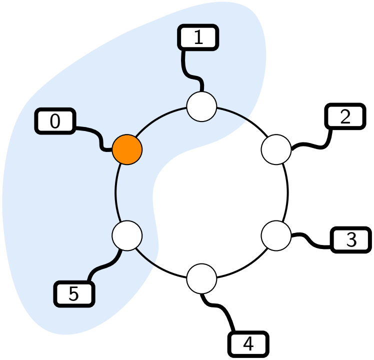
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



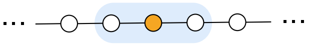
$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



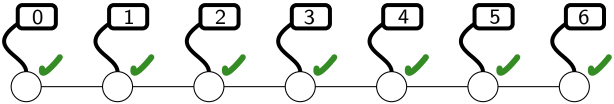


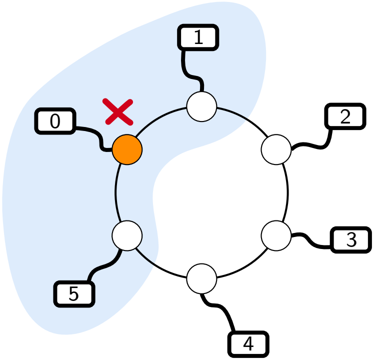
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



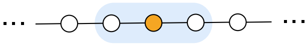
$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)



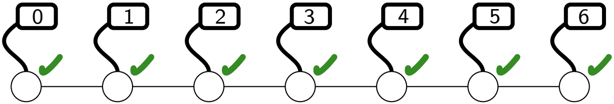


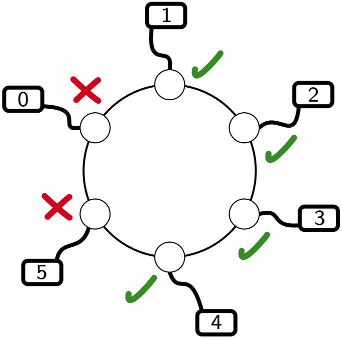
Exemple : comment certifier qu'un graphe est un chemin ?



$\longrightarrow$ Chemin ? Cycle ?

Certification possible : certificat = distance à une extrémité (fixée)





Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

Tailles de certificats typiques :

$\tilde{\Theta}(n^2)$	$\Theta(\log n)$

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

Tailles de certificats typiques :

$\tilde{\Theta}(n^2)$	$\Theta(\log n)$
▪ Non-3-colorabilité ▪ Automorphisme non trivial	

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

Tailles de certificats typiques :

$\tilde{\Theta}(n^2)$	$\Theta(\log n)$
▪ Non-3-colorabilité	▪ Chemins
▪ Automorphisme non trivial	▪ Arbres couvrants
	▪ Nombre impair de sommets
	▪ Graphes planaires

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

Tailles de certificats typiques :

$\tilde{\Theta}(n^2)$	$\Theta(\log n)$	Indépendant de n
▪ Non-3-colorabilité	▪ Chemins	▪ k-colorabilité
▪ Automorphisme non trivial	▪ Arbres couvrants	▪ Ensemble dominant à distance t
	▪ Nombre impair de sommets	▪ Couplage parfait
	▪ Graphes planaires	

Quelle doit être la taille minimum des certificats ?

Paramètre usuel : n (nombre de sommets dans le graphe)

Taille optimale $\leqslant O(n^2)$ pour n'importe quelle propriété

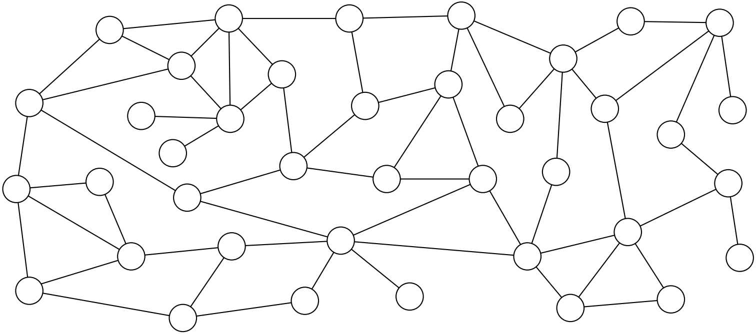
Tailles de certificats typiques :

$\tilde{\Theta}(n^2)$	$\Theta(\log n)$	Indépendant de n
▪ Non-3-colorabilité	▪ Chemins	▪ k-colorabilité
▪ Automorphisme non trivial	▪ Arbres couvrants	▪ $\boxed{\text{Ensemble dominant à distance } t}$
	▪ Nombre impair de sommets	▪ Couplage parfait
	▪ Graphes planaires	

Ensembles dominants à distance t

Ensembles dominants à distance t

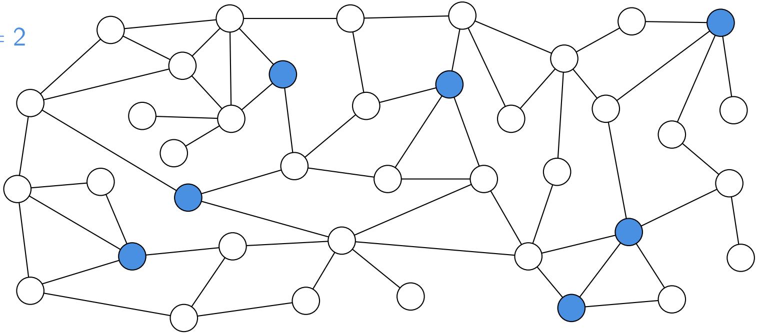
$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$



Ensembles dominants à distance t

$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$

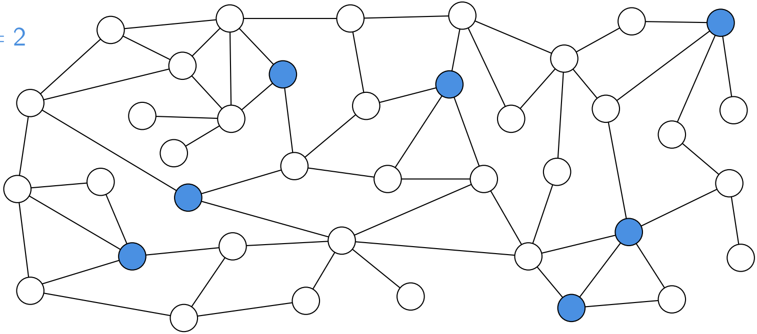
$t = 2$



Ensembles dominants à distance t

$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$

$t = 2$

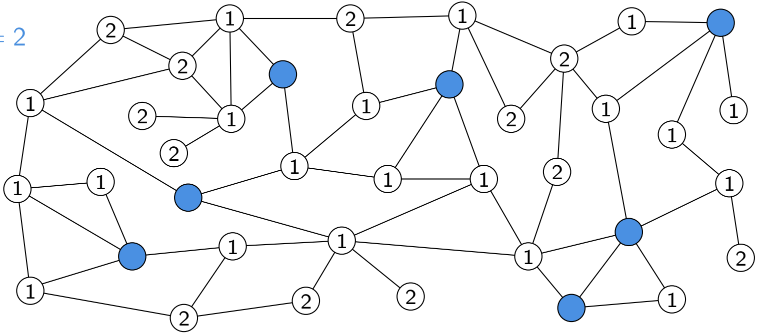


Certification triviale avec t certificats (certificat = distance à S).

Ensembles dominants à distance t

$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$

$t = 2$

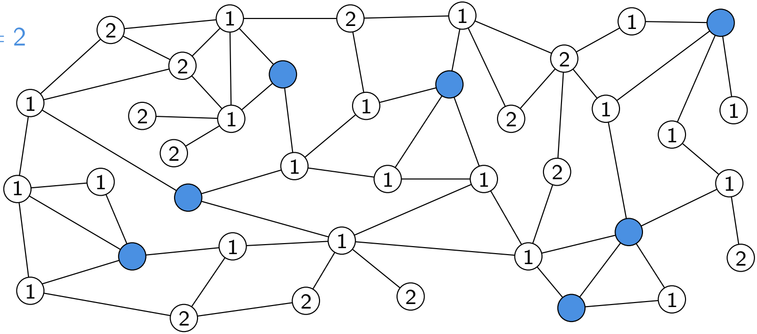


Certification triviale avec t certificats (certificat $=$ distance à S).

Ensembles dominants à distance t

$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$

$t = 2$



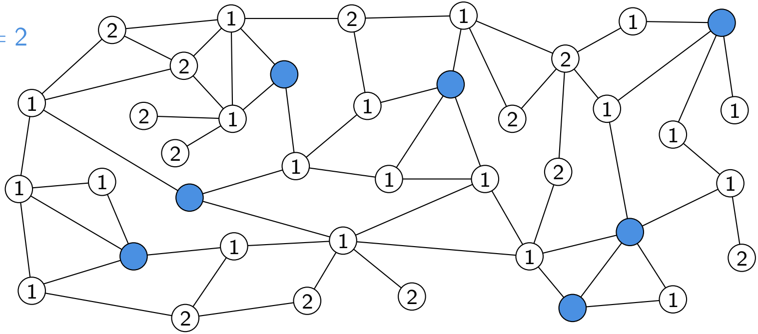
Certification triviale avec t certificats (certificat $=$ distance à S).

Optimal ?

Ensembles dominants à distance t

$$S \text{ dominant à distance } t \iff \forall v \in V, \exists u \in S, d(u,v) \leqslant t$$

$t = 2$



Certification triviale avec t certificats (certificat $=$ distance à S).

Optimal ? Non.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

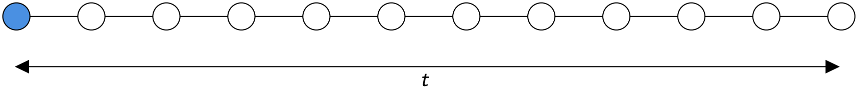
Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.



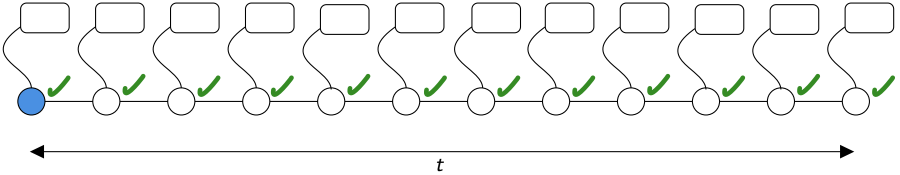
Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.



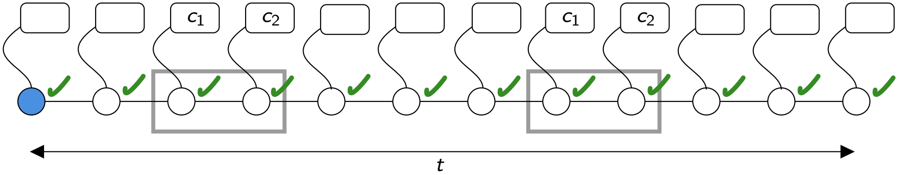
Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.



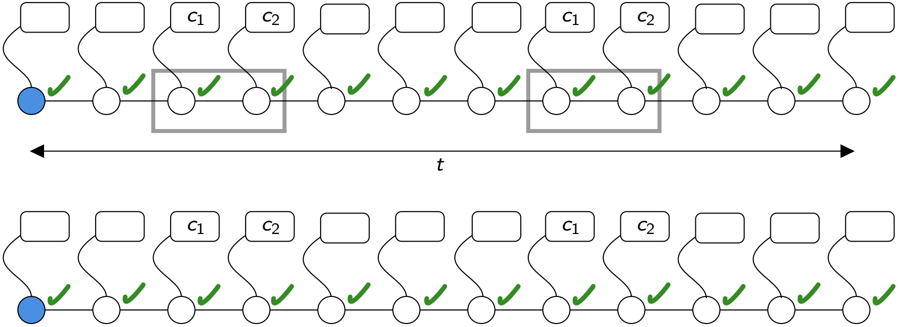
Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.



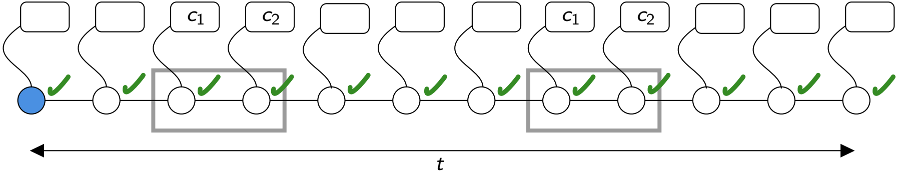
Ensembles dominants à distance t

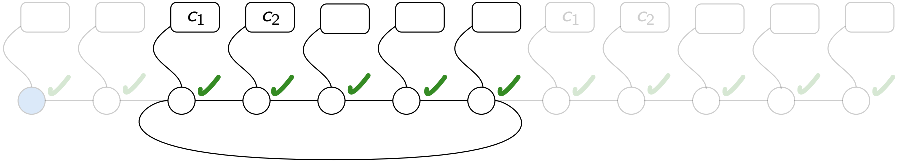
Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.





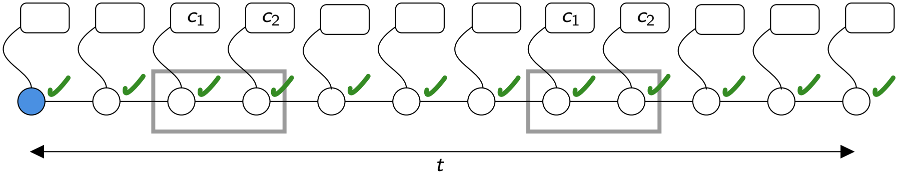
Ensembles dominants à distance t

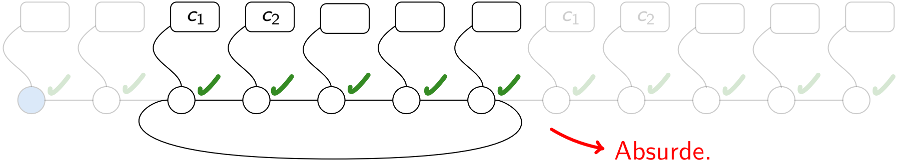
Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne inf : $\Omega(\sqrt{t})$ sont nécessaires.

Preuve : par l'absurde. Supposons que $< \sqrt{t}$ certificats soient suffisants.





Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \dots, \lceil \sqrt{t} \rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $\underbrace{d(u, S) = i}_{(S = \text{sommets marqués})} \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $\underbrace{d(u, S) = i}_{(S = \text{sommets marqués})} \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

Vérification :

Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

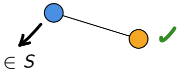
Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $\underset{(S = \text{sommets marqués})}{d(u, S) = i} \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

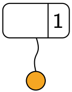
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

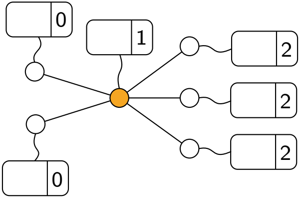
Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil \sqrt{t} \rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $\underset{(S = \text{sommets marqués})}{d(u,S) = i} \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

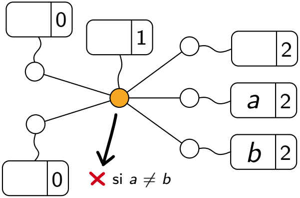
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

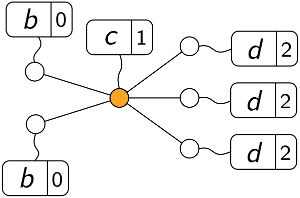
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

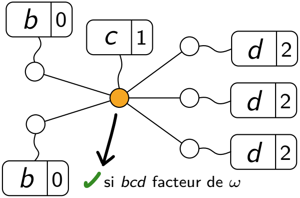
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

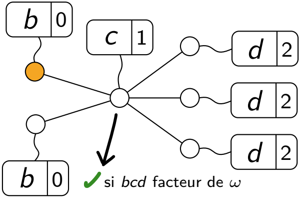
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil\sqrt{t}\rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

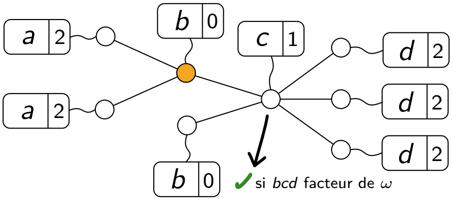
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil \sqrt{t} \rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $\quad d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

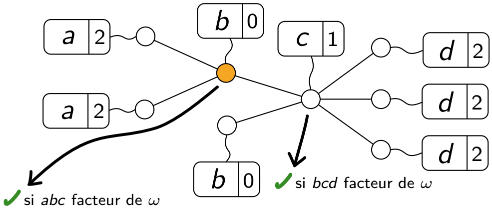
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \dots, \lceil \sqrt{t} \rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u, S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



Ensembles dominants à distance t

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

$\Theta(\sqrt{t})$ certificats sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Borne sup : $O(\sqrt{t})$ sont suffisants.

Idée : utiliser les mots de De Bruijn.

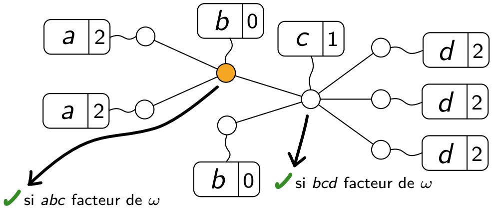
Définition

Un mot de De Bruijn sur l'alphabet $\{1, \ldots, \lceil \sqrt{t} \rceil\}$ est un mot ω de longueur t tel que chaque mot de longueur 2 apparaît au plus une fois comme facteur de ω.

Certification : $d(u,S) = i \longrightarrow u$ reçoit le certificat $(\omega_i, i \mod 3)$

(S = sommets marqués)

Vérification :



bc n'apparaît qu'une seule fois dans ω

$\Downarrow$

$\omega = ...abcd.....$

Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations

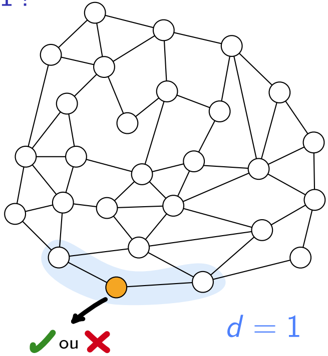
à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats

Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

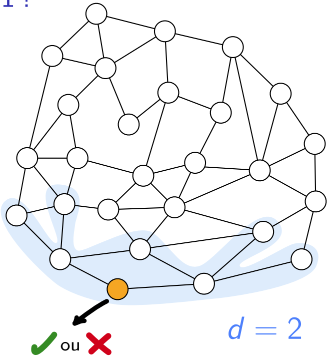
- les sommets
- les arêtes
- les certificats



Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

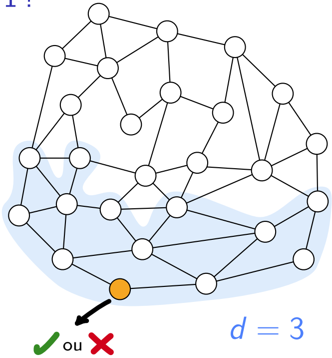
- les sommets
- les arêtes
- les certificats



Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

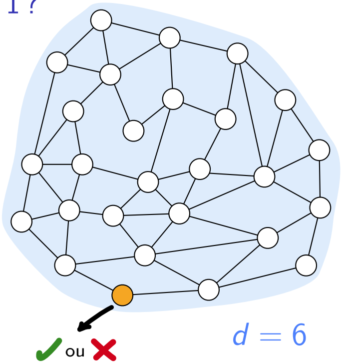
- les sommets
- les arêtes
- les certificats



Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats

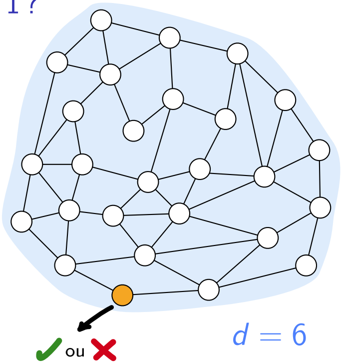


Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats

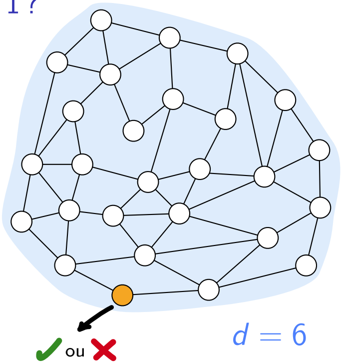
Question : Comment diminue la taille des certificats quand d augmente ?



Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats



Question : Comment diminue la taille des certificats quand d augmente ?

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

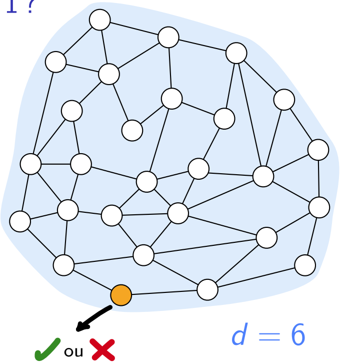
Si les sommets voient à distance d, $\Theta(\log t/d)$ bits sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats

Question : Comment diminue la taille des certificats quand d augmente ?



Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Theta(\log t/d)$ bits sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

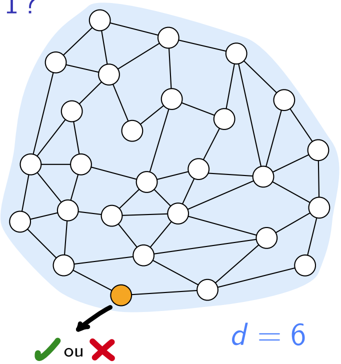
Preuve : en utilisant les mots de De Bruijn (similaire).

Et si les sommets peuvent voir à distance $d > 1$?

Vue d'un sommet = toutes les informations à distance $\leqslant d$:

- les sommets
- les arêtes
- les certificats

Question : Comment diminue la taille des certificats quand d augmente ?



Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Theta(\log t/d)$ bits sont nécessaires et suffisants pour certifier un ensemble dominant à distance t.

Preuve : en utilisant les mots de De Bruijn (similaire).

Trade-off conjecture

Si s bits sont suffisants à distance 1, alors $O(s/d)$ bits sont suffisants à distance d.

Autres résultats

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k/d)$ bits sont nécessaires.

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k/d)$ bits sont nécessaires.

Question : si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k)$ bits sont-ils nécessaires ?

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k/d)$ bits sont nécessaires.

Question : si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k)$ bits sont-ils nécessaires ?

Couplages parfaits : il existe une certification avec $O(\Delta)$ certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

- $O(\log t)$ bits sont suffisants pour les graphes de treewidth t
- 2 bits sont suffisants pour les graphes planaires

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k/d)$ bits sont nécessaires.

Question : si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k)$ bits sont-ils nécessaires ?

Couplages parfaits : il existe une certification avec $O(\Delta)$ certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

- $O(\log t)$ bits sont suffisants pour les graphes de treewidth t
- 2 bits sont suffisants pour les graphes planaires

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Δ certificats sont nécessaires pour certifier l'existence d'un couplage parfait.

Autres résultats

Colorabilité : certification triviale avec k certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance 1, k certificats sont nécessaires.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k/d)$ bits sont nécessaires.

Question : si les sommets voient à distance d, $\Omega(\log k)$ bits sont-ils nécessaires ?

Couplages parfaits : il existe une certification avec $O(\Delta)$ certificats.

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

- $O(\log t)$ bits sont suffisants pour les graphes de treewidth t
- 2 bits sont suffisants pour les graphes planaires

Théorème (Bousquet, Feuilloley, Z.)

Δ certificats sont nécessaires pour certifier l'existence d'un couplage parfait.

Question : borne inf à distance $d > 1$?

Merci pour votre attention !