

TD4 – SAT

Exercice 1 – Évasion

Dans une prison, des interrupteurs permettent de contrôler les portes. Pour des raisons de sécurité, chaque interrupteur contrôle un certain nombre de portes : quand l'interrupteur change de position, les portes ouvertes qu'il contrôle se ferment, et les portes fermées qu'il contrôle s'ouvrent. On suppose de plus que chaque porte est contrôlée par au plus deux interrupteurs.

Un prisonnier a réussi à atteindre la salle des interrupteurs, et souhaite ouvrir toutes les portes qui le séparent de la sortie afin de pouvoir s'échapper. Donner un algorithme en temps polynomial en le nombre de portes qui permet de déterminer quel ensemble d'interrupteurs le prisonnier doit presser.

Exercice 2 – Couplages

On rappelle qu'un couplage dans un graphe est un ensemble d'arêtes qui ne partagent pas d'extrémités deux à deux.

1. Modéliser le problème du couplage maximum par un PLNE.
2. Un graphe admet un couplage parfait s'il admet un couplage M où tout sommet est l'extrémité d'une arête de M . Modéliser le problème d'existence d'un couplage parfait par une formule SAT.

Exercice 3 – n -dames

Aux échecs, la dame peut se déplacer sur une ligne, une colonne ou une diagonale d'autant de cases qu'elle le souhaite. On s'intéresse au problème suivant : étant donné un échiquier de taille $n \times n$ où k dames sont déjà posées, est-il possible d'en placer $n - k$ autres sans qu'aucune d'entre elles ne menace une autre dame.

Modéliser le problème par une formule SAT.