

Algorithmes d'extraction de modèles géométriques discrets pour la représentation robuste des formes

Tristan Roussillon

Thèse encadrée par Laure Tougne et Isabelle Sivignon

Laboratoire d'InfoRmatique en Image et Systèmes d'information

LIRIS UMR 5205 CNRS/INSA de Lyon/Université Claude Bernard Lyon 1/Université
Lumière Lyon 2/Ecole Centrale de Lyon
INSA de Lyon, bâtiment J. Verne

Analyse d'images

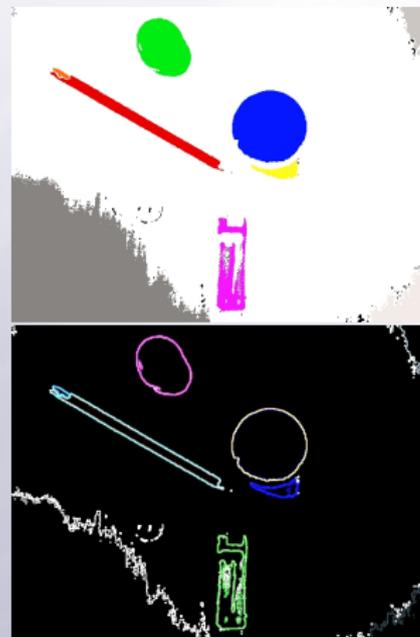
Description automatique du contenu visuel

- imagerie aérienne/satellitaire,
- vision robotique/industrielle,
- vidéo-surveillance,
- imagerie médicale/biologique,
- recherche par le contenu.



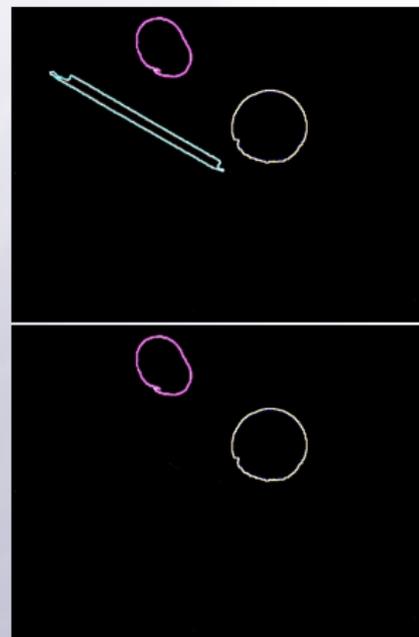
Géométrie

- ≡ algorithmique de base,
- ≡ localiser, détecter, filtrer
- ≡ calculer des rapports géométriques
- ≡ déformer des objets,
- ≡ calculer des quantités géométriques,



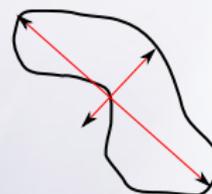
Géométrie

- ≡ algorithmique de base,
- ≡ **localiser, détecter, filtrer,**
- ≡ calculer des rapports géométriques
- ≡ déformer des objets,
- ≡ calculer des quantités géométriques,



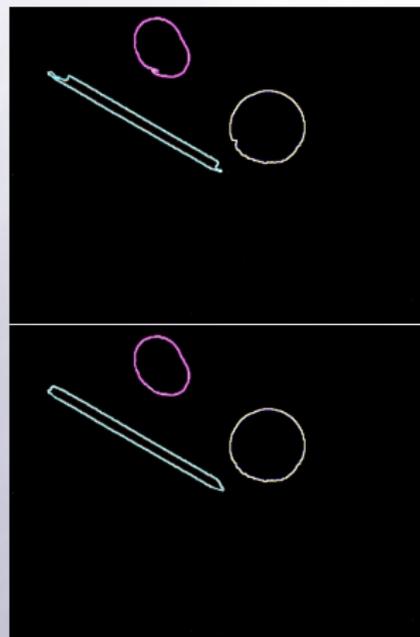
Géométrie

- ≡ algorithmique de base,
- ≡ localiser, détecter, filtrer,
- ≡ **calculer des rapports géométriques,**
- ≡ déformer des objets,
- ≡ calculer des quantités géométriques,



Géométrie

- ≡ algorithmique de base,
- ≡ localiser, détecter, filtrer,
- ≡ calculer des rapports géométriques,
- ≡ **déformer des objets,**
- ≡ calculer des quantités géométriques,

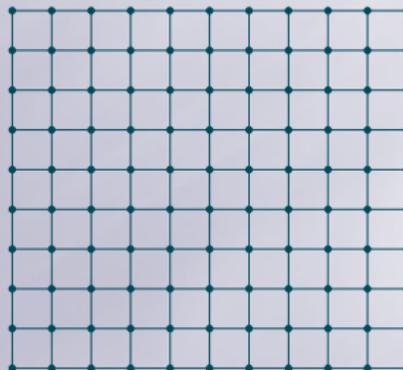
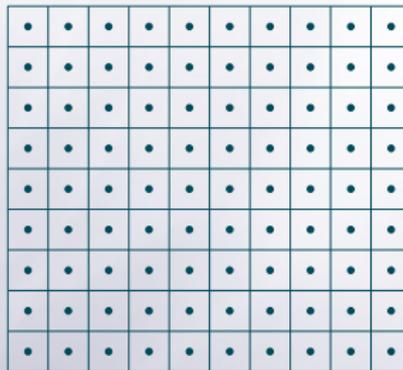
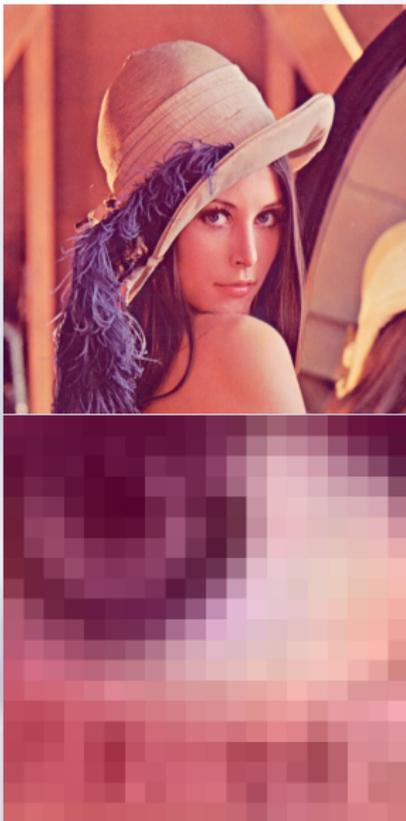


Géométrie

- ≡ algorithmique de base,
- ≡ localiser, détecter, filtrer,
- ≡ calculer des rapports géométriques,
- ≡ déformer des objets,
- ≡ **calculer des quantités géométriques,**



Image numérique et plan discret



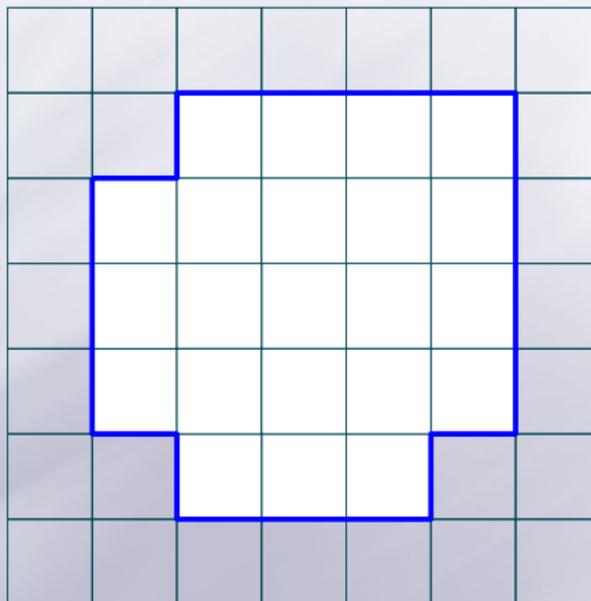
Géométrie discrète

Traduction des concepts de la géométrie euclidienne dans le plan discret

- ≡ modélisation d'objets discrets,
 - ≡ estimations de quantités géométriques,
 - ≡ passages entre discret et continu,

 - ≡ calculs en nombre entiers, sans imprécision,
 - ≡ simplification des calculs.
- ⇒ **Algorithmes rapides, résultats contrôlés**

Données



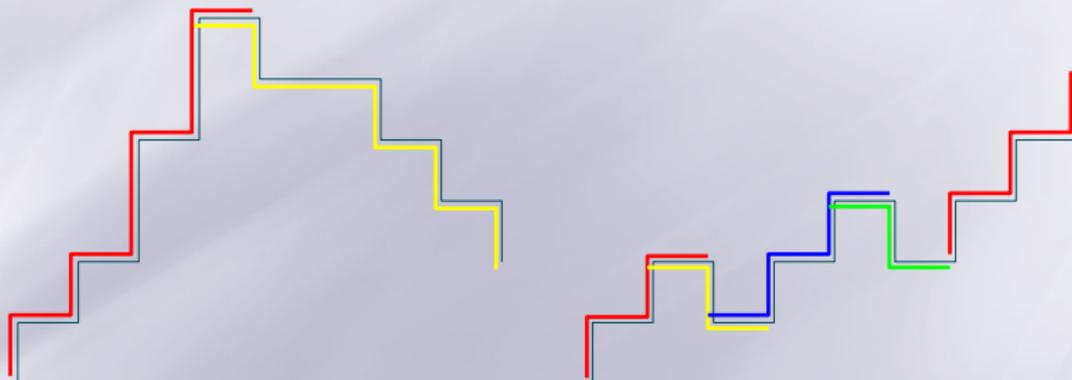
Objectifs : analyse de la forme des contours

- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **est** connue
- ≡ description à l'aide de mesures de similarité
- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **ressemble** à des formes connues



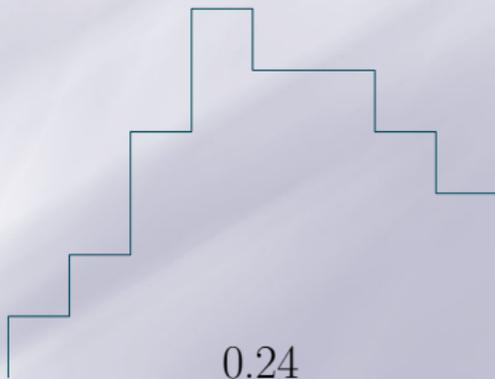
Objectifs : analyse de la forme des contours

- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **est connue**
- ≡ description à l'aide de mesures de similarité
- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **ressemble** à des formes connues



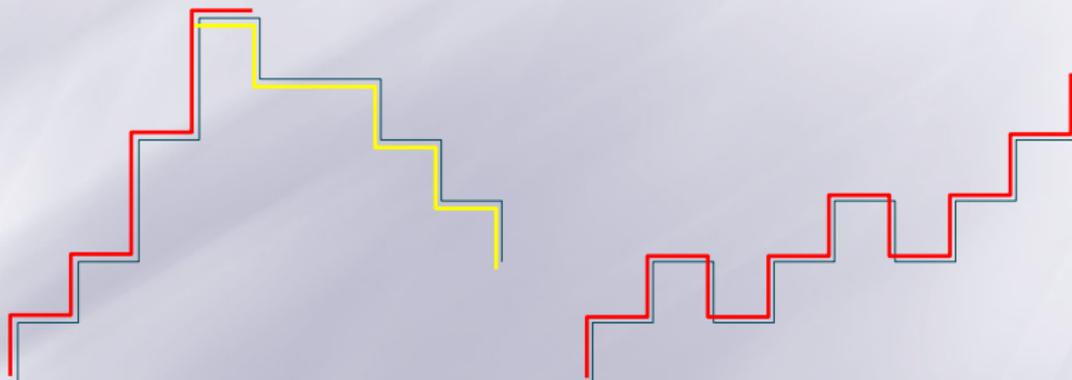
Objectifs : analyse de la forme des contours

- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **est** connue
- ≡ description à l'aide de mesures de similarité
- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **ressemble** à des formes connues



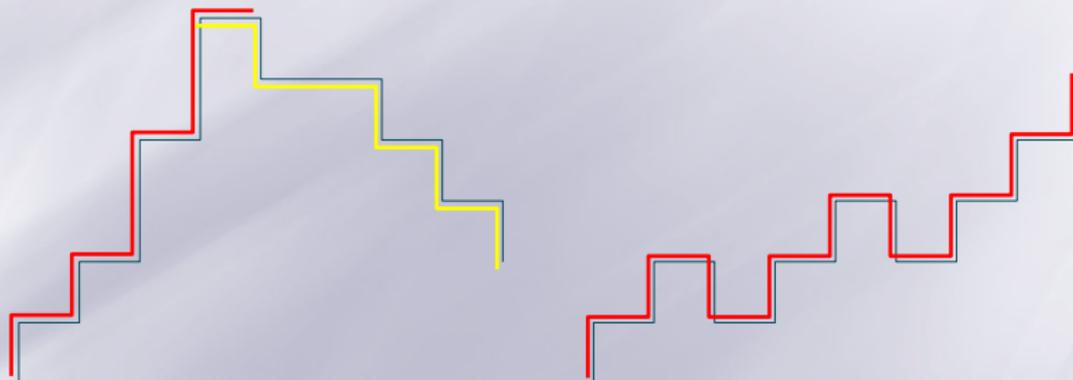
Objectifs : analyse de la forme des contours

- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **est** connue
- ≡ description à l'aide de mesures de similarité
- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **ressemble** à des formes connues



Objectifs : analyse de la forme des contours

- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **est** connue
- ≡ description à l'aide de mesures de similarité
- ≡ représentation par des parties de contour dont la forme **ressemble** à des formes connues => **robustesse**



Modèles

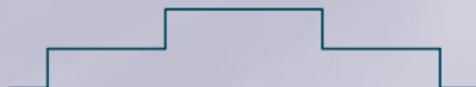
Partie convexe



Segment de droite

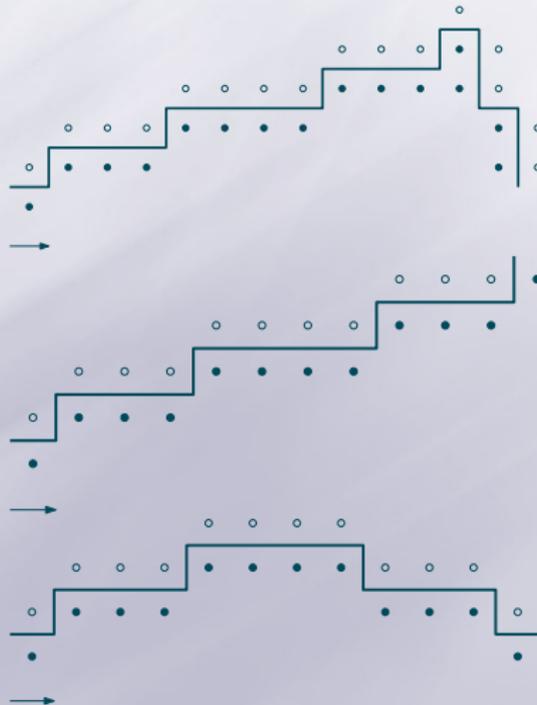


Arc de cercle



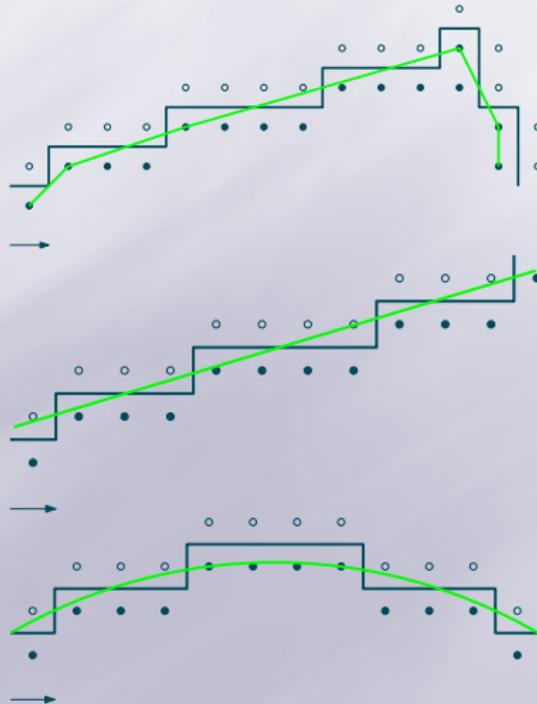
Modèles

Séparation des points int. et ext.



Modèles

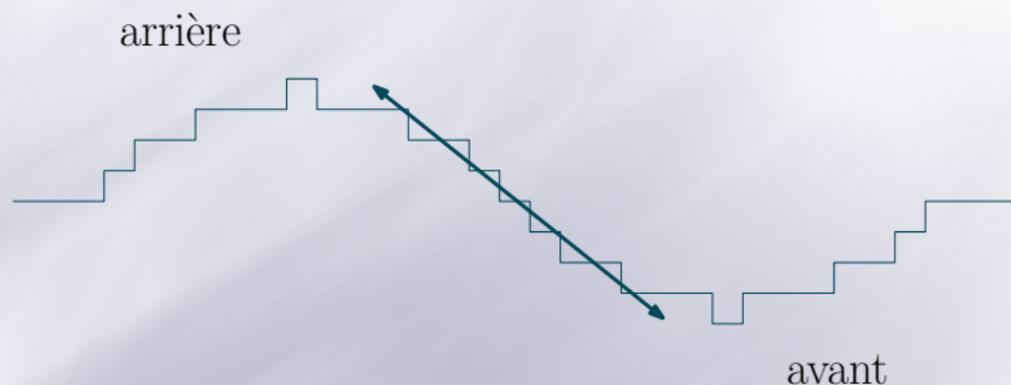
Séparation des points int. et ext.



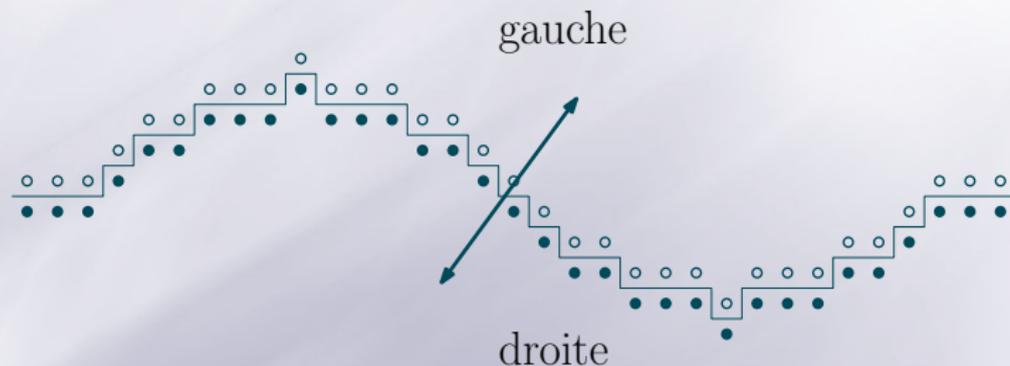
Parcours du contour



Parcours du contour



Parcours du contour



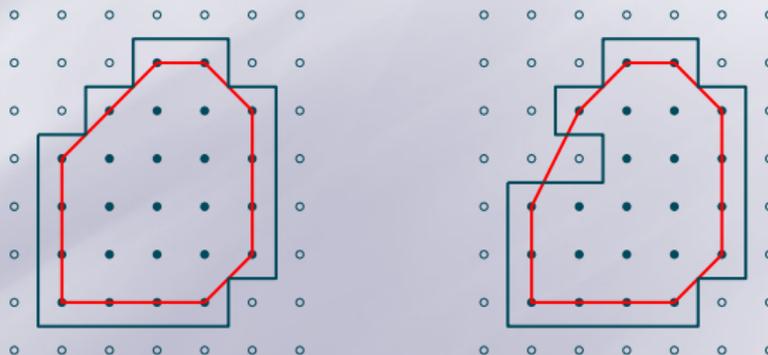
Plan

- 1 Introduction
- 2 Modèles convexes
 - La convexité vue globalement
 - La convexité vue localement
- 3 Modèles circulaires
 - Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
 - Reconnaissance incrémentale
 - Optimisation
- 4 Conclusion et perspectives

Propriété de convexité

Convexité

- ≡ Une dizaine de définitions de convexité existent [Sklansky, 1970 ; Kim et Rosenfeld, Ronse, Chassery, 1980's].
- ≡ Un contour est convexe ssi son aire discrète = l'aire discrète de l'enveloppe convexe de ses points intérieurs.



Propriété de convexité

Convexité

- ≡ Une dizaine de définitions de convexité existent [Sklansky, 1970 ; Kim et Rosenfeld, Ronse, Chassery, 1980's].
- ≡ Un contour est convexe ssi son aire discrète = l'aire discrète de l'enveloppe convexe de ses points intérieurs.

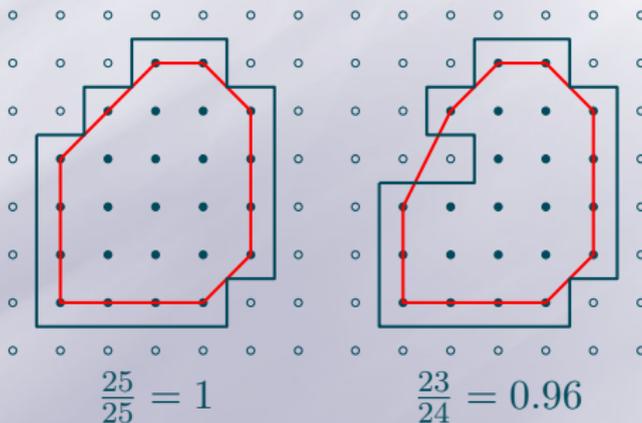
Intérêt

- ≡ importance de l'enveloppe convexe.
- ≡ mène à une mesure de convexité.

Mesure de convexité

Mesure

Rapport entre aire discrète du contour et aire discrète de l'enveloppe convexe de ses points intérieurs.



Application aux parties convexes et concaves

Cette partie de contour est-elle une partie convexe ?



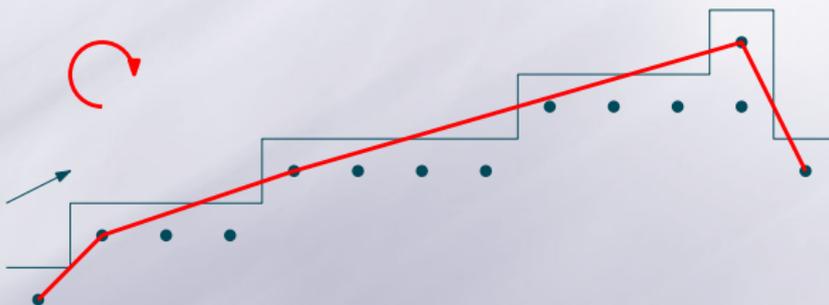
Application aux parties convexes et concaves

1) on considère les points intérieurs



Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à gauche



Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à gauche



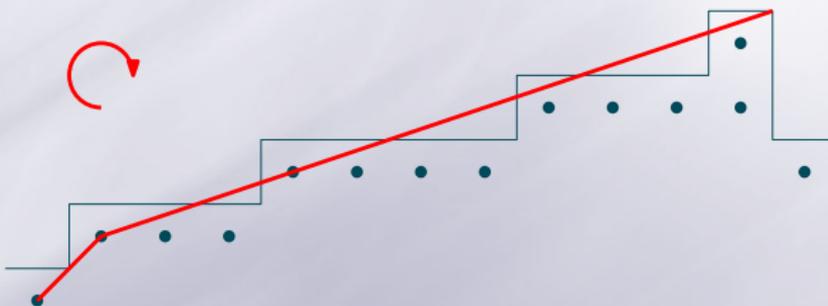
Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à gauche



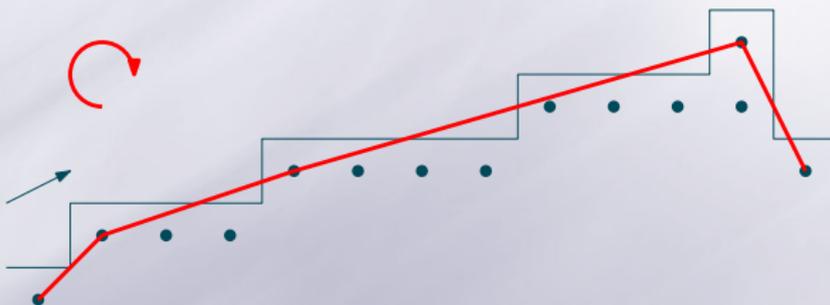
Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à gauche



Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à gauche



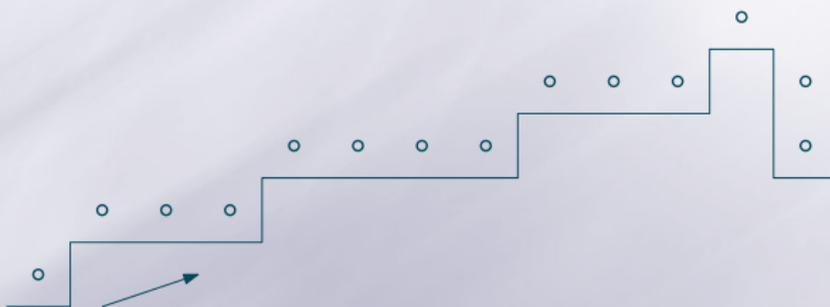
Application aux parties convexes et concaves

Cette partie de contour est-elle une partie concave ?



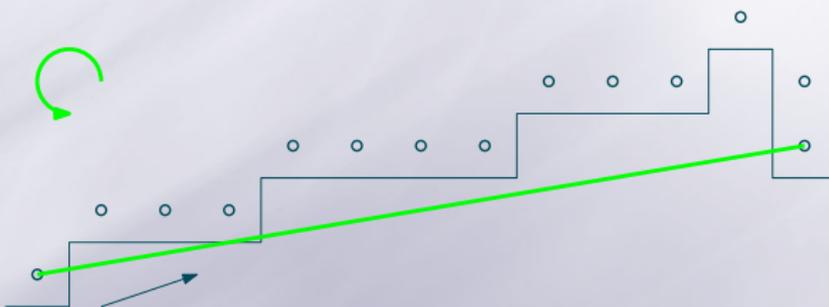
Application aux parties convexes et concaves

1) on considère les points extérieurs



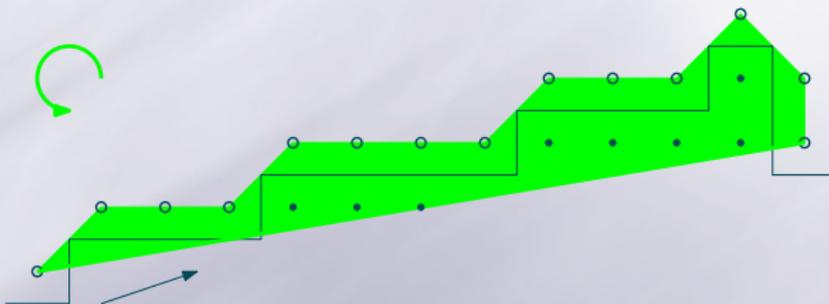
Application aux parties convexes et concaves

2) on calcule leur enveloppe convexe partielle à droite

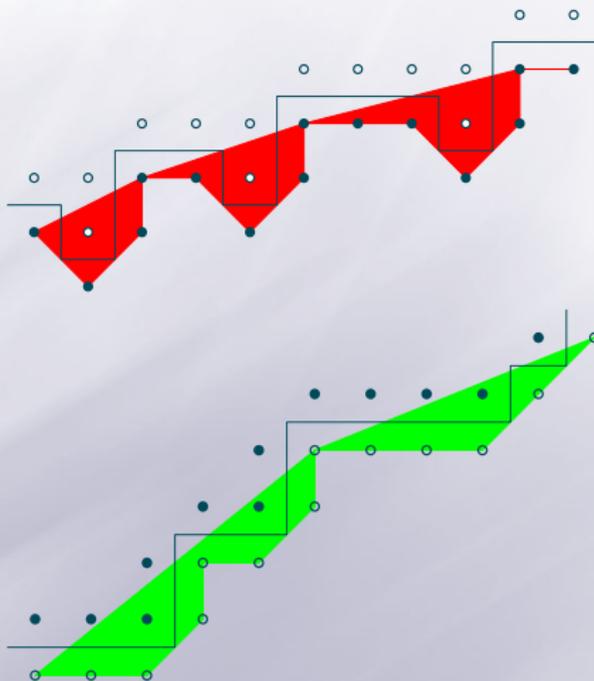


Application aux parties convexes et concaves

3) on compte le nombre de points entiers dans la zone verte

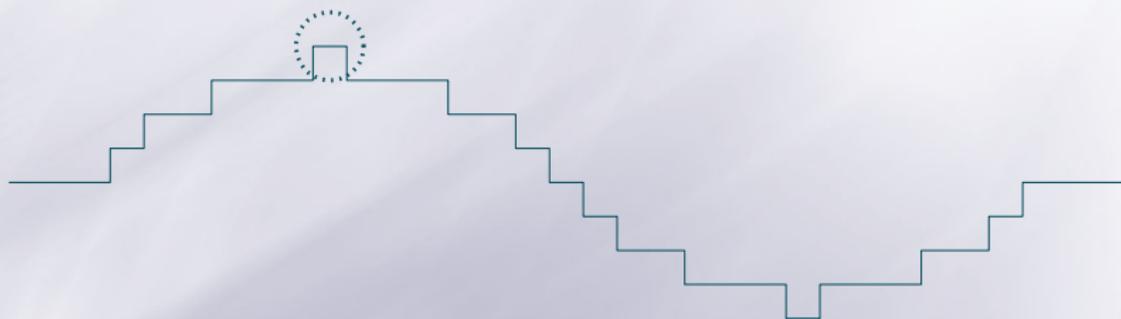


Mesure de convexité et concavité



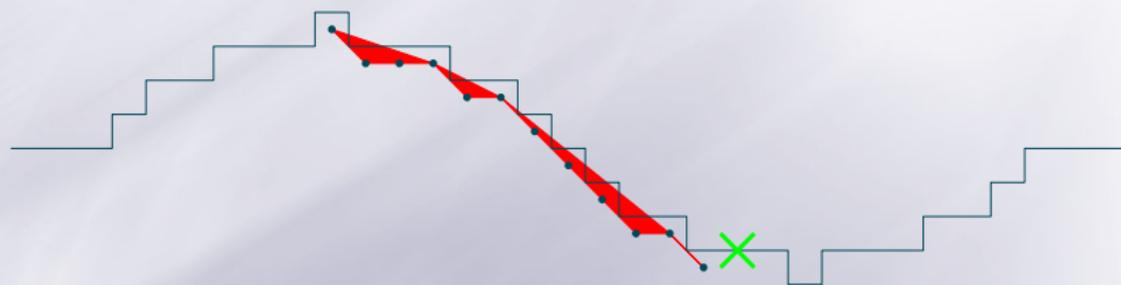
$$1 - \frac{3}{100} = 0.97$$

Algorithme de décomposition



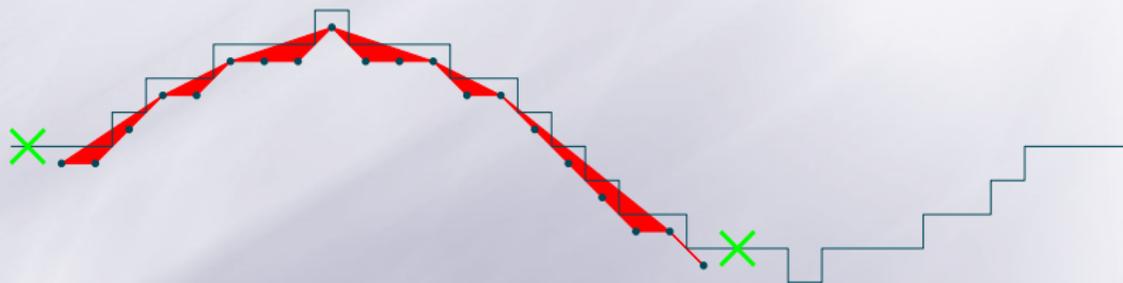
Algorithme de décomposition

partie convexe



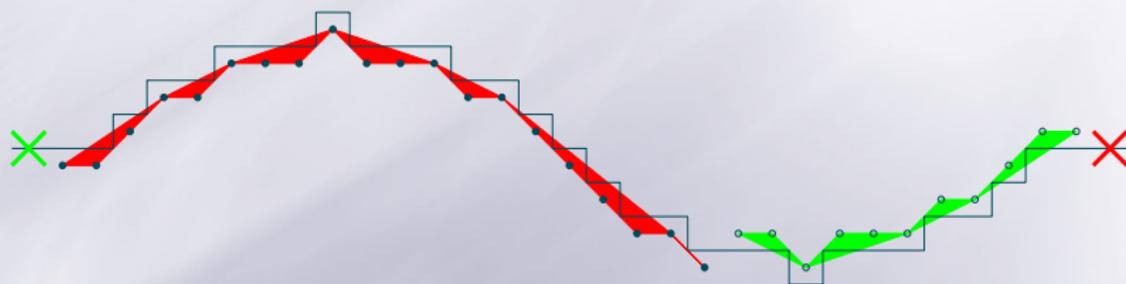
Algorithme de décomposition

partie convexe



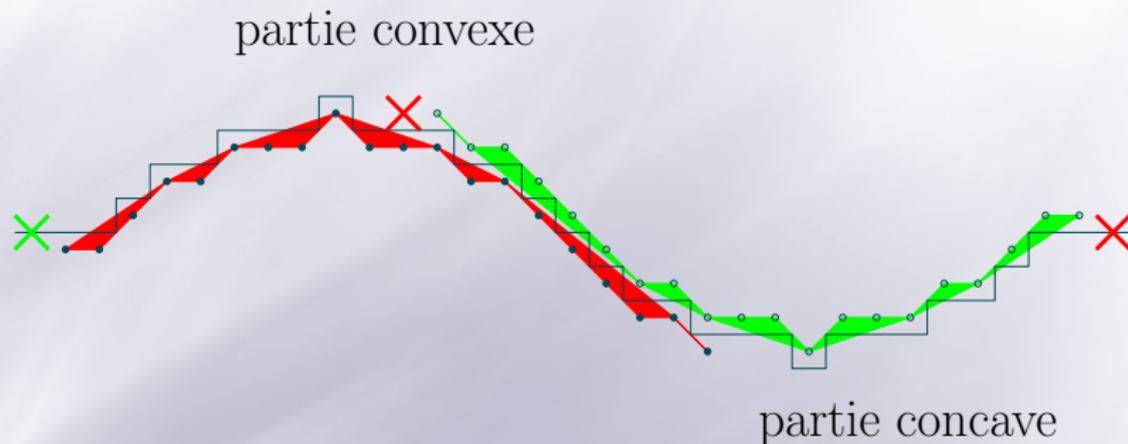
Algorithme de décomposition

partie convexe



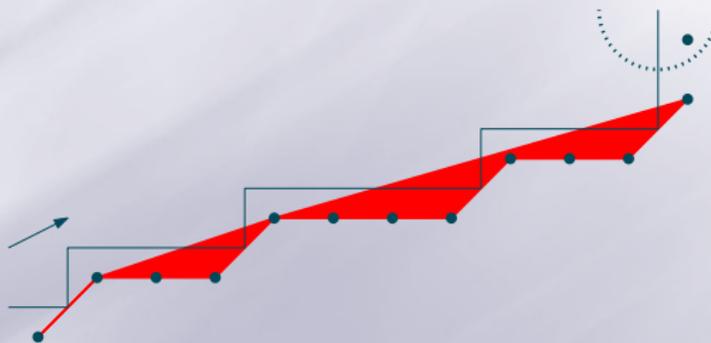
partie concave

Algorithme de décomposition



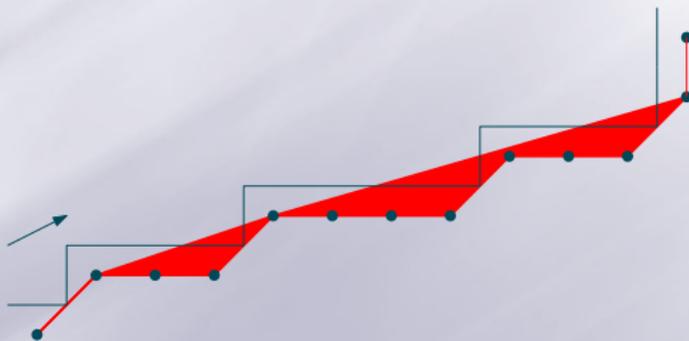
Algorithme de test de maximalité

La partie courante peut-elle être étendue vers l'avant ?



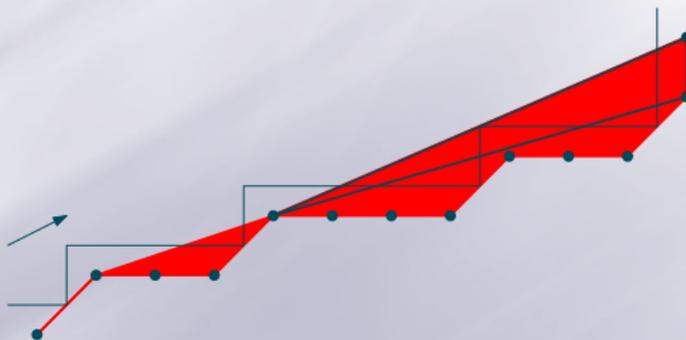
Algorithme de test de maximalité

1) Mise à jour de l'enveloppe convexe partielle



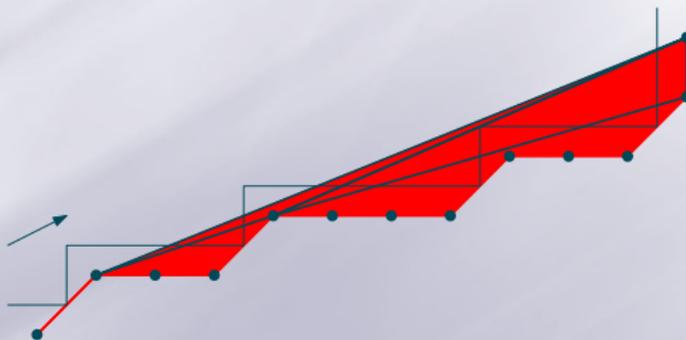
Algorithme de test de maximalité

1) Mise à jour de l'enveloppe convexe partielle



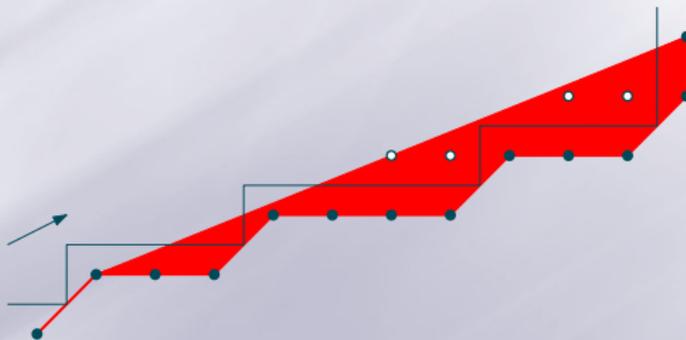
Algorithme de test de maximalité

1) Mise à jour de l'enveloppe convexe partielle



Algorithme de test de maximalité

2) Dénombrement des points de la zone rouge



Dénombrement de points dans un polygone

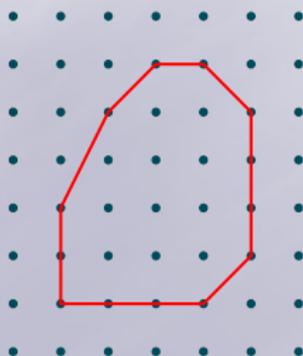
Théorème de Pick

$$DedansEtSur(P) = Aire(P) + Sur(P)/2 + 1. \quad (1)$$

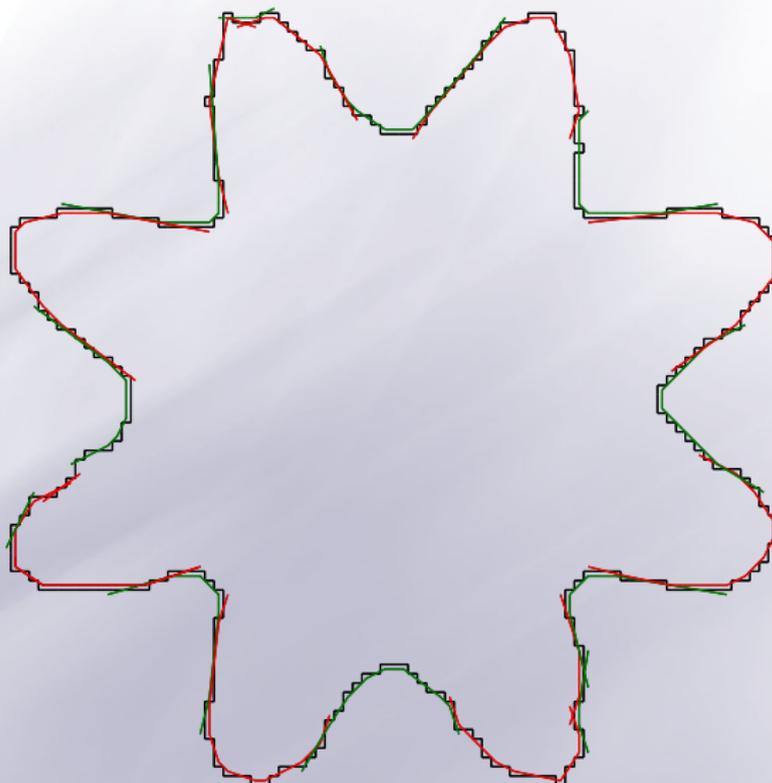
Application numérique

$Aire(P) = 16.5$ et $Sur(P)/2 = 13$, donc

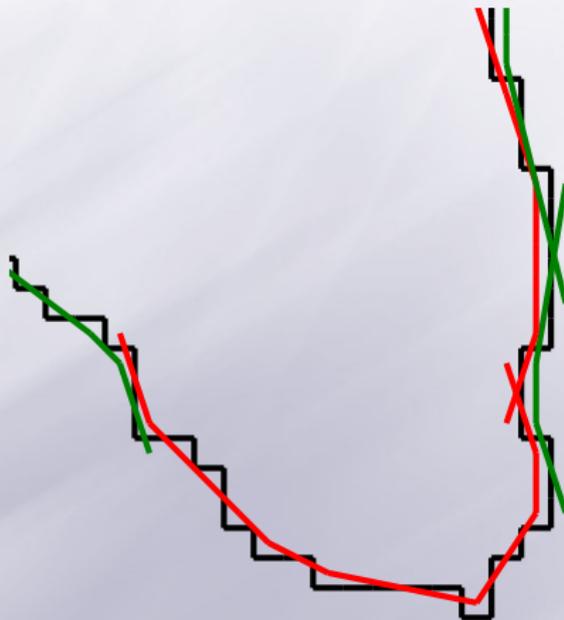
$$DedansEtSur(P) = 16.5 + 13/2 + 1 = 24$$



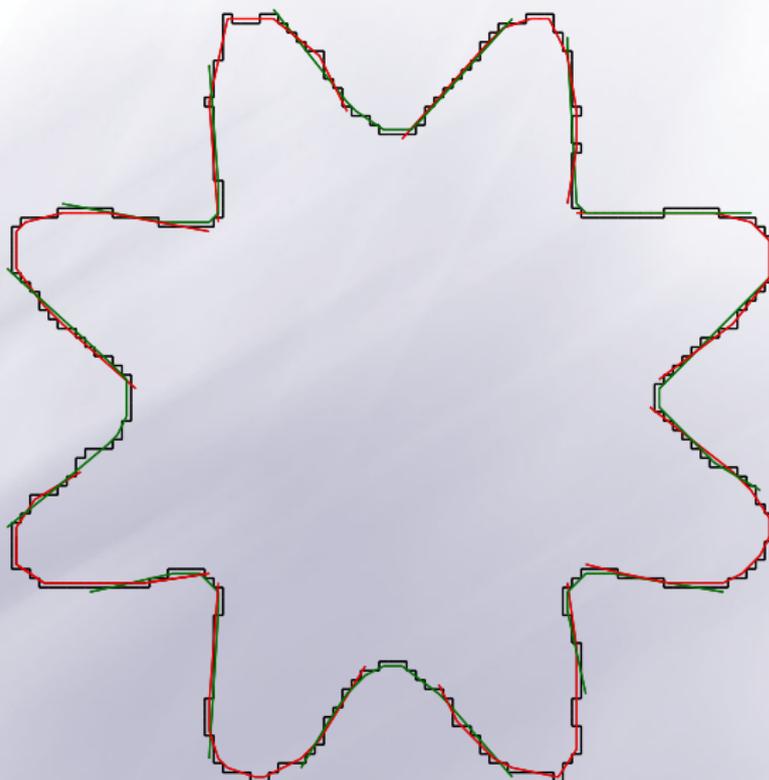
Décomposition exacte



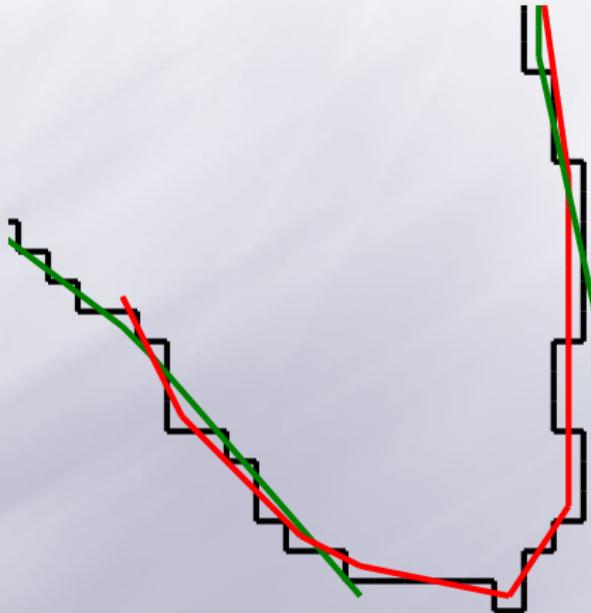
Décomposition exacte



Décomposition robuste



Décomposition robuste



Bilan intermédiaire

Résultats

- + Décomposition exacte et robuste en parties convexes et concaves,
- + Traits visuellement caractéristiques d'une forme,
- + Facile d'implémentation,
- + Incrémental et en $\mathcal{O}(n)$,
- Paramètre à régler,
- Informations disponibles limitées.

Plan

1 Introduction

2 Modèles convexes

- La convexité vue globalement
- La convexité vue localement

3 Modèles circulaires

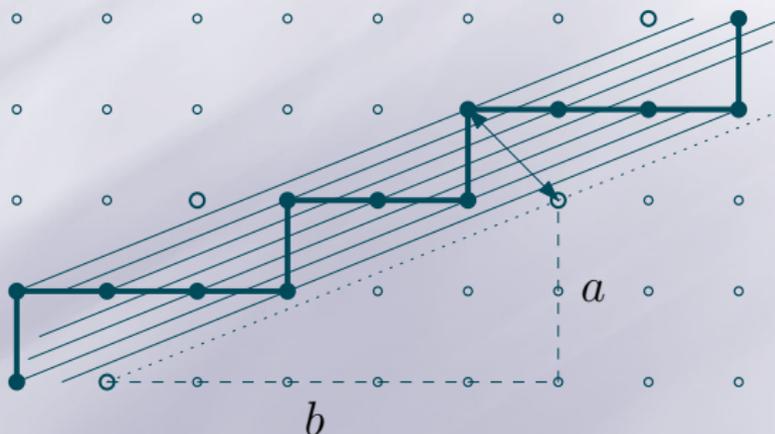
- Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
- Reconnaissance incrémentale
- Optimisation

4 Conclusion et perspectives

Droite discrète

Droite discrète standard [Reveillès (1991)]

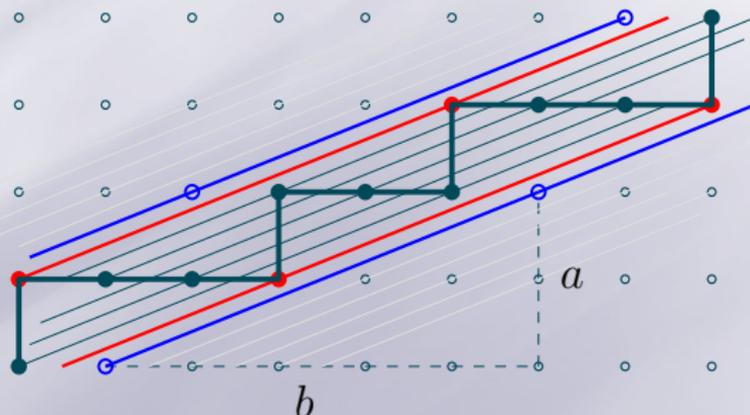
Les points $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ vérifiant $\mu \leq ax - by < \mu + |a| + |b|$ appartiennent à la droite discrète de pente $\frac{a}{b}$ et borne inférieure μ (avec a, b, μ entiers, tels que $\text{pgcd}(a, b) = 1$).



Droite discrète

Comparaison de $ax - by$ par rapport à μ et $\mu + |a| + |b|$:

- ≡ points fortement intérieurs
- ≡ points faiblement intérieurs (points d'appui)
- ≡ points faiblement extérieurs (points de Bezout)
- ≡ points fortement extérieurs



Segment de droite discrète

Segment

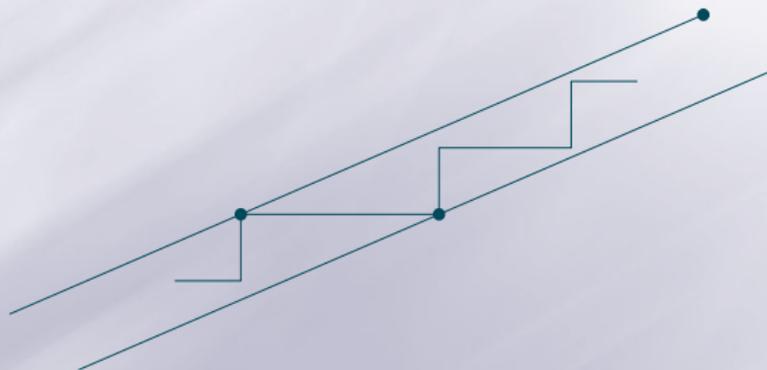
Un partie de contour est un segment de droite discrète ssi il peut être contenu par une droite discrète standard.



Segment de droite discrète

Segment

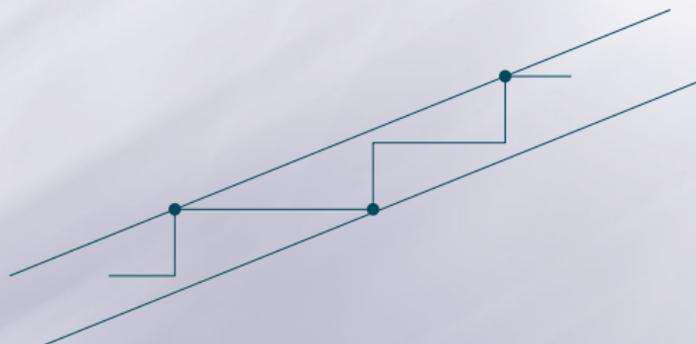
Un partie de contour est un segment de droite discrète ssi il peut être contenu par une droite discrète standard.



Segment de droite discrète

Segment

Un partie de contour est un segment de droite discrète ssi il peut être contenu par une droite discrète standard.

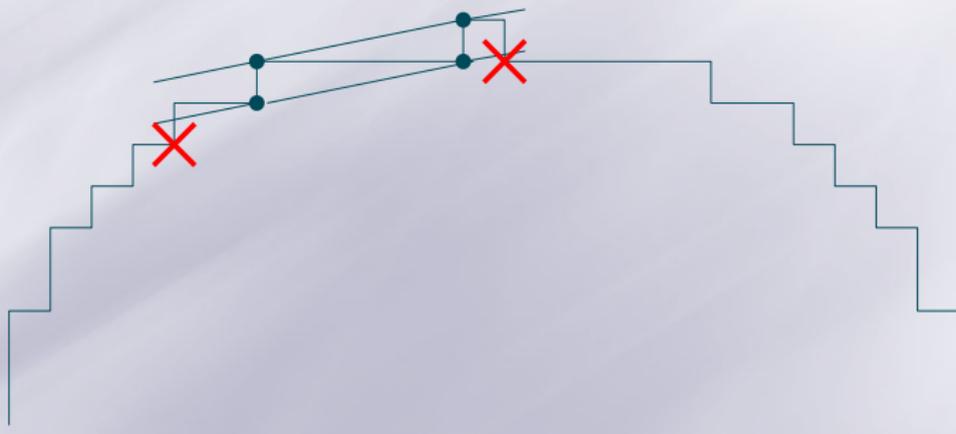


3 points d'appui => droite **strictement englobante**

Segment maximal [Lachaud *et. al.* (2007)]

Segment maximal

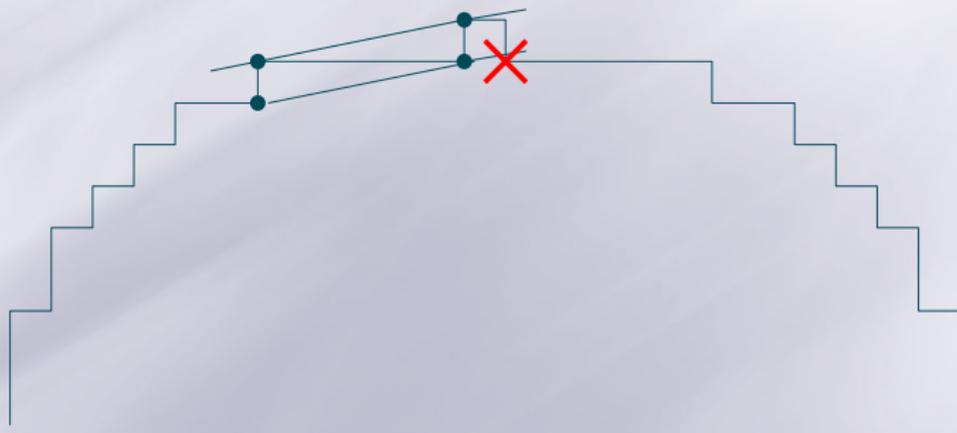
Un segment de droite discrète qui ne peut être étendu à l'avant (resp. à l'arrière) est maximal à l'avant (resp. à l'arrière). Il est maximal s'il est à la fois maximal à l'avant *et* à l'arrière.



Segment maximal [Lachaud *et. al.* (2007)]

Segment maximal

Un segment de droite discrète qui ne peut être étendu à l'avant (resp. à l'arrière) est maximal à l'avant (resp. à l'arrière). Il est maximal s'il est à la fois maximal à l'avant *et* à l'arrière.



Test de maximalité [Debled et Reveillès (1995)]

Le segment courant peut-il être étendu vers l'avant ?

☰ P intérieur : oui



☰ P faiblement extérieur : oui

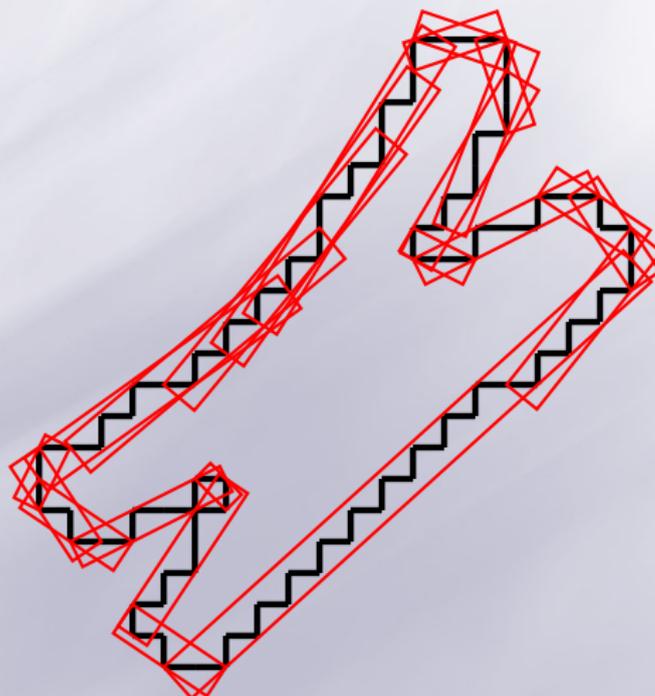


☰ P fortement extérieur : non



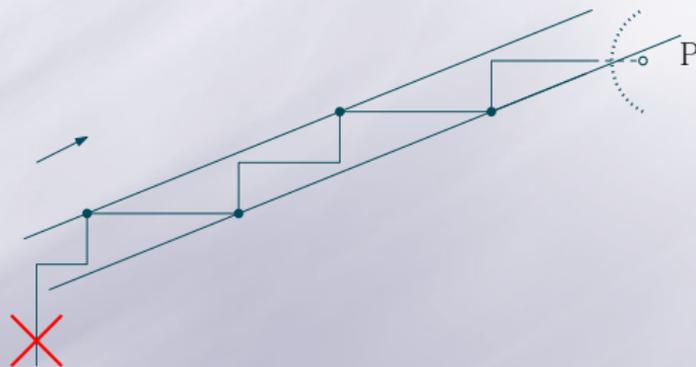
Segments maximaux [Lachaud *et. al.* (2007)]

- ≡ croissance vers l'avant tant qu'on n'est pas maximal à l'avant
- ≡ érosion par l'arrière tant qu'on est maximal à l'avant



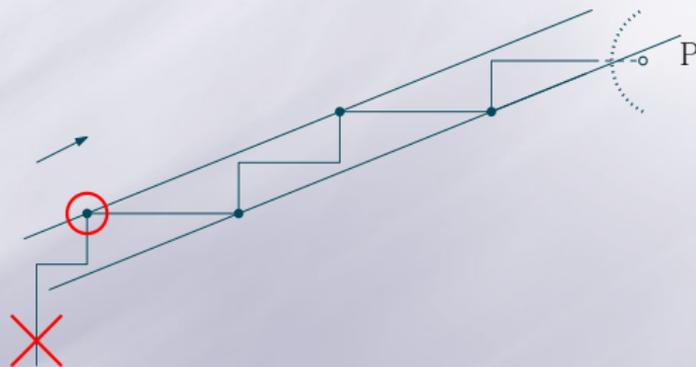
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase de croissance à l'avant



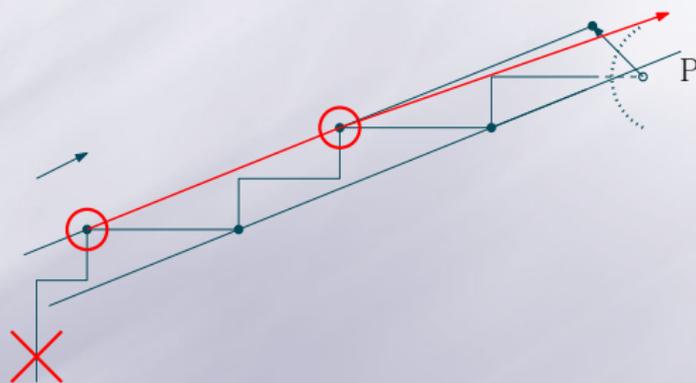
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase de croissance à l'avant



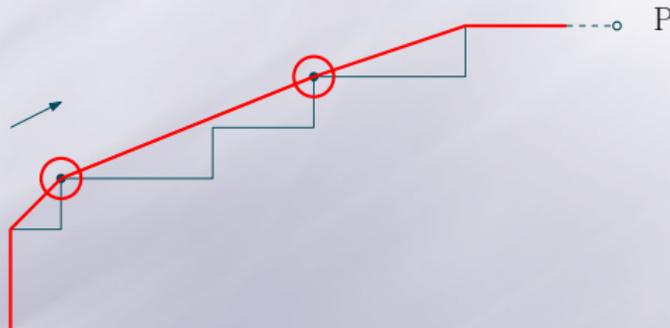
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase de croissance à l'avant



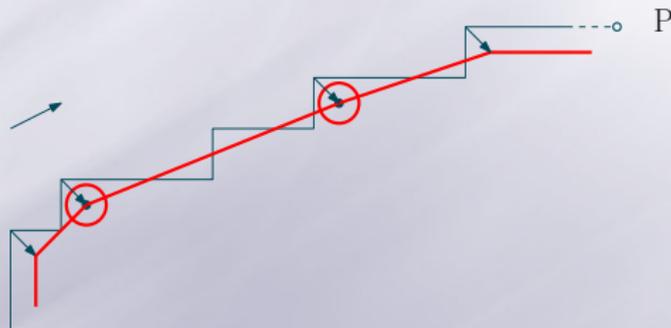
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase de croissance à l'avant



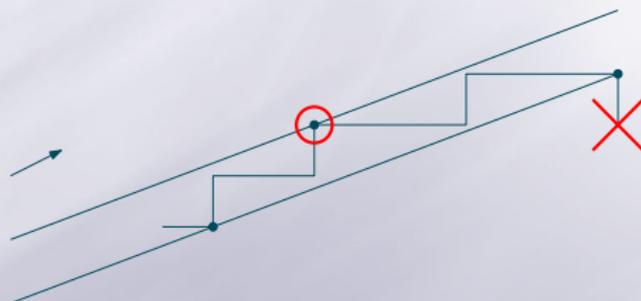
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase de croissance à l'avant



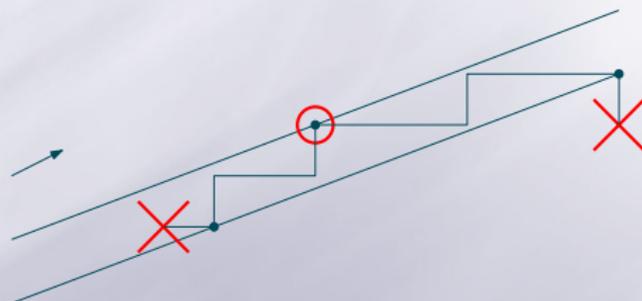
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase d'érosion par l'arrière



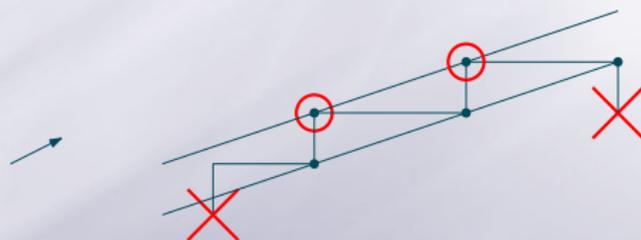
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase d'érosion par l'arrière



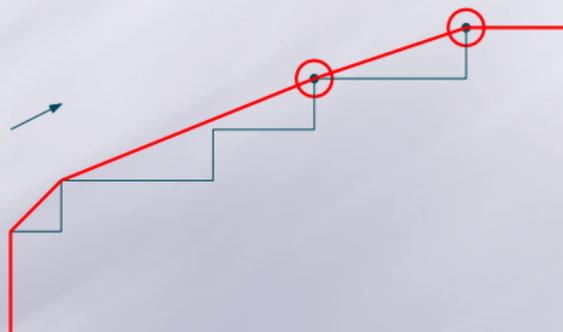
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase d'érosion par l'arrière



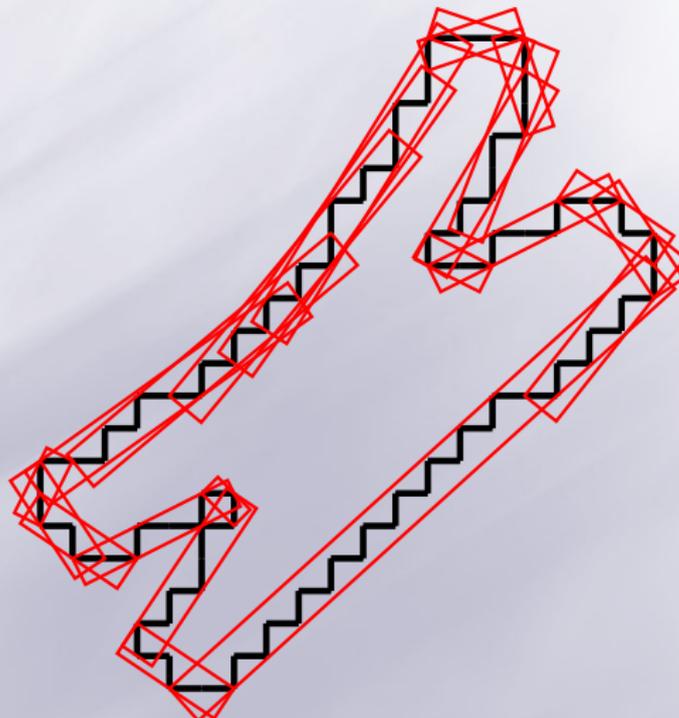
Sommets de l'enveloppe convexe partielle à gauche

Phase d'érosion par l'arrière



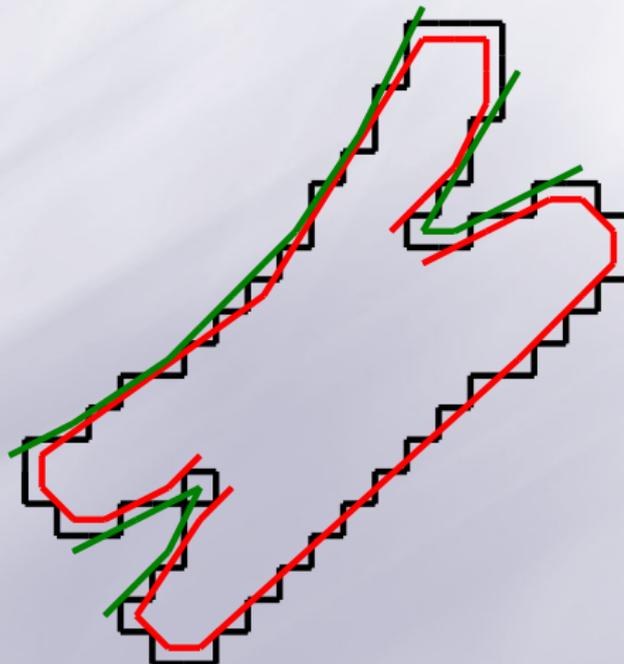
Résultats

Ensemble des segments maximaux



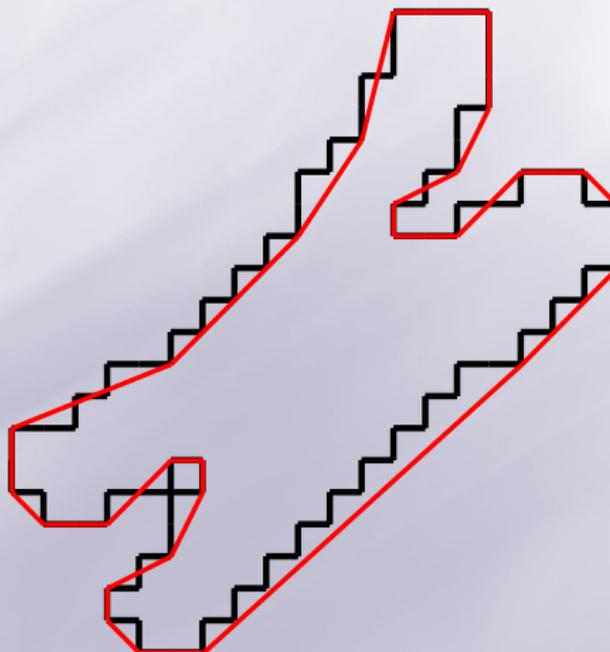
Résultats

Parties convexes et concaves



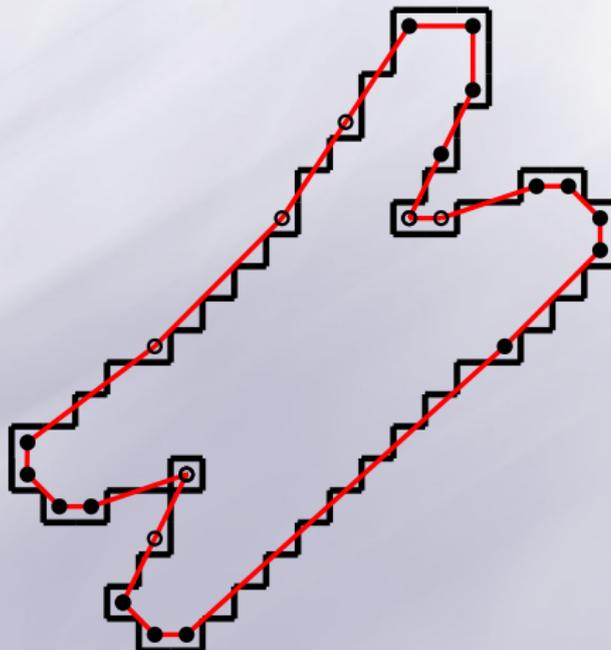
Résultats

Polygone réversible respectant les parties convexes et concaves



Résultats

Polygone de périmètre minimal [Sklansky (1970)]



Bilan intermédiaire

Deux questions posées par Eckhardt (2004) résolues

- ▮ bon voisinage pour étudier localement la convexité ?
segment maximal au moins d'un côté
- ▮ polygone réversible respectant les parties convexes et concaves ? oui si plusieurs processus de discrétisation

Résultats

- ▮ + Décomposition exacte en parties convexes et concaves,
- ▮ + Directement sur le contour,
- ▮ + Incrémental, en $\mathcal{O}(n)$, calculs simples en nombres entiers,
- ▮ + Informations disponibles (réversibilité),
- ▮ - on peut pas moduler le résultat.

Plan

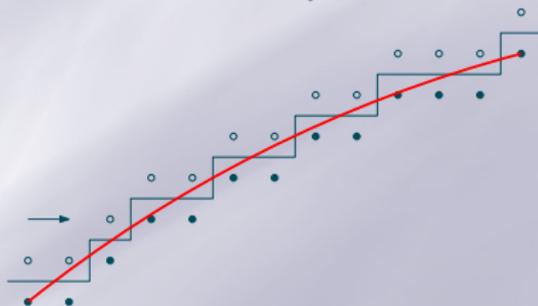
- 1 Introduction
- 2 Modèles convexes
 - La convexité vue globalement
 - La convexité vue localement
- 3 Modèles circulaires
 - Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
 - Reconnaissance incrémentale
 - Optimisation
- 4 Conclusion et perspectives

Propriété de circularité

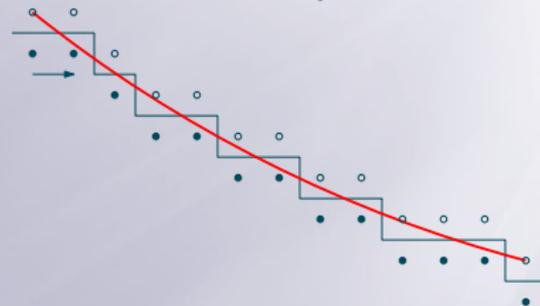
Arc de cercle

Une partie d'un contour est un arc de cercle ssi ses points int. et ses points ext. sont séparables par un cercle euclidien.

partie convexe
=> encercler points int.

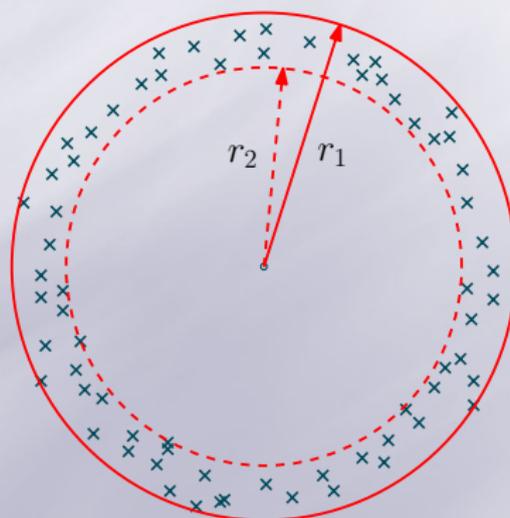


partie concave
=> encercler point ext.



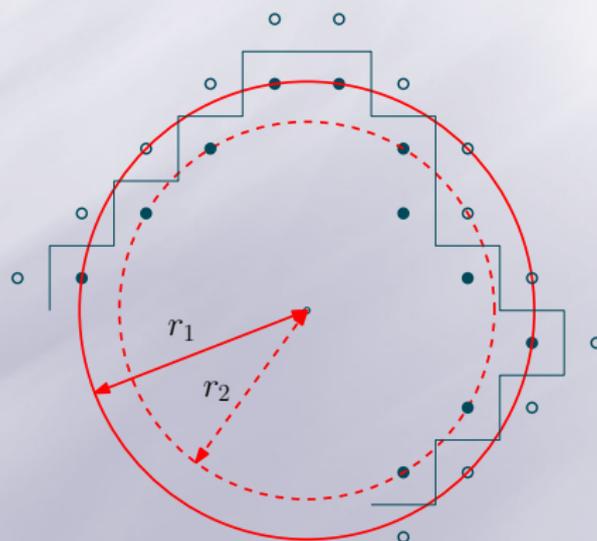
Mesure de circularité

- ≡ périmètre au carré / $4 \cdot \text{Pi} \cdot \text{aire}$ [Haralick (1974)]
- ≡ moments géométriques [Zunic et Rosin (2009)]
- ≡ ajustement [vision par ordinateur (L_2), métrologie (L_∞)]



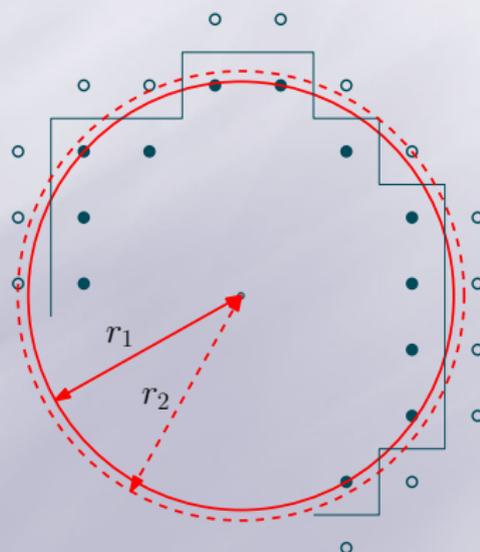
Mesure de circularité

- ≡ périmètre au carré / $4 \cdot \text{Pi} \cdot \text{aire}$ [Haralick (1974)]
- ≡ moments géométriques [Zunic et Rosin (2009)]
- ≡ ajustement [vision par ordinateur (L_2), métrologie (L_∞)]



Mesure de circularité

- ≡ périmètre au carré / $4 \cdot \text{Pi} \cdot \text{aire}$ [Haralick (1974)]
- ≡ moments géométriques [Zunic et Rosin (2009)]
- ≡ ajustement [vision par ordinateur (L_2), métrologie (L_∞)]



Problème de la séparabilité circulaire

Soient \mathcal{S} , l'ensemble de points à encercler et \mathcal{T} , l'ensemble à ne pas encercler. On cherche les cercles $\mathcal{C}(o, r)$ séparants tels que :

$$\begin{cases} \forall s \in \mathcal{S}, (x_s - x_o)^2 + (y_s - y_o)^2 \leq r^2 \\ \forall t \in \mathcal{T}, (x_t - x_o)^2 + (y_t - y_o)^2 > r^2 \end{cases}$$

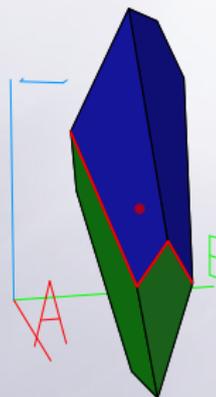
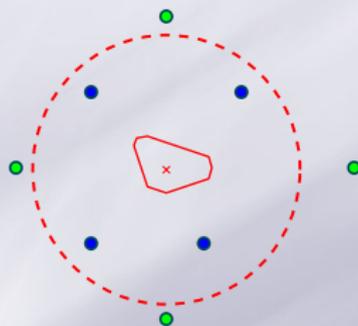
rayon \rightarrow puissance de l'origine par rapport au cercle

$$\begin{cases} \forall s \in \mathcal{S}, -2ax_s - 2by_s + z_s + c \leq 0 \\ \forall t \in \mathcal{T}, -2ax_t - 2by_t + z_t + c > 0 \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} a = x_o, & b = y_o, \\ c = (x_o^2 + y_o^2 - r^2) \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$$

Espace des cercles

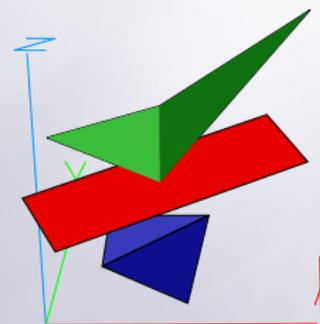
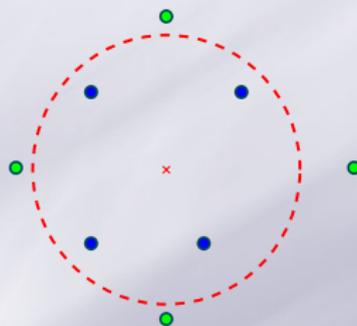
cercle séparable \Leftrightarrow point du domaine



- ≡ PL3D en $\mathcal{O}(|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|)$: O'Rourke et al. (1986) ; Sauer (1993) ; Damaschke (1995).
- ≡ PL2D $\mathcal{O}(|\mathcal{S}| \cdot |\mathcal{T}|)$: Fisk (1986), Kovalevsky (1990), Pham (1992), Coeurjolly et al. (2004)

Espace dual de l'espace des cercles

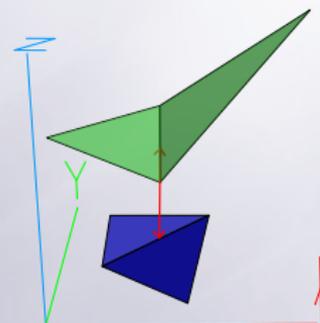
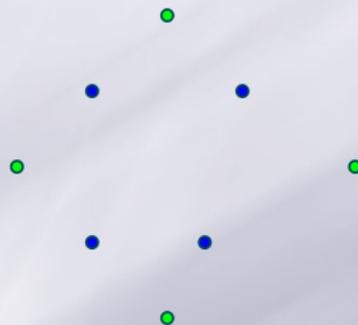
cercle séparable \Leftrightarrow plan séparable



- ≡ enveloppes convexes 3D en $\mathcal{O}((|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|) \log (|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|))$ [de Berg et al. (2000)]
- ≡ hauteur entre les enveloppes en $\mathcal{O}((|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|) \log (|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|))$ [Preparata et Shamos (1985), pages 310-315]

Espace dual de l'espace des cercles

cercle séparant \Leftrightarrow plan séparant

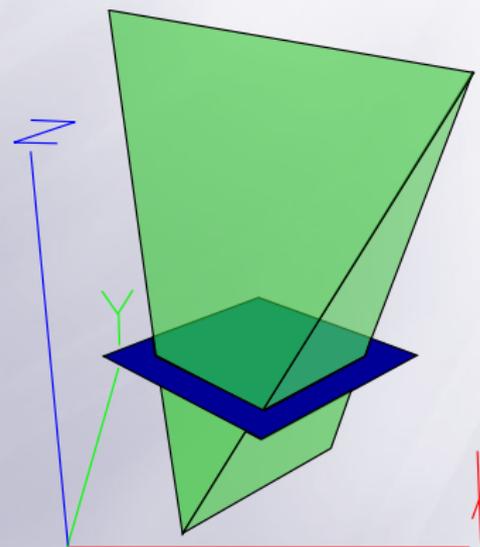
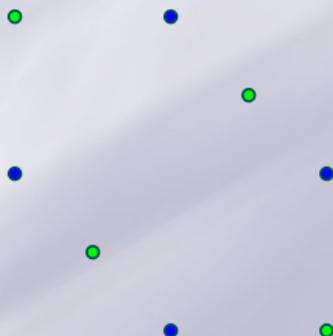


- ≡ enveloppes convexes 3D en $\mathcal{O}((|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|) \log (|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|))$ [de Berg et al. (2000)]
- ≡ hauteur entre les enveloppes en $\mathcal{O}((|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|) \log (|\mathcal{S}| + |\mathcal{T}|))$ [Preparata et Shamos (1985), pages 310-315]

Mesure de circularité

Soit l'anneau d'aire minimale tel que son cercle int. englobe tous les points de \mathcal{S} et son cercle ext. n'englobe aucun point de \mathcal{T} .

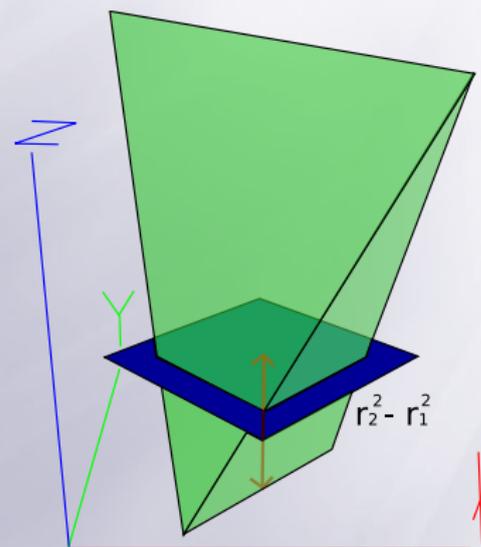
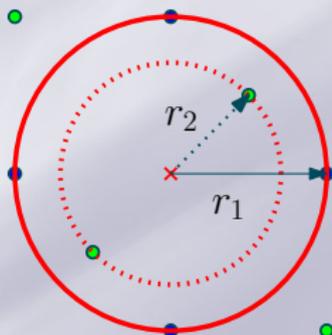
$\text{circularité}(\mathcal{S}, \mathcal{T}) = \text{rapport des aires des cercles int. et ext.}$



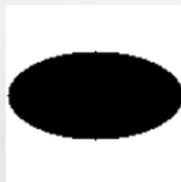
Mesure de circularité

Soit l'anneau d'aire minimale tel que son cercle int. englobe tous les points de \mathcal{S} et son cercle ext. n'englobe aucun point de \mathcal{T} .

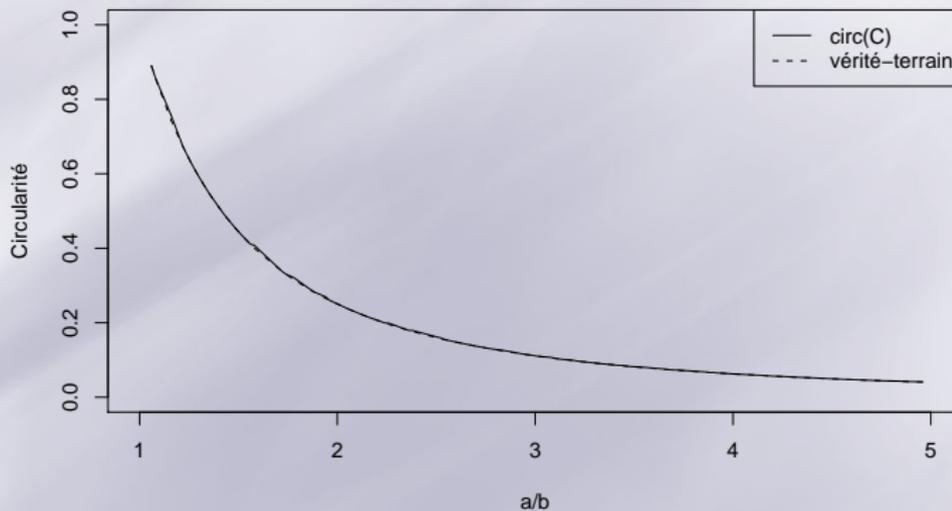
circularité(\mathcal{S}, \mathcal{T}) = rapport des aires des cercles int. et ext.



Résultats



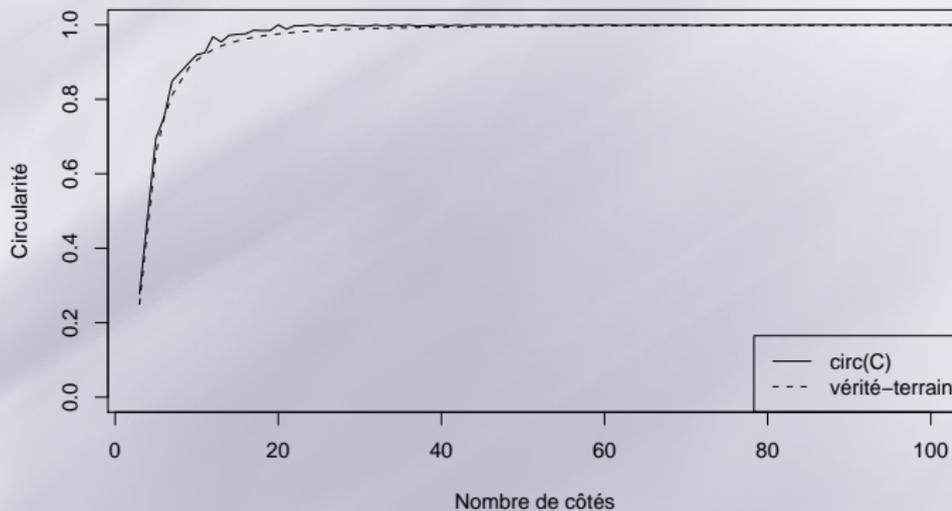
Circularité d'ellipses discrètes d'élongation croissante ($b=50$)



Résultats



Circularité de polygones réguliers ayant un nombre croissant de côtés

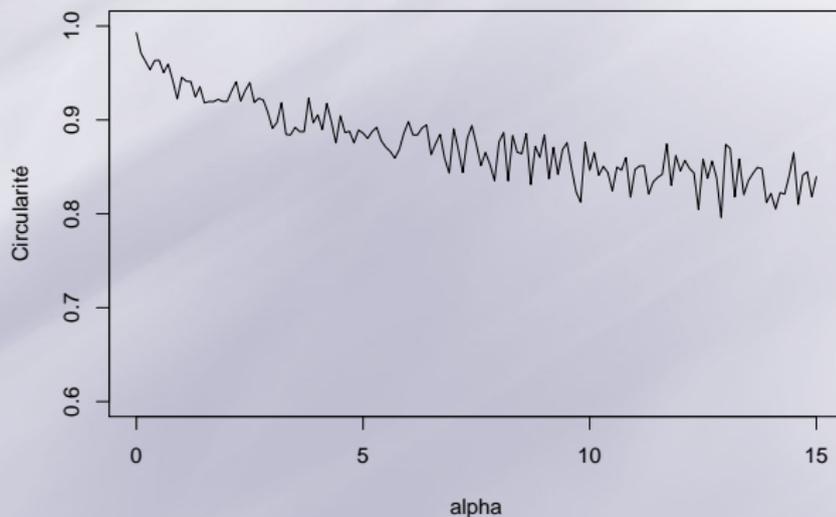


Résultats



[Kanungo *et. al.* (2000)]

Circularité de cercles discrets bruités ($r=30$)



Bilan intermédiaire

Calcul d'une mesure de circularité :

- ≡ comportement intuitif,
- ≡ robuste aux transformations rigides,
- ≡ applicable à une partie de contour,
- ≡ entre 0 et 1, 1 pour un arc de cercle discret
- ≡ donne une solution pour un arc de cercle discret (reconnaissance) et une meilleure approximation sinon,
- ≡ complexité en $\mathcal{O}(n \log n)$.

Mais,

- ≡ algorithme non incrémental,
- ≡ décomposition d'un contour en arcs de cercle coûteuse.

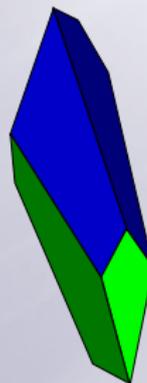
Plan

- 1 Introduction
- 2 Modèles convexes
 - La convexité vue globalement
 - La convexité vue localement
- 3 Modèles circulaires
 - Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
 - **Reconnaissance incrémentale**
 - Optimisation
- 4 Conclusion et perspectives

Stratégie

Nouveau point à encercler :

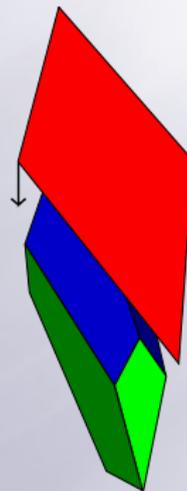
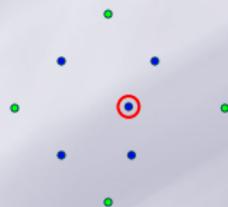
- le domaine ne change pas.
- le domaine est coupé.
- le domaine est vide.



Stratégie

Nouveau point à encercler :

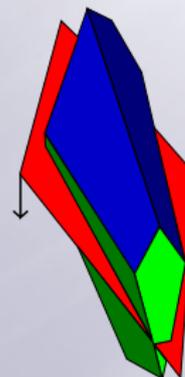
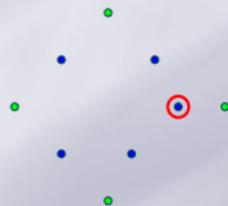
- ≡ le domaine ne change pas.
- ≡ le domaine est coupé.
- ≡ le domaine est vide.



Stratégie

Nouveau point à encercler :

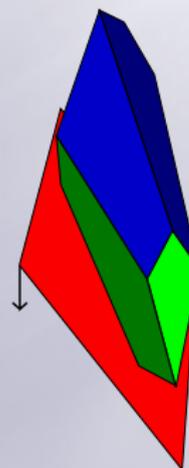
- ≡ le domaine ne change pas.
- ≡ **le domaine est coupé.**
- ≡ le domaine est vide.



Stratégie

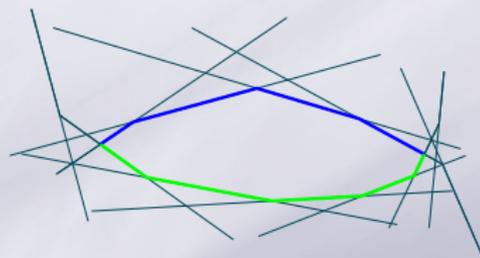
Nouveau point à encercler :

- ≡ le domaine ne change pas.
- ≡ le domaine est coupé.
- ≡ **le domaine est vide.**

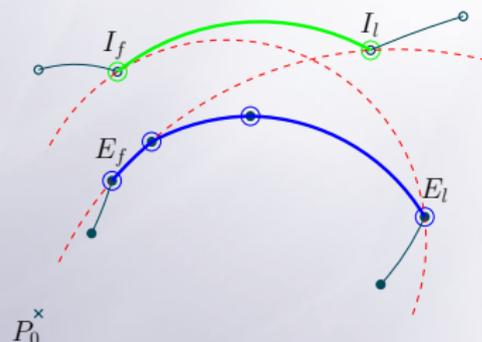


Routine

Calcul des cercles séparant S et T et passant par un point P_0 .



(a) sur le plan induit par P_0

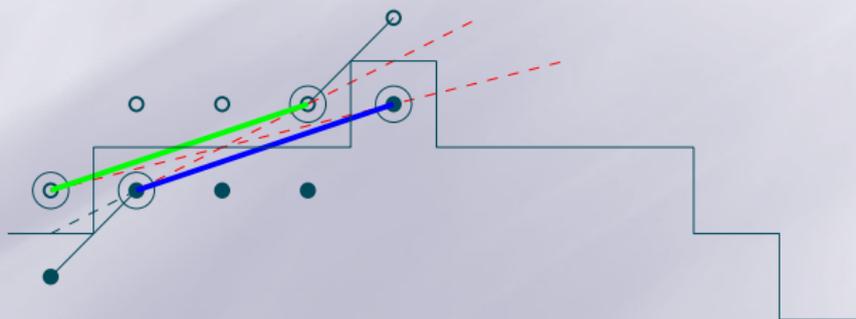


(b) sur le plan d'origine

PL 2D : $\mathcal{O}(n \log n) \rightarrow \mathcal{O}(n)$ grâce à la position particulière des points sur la grille.

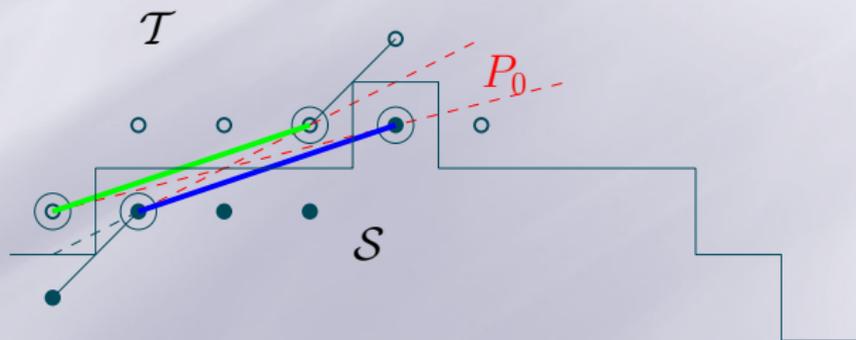
Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_0 = premier point qui remet en cause la séparation.



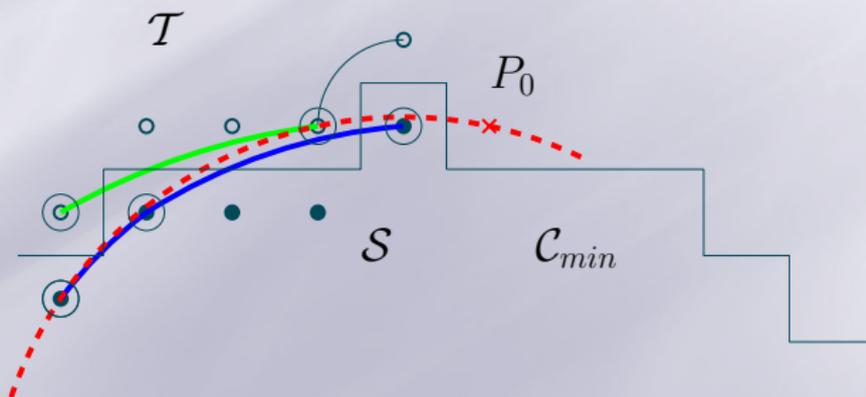
Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_0 = premier point qui remet en cause la séparation.



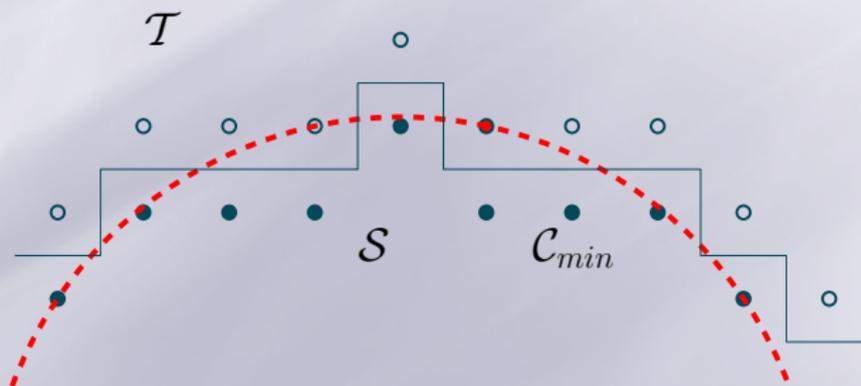
Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_1 = premier point qui remet en cause la séparation.



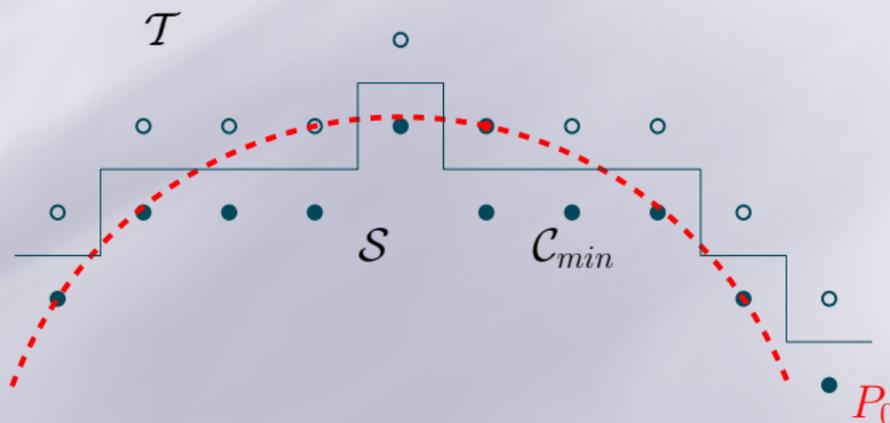
Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_1 = premier point qui remet en cause la séparation.



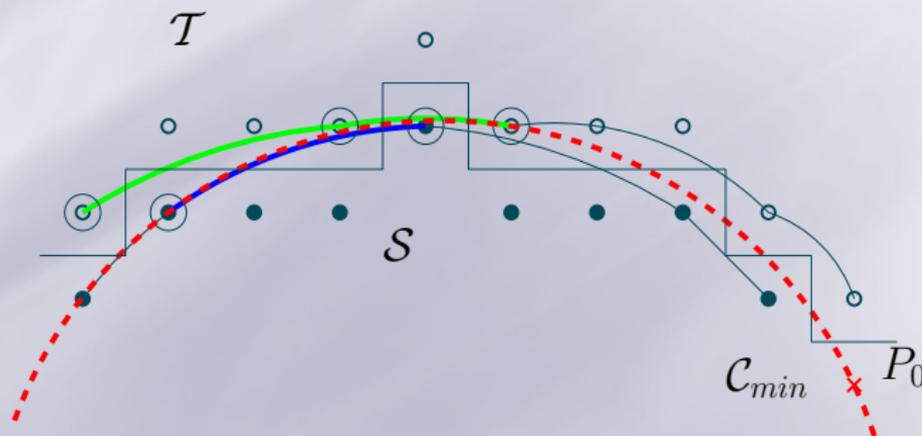
Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_0 = premier point qui remet en cause la séparation.



Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_0 = premier point qui remet en cause la séparation.



Reconnaissance incrémentale

- ≡ reconnaissance de segments de droite :
- ≡ P_0 = premier point qui fait échouer la reconnaissance.
 - P_0 = point ext. => Partie convexe.
- ≡ Tant qu'il existe un cercle séparant S et T passant par P_0 :
 - Calcul du plus petit cercle séparant C_{min} .
 - Ajouter les points int. et ext. tant que C_{min} est séparant.
 - P_0 = premier point qui remet en cause la séparation.

$\mathcal{O}(n^2)$, contre $\mathcal{O}(n^2 \log n)$ [Kovalevsky (1990), Coeurjolly et al. (2004)]

Plan

- 1 Introduction
- 2 Modèles convexes
 - La convexité vue globalement
 - La convexité vue localement
- 3 Modèles circulaires
 - Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
 - Reconnaissance incrémentale
 - **Optimisation**
- 4 Conclusion et perspectives

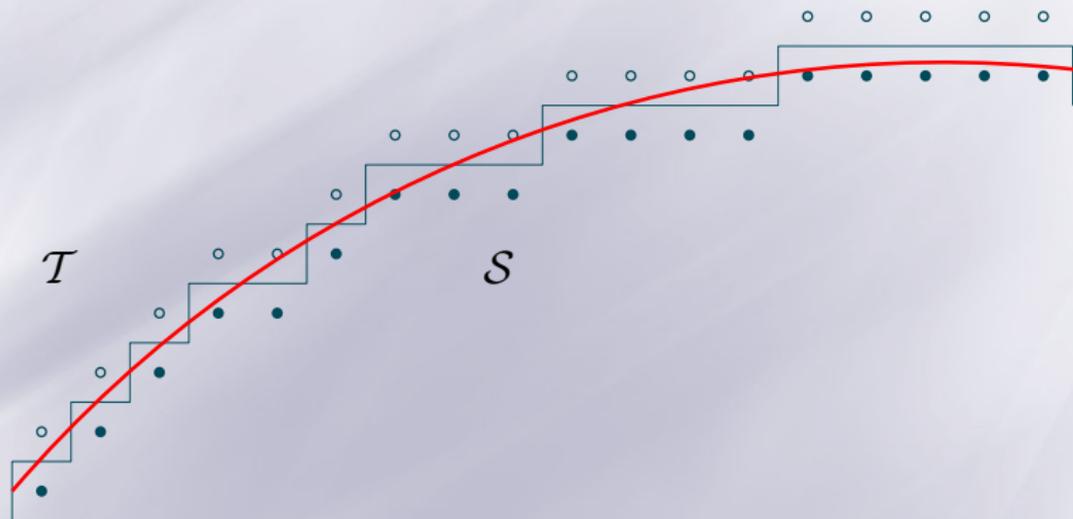
Problème

Objectif

Trouver $\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{T}}$ tels que :

$$\hat{\mathcal{S}} \subset \mathcal{S} \text{ et } \hat{\mathcal{T}} \subset \mathcal{T}$$

$\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{T}}$ séparables $\Leftrightarrow \mathcal{S}$ et \mathcal{T} séparables.



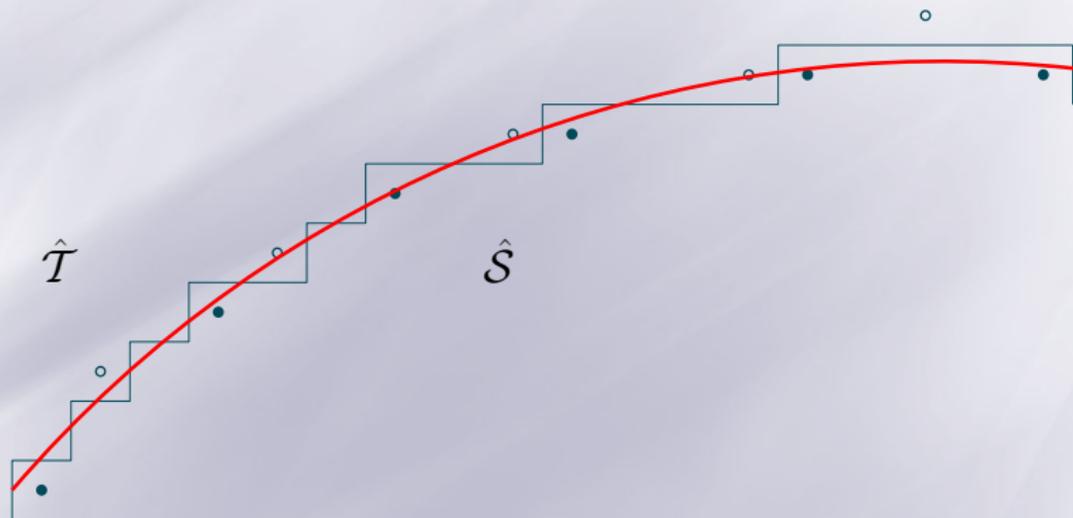
Problème

Objectif

Trouver $\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{T}}$ tels que :

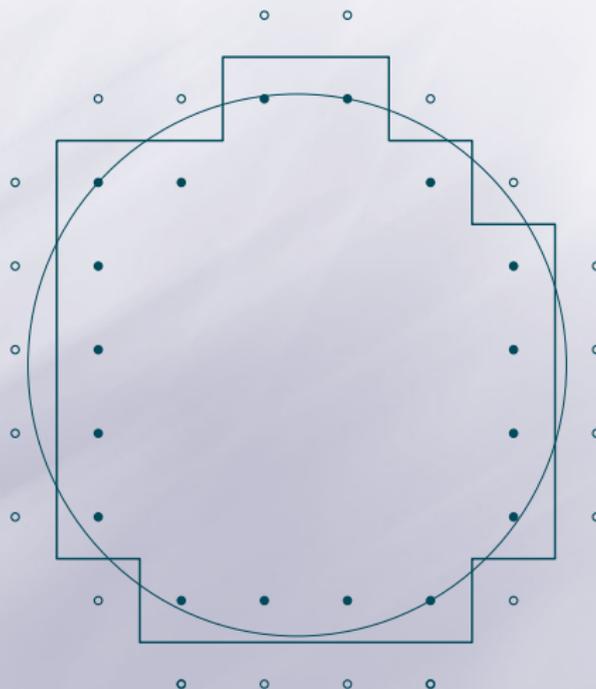
≡ $\hat{\mathcal{S}} \subset \mathcal{S}$ et $\hat{\mathcal{T}} \subset \mathcal{T}$

≡ $\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{T}}$ séparables $\Leftrightarrow \mathcal{S}$ et \mathcal{T} séparables.



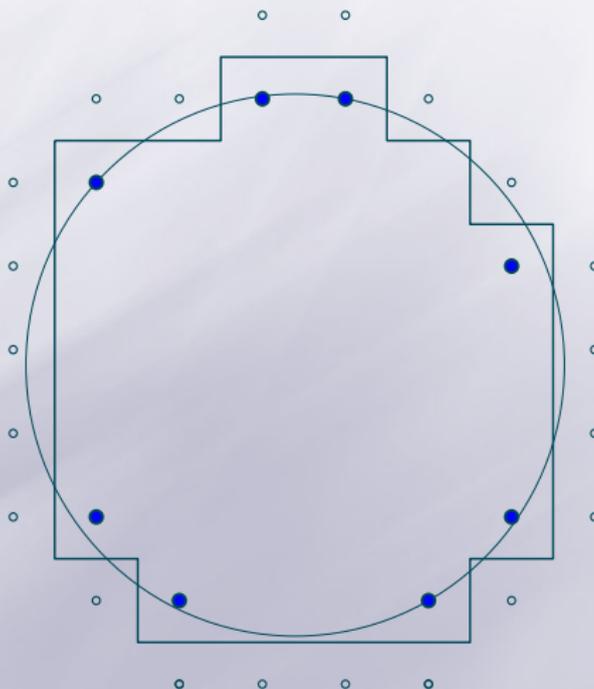
Points de $\hat{\mathcal{S}}$

$\hat{\mathcal{S}}$ = sommets de l'enveloppe convexe de \mathcal{S} .



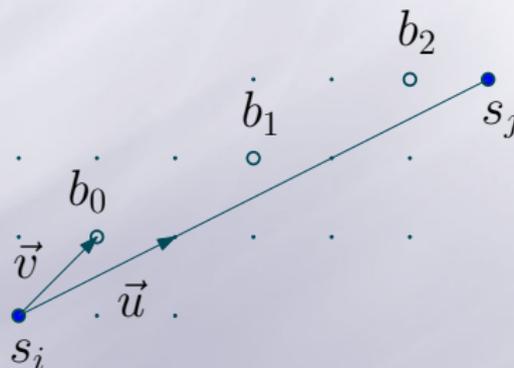
Points de $\hat{\mathcal{S}}$

$\hat{\mathcal{S}}$ = sommets de l'enveloppe convexe de \mathcal{S} .



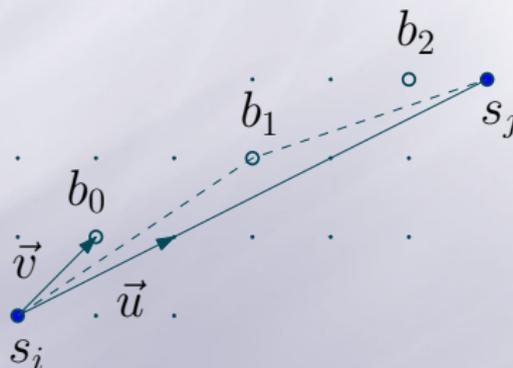
Points de $\hat{\mathcal{T}}$

Points de Bezout $b_q \mid s_i \vec{b}_q = \vec{v} + q\vec{u}$ [Coeurjolly et al. (2004)].



Points de $\hat{\mathcal{T}}$

Points de Bezout $b_q \mid s_i \vec{b}_q = \vec{v} + q\vec{u}$ [Coeurjolly et al. (2004)].



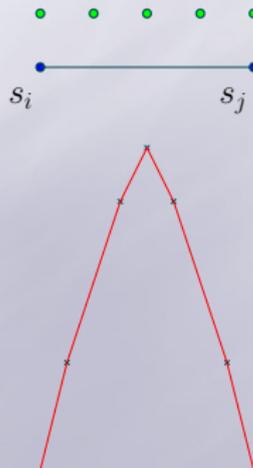
Points de $\hat{\mathcal{T}}$

Points de Bezout $b_q \mid s_i \vec{b}_q = \vec{v} + q\vec{u}$ [Coeurjolly et al. (2004)].



Points de $\hat{\mathcal{T}}$

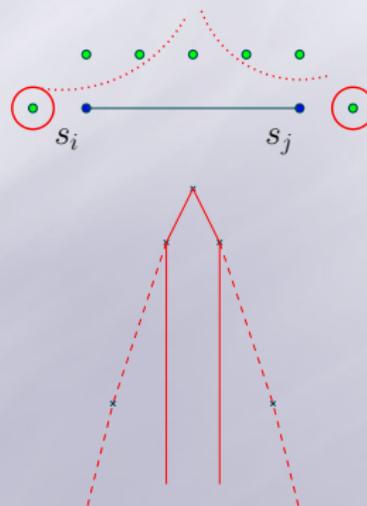
Tous les points de Bezout sont-ils nécessaires ?
A priori oui.



Points de $\hat{\mathcal{T}}$

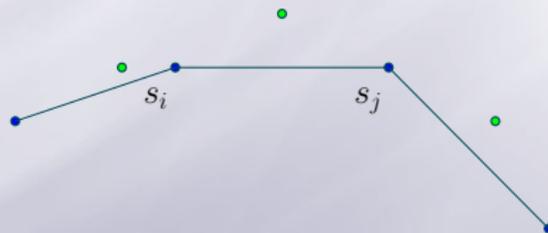
Tous les points de Bezout sont-ils nécessaires ?

Non, seulement le ou les deux points les plus au milieu.



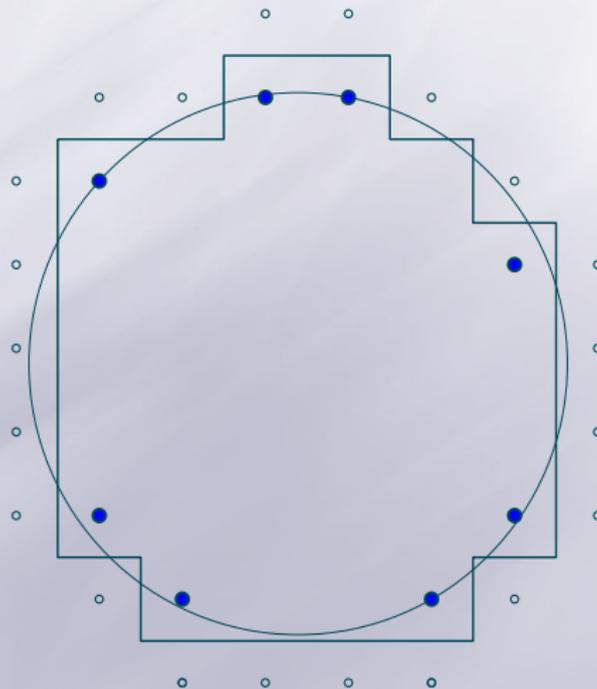
Points de $\hat{\mathcal{T}}$

$\hat{\mathcal{T}}$ = le ou les 2 points de Bezout les plus proches de la médiatrice de chaque arête de l'enveloppe convexe de \mathcal{S}



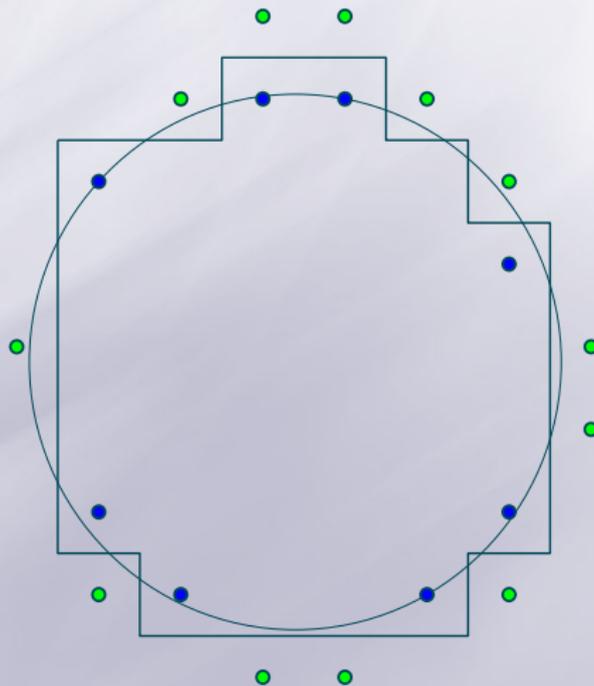
Points de $\hat{\mathcal{T}}$

$\hat{\mathcal{T}}$ = le ou les 2 points de Bezout les plus proches de la médiatrice de chaque arête de l'enveloppe convexe de \mathcal{S}

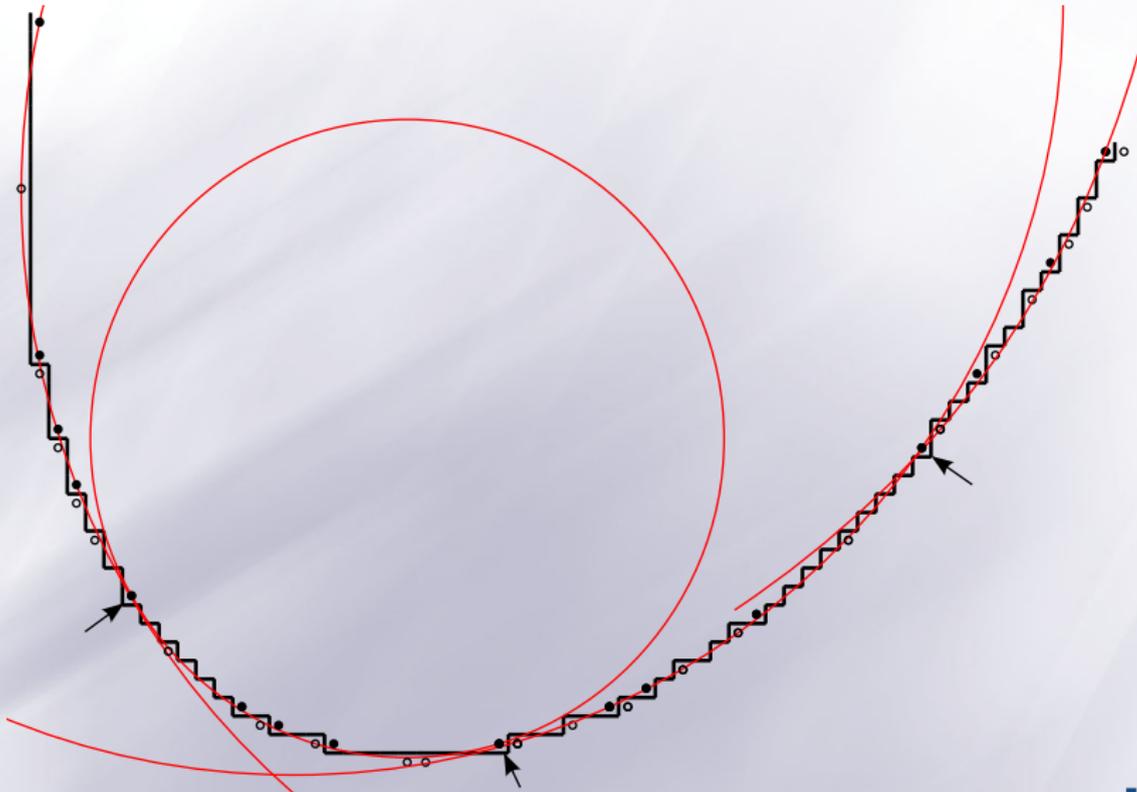


Points de $\hat{\mathcal{T}}$

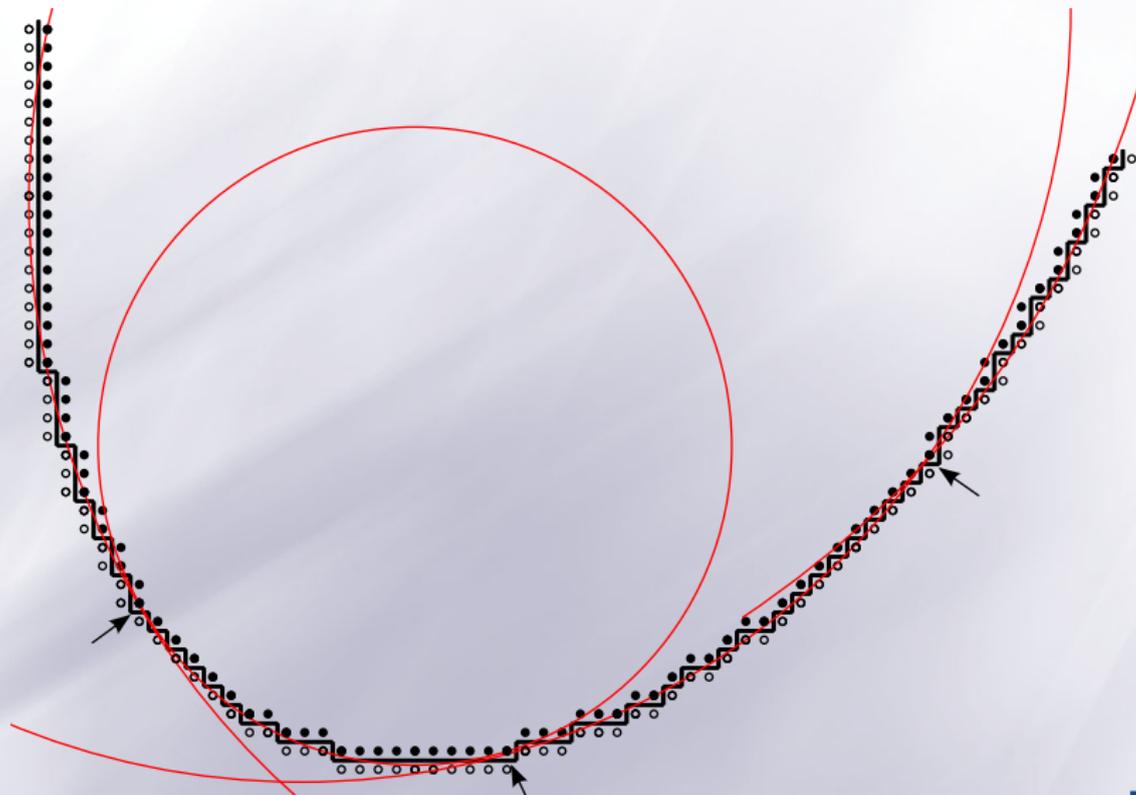
$\hat{\mathcal{T}}$ = le ou les 2 points de Bezout les plus proches de la médiatrice de chaque arête de l'enveloppe convexe de \mathcal{S}



Décomposition en arcs de cercle



Décomposition en arcs de cercle



Bilan sur la complexité

Nombre de points à traiter

- ≡ $\mathcal{O}(n^{\frac{2}{3}})$ sommets dans l'enveloppe convexe de \mathcal{S} [Acketa et Zunic (1995)].
- ≡ $\mathcal{O}(n^{\frac{2}{3}})$ points de $\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{T}}$.

Bilan sur la complexité

- ≡ Reconnaissance d'arcs de cercle : $\mathcal{O}(n \log n) \Rightarrow \mathcal{O}(n)$;
- ≡ Reconnaissance incrémentale : $\mathcal{O}(n^2) \Rightarrow \mathcal{O}(n^{\frac{4}{3}})$;
- ≡ Mesure de circularité : $\mathcal{O}(n \log n)$ pour les parties non convexes, $\mathcal{O}(n)$ pour les parties convexes.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Modèles convexes
 - La convexité vue globalement
 - La convexité vue localement
- 3 Modèles circulaires
 - Reconnaissance d'arcs de cercle et mesure de circularité
 - Reconnaissance incrémentale
 - Optimisation
- 4 Conclusion et perspectives

Contributions

Modèles convexes

- Reconnaissance par séparation, dénombrement, mesure de convexité,
- Décomposition robuste en parties convexes et concaves (ICPR'08),

Modèles linéaires

- Reconnaissance par séparation, convexité, épaisseur,
- Décomposition robuste en parties linéaires (ICIAP'07)

Polygonalisation

- Etude locale de la convexité (IWGIA'09),
- Polygone réversible respectant les parties convexes et concaves

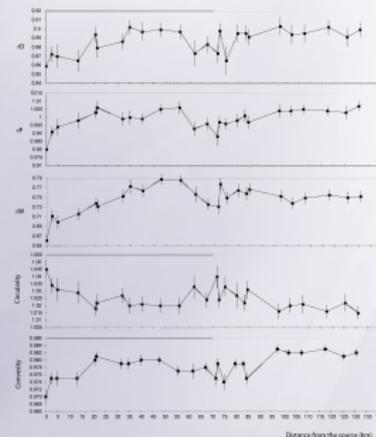
Modèles circulaires

- Reconnaissance d'arcs et mesure de circularité (IPCV'08, Pattern Recognition),
- Version contrainte et décomposition en arcs de cercle (DGCI'09).

Applications

Projet "Traitement Automatique d'images pour la Géographie Environnementale". (H. Piégay, géographe, DR CNRS)

Analyse automatique de la forme des galets
(Computers and Geosciences)



Perspectives

Modèles convexes

- Reconnaissance par séparation, dénombrement, mesure de convexité,
- Décomposition robuste en parties convexes et concaves (ICPR'08).

Modèles linéaires

- Reconnaissance par séparation, convexité, épaisseur,
- Décomposition robuste en parties linéaires (ICIAP'07).

Etudier le lien entre les paramètres d'un modèle de bruit et les paramètres de nos modèles de forme.

Polygonalisation

- Polygone réversible respectant les parties convexes et concaves,
- Processus de simplification de contour.

Modèles circulaires

- Reconnaissance d'arcs et mesure de circularité (IPCV'08, Pattern Recognition),
- Calcul incrémental de la mesure de circularité pour une décomposition robuste,
- Version contrainte et décomposition en arcs de cercle (DGCI'09),
- Calcul incrémental du domaine en $\mathcal{O}(nh)$.
- Application de nos algorithmes géométriques aux paraboles, ellipses, plans

Fin

Merci