

Traitements géométriques dans les images 3d

4ES JOURNEES MATERIAUX NUMERIQUES

Tristan Roussillon

LIRIS, INSA Lyon

19 juin 2019

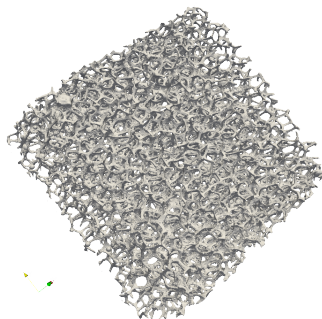
Sommaire

1. Projets scientifiques : DigitalFoam, DigitalSnow
2. Librairie DGtal
3. Focus sur quelques traitements géométriques

DigitalFoam PALSE 2013-2015 (LIRIS, LGPC, MATEIS, LHC)

Mousses métalliques

- ≡ propriétés structurelles
 - rapport rigidité/masse élevé
 - rapport surface/volume élevé
- ≡ ⇒ propriétés physiques

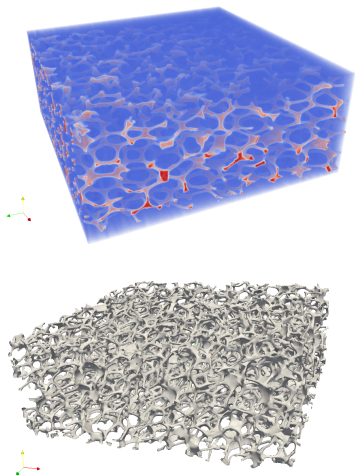


Objectifs

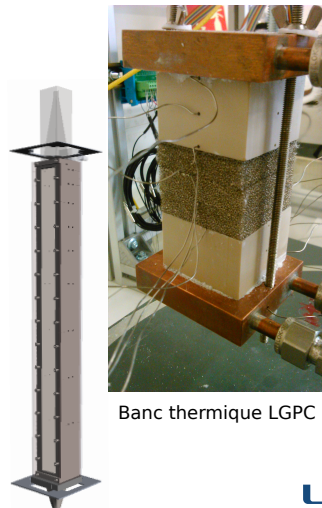
- ≡ Quantifier/qualifier la structure de ces matériaux
- ≡ Faire des mousses métalliques aux propriétés optimisées

Image, mesures structurales et physiques

Tomographie aux rayons X
Images $1400^2 \times 600 \approx 10\text{cm}^3$



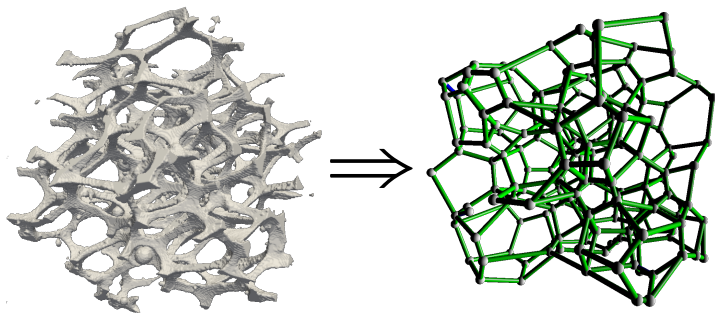
Mesures physiques
(transfert chaleur/masse...)



Banc thermique LGPC

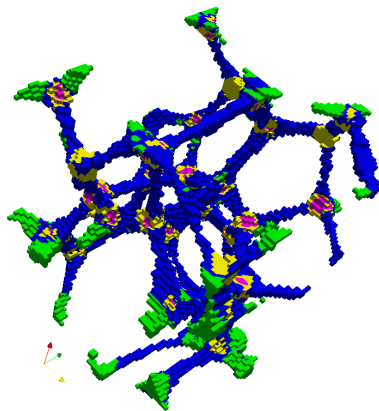
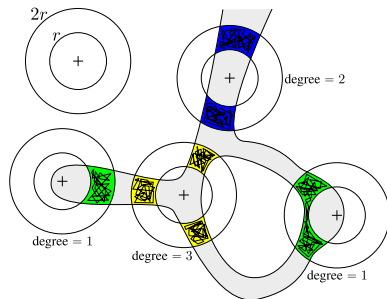
Modélisation par graphe métrique

- ≡ Caractéristiques des mousses
 - topologie : cellule, trou et cycle
 - géométrie : distance, surface et volume
- ≡ Modèle graphe métrique
 - Graphe = nœuds + arêtes
 - Métrication du graphe = longueur des arêtes



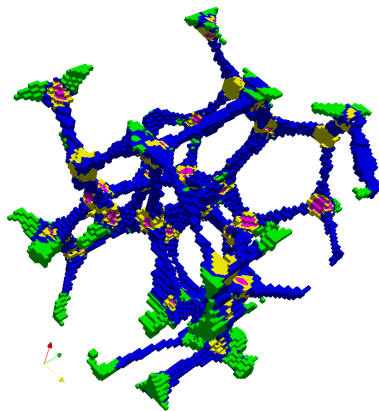
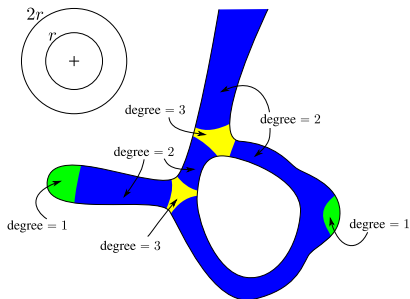
Estimation du graphe métrique

- ≡ nb de CC dans une calotte sphérique glissante
- ≡ régions de valeur constante
- ⇔ elt du graphe métrique



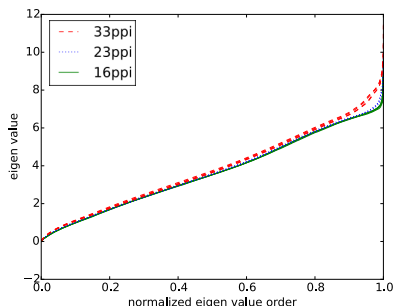
Estimation du graphe métrique

- ≡ nb de CC dans une calotte sphérique glissante
- ≡ régions de valeur constante
- ⇔ elt du graphe métrique

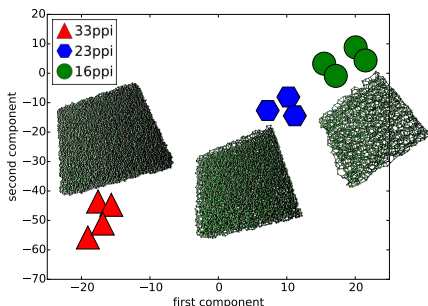


Exemple de résultat sur le graphe métrique

- 11 images (4 x 16 ppi, 3 x 23 ppi, 4 x 33 ppi)
- ACP sur les valeurs propres de la matrice laplacienne ($D - A$)



valeurs propres du laplacien



projection sur le plan principal

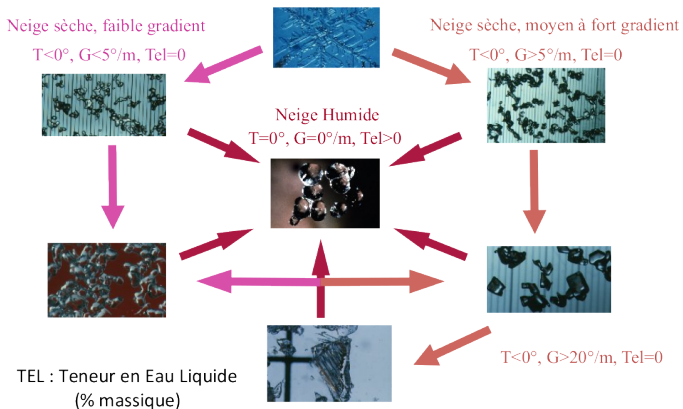


[GC15] P. Gueth, D. Coeurjolly, Metric graph model of fibrous material *Metfoam*, 2015.

DigitalSnow ANR 2011-2015 (LIRIS, LAMA, CNRM/CEN MétéoFrance)

Objectif

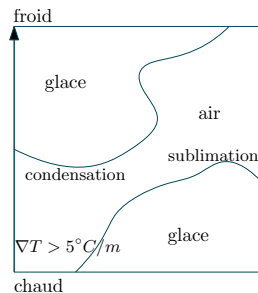
Simulation de la métamorphose de la neige à échelle micro



Modèle physique simplifié

Neige sèche (glace/air)

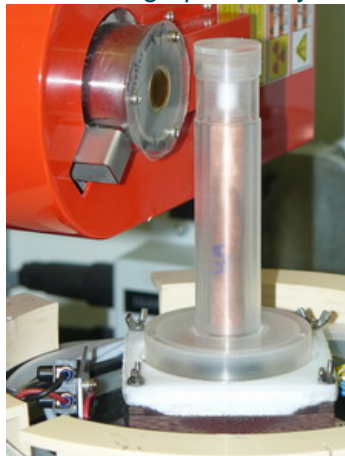
- ≡ transfert de chaleur
 - convection (négligée)
 - diffusion de température
- ≡ transport de masse
 - diffusion de densité de vapeur d'eau
 - saturation de la densité de vapeur d'eau
 - température de l'air (Clausius-Clapeyron)
 - courbure moyenne à l'interface (Gibbs-Thomson)



cas isotherme \approx mouvement par courbure moyenne

Images de micro-échantillons de neige

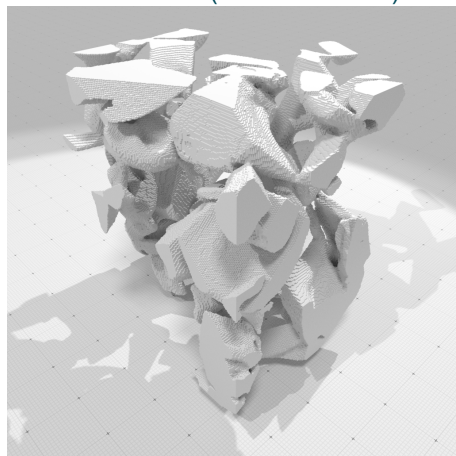
Microtomographie à rayon X

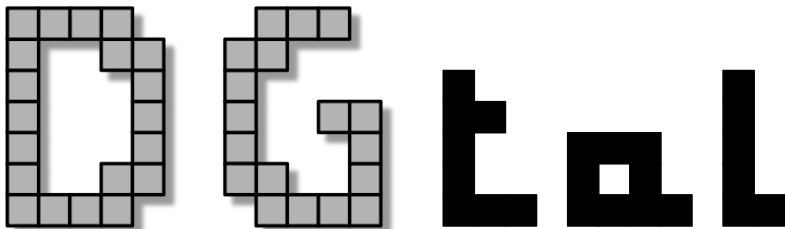


3SR Lab and CEN/CNRM -

GAME URA 1357/Météo-France - CNRS

Volume obtenu ($512^3 \approx 1\text{mm}^3$)





<https://dgtal.org>



Projet DGtal (>2009, release 1.0 en 2019)

- ≡ C++, programmation générique, 2d/3d/nd,
- ≡ cross-platform (linux/mac/win),
- ≡ open-source (LGPL)
- ≡ documentation technique et guides utilisateur
- ≡ objectifs :
 - implémenter l'état de l'art en géométrie digitale
 - illustrer ces structures de données et algorithmes
 - accélérer la prise en main, faciliter les comparaisons
 - accélérer le prototypage de logiciels spécifiques

Projets DGtalTools et DGtalTools-contrib

Fournir des outils en ligne de commande ou graphiques pour des traitements géométriques. Par exemple :

- ≡ conversion entre formats de fichiers,
- ≡ générations de volumes, visualisation,
- ≡ analyse volumique, amincissement,
- ≡ extraction de surface, estimateurs...

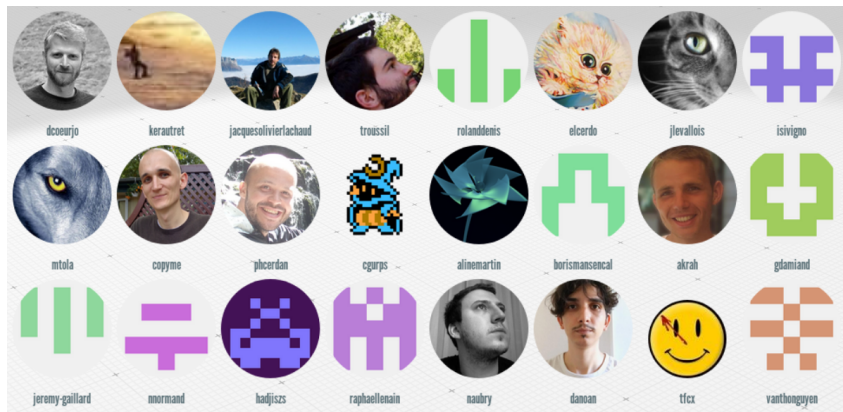
Voir :

<http://dgtal.org/tools>

<http://github.com/DGtal-team/DGtalTools>

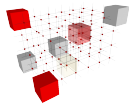
<http://github.com/DGtal-team/DGtalTools-contrib>

Communauté active

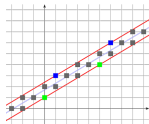


Possibilité de rejoindre un workspace Slack sur
<https://dgtal.org/community/>

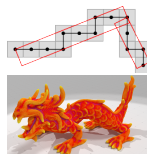
Packages



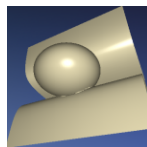
Kernel



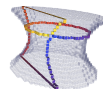
Arithmetic



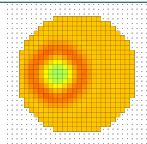
Geometry



Shapes



Topology



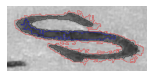
DEC



Graph



Mathematic



Image



IO

Plan de la suite de la présentation

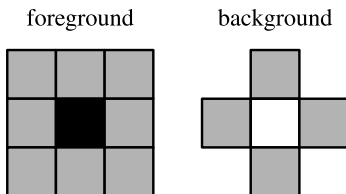
Introduction scientifique à quelques concepts, structures de données, algorithmes des packages *Topology, Geometry, DEC*.

1. topologie digitale et amincissement homotopique
2. carte de distances
3. topologie cellulaire et calcul extérieur discret
4. extraction de surface digitale
5. estimateurs de normale et courbure

cf. <https://dgtal.org/doc/stable> pour des références

Topologie digitale

- ≡ topologie digitale \Leftrightarrow comment les voxels se touchent
- ≡ masque \Leftrightarrow un certain ensemble de voxels adjacents
- ≡ paire de Jordan : seuls certains couples de masques pour l'objet et le complémentaire (fond) permettent d'avoir un équivalent du théorème de Jordan



Amincissement homotopique

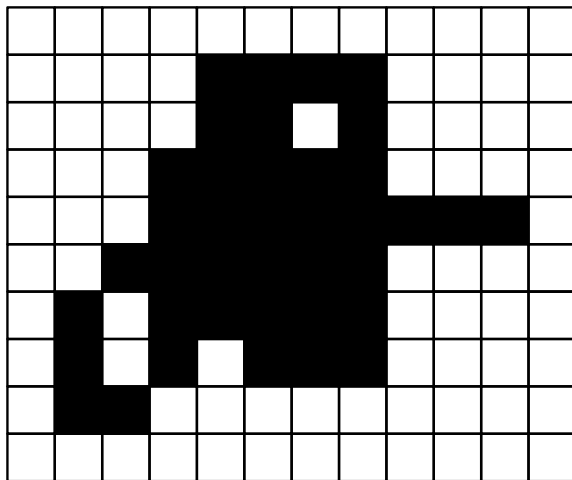
Simplifier un objet digital en conservant sa topologie

- ≡ suppression itérative de voxels
- ≡ en commençant par ceux situés le plus au bord
- ≡ **Aucun trou/tunnel n'est créé**
- ≡ **Aucun trou/tunnel n'est bouché**
- ≡ L'objet ne pouvant plus être simplifié est un squelette

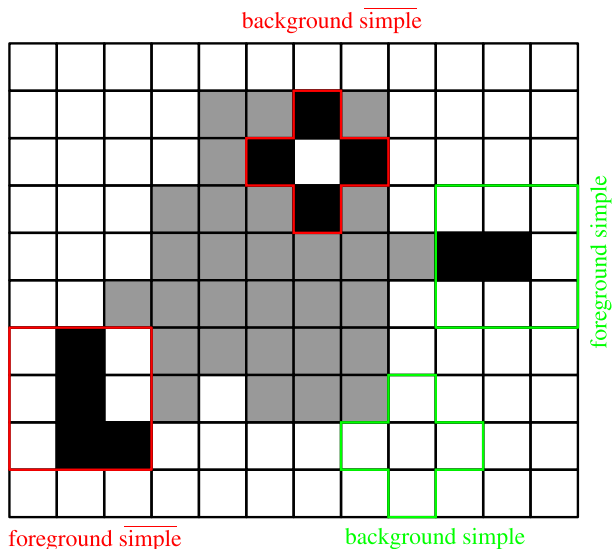
Test de "simplicité"

- ≡ Application d'un masque et test sur la configuration
- ≡ voxel "simple" \Leftrightarrow sa suppression ne change pas la topologie

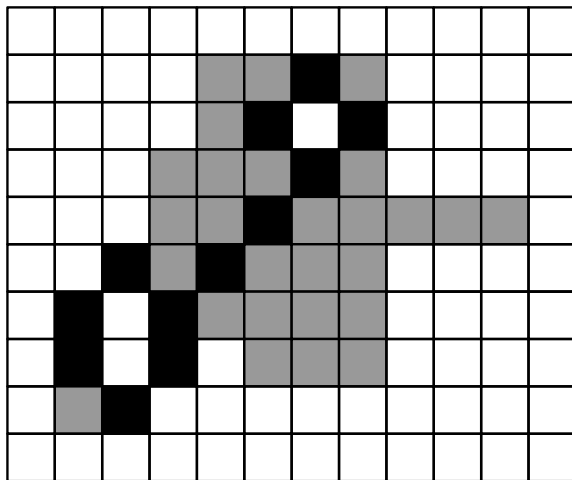
Illustration



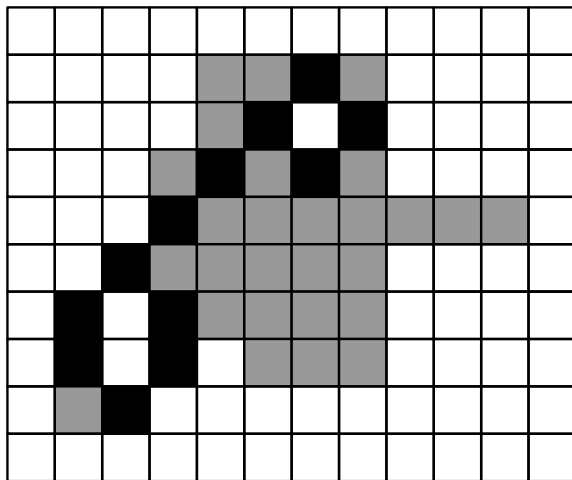
Illustration



Illustration

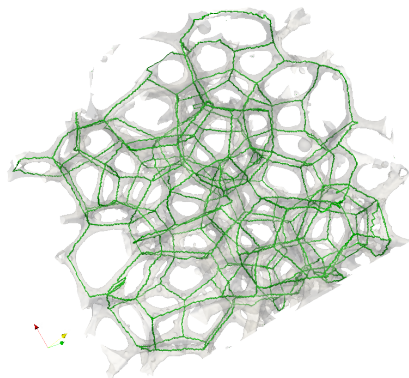
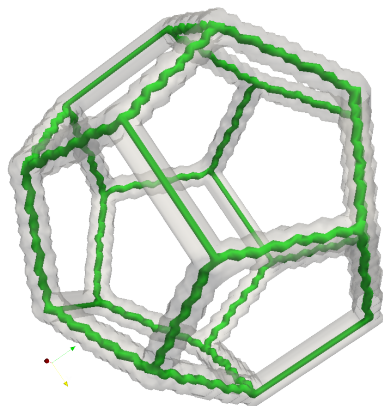


Illustration



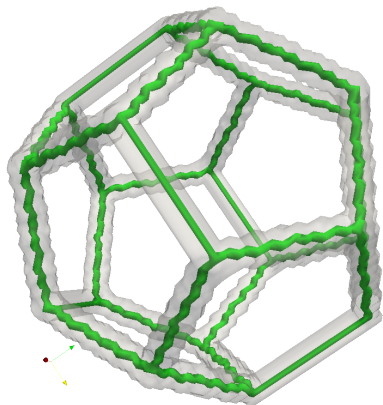
Exemple 3d

Peut être géométriquement imprécis



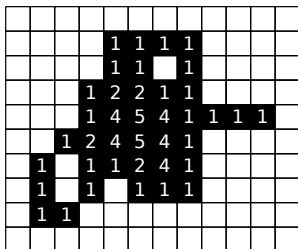
Exemple 3d

Peut être géométriquement imprécis



Carte de distances

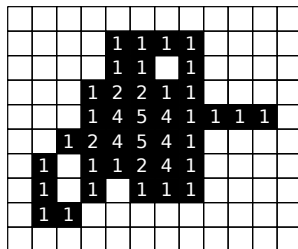
Carte de distances = Étiquetage des voxels de l'objet par leur distance au voxel du fond le plus proche



- ≡ Algorithme exact
- ≡ Algorithme numérique
 - via Fast Marching Method (FMM)
 - via Discrete Exterior Calculus (DEC)

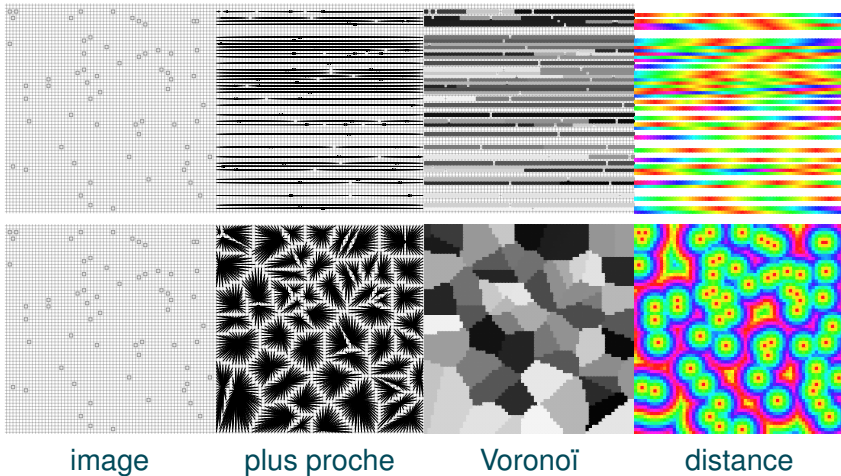
Carte de distances

Carte de distances = Étiquetage des voxels de l'objet par leur distance au voxel du fond le plus proche



- ≡ Algorithme **exact**
- ≡ Algorithme numérique
 - via Fast Marching Method (FMM)
 - via **Discrete Exterior Calculus (DEC)**

Algorithme exact, linéaire, nd, séparable par dim



Caractéristiques de l'algorithme

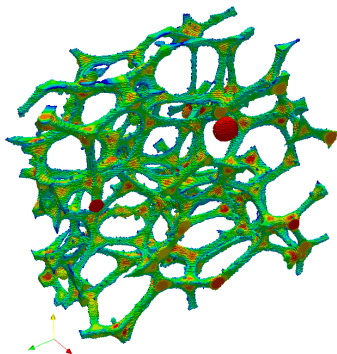
- ≡ exact, en nombres entiers
- ≡ optimal, en $O(N^d)$ pour une image de taille N^d
- ≡ large famille de norme (dont euclidienne)
- ≡ condition aux bords périodique possible
- ≡ carte de Voronoï, carte de distance, transformation inverse, carte de puissance...
- ≡ nombreuses applications : calcul de fonction distance, extraction d'axe médian, opérations morphologiques, carte d'épaisseur...

Caractéristiques de l'algorithme

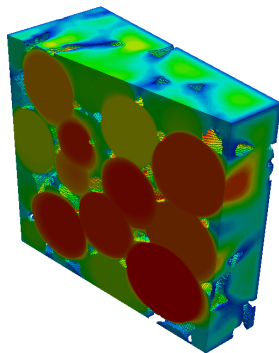
- ≡ exact, en nombres entiers
- ≡ optimal, en $O(N^d)$ pour une image de taille N^d
- ≡ large famille de norme (dont euclidienne)
- ≡ condition aux bords périodique possible
- ≡ carte de Voronoï, carte de distance, transformation inverse, carte de puissance...
- ≡ nombreuses applications : calcul de fonction distance, extraction d'axe médian, opérations morphologiques, **carte d'épaisseur...**

Carte d'épaisseur

Épaisseur en un voxel = rayon de la boule maximale le contenant
Calculée en fusionnant les boules de la carte de distance



objet



fond

Calcul extérieur discret (DEC)

- ≡ Modélisation des champs scalaires et vectoriels discrets
- ≡ et des opérateurs linéaires d'analyse vectorielle
 - discrétisation sous forme matricielle,
 - exacte (théorème de Stokes vérifié $\int_M d\omega = \int_{\partial M} \omega$),
- ≡ sur un complexe simplicial et son dual de Voronoï

Opérateurs classiques

Gradient	$\nabla = d$
Divergence	$\nabla \cdot = *d*$
Rotationnel	$\nabla \wedge = d*$
Laplacien	$\Delta = *d*d$

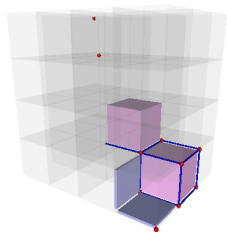
Discrétisation en complexe cellulaire cubique

≡ décomposition en cellules de dim

$$0 \leq k \leq d$$

- 0-cellule \Leftrightarrow point
- 1-cellule \Leftrightarrow arête
- 2-cellule \Leftrightarrow surfel
- 3-cellule \Leftrightarrow voxel

≡ représentation de Khalimsky : un point + 1 bit par coordonnée

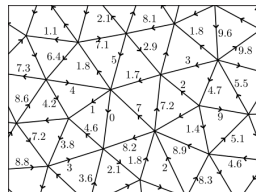
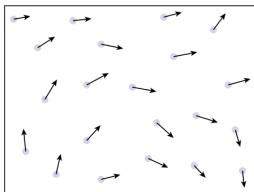


Topologie cellulaire

- ≡ incidence \Leftrightarrow comment une k et $(k-1)$ -cellules se touchent
- ≡ adjacence \Leftrightarrow comment deux k -cellules se touchent

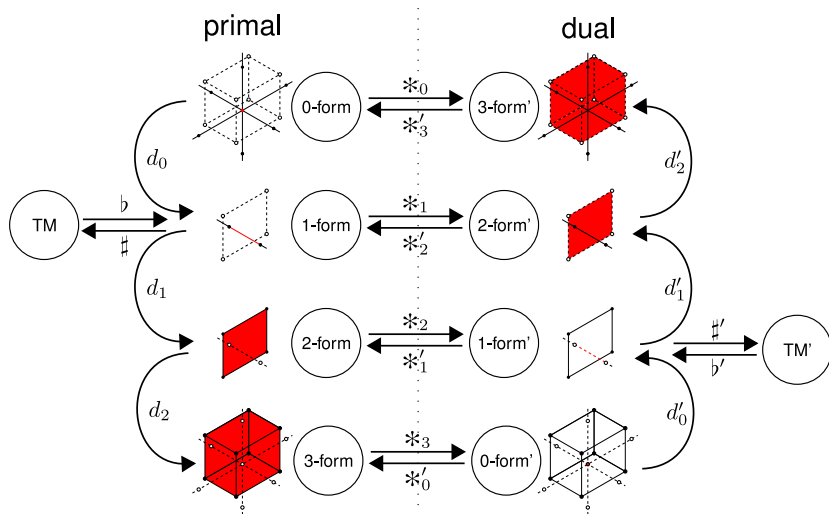
Discrétisation des champs vectoriels et k-formes

- Comment discrétiser un champs scalaire ?
 - En l'échantillonnant !
 - Les valeurs sont attachées aux points (0-forme)
- Comment discrétiser un champs vectoriel ?
 - En projetant les vecteurs le long des arêtes
 - Les projections sont attachées aux arêtes (1-forme)



Les k-formes discrètes sont définies sur les k-cellules

Opérateurs



Carte de distance via diffusion de chaleur

1. Diffusion de chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

$$t \ll 1$$

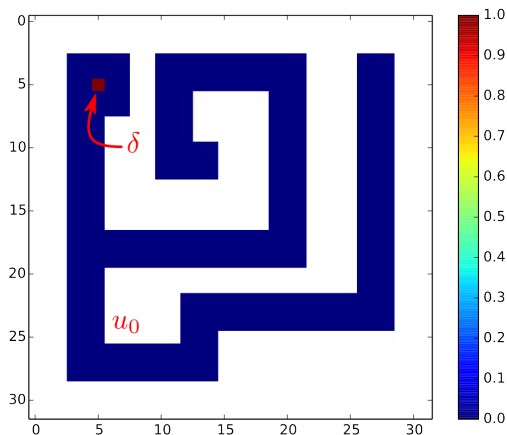
$$u(t = 0) = u_0$$

2. Normalisation

$$X = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$$

3. Equation de Poisson

$$\Delta \phi = \nabla \cdot X$$



Carte de distance via diffusion de chaleur

1. Diffusion de chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

$$t \ll 1$$

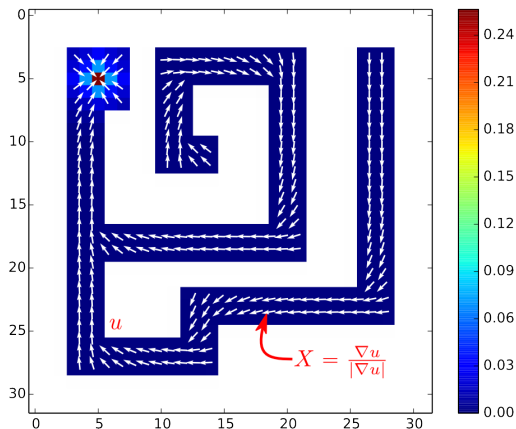
$$u(t = 0) = u_0$$

2. Normalisation

$$X = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$$

3. Equation de Poisson

$$\Delta \phi = \nabla \cdot X$$



Carte de distance via diffusion de chaleur

1. Diffusion de chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

$$t \ll 1$$

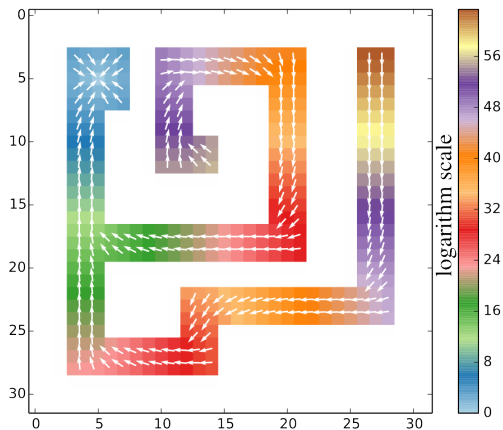
$$u(t = 0) = u_0$$

2. Normalisation

$$X = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$$

3. Equation de Poisson

$$\Delta \phi = \nabla \cdot X$$



Carte de distance via diffusion de chaleur

1. Diffusion de chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

$$t \ll 1$$

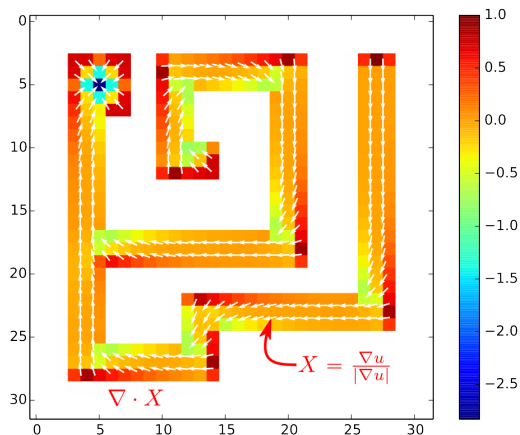
$$u(t = 0) = u_0$$

2. Normalisation

$$X = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$$

3. Equation de Poisson

$$\Delta \phi = \nabla \cdot X$$



Carte de distance via diffusion de chaleur

1. Diffusion de chaleur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

$$t \ll 1$$

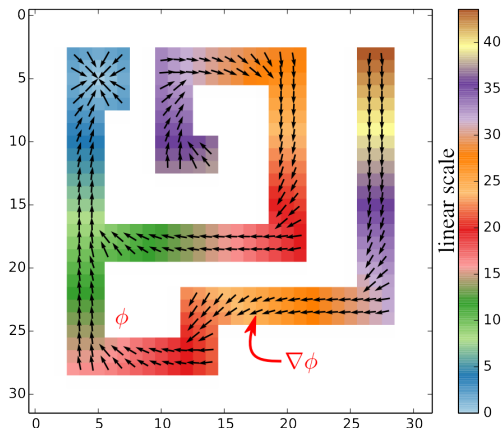
$$u(t = 0) = u_0$$

2. Normalisation

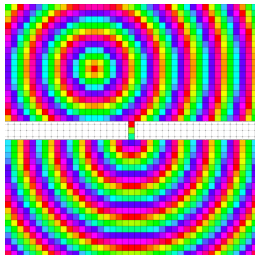
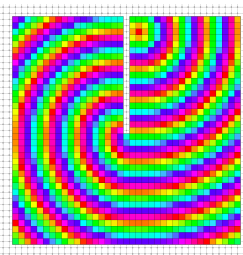
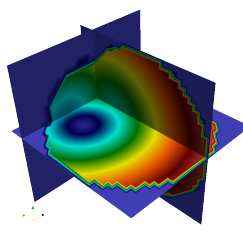
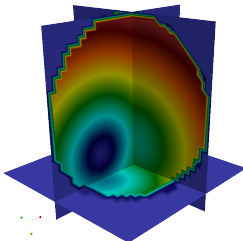
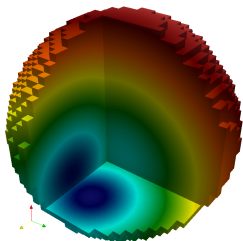
$$X = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$$

3. Equation de Poisson

$$\Delta \phi = \nabla \cdot X$$

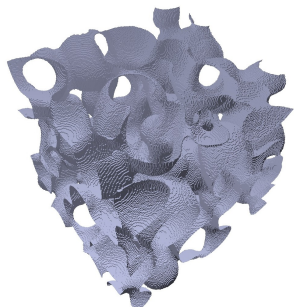
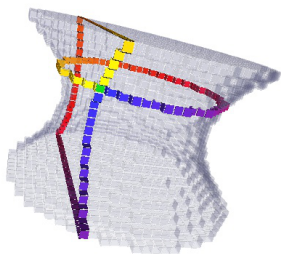
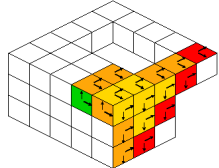
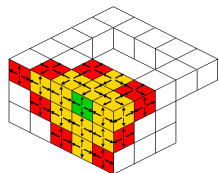
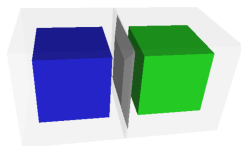


Exemples 2d et 3d

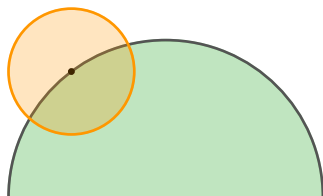


Suivi de surface digitale

- ≡ ensemble de $(d-1)$ -cellules signées
- ≡ incidentes à deux voxels adjacents,
 - l'un appartenant à l'objet (positif)
 - l'autre au fond (négatif)



Estimation par invariants intégraux (II), 2d



$$A_R(X, \mathbf{x}) := \int_{B_R(\mathbf{x})} \chi(\mathbf{p}) d\mathbf{p}$$

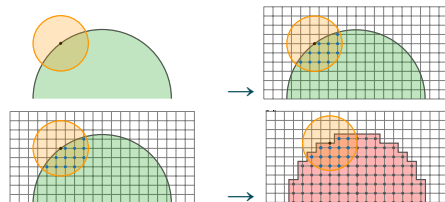
Par développement de Taylor :

[Pottman et al., 2007]

$$\tilde{\kappa}^R(X, \mathbf{x}) := \frac{3\pi}{2R} - \frac{3A_R(X, \mathbf{x})}{R^3}$$

$$\tilde{\kappa}^R(X, \mathbf{x}) = \kappa(X, \mathbf{x}) + O(R)$$

Discrétisation de l'estimateur 2d



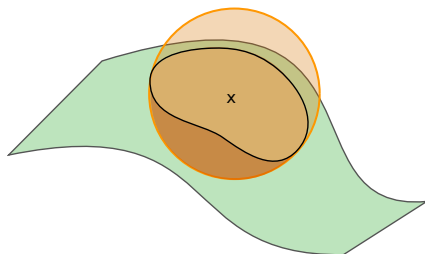
$$\frac{A_R(X, \mathbf{x})}{\widehat{\text{Area}}(B_{R/h}(\mathbf{x}/h) \cap \mathcal{D}_h(X))}$$

$$\hat{\kappa}^R(\mathcal{D}_h(X), \hat{\mathbf{x}}, h) \rightarrow \kappa(X, \mathbf{x})$$

[Lachaud et al., 2017]

$$|\hat{\kappa}^R(\mathcal{D}_h(X), \hat{\mathbf{x}}, h) - \kappa(X, \mathbf{x})| \leq O\left(h^{\frac{1}{3}}\right) \quad \text{quand} \quad R = kh^{\frac{1}{3}}$$

Courbure moyenne en 3d



$$Y = B_{R/h}(\mathbf{x}/h) \cap \mathcal{D}_h(X)$$

$$\widehat{\text{Vol}}(Y) := h^3 \text{Card}(Y)$$

$$\hat{H}^R(\mathcal{D}_h(X), \mathbf{x}, h) := \frac{8}{3R} - \frac{4\widehat{\text{Vol}}(Y)}{\pi R^4}$$

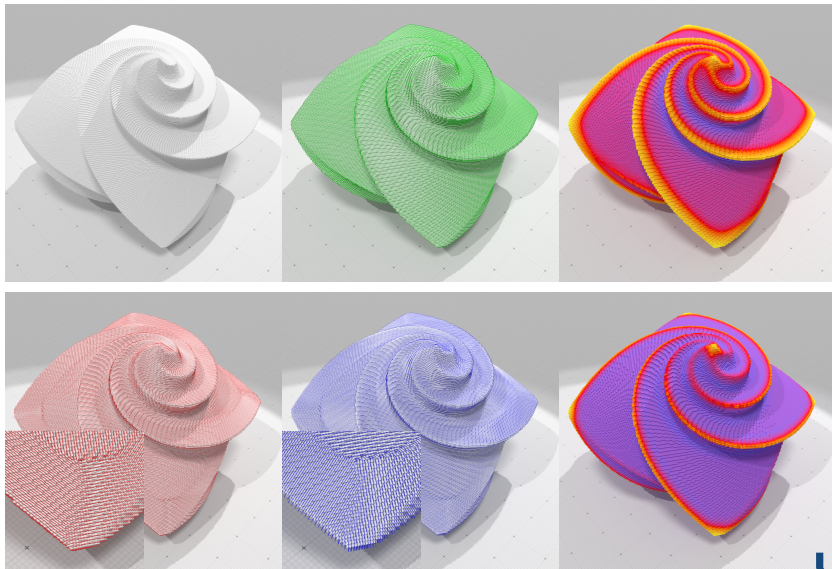
[Lachaud et al., 2017]

$$\left| \hat{H}^R(\mathcal{D}_h(X), \hat{\mathbf{x}}, h) - H(X, \mathbf{x}) \right| \leq O\left(h^{\frac{1}{3}}\right) \quad \text{quand} \quad R = kh^{\frac{1}{3}}$$

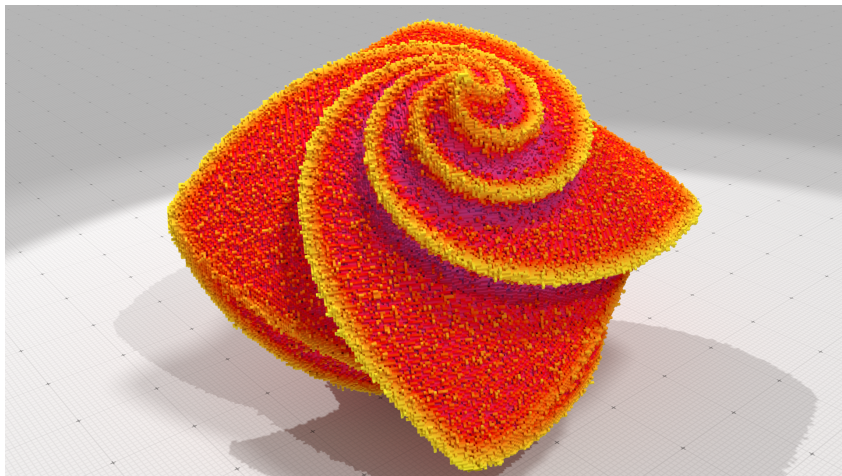
Caractéristiques de l'algorithme

- ≡ implémentation optimisée en dimension arbitraire
- ≡ estimation des normales, de la courbure moyenne, des directions principales de courbure, de la courbure gaussienne...
- ≡ résultats robustes (par intégration)
- ≡ paramètre (rayon d'intégration R ou résolution $1/h$)

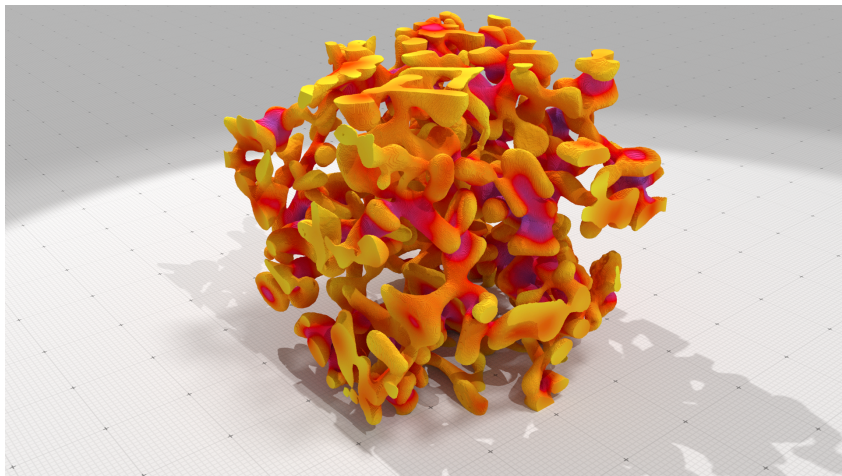
Quelques résultats



Quelques résultats



Quelques résultats



Exemple de code DGtal (1/2)

"raccourcis" pour réaliser des tâches courantes

```
typedef Shortcuts<Z3i::KSpace> SH3;  
typedef ShortcutsGeometry<Z3i::KSpace> SHG3;  
auto params = SH3::defaultParameters()  
    | SHG3::defaultParameters();  
params( "colormap", "Tics" );
```

Charger un vol

```
auto bimage = SH3::makeBinaryImage( examplesPath  
    + "samples/A1.100.vol", params );
```

Suivi de surface et calcul des courbures

```
auto K = SH3::getKSpace( bimage, params );  
auto surface = SH3::makeDigitalSurface( bimage, K, params );  
auto surfels = SH3::getSurfelRange( surface, params );  
auto curv = SHG3::getIIMeanCurvatures( bimage, surfels, params );
```

Exemple de code DGtal (2/2)

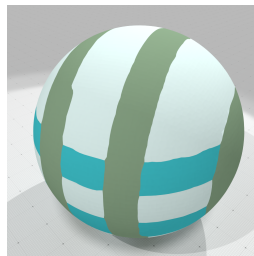
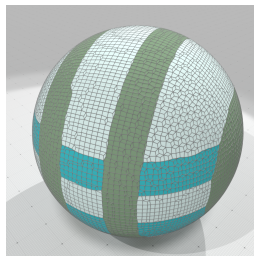
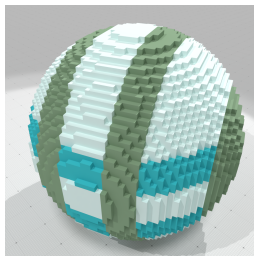
Utiliser une colormap et enregistrer le vol

```
auto cmap = SH3::getColorMap( -0.5, 0.5, params );  
auto colors = SH3::Colors( surfels.size() );  
std::transform( curv.cbegin(), curv.cend(), colors.begin(), cmap );  
SH3::saveOBJ( surface, SH3::RealVectors(), colors, "res.obj" );
```

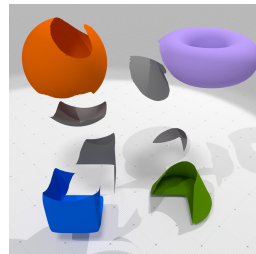
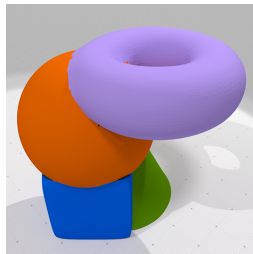
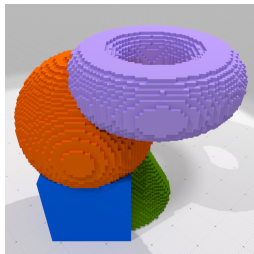


Un extra : régularisation de surface digitale

1. estimation des normales
2. minimisation d'une énergie
 - attache aux données
 - alignement aux normales estimées
 - répartition tangentielle



Un extra : régularisation de partitions



D. Coeurjolly, P. Gueth, J-O. Lachaud. Regularization of Voxel Art, *ACM SIGGRAPH Talk*, 2018.

Conclusion

Traitement géométrique dans les images

- ≡ opérations ensemblistes triviales
- ≡ cadre formel pour le calcul vectoriel
- ≡ mise en correspondance discret/continu
- ≡ estimations convergentes de quantités géométriques
- ≡ structures de données efficaces
- ≡ prédicats géométriques exactes
- ≡ optimisations possibles en exploitant la régularité ou des propriétés arithmétiques...

... essayez DGtal !

DGtal

HOME ABOUT DGtal PACKAGES RESOURCES DGtalTOOLS AUTHORS GALLERY COMMUNITY SPONSORS LICENSE

DGtal

Digital Geometry Tools and Algorithms Library

News

Dgtal 1.0

Fork me on GitHub

<https://dgtal.org>

<https://github.com/DGtal-team>

<https://dgtal.org/doc/stable>

Merci pour votre attention

Merci à D. Coeurjolly, P. Gueth, ainsi qu'à la communauté de développeurs DGtal pour les images de cette présentation