

## Interrogation 2 : parcours de graphes et analyse de complexité

Durée : 30 minutes.

---

Nom :

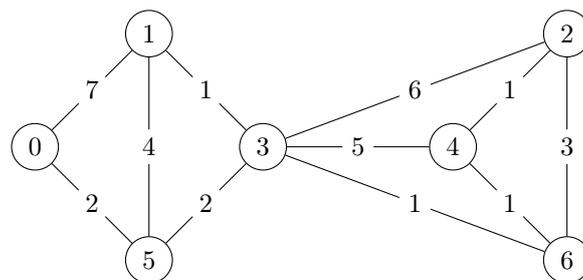
Prénom :

---

**Attention :** le sujet est recto-verso, n'oubliez pas de tourner la page.

### 1 Parcours de graphes

Exécutez l'algorithme de Dijkstra sur le graphe suivant à partir du nœud 0. Vous ne vous contenterez pas d'indiquer les plus courts chemins depuis le nœud 0, mais indiquerez bien ce qui se passe à chaque itération de l'algorithme, ainsi que les informations stockées sur chaque nœud.



## 2 Tableau dynamique contractant

Cette partie vise à étudier différentes stratégies pour contracter automatiquement un tableau dynamique lorsqu'il prend trop de place. Nous étudierons sur ces tableaux deux opérations : l'insertion et la suppression en fin de tableau. En interne, deux opérations seront également régulièrement déclenchées pour gérer la mémoire. L'expansion double la capacité du tableau et la contraction divise sa capacité par deux. Dans les deux cas un nouvel espace est alloué et les données du tableau y sont recopiées avant de libérer l'ancien espace.

Dans les questions qui suivent, fournissez la complexité sous forme d'un  $\Theta$ , d'un  $O$  ou d'un  $\Omega$  selon la forme la plus appropriée, et donnez la borne la plus serrée possible.

a) Quelle est la complexité des opérations d'expansion et de contraction pour un tableau de  $n$  éléments ?

**Ratio minimal 1/2 :** une première stratégie serait de contracter le tableau lorsqu'il est à moitié vide : s'il est possible de diviser par deux la taille du stockage sans perdre d'éléments, l'opération est réalisée.

b) Étant donné un tableau dynamique initialement vide de capacité 1, indiquez l'évolution du nombre d'éléments et de la capacité du tableau à chaque étape de la chaîne d'opération suivante (on note i une insertion à la fin et s une suppression à la fin).

opération	initial	i	i	i	s	i	i	s	i	i	i	s	s
nombre d'éléments	0												
capacité	1												

c) Étant donné un tableau de capacité  $n$  contenant  $n$  éléments, auquel on fait subir une séquence de  $n$  opérations (insertions et suppressions), quelle est dans le meilleur et le pire des cas la complexité de cette séquence d'opérations ? Fournir pour chaque cas un exemple de séquence réalisant cette complexité.

**Ratio minimal 1/4 :** une seconde stratégie consiste à ne contracter le tableau que lorsque seulement le quart du tableau est occupé : un tableau de capacité 16 est contracté lorsque le nombre d'éléments descend à 4.

d) Après une expansion, combien d'opérations faudra-t-il réaliser au minimum pour déclencher une nouvelle contraction ou expansion ?

e) Après une contraction, combien d'opérations faudra-t-il réaliser au minimum pour déclencher une nouvelle contraction ou expansion ?

f) Que deviennent les complexités de la question c dans ce nouveau cadre ?