

LIFLC – TD3

Notions abordées : formules propositionnelles, déduction naturelle

1 Échauffement avec quelques séquents

Question 1. Montrer que les séquents suivants sont des séquents prouvables.

1. $\vdash A \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$
2. $\vdash ((A \vee B) \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$
3. $\vdash ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C)$
4. $\vdash (A \vee B) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$

2 Dérivabilité de la destruction du \wedge dans le contexte

Question 2. Montrer que $\frac{\Gamma, A \wedge B, A, B \vdash C}{\Gamma, \underbrace{A \wedge B}_H \vdash C}$ (destruct H) est dérivable.

3 Le tiers-exclu

Question 3. En admettant que $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$ est dérivable, démontrer que $\frac{\Gamma, A \vdash B \quad \Gamma, \neg A \vdash B}{\Gamma \vdash B}$ (t.e.) est dérivable.

4 Modélisation, déduction

Question 4.

1. Formaliser en logique propositionnelle le problème « Zoé à Paris » du TD 2 (Question 4).
2. Démontrer que Zoé viendra à Paris en utilisant les règles de déduction naturelle.

Question 5.

1. Formaliser en logique propositionnelle le problème « Frodon » du TD 2 (Question 5).
2. Montrer que Frodon est triste en utilisant les règles de la déduction naturelle ; on pensera à utiliser la règle de tiers-exclu.

5 S'il reste du temps...

Question 6. Montrer que $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$ est dérivable.