

# LIFLC – TD3

Notions abordées : formules propositionnelles, déduction naturelle

## 1 Échauffement avec quelques séquents

*Question 1.* Montrer que les séquents suivants sont des séquents prouvables.

1.  $\vdash A \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$
2.  $\vdash ((A \vee B) \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$
3.  $\vdash ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C)$
4.  $\vdash (A \vee B) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$

## 2 Dérivabilité de la destruction du $\wedge$ dans le contexte

*Question 2.* Montrer que  $\frac{\Gamma, A \wedge B, A, B \vdash C}{\Gamma, \underbrace{A \wedge B}_H \vdash C}$  (destruct H) est dérivable.

## 3 Le tiers-exclu

*Question 3.* En admettant que  $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$  est dérivable, démontrer que  $\frac{\Gamma, A \vdash B \quad \Gamma, \neg A \vdash B}{\Gamma \vdash B}$  (t.e.) est dérivable.

## 4 Modélisation, déduction

*Question 4.*

1. Formaliser en logique propositionnelle le problème « Zoé à Paris » du TD 2 (Question 4).
2. Démontrer que Zoé viendra à Paris en utilisant les règles de déduction naturelle.

*Question 5.*

1. Formaliser en logique propositionnelle le problème « Frodon » du TD 2 (Question 5).
2. Montrer que Frodon est triste en utilisant les règles de la déduction naturelle ; on pensera à utiliser la règle de tiers-exclu.

## 5 S'il reste du temps...

*Question 6.* Montrer que  $\overline{\Gamma \vdash A \vee \neg A}$  est dérivable.