

# LIFLC – TD4

Notions abordées : formules du premier ordre, modélisation

## 1 Échauffement avec quelques formules (?)

*Question 1.* On considère la signature suivante :

- Symboles de fonction :  $f : 2, g : 1, a : 0, b : 0$
- Symboles de prédicats :  $P : 1, Q : 2$

1. Préciser si les expressions suivantes sont des formules du premier ordre, des termes ou ni l'un ni l'autre.

- $g(f(x, y)) \vee P(a)$
- $P(g(f(x, y))) \vee P(a)$
- $P(f(x, y)) \vee P(Q(a, b))$
- $\exists x Q(a, y) \wedge P(f(a, b)) \Rightarrow P(x)$
- $\forall x \exists y P(x) \wedge Q(f(y, b))$
- $P(g(z)) \vee \forall x \exists z Q(a, y)$
- $\exists x Q(f(x, y), g(z))$
- $\forall y \forall x Q(x, y)$

2. Donner l'ensemble des variables libres de chaque formule.

## 2 Filtrage

*Question 2.* Soient les motifs suivants (symboles de fonctions en gras) :

- $m1 = \mathbf{mult}(x, \mathbf{succ}(y))$
- $m2 = \mathbf{mult}(\mathbf{plus}(x, y), \mathbf{zero})$
- $m3 = \mathbf{mult}(\mathbf{plus}(x, y), x)$

Pour chacun des termes suivants, dire s'il correspond aux motifs ci-dessus. Si oui, donner la substitution correspondante :

- $\mathbf{mult}(\mathbf{zero}, \mathbf{succ}(\mathbf{zero}))$
- $\mathbf{mult}(u, v)$
- $\mathbf{mult}(\mathbf{plus}(\mathbf{zero}, \mathbf{succ}(u)), \mathbf{zero})$
- $\mathbf{mult}(\mathbf{plus}(\mathbf{zero}, u), u)$

## 3 Modélisation, déduction

*Question 3.* On considère la signature :

- Fonctions constantes : *titi, sylvestre, tom, jerry, spike*
- Symboles de prédicats : *souris : 1, canari : 1, chat : 1, chien : 1, chasse : 2.*

Donner des formules exprimant chacune des propriétés ci-dessus (une proie est un individu qui est chassé par un autre, un prédateur est un individu qui en chasse un autre) :

- Titi a un prédateur.
- Les chats qui chassent les canaris ne chassent pas les souris.

- Spike est un prédateur d'un prédateur de Jerry.
- $x$  est une proie mais pas un prédateur.
- Si Titi est un canari alors tous les chats chassent Titi.
- $x$  a un prédateur unique. (Il faut une relation d'égalité ici)
- $x$  n'est chassé par personne.
- Tous les chasseurs sont des proies.
- Tous les chats sont chasseurs et proies.
- Sylvestre et Tom ne chassent pas les mêmes proies.

*Question 4.* On dispose d'une fonction de comparaison **eqcomp** retournant **true** ou **false** sur la donnée de deux objets (respectivement s'ils sont égaux ou pas). Exprimer la correction (et complétude) de cette fonction en logique du premier ordre, vis à vis du prédicat d'égalité  $=$ .

*Question 5.* On dispose d'une fonction **mem** qui, sur la donnée d'un objet et d'une liste d'objets, est censée retourner **true** si et seulement si cet objet appartient à la liste. Exprimer en logique du premier ordre la correction (et la complétude) de cette fonction. On utilisera le fait qu'un élément  $x$  est présent dans une liste  $l$  si celle-ci est le résultat de la concaténation

- D'une liste  $l_1$  et
- D'une liste  $l_2$  qui commence par  $x$ .