

Déduction naturelle

Preuve

Séquent prouvable ? $\emptyset \vdash p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\overline{\{p, p \Rightarrow q\} \vdash p \Rightarrow q} \text{ (ax)}}{\{p, p \Rightarrow q\} \vdash q} \text{ (}\Rightarrow_i\text{)}}{\{p\} \vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow q} \text{ (}\Rightarrow_i\text{)}}{\emptyset \vdash p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow q} \text{ (}\Rightarrow_e\text{)}$$

Déduction naturelle

Preuve

Ajouter une règle sans risque ? (sans nouveau séquent prouvable)

Règle dérivable : but dérivable des prémisses

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma, B, C \vdash A} \text{ (aff}_2\text{)}$$

$$\frac{\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma, C \vdash A} \text{ (aff)}}{\Gamma, B, C \vdash A} \text{ (aff)}$$

« Nouvelle » règle (aff₂) utilisable

Comme dérivable dans partie **close** \rightsquigarrow pas de **nouveau** prouvable !

Déduction naturelle

Preuve

Théorème.

$\Gamma \vdash F$ prouvable par *déduction naturelle* si et seulement si $\Gamma \models F$

[Seulement si] par induction sur $\Gamma \vdash F$

[Si] un peu plus de sport. . .

Preuve comme manipulation **syntactique**