Logique propositionnelle — Épisode précédent

Formules : ensemble inductif. . .

Modèle : interprétation dans algèbre de Boole

Démonstration sémantique : tout modèle des hypothèses modèle du but

Séquents prouvables : ensemble inductif. . . (surprise ?)

. . . Déduction naturelle correcte et complète

On continue : des inductifs (toujours), « selon la forme » ?

Premier ordre — Signature

Signature : $(\mathcal{F}, \tau)$ monosortée

- $\mathcal{F}$: ensemble de symboles
- τ : fonction $\mathcal{F} \to \mathbb{N}$

Notation : $\{f : \tau(f), \quad g : \tau(g) \dots\}$

$\tau(f)$: arité de f

Lorsque $\tau(f) = 0$, f une constante

Qq. exemples

Premier ordre — Termes

$(\mathcal{F}, \tau)$ une signature

X ensemble de variables

$\mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$ défini inductivement par :

- $x \in X$ terme
- $f \in \mathcal{F}$ avec $\tau(f) = n, \quad t_1, \dots, t_n$ termes
  alors $f(t_1, \dots, t_n)$ terme

$\mathcal{T}(\mathcal{F}, \varnothing)$ termes clos

Qq. exemples Peano/Presburger/binaires, comme arbres

Premier ordre — Termes

Substitution : application $X \to \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

Notation postfixée : $\sigma(x) \rightsquigarrow x\sigma$

Étendue aux termes. . . abus de notation $\sigma : \mathcal{T}(\mathcal{F}, X) \to \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

- $\sigma(x) = x$ si $x \notin$ domaine de σ
  $\sigma(x) = x\sigma$ si $x \in$ domaine de σ
- $\sigma(f(t_1, \dots, t_n)) = f(\sigma(t_1), \dots, \sigma(t_n))$ quand $f(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, X)$

Notation $\sigma = \{x \mapsto s, \dots, y \mapsto t \dots\}$

Renommage $\sigma = \{x_1 \mapsto y_1, \dots, x_k \mapsto y_k \dots\}$ $\quad y_i$ distincts deux à deux

Filtrage (match···with) pour s t termes $\leadsto$ σ telle que $s\sigma = t$

Unification pour s t termes $\leadsto$ σ telle que $s\sigma = t\sigma$